

APLICACIÓN DE FLUORESCENCIA DE RAYOS-X POR REFLEXIÓN TOTAL EN LA  
DETERMINACIÓN DE CONCENTRACIÓN DE ZINC EN CABELLO DE NIÑOS  
PARA LA ESTIMACIÓN DE NIVELES NUTRICIONALES

DETERMINATION OF ZINC CONCENTRATIONS IN CHILDREN'S HAIR  
TO ESTIMATE NUTRITION LEVELS  
USING TOTAL REFLECTION X-RAY FLUORESCENCE

C. A. TELLERÍA NARVÁEZ<sup>†</sup>, S. FERNÁNDEZ ALCÁZAR, F. G. BARRIENTOS ZAMORA, & A. O. MUÑOZ GOSÁLVEZ  
Centro de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares (CIAN-Viacha)  
Viacha, Bolivia

L. E. ROMERO BOLAÑOS  
Instituto Boliviano de Ciencia y Tecnología Nuclear  
Av. 6 de Agosto 2905. La Paz, Bolivia

G. M. RAMÍREZ ÁVILA<sup>‡</sup>  
Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física  
Universidad Mayor de San Andrés  
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635  
La Paz - Bolivia  
(Recibido 5 de Septiembre de 2013; aceptado 6 de Marzo de 2014)

### RESUMEN

Se realizaron mediciones de las concentraciones de zinc en el cabello de niños de regiones altiplánicas (en el rango de edades de 8 a 13 años), mediante la técnica de fluorescencia de rayos X por reflexión total. Estas mediciones permiten una primera evaluación de los niveles nutricionales en niños que se combina con la determinación del índice de masa corporal. Esta evaluación se caracteriza por su simplicidad y no-invasividad. Aunque los resultados nos permiten hacer una buena clasificación de individuos nutricionalmente normales de los que no lo son, también se observa la gran sensibilidad de los resultados con la edad. Este trabajo es complementario a otras pruebas biológicas y médicas.

Código(s) PACS: 41.50.+h — 78.70 En

*Descriptor:* Haces de rayos-x — Fluorescencia de rayos-x.

### ABSTRACT

Using the X-ray fluorescence by total reflection technique, we carried out measurements of zinc concentrations in the hair of children living in the Bolivian high plateau regions (within the age range from 8 to 13 years old). The results allow us to make a first assessment of nutritional levels in children; the latter combined with the determination of the body mass index, results in a measure characterized by its simplicity and non-invasiveness. This work is complementary to other biological and medical tests.

*Subject headings:* X-ray beams — X-ray fluorescence.

### 1. INTRODUCCIÓN

La fluorescencia de rayos-X (FRX) se basa en la irradiación de muestras por rayos-X (Rx) primarios. Los átomos individuales al ser excitados por esta radiación emiten Rx secundarios, propios de cada elemento, que pueden ser cualificados y cuantificados en un espectro. Este método es rápido y

puede ser aplicado a una gran variedad de matrices; por ejemplo, sólidas, analizadas con poca o ninguna preparación. Excluyendo los elementos livianos, los elementos comprendidos entre los números atómicos 14 y 42 pueden ser detectados en sus emisiones  $K_{\alpha}$  empleando un cátodo de molibdeno y para  $Z > 42$ , en sus líneas  $L_{\alpha}$ , esto depende mucho del blanco del tubo de Rx con el que se esté trabajando. El método es sensible a trabajar en niveles de detección que se encuentran en el orden de magnitud de  $\mu\text{g}\cdot\text{l}^{-1}$ .

<sup>†</sup>ctelleria@ibten.gob.bo

<sup>‡</sup>http://www.fiumsa.edu.bo/docentes/mramirez/

La FRX se ha convertido en un poderoso método para el análisis espectrométrico; sin embargo, esta técnica tiene limitaciones al momento de realizar el análisis de trazas de elementos en una muestra. Debido a esto, nuevas técnicas de espectrometría atómica óptica se han desarrollado, superando a la técnica convencional de FRX en muchos aspectos. Una de estas técnicas consiste en usar reflexión total para la excitación por FRX. Esta idea ingeniosa fue descubierta por Compton (1923), quien encontró que la reflectividad de un blanco liso se incrementa significativamente para valores por debajo del ángulo crítico ( $\approx 0.1^\circ$ ). Posteriormente, Yoneda & Horiuchi (1971) propusieron el análisis de pequeñas cantidades de muestra sobre portamuestras lisos de reflectancia total. Esta técnica fue después desarrollada y se la denominó fluorescencia de Rx por reflexión total (FRXT) que es la técnica empleada en el trabajo y que es descrita en detalle por Klockenkamper (1996). El artículo está estructurado como sigue: en §2 se da una explicación de la FRXT y se detalla el método experimental empleado, lo que incluye la obtención de cabello, la calibración del equipo y la preparación de las muestras; en §3 se dan los detalles del equipo empleado y se dan a conocer las lecturas de las muestras que se utilizan para evaluar los resultados que se exponen en §4. Finalmente, en §5 se dan las conclusiones y perspectivas de este estudio.

## 2. MÉTODO EXPERIMENTAL

La FRXT es una variación de la técnica de dispersión de energía de FRX con una diferencia significativa consistente en el hecho que, en contraste con el método convencional (FRX) donde el haz primario impacta en la muestra con un ángulo de  $40^\circ$  (Figura 1(a)), en la FRXT se utilizan haces rasantes por debajo de  $0.1^\circ$  (Figura 1(b)). Debido a su configuración única, la principal ventaja de la FRXT sobre la FRX convencional es la reducción en el ruido de fondo mediante la eliminación de la dispersión en la muestra; lo que resulta en una mayor sensibilidad de la medición elemental. Para la obtención de reflexión total en el portamuestras (reflector de cuarzo), el haz primario debe incidir en el reflector con ángulos rasantes. Para fotones de Rx de 60 keV, el ángulo de incidencia debe estar alrededor de  $0.015^\circ$ , mientras que la divergencia del haz debe darse incluso en ángulos de menor valor. Este ángulo se denomina crítico  $\Phi_{\text{crit}}$  y se lo puede calcular usando la siguiente relación mencionada por Klockenkamper (1996):

$$\Phi_{\text{crit}} \approx \frac{1.65}{E} \sqrt{\frac{Z}{A}} \rho, \quad (1)$$

donde  $E$  representa la energía en keV de los Rx incidentes, que en nuestro sistema se originan en un tubo con blanco de Mo; mientras que las otras cantidades están referidas al portamuestras:  $\rho$  la densidad del material expresada en  $\text{g/cm}^3$ ,  $Z$  el número atómico y  $A$  el peso atómico. En nuestro caso, el portamuestras es de cuarzo ( $\text{SiO}_2$ ) por lo que se tiene:  $\rho = 2.65 \text{ g/cm}^3$ ,  $Z = 30$  y  $A = 60.09 \text{ g/mol}$  tal como se

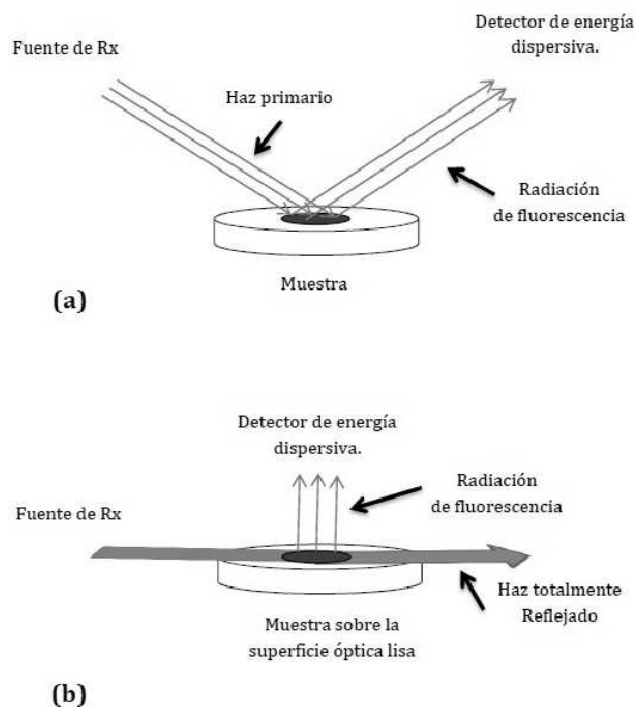


FIG. 1.— (Color online) Arreglo experimental para (a) FRX convencional y (b) FRXT.

cita en Nascimento Filho *et al.* (1999). Esta aproximación es válida para fotones de energía por encima de los límites de absorción del material.

### 2.1. Obtención de cabello

Se colectaron cabellos de niños de ambos sexos con edades comprendidas entre los 8 y 13 años, en la localidad de Viacha (Aprox. 3876 msnm) ubicada en la región altiplánica del departamento de La Paz. El muestreo de cabello comprendió dos escuelas, una situada en la parte urbana (96 muestras) y la otra en la Comunidad Collagua (12 muestras) correspondiente al área rural de Viacha. De manera paralela al proceso de recolección de cabello se tomaron los datos antropométricos de cada niño: masa corporal y estatura, así como también se registraron la edad y el grado escolar.

### 2.2. Calibración del equipo

Para la calibración del equipo de FRX se obtuvo inicialmente la curva característica (tasa de conteo en cuentas/seg vs. intensidad de corriente en mA), en la que se efectuó el test de linealidad consistente en la verificación de la relación lineal entre ambas magnitudes. El intervalo de intensidad de corriente seleccionado es el que satisface el criterio de linealidad. Posteriormente y tal como lo muestra la Figura 2, se determinó el límite de detección para diferentes elementos: Fe, Ni, Zn y Co, utilizando la relación propuesta en Nascimento Filho *et al.* (1999)

$$LOD_i = \sqrt{\frac{I_i(BG)}{t}} \cdot \frac{C_{Ga}}{I_{Ga}S_i}, \quad (2)$$

donde:

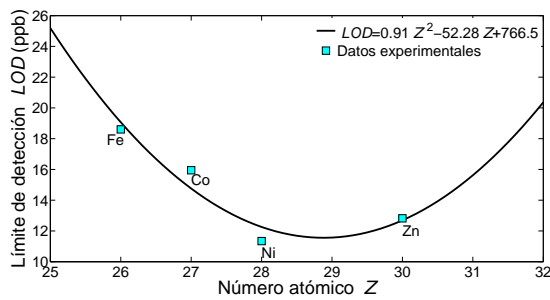


FIG. 2.— (Color online) Curva del límite de detección de muestras líquidas de algunos elementos, usando 10  $\mu$ l de alícuota en reflectores de cuarzo y analizadas durante 200 s.

TABLA 1  
VALORES DE LOS PESOS ATÓMICOS Y LÍMITES DE DETECCIÓN (LOD) EN PARTES POR BILLÓN (PPB) CON 1 PPB=  $10^{-9}$ .

	Peso atómico	LOD (ppb)
Co	27	16
Zn	30	13
Ni	28	11
Fe	26	19

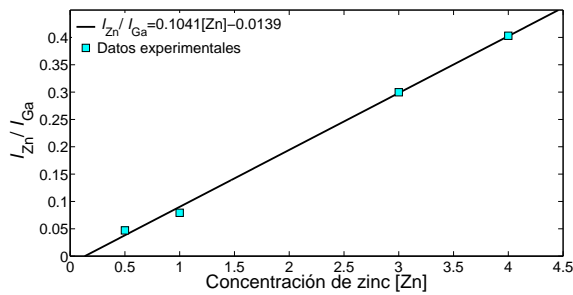


FIG. 3.— (Color online) Curva de calibración para el Zn. Donde  $I_{Zn}$  e  $I_{Ga}$  son los valores máximos de los picos de intensidad de Zn y Ga respectivamente.

- $I_i(BG)$  es la intensidad en cuentas por segundo del elemento  $i$  en la muestra.
- $C_{Ga}$  es la concentración en ppm (partes por millón) del estándar interno (Ga).
- $I_{Ga}$  es la intensidad en cuentas por segundo correspondientes al Ga.
- $S_i$  es la sensibilidad relativa del sistema para el elemento  $i$ .

Los valores se muestran en la Tabla 1.

Para la determinación de la concentración de Zn en cabello, se calibró el equipo utilizando estándares conteniendo 0.5, 1.0, 3.0 y 4.0 ppm de concentración en Zn, a los cuales, se añadieron suficientes cantidades de Ga, con el fin de obtener 10.0 ppm de Ga en todos los casos como estándar interno. Para la determinación de las áreas correspondientes a las líneas  $K_{\alpha}$  del Zn y Ga, se empleó tanto el software AXIL como el QXAS. Con esta información se obtuvo la curva de calibración que se muestra en la Figura 3.

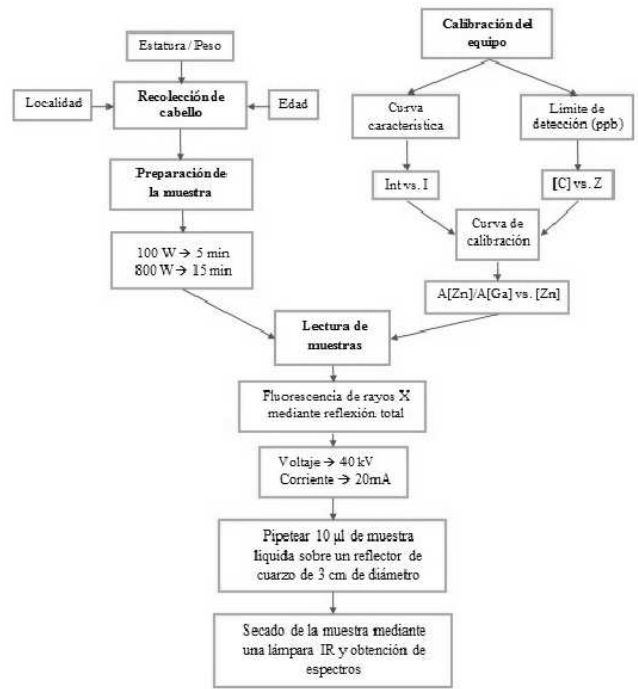


FIG. 4.— (Color online) Esquema de los procedimientos usados para la obtención de los espectros energéticos.

### 2.3. Preparación de muestras

Las muestras se prepararon mediante el proceso de digestión empleando microondas (MWD) sugerido por Memon *et al.* (2007). Se emplearon 200 mg de cabello y como oxidantes 3 ml de una mezcla compuesta por  $HNO_3$  y  $H_2O_2$  concentrada (2:1,  $v/v$ ) dejándolas reposar durante 5 min. Para la digestión se empleó un MWD Anton Paar (Instruments), en el cual se programa una secuencia de digestión de dos etapas: la primera a 100 W de potencia durante 5 min y la segunda a 800 W de potencia durante 15 min; teniendo en cuenta que la potencia máxima del equipo es de 1000 W y las condiciones de digestión son de 300°C como temperatura máxima y 75 bares de presión. Concluida la digestión se completa la preparación de la muestras agregando 0.25 mg de Ga para alcanzar 10 ppm de concentración como estándar interno.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO DE FRX Y LECTURA DE LAS MUESTRAS

Para el análisis por el método de reflexión total se utilizó un generador de Rayos-X ITAL STRUCTURES modelo COMPACT 3K5, cuyos rangos operativos de voltaje y amperaje son: 10 a 60 kV y 1 a 50 mA respectivamente, con 3 kW de salida y con un blanco de Mo. Para la lectura de muestras se utilizan reflectores de cuarzo, los cuales son previamente preparados mediante un procedimiento de lavado especial. Una vez limpios los reflectores se coloca una alícuota de 10  $\mu$ l de la muestra sobre el reflector la cual es secada empleando una lámpara infrarroja durante 10 min. La muestra seca se la deja enfriar durante 5 min para su posterior lectura obteniéndose de esa manera los espectros correspondientes. La Tabla 2 muestra un ejemplo de los valores de con-

TABLA 2

CONCENTRACIONES DE ZINC EN LA MUESTRA LÍQUIDA DE CABELLO, VOLUMEN DE AFORO Y MASA PROMEDIO DE LOS CABELLOS PARA CADA EDAD Y GÉNERO DE LOS INDIVIDUOS.

Edad	Género	$\overline{[Zn]} \pm \Delta[Zn]$ (ppm)	$\bar{V} \pm \Delta V$ (ml)	$\bar{M} \pm \Delta M$ (g)
8	M	$0.833 \pm 0.008$	$25 \pm 0.04$	$0.1584 \pm 0.0001$
	F	$0.450 \pm 0.010$	$25 \pm 0.04$	$0.2005 \pm 0.0001$
9	M	$1.001 \pm 0.011$	$25 \pm 0.04$	$0.1729 \pm 0.0001$
	F	$2.132 \pm 0.012$	$25 \pm 0.04$	$0.1826 \pm 0.0001$
10	M	$1.071 \pm 0.013$	$50 \pm 0.06$	$0.1873 \pm 0.0001$
	F	$1.803 \pm 0.014$	$50 \pm 0.06$	$0.2006 \pm 0.0001$
11	M	$1.314 \pm 0.015$	$26 \pm 0.04$	$0.1842 \pm 0.0001$
	F	$2.005 \pm 0.014$	$25 \pm 0.04$	$0.2003 \pm 0.0001$
12	M	$1.159 \pm 0.014$	$32 \pm 0.05$	$0.1832 \pm 0.0001$
	F	$2.106 \pm 0.015$	$25 \pm 0.04$	$0.2004 \pm 0.0001$
13	M	$0.736 \pm 0.011$	$10 \pm 0.03$	$0.1772 \pm 0.0001$
	F	$1.668 \pm 0.016$	$10 \pm 0.03$	$0.2007 \pm 0.0001$

TABLA 3

CONCENTRACIONES DE ZINC PROMEDIO EN LAS MUESTRAS DE CABELLO SEGÚN LA LA EDAD Y EL GÉNERO DE CADA NIÑO.

Edad	Género	$\overline{[Zn]} \pm \Delta[Zn]$ (ppm)
8	M	$119.4 \pm 1.7$
	F	$180.8 \pm 1.6$
9	M	$125.8 \pm 1.6$
	F	$379.7 \pm 3.4$
10	M	$154.5 \pm 2.2$
	F	$225.8 \pm 2.2$
11	M	$195.8 \pm 2.9$
	F	$243.3 \pm 2.2$
12	M	$180.5 \pm 2.4$
	F	$262.8 \pm 2.4$
13	M	$119.9 \pm 2.4$
	F	$207.8 \pm 2.4$

centración de zinc promedio para cada edad y género (M, masculino y F, femenino) que se obtuvieron usando el software QXAS.

#### 4. RESULTADOS

Una vez obtenidas las lecturas en el equipo de FRX, se calculó la concentración de Zn en cabello de cada individuo, resultados que se muestran en forma detallada en la Tabla 3

Considerando los resultados antropométricos que se muestran en la Tabla 4 y que fueron obtenidos para los individuos utilizando WHO AnthroPlus, software que es descrito en de Onis *et al.* (2007), se construyen diagramas de “caja y bigote” para la concentración de Zn ( $[Zn]$ ), el índice de masa corporal (IMC) y la talla en función de la edad, los mismos que se muestran en la Figura 5. Se puede observar que  $[Zn]$  para la mayoría de los individuos, tanto varones como mujeres, está comprendida en los límites aceptados desde el punto de vista nutricional que se mencionan en Bertazzo *et al.* (1996), donde para el rango etario de 6–11 años se tienen  $[Zn] = 188.18 \pm 9.54$  ppm y  $[Zn] = 211.62 \pm 9.73$  ppm para varones y mujeres respectivamente. También se observa que  $[Zn]$  tiende a ser mayor en las mu-

TABLA 4

VALORES DEL ÍNDICE DE MASA CORPORAL PROMEDIO (IMC), DESVIACIÓN ESTÁNDAR RESPECTO A LA MEDIA DEL IMC (ZSIMC), TALLA DE CADA NIÑO (H) Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR RESPECTO A LA MEDIANA DE LAS TALLAS (ZSH), PARA LAS DIFERENTES EDADES (E) Y GÉNEROS (G)

E	G	$\overline{IMC} \pm \Delta IMC$ (kg/m <sup>2</sup> )	$zsIMC \pm \Delta zsIMC$	$\bar{H} \pm \Delta H$ (m)	$zs\bar{H} \pm \Delta zsH$
8	M	$17.52 \pm 0.57$	$0.87 \pm 0.30$	$1.28 \pm 0.02$	$-1.25 \pm 0.49$
	F	$16.35 \pm 0.56$	$0.02 \pm 0.28$	$1.29 \pm 0.01$	$-1.07 \pm 0.32$
9	M	$18.75 \pm 1.46$	$0.94 \pm 0.47$	$1.28 \pm 0.02$	$0.04 \pm 0.30$
	F	$17.36 \pm 0.96$	$0.25 \pm 0.37$	$1.29 \pm 0.02$	$-1.03 \pm 0.31$
10	M	$17.43 \pm 0.61$	$0.22 \pm 0.28$	$1.35 \pm 0.02$	$-0.88 \pm 0.25$
	F	$15.09 \pm 0.43$	$-1.16 \pm 0.27$	$1.38 \pm 0.03$	$-0.68 \pm 0.5$
11	M	$19.03 \pm 0.68$	$0.61 \pm 0.26$	$1.42 \pm 0.01$	$-0.67 \pm 0.28$
	F	$18.45 \pm 1.09$	$-0.42 \pm 0.31$	$1.43 \pm 0.03$	$-0.74 \pm 0.32$
12	M	$19.17 \pm 0.69$	$0.42 \pm 0.28$	$1.47 \pm 0.02$	$-0.80 \pm 0.21$
	F	$18.47 \pm 0.53$	$-0.05 \pm 0.28$	$1.48 \pm 0.02$	$-1.30 \pm 0.07$
13	M	$20.03 \pm 1.25$	$0.50 \pm 0.50$	$1.50 \pm 0.03$	$-0.51 \pm 0.35$
	F	$18.76 \pm 1.88$	$-0.19 \pm 0.84$	$1.45 \pm 0.01$	$-1.18 \pm 0.89$

TABLA 5

INDICADORES PARA LAS PRUEBAS DE DIAGNÓSTICO.

Género	Sensibilidad	Especificidad	VPP	VPN
M	100%	73.47%	27.78%	100%
F	66.67%	94.74%	50.00%	97.30%

eres que en los varones, resultado que concuerda con otros trabajos como por ejemplo en Heinersdorff & Taylor (1979); Gibson, Skeaff & Williams (2000). Se nota que la presencia de valores atípicos en el IMC y la talla, ocurre principalmente para varones entre 8 y 9 años; lo anterior puede ser debido a que la edad en estos casos juega un rol mayor en la determinación de los parámetros antropométricos. Finalmente, se ve que la presencia de valores atípicos en  $[Zn]$  para varones y mujeres de 12 años es importante, situación que puede estar ligada a los cambios físicos y fisiológicos típicos de esta edad.

Para realizar el análisis discriminante, se consideró que los límites de corte mínimo y máximo para la concentración de Zn eran de 150 ppm y 250 ppm respectivamente. Por otra parte, se tomó para el IMC, una unidad tipificada ( $z$ -score) mínima de 1.8 desviaciones estándar; en otras palabras, se considera a un individuo normal (negativo en cuanto a problemas nutricionales) si su  $[Zn]$  satisface ( $150 \leq [Zn] \leq 250$ ) ppm de acuerdo con Weber (1990),  $zsIMC \leq 1.80$ ; caso contrario se lo considera anormal (positivo en cuanto a problemas nutricionales). Bajo estas condiciones, se procedió a un análisis discriminante cuadrático tanto para varones como para mujeres, obteniéndose las regiones de discriminación mostradas en la Figura 6, tanto para varones (a) como para mujeres (b). En ambos casos, se observa que la mayoría de los individuos son normales, lo cual no es sorprendente puesto que la mayoría se encuentran en el el rango ( $150 \leq [Zn] \leq 250$ ) ppm. Cabe aclarar que se realizó este análisis solo para las 96 muestras de la parte urbana de Viacha, ya que

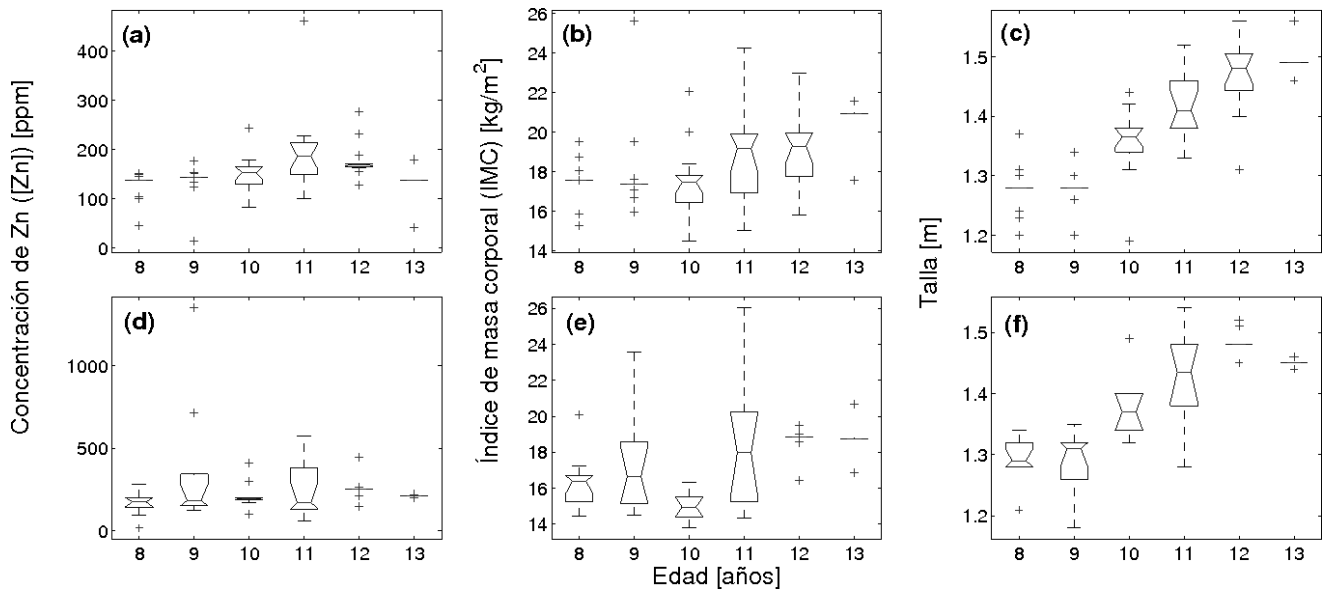


FIG. 5.— (Color online) Diagramas de "caja y bigote" de 1.5 veces el rango intercuartil para (a),(d) [Zn], (b), (e) IMC y (c), (f) talla. Para niños (fila superior) y niñas (fila inferior).

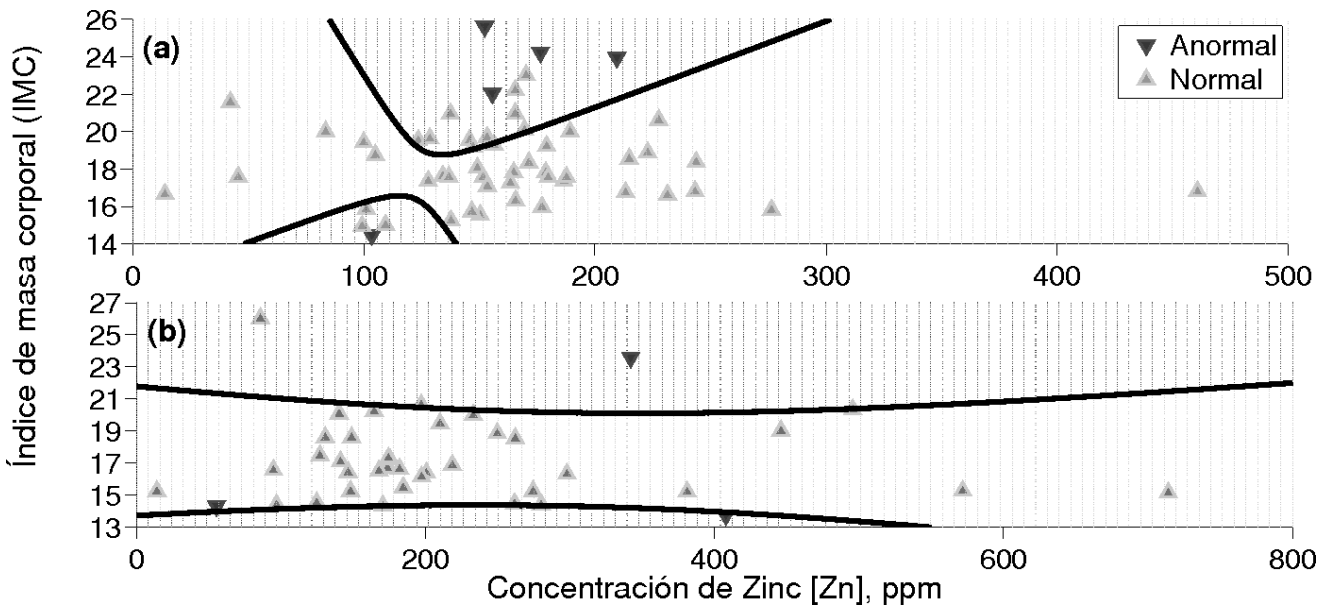


FIG. 6.— (Color online) Análisis discriminante utilizando el IMC y [Zn], para (a) niños y (b) niñas.

las 12 restantes no eran suficientes para observar la discriminación cuadrática. Para la cuantificación de este análisis se utilizan pruebas de diagnóstico mediante el cálculo de la sensibilidad (proporción de verdaderos positivos que han sido correctamente identificados) y de la especificidad (proporción de verdaderos negativos que han sido correctamente identificados); también se pueden calcular valores predictivos como el valor predictivo positivo (VPP) que es la proporción de pacientes positivos que han sido

correctamente identificados o el valor predictivo negativo (VPN) que es la proporción de pacientes negativos que han sido correctamente identificados. Los resultados obtenidos para este análisis se muestran en la Tabla 5.

De acuerdo con los valores obtenidos en la Tabla 5, se tiene una buena discriminación entre individuos que presentan características normales de aquellos que tienen potenciales problemas nutricionales. A pesar de estos buenos resultados, no se puede afir-

mar que exista una correlación entre la [Zn] y el IMC. Este tipo de resultados negativos fueron reportados en otros trabajos tales como Weisstaub *et al.* (2004); Weber (1990)

#### 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Entre las principales contribuciones del presente trabajo desde el punto de vista experimental, se puede mencionar que se puso a punto la técnica de FRXT para la determinación de concentración de zinc en cabellos; se estandarizó un protocolo que va desde la recolección de cabello hasta la preparación de la muestra pasando por la calibración del equipo de FRX, lo que en el futuro permitirá realizar mediciones de manera más rápida y eficiente. En lo referente a los resultados obtenidos, si bien no se halló una correlación directa entre [Zn] y los parámetros antropométricos como se esperaba, no se descarta que esta correlación pueda existir si en los estudios se incluyen un mayor número de variables que incidan en el nivel nutricional de los individuos, tales como edad exacta en meses, composición nutricional,

entorno familiar y habitat, etc.; así como variables que representen una respuesta al nivel nutricional, como ser el grado de aprovechamiento académico. Con todo lo anterior, se espera hallar correlaciones que puedan indicar las posibles soluciones a problemas nutricionales. Se espera que con los nuevos datos mencionados anteriormente, se pueda mejorar aún más el análisis discriminante. Se tiene la perspectiva de ampliar este estudio a otras regiones de Bolivia.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la invaluable y desinteresada colaboración prestada por el personal del Centro de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares, en especial a Jorge Chungara, Isaac Luna y Heidi Mamani de la Unidad de Análisis y Calidad Ambiental así como a Eusebio Mita de la Unidad de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares. También al Dr. José Luis San Miguel del Instituto de Investigación en Salud y Desarrollo de la UMSA por proporcionarnos el software WHO AntroPlus.

#### REFERENCIAS

- Compton A. H. (1923), *Philos. Mag.* **45**, 1121.  
 Yoneda Y. & Horiuchi T. (1971), *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 1069.  
 Klockenkamper R. (1996), *Total reflection x-ray fluorescence analysis* (Nueva York: Wiley)  
 Memon A-ur-R., Kazi T. G., Afridi H. I., Jamali M. K., Arain M. B., Jalbani N. & Syed N. (2007), *Clin. Chim. Acta* **379**, 66  
 Nascimento Filho V. F., Poblete V. H., Parreira P. S., Matsumoto E., Simabuco S. M., Espinoza E. P. & Navarro A. A. (1999), *Biol. Trace. Elem. Res.* **71**, 423  
 de Onis M., Onyango A. W., Borghi E., Siyam A., Chizuru N., Nishida C. & Siekmann J. (2007), *B. World Health Organ.* **85**, 660.  
 Bertazzo A., Costa C., Biasolo M., Allegri G., Cirrincione G. & Prestim G. (1996), *Biol. Trace. Elem. Res.* **52**, 37.  
 Heinersdorff N. & Taylor T. G. (1979), *Arch. Dis. Child.* **54**, 958.  
 Gibson R. S., Skeaff M. & Williams S. (2000), *Biol. Trace. Elem. Res.* **75**, 65.  
 Weisstaub S. G., Bustos M., Olivares M., Castillo D. C. & Araya M. (2004), *Rev. Bol. Ped.* **42**, 77.  
 Weber C. W., F. W., Nelson G. W., de Vaquera M. & Pearson P. B. (1990), *J. Trop. Pediatrics* **36**, 230.

## RESULTADOS DEL EXPERIMENTO ALICE PARA LA FÍSICA DE RAYOS CÓSMICOS<sup>†</sup>

### RESULTS OF ALICE EXPERIMENT FOR THE COSMIC RAY PHYSICS

MARTIN A. SUBIETA VASQUEZ

Dipartimento di Fisica Università di Torino e INFN, Italia  
Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario. Casilla 8635  
La Paz, Bolivia

(Recibido 11 de Marzo de 2014; aceptado 21 de Abril de 2014)

#### RESUMEN

Durante el verano de 2009 e invierno de 2010 se registró un gran número de eventos de muones atmosféricos, dicho registro se utilizó para la calibración, alineamiento y puesta en marcha de la mayoría de los detectores del experimento ALICE (A Large Hadron Collider Experiment) localizado en el CERN (Ginebra, Suiza). En este artículo se presenta el análisis de una parte de estos datos con el fin de estudiar, por un lado, el desempeño del aparato experimental y, por otro lado, el estudio de las mediciones realizadas que están conectadas con la física de rayos cósmicos. Se presentan los resultados de las mediciones preliminares de la razón  $\mu^+/\mu^-$  para muones atmosféricos casi verticales (ángulo cenital entre  $0^\circ$  y  $20^\circ$ ) registrados por los detectores centrales de ALICE, y para muones casi horizontales (ángulo cenital entre  $70^\circ$  y  $85^\circ$ ) registrados por el espectrómetro de muones de ALICE. Finalmente, se realiza una comparación entre los resultados hallados y los datos de experimentos pasados.

Código(s) PACS: 14.60.Ef — 95.55.Vj

*Descriptores:* Muones — Detectores de partículas elementales y rayos cósmicos.

#### ABSTRACT

A large number of events of atmospheric muons was registered and used to calibrate, align and set to work several of the ALICE (A Large Hadron Collider Experiment) experiment detectors located at CERN (Geneve, Switzerland). In this article we present the analysis of a part of these data aimed at studying the performance of the experimental apparatus and also at studying the measurements connected with the cosmic ray physics. We present the results of preliminary measurements of the  $\mu^+/\mu^-$  ratio for quasi-vertical atmospheric muons (zenital angle between  $0^\circ$  and  $20^\circ$ ) registered by the central detectors of ALICE and for quasi-horizontal muons (zenital angle between  $70^\circ$  and  $85^\circ$ ) registered by the muon spectrometer of ALICE. Finally, we compare these results with the data of previous experiments.

*Subject headings:* Muons — Elementary particle and cosmic ray detectors.

#### 1. INTRODUCCIÓN

ALICE es uno de los cuatro experimentos del LHC (Large Hadron Collider) localizado en el CERN, Ginebra, Suiza. ALICE está principalmente dedicado al estudio de una nueva fase de la materia conocida como QGP (Quark Gluon Plasma), el cual es creado en colisiones de iones pesados a energías de  $\sqrt{s} = 14$  TeV. No obstante que sea éste el principal objetivo de ALICE, el experimento es capaz de detectar también muones atmosféricos producidos a grandes altitudes de la atmósfera terrestre, por el decaimiento de mesones ( $\pi^\pm, K^\pm$ ), los cuales a su vez son producidos por colisiones de partículas muy

energéticas con los átomos de la atmósfera. Dichas partículas provienen del espacio exterior, y son conocidas como rayos cósmicos. Las sorprendentes capacidades de los detectores de ALICE hacen posible que se realicen mediciones con alta precisión. Como ALICE está localizado a 40 metros bajo tierra con  $\sim 30$  metros de roca, solamente muones muy energéticos ( $E_\mu > 15$ ) GeV pueden alcanzar los detectores de ALICE. En este sentido los detectores centrales han sido empleados para el estudio de los así llamados *muones casi-verticales*, y éstos son: ACORDE (Alice COsmic Ray Detector), TOF (Time Of Flight), TPC (Time Projection Chamber) and SPD (Silicon Pixel Detector). Además ha sido también empleado el espectrómetro de muones Forward Muon Spectrometer (FMS) para detectar los así llamados *muones casi-horizontales*.

<sup>†</sup>Presentado en Epiphany 2011, conferencia desarrollada en Cracovia, Polonia

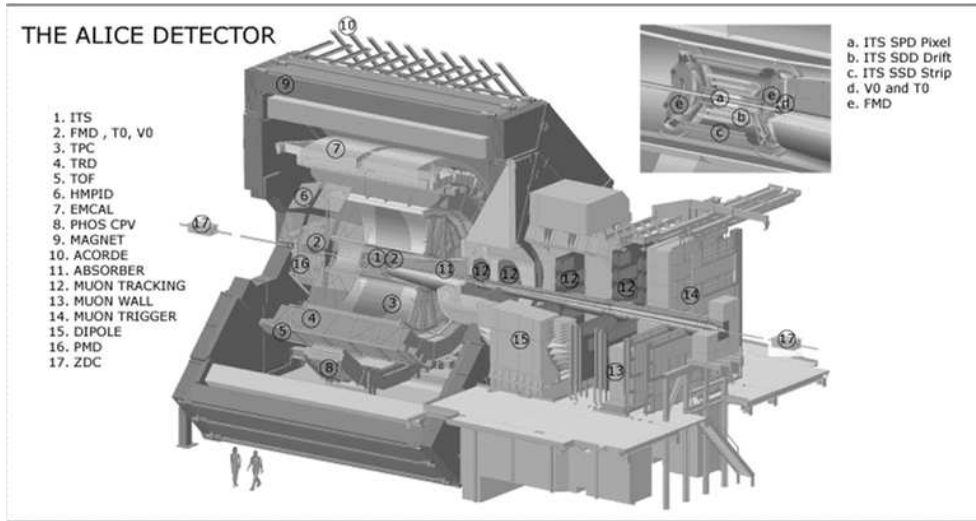
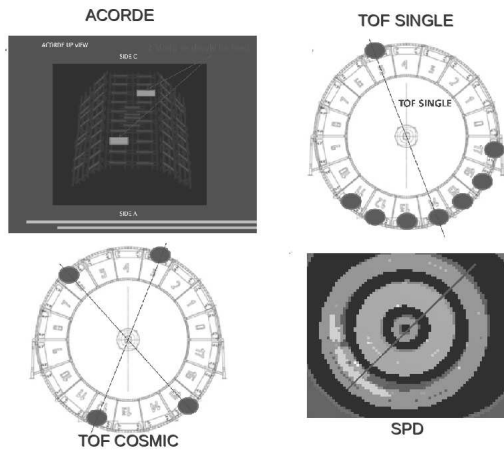
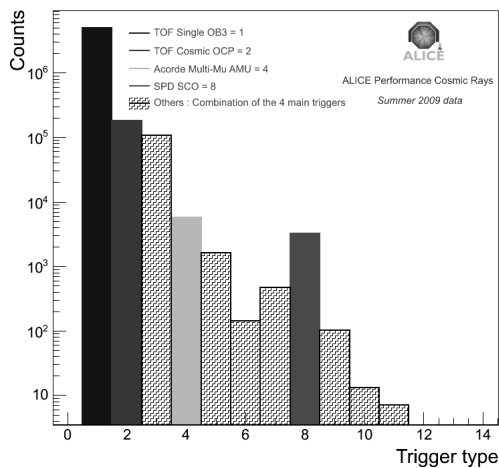


FIG. 1.— El experimento ALICE.



(a)



(b)

FIG. 2.— Vista esquemática de los cuatro triggers implementados (a). Distribución del sistema de trigger implementado y combinaciones de éste TOF SINGLE azul, TOF COSMIC en rojo, ACORDE en verde y SPD en violeta (b).

## 2. SISTEMA DE TRIGGER (DISPARO) DE LOS DETECTORES CENTRALES USADO PARA LOS MUONES ATMOSFÉRICOS

Triggers específicos han sido implementados para detectar los muones atmosféricos, los cuales atraviesan los detectores centrales de ALICE (véase Fig. 1). Para éste propósito, tres detectores han sido considerados: ACORDE, TOF y SPD.

**ACORDE** tiene 60 centelladores plásticos localizados encima del magneto de ALICE. El trigger es dado por una doble coincidencia (dos centelladores) llamada ACORDE MULTIMU (AMU) (véase Fig. 2(a)).

**TOF** con una geometría cilíndrica que rodea completamente la TPC, esta compuesto por un arreglo de MRPC (Multi Resistive Plate Chambers). Dos tipos de triggers fueron implementados. El primero fue llamado TOF SINGLE (OB3), el cual requería al menos un pad activado (por un muón atravesando el TOF) en la parte superior del detector y otro pad en la parte inferior o cualquiera de los tres pads más próximos, en ambos casos. En la Fig. 2(a) se muestra la idea del trigger implementado. El segundo trigger llamado TOF COSMIC (OCP) fue dado por la coincidencia de cuatro pads independientemente de su posición en el arreglo (véase Fig. 2(a)).

**SPD** está conformado por dos capas de módulos de silicio localizados muy cerca del punto de interacción del aparato. El trigger para muones atmosféricos fue dado por la coincidencia de dos módulos en la parte opuesta de la mitad de la capa más externa del detector (véase Fig. 2(a)).

En la figura 2(b) se muestra la distribución del sistema de trigger utilizado en la muestra de datos que corresponden a eventos de muones atmosféricos registrados durante el verano del 2009.

La mayoría de los eventos ha sido proporcionado por el trigger TOF SINGLE (OB3), mientras que TOF COSMIC (OCP) hace una selección de eventos con alta multiplicidad pero el rate de eventos es más bajo que OB3 por un factor casi 20. ACORDE MULTIMU ha tenido un rate muy bajo por que requería



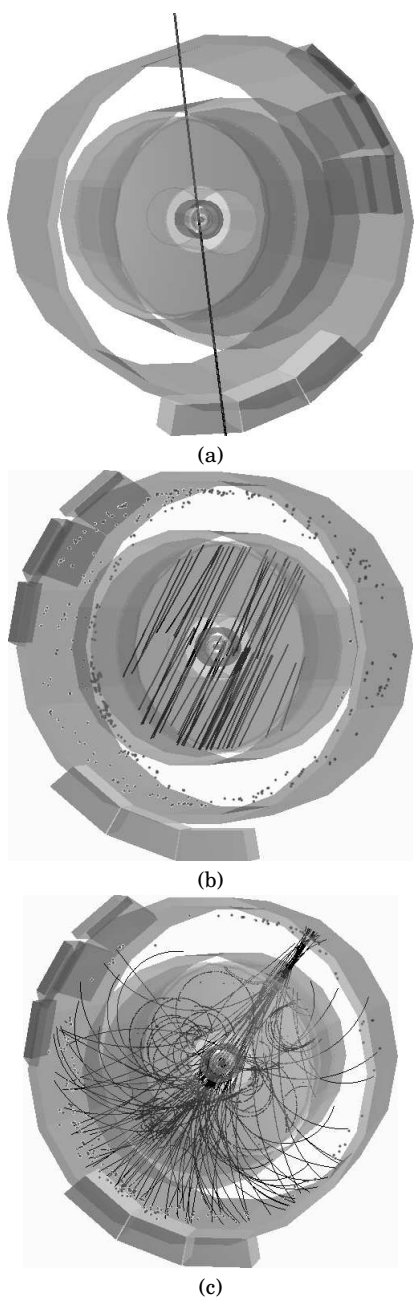


FIG. 3.— Un solo muón atravesando la TPC (a), Ejemplo de un evento de alta multiplicidad (b) y ejemplo de un evento de interacción del muón con el material circundante (c).

una coincidencia de al menos dos centelladores mientras que el SPD también muestra un rate bajo debido al área reducida del detector.

### 3. MUONES ATMOSFÉRICOS REGISTRADOS POR LA TPC

Los muones atmosféricos normalmente atraviesan toda la TPC, desde la parte superior hasta la inferior. El método estándar utilizado para reconstruir las trayectorias de los muones (tracks), que en principio fue optimizado para reconstruir partículas producidas en las colisiones p-p, Pb-Pb, usando dos tracks por trayectoria, una superior (track up) y otra inferior (track down) considerando un semi-cilindro en ambos casos. La idea central se muestra en la

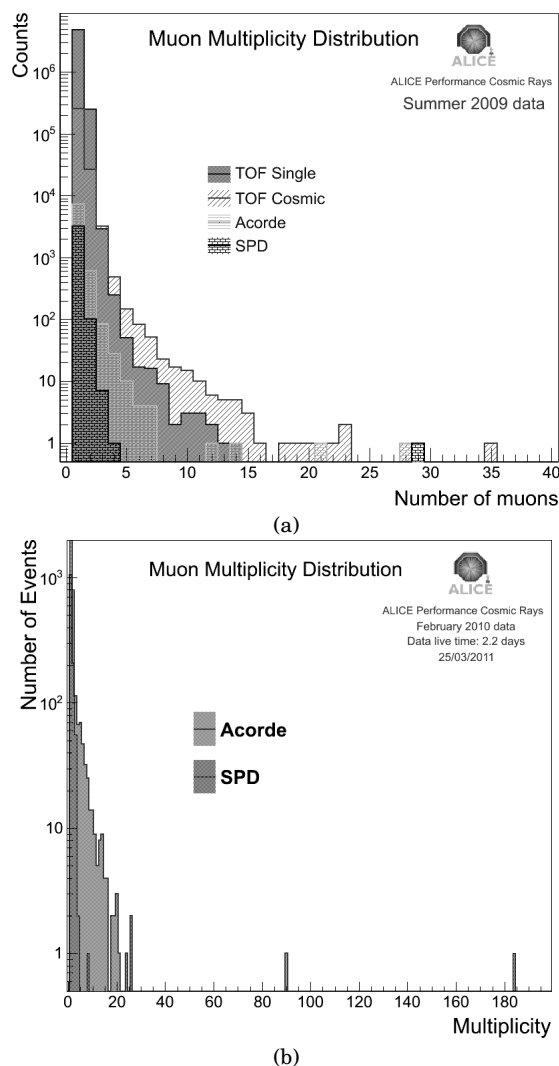


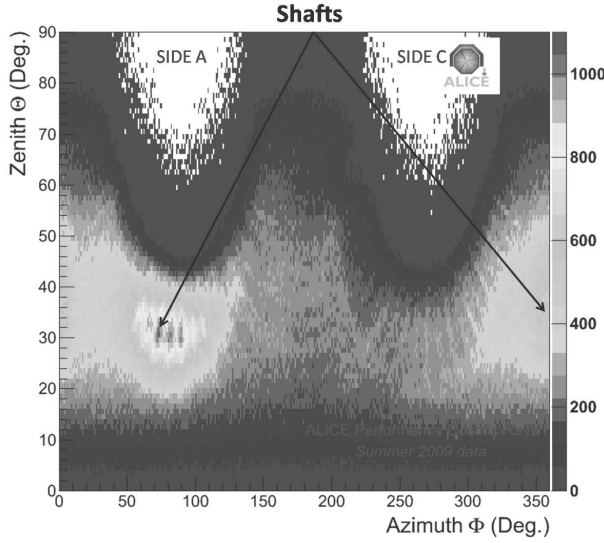
FIG. 4.— Distribución de la multiplicidad de muones: para los datos del 2009 (4 triggers usados) (a), para los datos de febrero del 2010 (2 triggers usados) (b).

Fig. 3(a). A cada track es asociado un momento, es decir ( $P_{up}$  and  $P_{down}$ ) respectivamente.

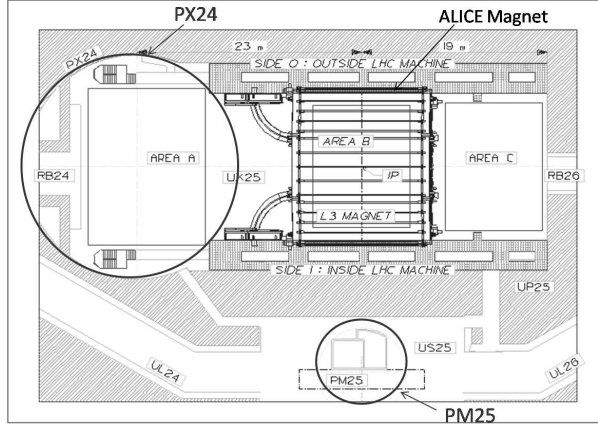
Con el fin de obtener el entero track del muón, y contar el exácto número de estos, especialmente en eventos con alta multiplicidad, ha sido implementado un algoritmo especial para unir ambos tracks (up y down) correspondiente a cada track del muón atmosférico.

Además aplicando nuestro algoritmo fuimos capaces de distinguir entre eventos de alta multiplicidad (véase Fig. 3(b)) con los de interacción del muón, los cuales pueden ser producidos cuando un muón muy energético interactúa con el magneto de hierro y produce un chubasco de partículas que atraviesan la TPC como se muestra en la Fig. 3(c).

Como el método estándar media el momento  $P_{up}$  and  $P_{down}$  de las partículas separadamente asociada a cada track (up-down), fue desarrollado un nuevo método para el caso de los muones atmosféricos. Éste calculaba el momento del muón tomando en cuenta todo el track es decir (up+down). Para ello se desarrollaron también simulaciones MC para estudiar



(a)



(b)

FIG. 5.— Ángulos zenital vs azimutal de muones llegando en ALICE (a). La estructura de los shafts de ALICE se hacen visibles en correspondencia al número de muones y sus direcciones (b).

y mejorar éste nuevo método, obteniéndose así una resolución en momento de  $\sim 30\% - 35\%$  a 100 GeV/c.

#### 4. ANÁLISIS DE LOS DATOS CON LOS DETECTORES CENTRALES

La muestra de datos registrados durante el verano de 2009 correspondía a 2.5 días de tiempo efectivo, con más de 5 millones de eventos de muones atmosféricos, mientras que los datos de febrero del 2010 correspondían solo a 25000 eventos registrados en 2 días de tiempo efectivo. La diferencia se debió a la ausencia del detector TOF en el sistema de trigger usado en 2010. En las siguientes secciones se muestra solo el análisis de los datos de eventos estándar es decir (eventos de un solo muón o eventos de alta multiplicidad), descartándose así los eventos de interacción.

#### 4.1. Multiplicidad de los muones y su distribución angular

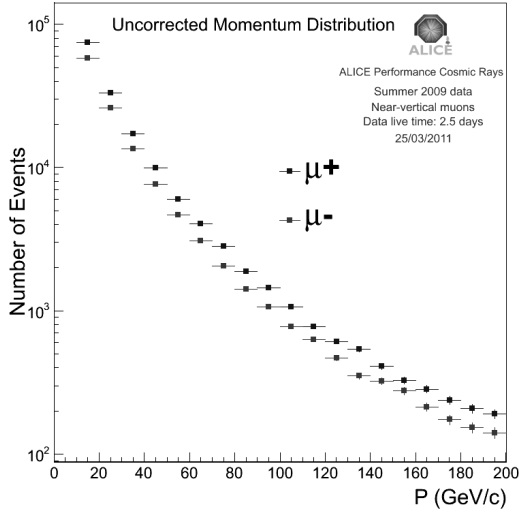
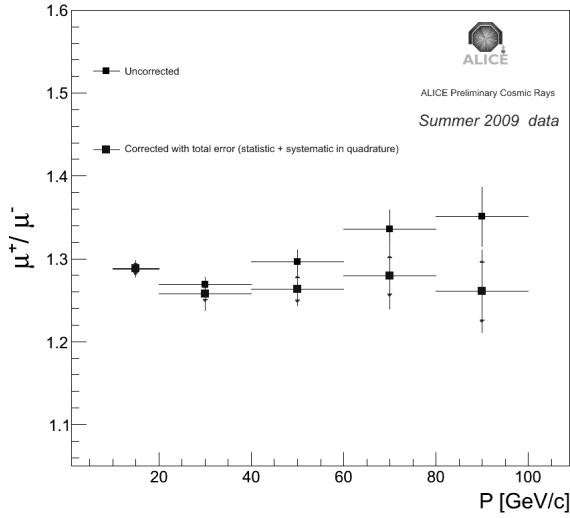
Adoptando el nuevo algoritmo de reconstrucción y el criterio de trigger previamente explicado, se hizo el estudio de la muestra de datos. La distribución de la multiplicidad de muones para los diferentes tipos de trigger de los datos de 2009 se muestra en la Fig. 4(a) mientras que para los datos de 2010 se muestra en la Fig. 4(b). Hemos comparado las distribuciones obtenidas con las simulaciones suponiendo una composición del rayo cósmico primario de solo protones o hierro, correspondientes a 30 días de toma de datos, con el fin de estudiar la correspondencia entre los datos experimentales y los simulados. Para las simulaciones se usó Corsika con el modelo de interacción hadrónica conocido como QGSJET2. Sorpresivamente se encontraron dos eventos de muy alta multiplicidad con los datos de 2010, los cuales resultan muy difícil de explicar con los actuales modelos de interacción hadrónica que se tienen. En uno de los eventos se cuentan (usando nuestro algoritmo) 89 muones con una densidad de  $\sim 6\mu/m^2$  y en otro evento se contaron 182 muones con una densidad de  $\sim 12\mu/m^2$ . Hemos estimado que ambos eventos han debido ser generados por un primario con una energía más grande de  $10^{16}$  eV. La probabilidad de detectar eventos de alta multiplicidad en 5 días de toma de datos es muy baja, especialmente para eventos con más de 100 muones, el cual se estimó en un evento por tres días de toma de datos.

La distribución de los ángulos zenital vs azimutal de los muones seleccionados con el trigger TOF SINGLE (OB3) se muestra en la Fig. 5(a). La correlación de éstos dos ángulos muestra un incremento en el número de muones en la dirección correspondiente a los dos shafts PX24 y PM25 de ALICE localizados cerca del aparato experimental los cuales se muestran en la Fig. 5(b). La pérdida de energía de los muones atravesando toda la roca encima de ALICE es  $\sim 15 - 16$  GeV y disminuye cuando los muones pasan a través de los shafts, incrementándose así el número de muones en esas direcciones (las regiones verde, amarillo y rojo en la figura). Considerando que los muones con ángulo zenital en el rango  $0^\circ - 20^\circ$  (*muones casi-verticales*) no son afectados por los shafts, por lo cual son tomados en cuenta para la medida de la razón  $\mu^+/\mu^-$ .

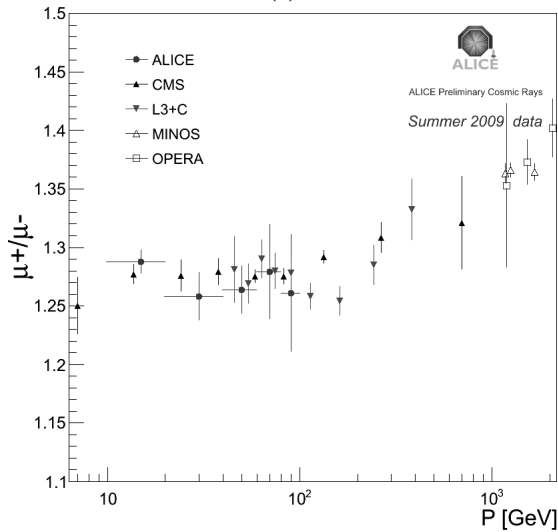
#### 4.2. Medida de la razón $\mu^+/\mu^-$ para muones casi-verticales

Se toma en cuenta la muestra de datos obtenida para los (*muones casi-verticales*) con el trigger TOF SINGLE y seleccionando eventos con solo dos tracks en la TPC y por tanto un solo muón reconstruido. Se pudo deducir de Fig 6, en la cual se grafica la distribución del momento de los muones *no corregida* para  $\mu^+$  and  $\mu^-$  al nivel de ALICE hasta  $P = 200$  GeV/c, lo cual nos da un muestra de eventos limpia en la cual no se observaron anomalías.

Por lo tanto, estudiamos la razón  $R_\mu = \frac{N_{\mu^+}}{N_{\mu^-}}$  en


 FIG. 6.— Distribución de momento no corregido para  $\mu^+$  and  $\mu^-$ .


(a)



(b)

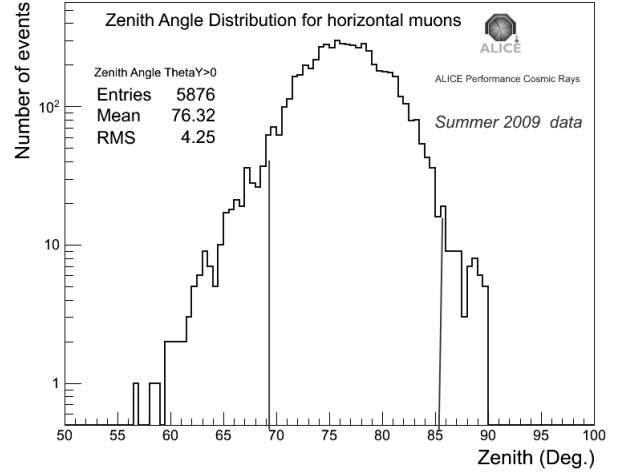
 FIG. 7.— Comparación de la razón  $\mu^+/\mu^-$  corregido con la no corregida, en función del momento, tomando en cuenta los errores estadísticos y experimentales (a). Comparación de la razón  $\mu^+/\mu^-$  con otros experimentos (b).


FIG. 8.— Distribución del ángulo zenital para muones casi horizontales

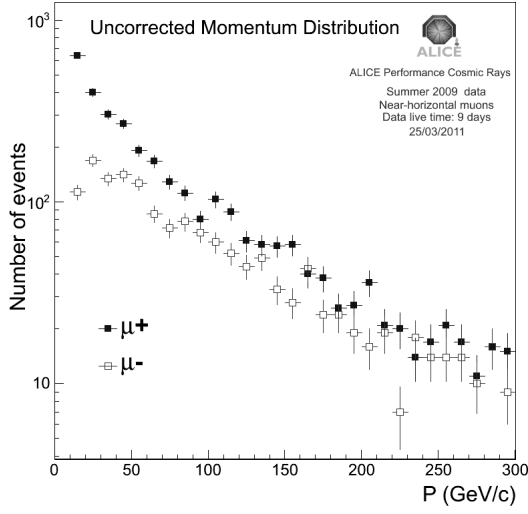
el rango de momento  $10 < P < 100$  GeV/c a nivel de ALICE. Se han seleccionado muones con  $P > 10$  GeV/c con el fin de eliminar efectos de borde de la roca encima de ALICE, y grandes diferencias en las eficiencias entre  $\mu^\pm$  a bajo momento debido a la gran curvatura de los tracks provocado por el campo magnético. Limitamos la medida experimental hasta  $P = 100$  GeV/c porque la resolución encontrada con este valor del momento es razonable ( $\sim 30\% - 35\%$ ). En la figura Fig 7(a) se muestra la razón corregida<sup>1</sup> comparada con la no corregida. El valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$  corregida incluyendo los errores estadísticos y sistemáticos por cada bin, en el intervalo  $10 < P < 100$  es  $R_\mu = 1.275 \pm 0.006(stat.) \pm 0.01(syst.)$ .

Uno de los resultados más significativos fue obtenido por la colaboración L3+C la cual publicó el valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$   $1.285 \pm 0.003(stat.) \pm 0.019(syst.)$  (Archad *et al.* 2004), una medida más reciente y precisa de  $\mu^+/\mu^-$  fue reportada por la colaboración CMS (Compact Muon Solenoid), publicando un valor de la razón de carga  $\mu^+/\mu^-$  de  $1.2766 \pm 0.0032(stat.) \pm 0.0032(syst.)$  considerando  $P < 100$  GeV/c (CMS-Collaboration 2010). En la figura Fig 7(b) se muestran nuestros resultados comparados con los de los otros dos experimentos L3+C y CMS, en la cual se puede ver el buen acuerdo de nuestros resultados con los otros dos citados en la región del momento  $P < 100$  GeV/c.

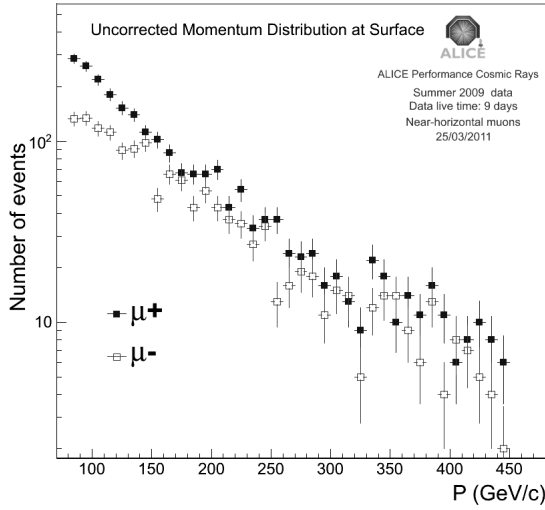
##### 5. MUONES CASI-HORIZONTALES DETECTADOS POR EL FORWARD MUON SPECTROMETER (FMS) DE ALICE

El FMS consiste en 5 cámaras de tracking (2 para el trigger) y un dipolo magnético (véase Fig. 1). Aunque este fue diseñado para detectar específicamente muones producidos en colisiones en el LHC, es también posible detectar los muones atmosféricos con gran ángulo zenital, y por consiguiente estudiarlos. Cerca a 9 días de datos han sido

<sup>1</sup> La corrección del valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$ , fue obtenida por estudios detallados basados en simulaciones MC, con el fin de estimar los efectos de la migración de las entradas en los diferentes bins debido a la resolución del momento y a la eficiencia del aparato experimental en la detección de  $\mu^\pm$ .



(a)



(b)

FIG. 9.— Distribución de momento no corregido para  $\mu^+$  and  $\mu^-$  hasta  $P = 400$  GeV/c al nivel de ALICE (a) y al nivel de la superficie (b).

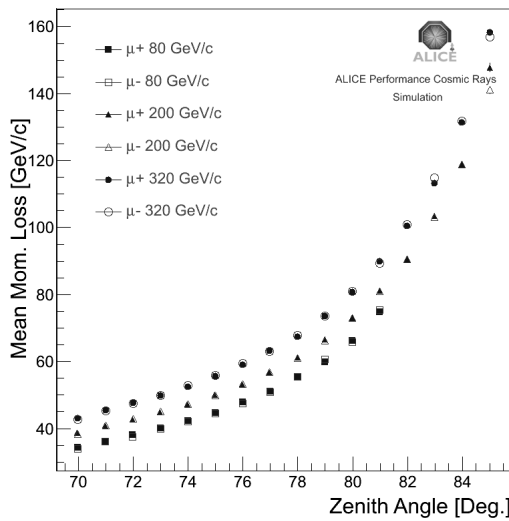
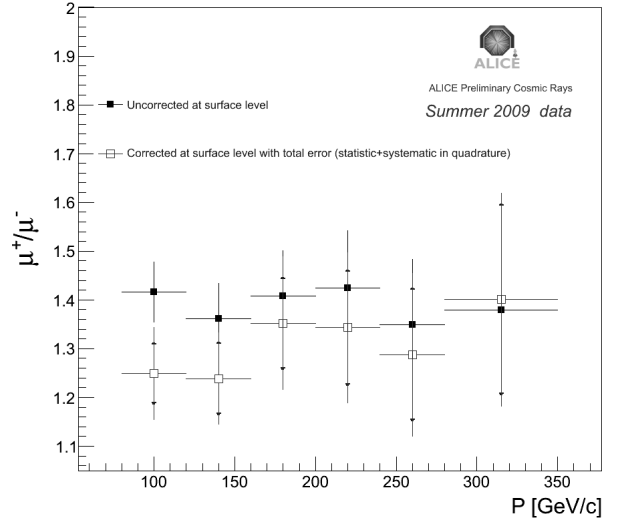
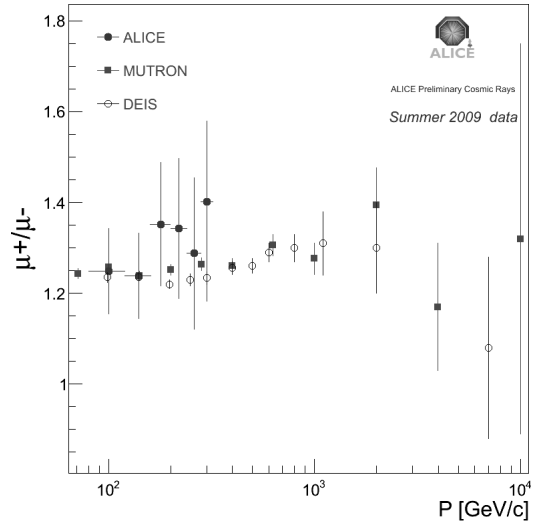


FIG. 10.— Momento perdido medio en función del ángulo zenital para tres valores fijos de la energía.



(a)



(b)

FIG. 11.— Razón  $\mu^+/\mu^-$  corregida en función del momento con los errores sistemáticos y estadísticos, comparado con el no corregido (a). Comparación de nuestros resultados con otros experimentos : MUTRON y DEIS (b).

recolectados durante el verano europeo del 2009, sumando así un total de poco más de 8000 eventos. Seleccionando de este modo solo los muones que atraviesan el FMS en la dirección de los detectores centrales de ALICE hacia las cámaras que dan el trigger del FMS (el mismo trigger utilizado para el caso de colisiones), la muestra se reduce a 5876 eventos los cuales tienen una distribución angular que se muestra en la figura Fig. 8. El análisis se realiza con muones de ángulos zenitales entre  $70^\circ$  y  $85^\circ$ .

### 5.1. Medida de la razón $\mu^+/\mu^-$ para muones casi-horizontales

La distribución de momento no corregida para  $\mu^\pm$  al nivel de ALICE para la muestra de datos seleccionados se muestra en la figura Fig. 9(a). Los muones con bajo momento ( $P < 10$  GeV/c), son fuertemente afectados por la combinación de los campos magnéticos del L3 (circundando los detectores centrales) y por el dipolo magnético del FMS, provo-

cando una gran diferencia en la aceptancia y eficiencia entre  $\mu^\pm$ . Haciendo un corte en  $P > 10$  GeV/c asegura una mejor simetría entre las dos partículas cargadas.

La distribución de momento en la superficie ha sido obtenida calculando la pérdida de energía<sup>2</sup> de los muones en la roca con estudios detallados de Monte Carlo MC. En la figura Fig. 10 se muestra el momento medio perdido por los muones para  $\mu^\pm$  para tres valores fijos de la energía que está dada en función del ángulo zenital. La distribución de momento no corregido para  $\mu^\pm$  al nivel de la superficie después de incluir la pérdida de momento se muestra en la figura Fig. 9(b).

Como la estadística de los muones horizontales es baja, la medida de la razón  $R_\mu$  se realizó en el rango de momento  $80 < P < 320$  GeV/c con bins de momento  $\Delta P = 40$  GeV/c. El límite más bajo ha sido elegido para evitar grandes asimetrías entre  $\mu^\pm$ , mientras que el límite superior se estableció debido a que se tiene una resolución<sup>3</sup> del momento razonable, reduciéndose así los efectos de un posible mal alineado de las cámaras de tracking del FMS.

La razón no corregida  $R_\mu$  en función al momento el nivel de la superficie se muestra en la figura Fig. 11(a) comparado con la razón corregida<sup>4</sup>, tomando en cuenta los errores estadísticos y sistemáticos.

El valor encontrado para  $R_\mu$  en todo el rango de momento  $80 < P < 320$  GeV/c es:  $R_\mu = 1.27 \pm 0.04(stat.) \pm 0.1(syst.)$ . Los errores sistemáticos

grandes son debido principalmente a la incertidumbre en la estimación del alineado de las cámaras del detector.

En los resultados de los experimentos MUTRON y DEIS, se dedicaron a la medida de la razón de la carga para muones casi-horizontales como se muestra en la figura Fig 11(b) comparada con nuestros resultados. El valor reportado por MUTRON en la región del momento  $100 < P < 600$  fue  $R_\mu = 1.251 \pm 0.005(stat.)$  (Matsuno *et al.* 1984).

## 6. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

La medida de la razón  $R_\mu$  desarrollada con los detectores centrales del experimento ALICE para muones casi-verticales y para los muones casi-horizontales con el detector FMS de ALICE están de acuerdo con las previas medidas realizadas por los experimentos CMS y L3+C para el primer caso y MUTRON, DEIS para el segundo. Nuestras mediadas experimentales son preliminares porque: primero, nuestra estadística es baja comparada con los otros experimentos, segundo, los datos han sido tomados durante el período de calibración del aparato experimental y finalmente, los datos han sido tomados siempre con la misma polaridad de los dos campos magnéticos. Pese a que todas estas mejoras pueden ser realizadas en el futuro, con este trabajo se demostró que mediciones precisas en la física de rayos cósmicos puede ser desarrollada con el experimento ALICE.

## REFERENCIAS

Archad P. *et al.* (2004), *Phys. Lett.* **B598**, 15  
CMS-Collaboration (2010)

Matsuno S. *et al.* (1984), *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1

<sup>2</sup> El momento perdido medio es obtenido como el valor más probable de la distribución de Landau ajustada a los datos MC

<sup>3</sup> Mediante estudios MC se encontró una resolución del momento  $\sim 22\%$  a 200 GeV/c medido al nivel de ALICE

<sup>4</sup> Tres correcciones han sido consideradas: la migración de los

valores del momento en los bins debido a la resolución del momento, la confusión en la asignación de la carga al muón por el aparato y la eficiencia en la detección de  $\mu^\pm$  en función del ángulo zenital

## BITS CUÁNTICOS EN UN CIRCUITO LC CON CARGA DISCRETA

### QUANTUM BITS IN A LC CIRCUIT WITH DISCRETE CHARGE

M. CALCINA NOGALES<sup>a,b,†</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Tarapacá,  
Casilla 7-D, Arica, Chile

<sup>b</sup>Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá,  
Casilla 7-D, Arica, Chile

(Recibido 26 de Febrero de 2014; aceptado 29 de Abril de 2014)

#### RESUMEN

Se propone un circuito LC con carga eléctrica discreta como sistema alternativo para la realización de un bit cuántico. Considerando la energía de una fuente oscilatoria como perturbación, se da una descripción de la manipulación de un bit cuántico a través de las oscilaciones de Rabi. A diferencia de las oscilaciones de Rabi estándar, se demuestra que la frecuencia de Rabi tiene una dependencia con el parámetro mesoscópico  $C/L$ .

Código(s) PACS: 85.85.+j — 03.67.-a — 73.23.-b

*Descriptores:* Sistemas nano-electromecánicos — Información cuántica (qubits) — Transporte electrónico (en sistemas mesoscópicos)

#### ABSTRACT

We propose an LC circuit with discrete electric charge as an alternative system for the realization of a quantum bit. Considering the energy of an oscillatory source as a perturbative term, we describe the manipulation of such quantum bit by means of Rabi oscillations. Unlike the standard Rabi oscillations, we show that the Rabi frequency depends on the mesoscopic parameter  $C/L$ .

*Subject headings:* Nano-electromechanical systems — Quantum information (qubits) — Electronic transport (in mesoscopic systems)

#### 1. INTRODUCCIÓN

La teoría mesoscópica y nanofísica son hoy en día importantes áreas de investigación gracias a sus diversas aplicaciones en nanotecnología (Imry 1997; Datta 2005, 1995). Dichos campos contemplan dispositivos tales como: puntos cuánticos, alambres cuánticos, resonadores electrónicos, corriente persistentes en anillos metálicos, etc. (Imry 1997; Datta 2005, 1995; Heiss 2005; de los Santos 2005; Gardner *et al.* 2001). En particular, muchos de estos sistemas pueden ser modelados y estudiados a través de los llamados circuitos cuánticos mesoscópicos (Li & Chen 1996), los cuales tienen como característica sustancial contemplar en su teoría la naturaleza discreta de la carga eléctrica. Fenómenos tales como bloqueo de Coulomb (Chen *et al.* 2005), corrientes persistentes (Li & Chen 1996), magnificación en la corriente cuántica (Flores *et al.* 2002) han sido estudiados dentro de este contexto.

El presente trabajo, muestra una nueva aplicación de la teoría de circuitos cuánticos a la computación cuántica (Nielsen & Chuang 2000). La computación

cuántica ha prometido ventajas importantes desde el punto de vista de la realización de tareas computacionales en tiempos menores que cualquier ordenador convencional. Existen varios sistemas propuestos y ampliamente estudiados como candidatos para construir bits cuánticos (qubits) (Nakahara & Ohmi 2008). En el contexto estándar, una computadora clásica de un bit es una máquina que toma una entrada de 0 o 1, y calcula la correspondiente salida  $f(0)$  o  $f(1)$  evaluando la función  $f$  dos veces. Por otro lado, una computadora cuántica de un bit puede tomar la superposición de los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , como entrada, y debido a la linealidad de la mecánica cuántica la salida será la superposición  $F(|0\rangle+|1\rangle)$ , es decir, llevo a cabo dos cálculos en un solo paso (Heiss 2005).

En el presente trabajo, tratamos un candidato para la construcción de un bit cuántico (qubit), el cual es básicamente un circuito LC mesoscópico con carga discreta y con dos estados energéticos. Daremos una breve descripción del sistema LC y plantaremos las características necesarias para la construcción del bit cuántico. Asimismo, daremos la descripción de la manipulación de estos estados a través de las oscila-

<sup>†</sup>marcelmcn@gmail.com

ciones de Rabi.

## 2. CIRCUITO LC CON CARGA DISCRETA: CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS ESTADOS (QUBIT)

La manera más simple de construir un qubit es a través del uso de un sistema cuántico que actúe solamente entre dos niveles energéticos, por ejemplo, los estados fundamental y primer estado excitado de un circuito LC de carga continua. Sin embargo, en este sistema todas las transiciones entre estados vecinos son degenerados como resultado de la forma parabólica del potencial. Ello hace que cualquier intento de producir oscilaciones de Rabi, necesarias para la manipulación de estados cuánticos, originaría transiciones entre niveles superiores (le Bellac 2005) (participación de más de dos estados). De esta manera, la energía de transición entre los estados fundamental y primer estado excitado debe ser suficientemente diferente con la energía de las transiciones entre niveles superiores (Devoret *et al.* 2004), ello con el fin de que al sistema le sea menos accesible dichos niveles energéticamente altos y así reducir el sistema  $n$ -dimensional a uno de dos niveles. Para lograr esta diferencia se debe introducir efectos no lineales, en nuestro caso, estos efectos son logrados a partir de la introducción de un inductor de carga discreta, la cual, como se verá, deberá originar un espectro no lineal. A continuación, damos la descripción del completo set de estados del sistema LC de carga discreta.

Acorde a la cuantización estándar, obtenemos un hamiltoniano clásico en función de las variables conjugadas  $q$  (carga) y  $\phi$  (flujo), luego, se asocia a cada una de estas variables clásicas un operador hermítico y el hamiltoniano cuántico correspondiente al sistema LC con carga discreta (Li & Chen 1996) es:

$$\hat{H} = \frac{\hat{q}^2}{2C} + \frac{2\hbar^2}{Lq_e^2} \text{sen}^2\left(\frac{q_e}{2\hbar}\hat{\phi}\right), \quad (1)$$

donde  $C$  es la capacitancia del condensador,  $L$  la inductancia del solenoide. Los operadores carga  $\hat{q}$  y flujo  $\hat{\phi}$  satisfacen la regla de conmutación  $[\hat{q}, \hat{\phi}] = i\hbar$ . Naturalmente, el primer término del lado derecho de la Ec. (1) hace referencia a la energía del capacitor y el segundo término a la energía del inductor. Notemos que en el límite  $q_e \rightarrow 0$ , la Ec. (1) se reduce al hamiltoniano usual de un circuito LC con carga continua.

Es posible reducir la ecuación de Schrödinger, para el hamiltoniano de la Ec. (1), a una forma de ecuación de Mathieu (Li & Chen 1996) cuya solución es ampliamente conocida. Las funciones de onda del sistema son:

$$\begin{aligned} \psi_{2r}(\phi) &= \text{ce}_{2r}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi, \xi\right) \quad \text{y} \\ \psi_{2r+2}(\phi) &= \text{se}_{2r+2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi, \xi\right), \end{aligned} \quad (2)$$

donde se ha tomado las soluciones de orden par debido a la periodicidad  $\pi$  de la función de onda

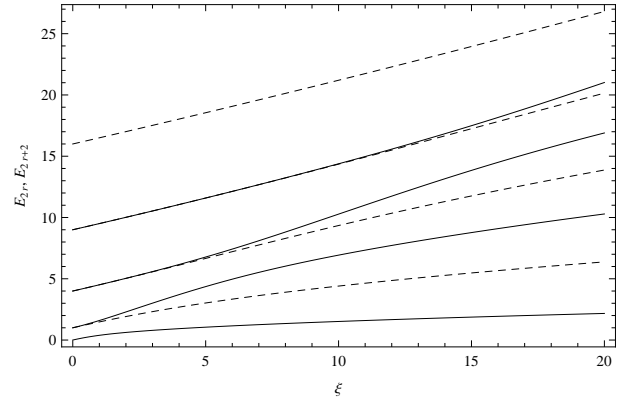


FIG. 1.— Espectro de energía como función de  $\xi$ . Las curvas sólidas y segmentadas corresponden a  $E_{2r}$  y  $E_{2r+2}$  respectivamente.

en el espacio  $q_e\phi/2\hbar$ . En este caso  $r = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\xi = (2\hbar/q_e^2)^2(C/L)$ ,  $\text{ce}(z, \xi)$  y  $\text{se}(z, \xi)$  son las funciones periódicas de Mathieu. El espectro de energía se expresa en términos de los valores  $a_{2r}$  and  $b_{2r+2}$  de la ecuación de Mathieu (McLachlan 1964; Abramowitz & Stegun 1970), dicho espectro es:

$$\begin{aligned} E_{2r} &= \frac{q_e^2}{8C} a_{2r}(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L} \quad \text{y} \\ E_{2r+2} &= \frac{q_e^2}{8C} b_{2r+2}(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L}. \end{aligned} \quad (3)$$

La figura 1 muestra el espectro del sistema  $E(\xi)$  como función del parámetro  $\xi$ . Naturalmente, es posible colocar al sistema en un régimen capacitivo o inductivo dependiendo del valor del parámetro. Cabe mencionar que este espectro es altamente no lineal y muy diferente al de un circuito LC de carga continua.

Ahora para construir un qubit, truncamos el espacio de Hilbert y nos quedamos con los dos primeros estados. Desde un punto de vista físico, el sistema puede adoptar cualquier estado del espacio de Hilbert multidimensional ( $r = 1, 2, \dots$ ). Sin embargo, notemos que la diferencia entre niveles contiguos de energía se hace aun más grande para niveles superiores de energía (Fig. 1). Esto es en un sentido muy conveniente, pues garantizamos que al sistema le sea menos accesible dichos niveles superiores, es decir, el sistema necesitará de energías aun más grandes para acceder a ellos. Naturalmente, esto es logrado siempre y cuando se mantengan las condiciones experimentales necesarias de mantener al sistema en órdenes de energía equivalentes a los primeros estados energéticos.

Las fluctuaciones térmicas pueden ser también una fuente de decoherencia<sup>1</sup> y el sistema podría adoptar otros estados cuánticos diferentes a los dos primeros estados  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$ , es por ello que se supone que las temperaturas son cercanas a cero satisfaciendo  $k_B T \ll \hbar\omega'(\xi)$ , donde  $\hbar\omega' = E_2(\xi) - E_0(\xi)$  está asociado con la diferencia de energía del primer estado excitado y el fundamental.

<sup>1</sup> La decoherencia, relacionada con la interacción del sistema cuántico con su entorno inmediato, originaria pérdida del carácter cuántico del sistema (Schlosshauer 2007).

Asumiendo lo previo, el espacio de Hilbert infinito puede ser reducido a aquel generando por los vectores  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  (bit cuántico). Luego tenemos que:

$$|\psi\rangle = Ae^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle + Be^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle, \quad (4)$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes de normalización,

$$|0\rangle \Leftrightarrow \sqrt{\frac{q_e}{2\pi\hbar}} \text{ce}_0\left(\xi, \frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi\right)$$

con autovalor:

$$E_0 = \frac{q_e^2}{8C}a_0(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2L}$$

y

$$|2\rangle \Leftrightarrow \sqrt{\frac{q_e}{2\pi\hbar}} \text{se}_0\left(\xi, \frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi\right)$$

con autovalor:

$$E_2 = \frac{q_e^2}{8C}b_2(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2L}.$$

### 3. MANIPULACIÓN DE QUBITS: OSCILACIONES DE RABI

La manipulación de un qubit es lograda a través de la aplicación de parámetros de control externo, como la de una onda de frecuencia  $\omega$  y amplitud  $\epsilon_0$ . Si la frecuencia de la onda aplicada al sistema es ajustada a la frecuencia de resonancia,  $\omega'$ , de la transición entre los estados  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ , un periódico intercambio de energía puede ocurrir entre la onda y el sistema de dos niveles. Este periódico intercambio es denominado

oscilaciones de Rabi (le Bellac 2005; Kok & Lovett 2010).

Para la manipulación de nuestro sistema de dos niveles (qubit), introducimos una fuente de potencial periódico  $\epsilon(t) = -\epsilon_0 \cos \omega t$ , como agente externo, y utilizamos la teoría estándar de perturbación en el tiempo (Bohm 1951) para la solución del problema. La energía de la fuente está dada por:

$$\hat{H}' = \hat{W} \cos \omega t, \quad (5)$$

donde  $\hat{W} = -\epsilon_0 \hat{q}$ .

Después de aplicar la perturbación  $\hat{H}'$ , tenemos la ecuación diferencial

$$(\hat{H} + \hat{H}')|\Psi\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} \quad (6)$$

con la función de onda

$$|\psi\rangle = A(t)e^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle + B(t)e^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle, \quad (7)$$

donde, en este caso, los coeficientes  $A$  y  $B$  son funciones del tiempo.  $A$  y  $B$  representan la amplitud de probabilidad de encontrar al sistema en los estados  $e^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle$  y  $e^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle$  respectivamente y en el tiempo  $t$ . Como consecuencia de la ortogonalidad de los estados  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  ( $\langle 0|0\rangle = 1$ ,  $\langle 2|2\rangle = 1$ ,  $\langle 0|2\rangle = 0$  y  $\langle 2|0\rangle = 0$  (McLachlan 1964)), se deduce que  $A^*(t)A(t) + B^*(t)B(t) = 1$ . Introduciendo la Ec. (7) en (6) y usando la propiedades de ortogonalidad tenemos:

$$\begin{pmatrix} \langle 0|\hat{W}|0\rangle \cos(\omega t) - \frac{\omega \hbar}{2} & \langle 0|\hat{W}|2\rangle \cos(\omega t) \\ \langle 2|\hat{W}|0\rangle \cos(\omega t) & \langle 2|\hat{W}|2\rangle \cos(\omega t) + \frac{\omega \hbar}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}' \\ \dot{B}' \end{pmatrix}, \quad (8)$$

donde previamente se utilizó las transformaciones  $A = A'e^{-it\omega/2}$  y  $B = B'e^{it\omega/2}$ . Todavía son inasequibles las soluciones de las Ecs. (8) debido a la dependencia en el tiempo del hamiltoniano. Sin embargo, existe una aproximación que puede ser usada para remover esta dependencia temporal. Para ello,

primero aplicamos la transformación unitaria

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} e^{-i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{i\omega t/2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

al hamiltoniano correspondiente de la Ec. (8). Ya que la transformación es dependiente del tiempo debemos redefinir la ecuación de Schrödinger en el nuevo marco rotado. De este modo, la ecuación de Schrödinger será  $(\hat{U}\hat{H}\hat{U}^\dagger - i\hbar\hat{U}\frac{\partial}{\partial t}\hat{U}^\dagger)|\psi\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle$ . Entonces, las Ecs. (8) se transforman en:

$$\begin{pmatrix} -\frac{\omega \hbar}{2} + \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\langle 0|\hat{W}|0\rangle}{2}(e^{-it\omega} + e^{it\omega}) & \frac{\langle 0|\hat{W}|2\rangle}{2}(1 + e^{-2it\omega}) \\ \frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{2}(1 + e^{2it\omega}) & \frac{\omega \hbar}{2} - \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\langle 2|\hat{W}|2\rangle}{2}(e^{-it\omega} + e^{it\omega}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'' \\ B'' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}'' \\ \dot{B}'' \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Ahora podemos aplicar el método de aproximación de onda rotante (Rotating wave approximation, RWA) (Kok & Lovett 2010), el cual consiste en despreciar aquellos términos que oscilan rápidamente.

Esta aproximación es válida siempre y cuando la onda externa tenga aproximadamente la frecuencia de resonancia  $\omega'(\xi)$ . Usando RWA las Ecs. (10) se



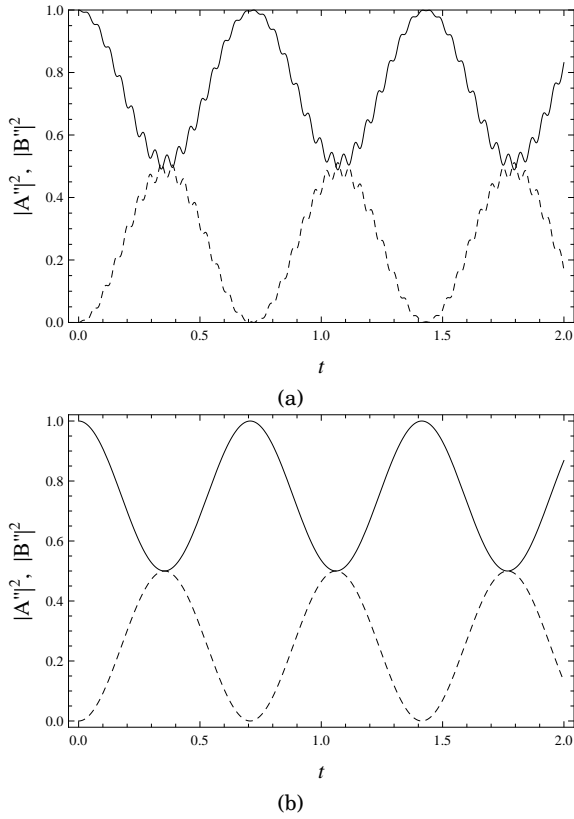


FIG. 2.— Solución numérica y analítica de las Ecs. (10) (a) y (11) (b) respectivamente como función del tiempo.

transforman en:

$$\begin{pmatrix} -\frac{\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{2} & \frac{\langle 0|\hat{W}|2\rangle}{2} \\ \frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{2} & \frac{\omega}{2} - \frac{\hbar\omega}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'' \\ B'' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}'' \\ \dot{B}'' \end{pmatrix}, \quad (11)$$

las cuales son sustentables si y solo si se cumple:

$$|\omega - \omega'| \ll \omega'.$$

Dada la remoción de la dependencia temporal del hamiltoniano, las Ecs. (11) son resolubles por métodos estándares. Con las condiciones iniciales  $A''(0) = 1$  y  $B''(0) = 0$ , dichas soluciones son:

$$\begin{aligned} A''(t) &= \cos\left(\frac{Rt}{2}\right) - i\frac{\Delta}{R} \sin\left(\frac{Rt}{2}\right), \\ B''(t) &= -i\frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{\hbar R} \sin\left(\frac{Rt}{2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

#### REFERENCIAS

Abramowitz M. & Stegun I. A. (1970), *Handbook of Mathematical Functions* (Dover Publication, Inc., New York)  
 Bohm D. (1951), *Quantum Theory* (Prentice-Hall, Inc., New York)  
 Chen B. et al. (2005), *Phys. Lett. A* **335**, 103  
 Datta S. (1995), *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press)

donde  $R(\xi) = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$  (frecuencia de Rabi),  $\Delta = \omega - \omega'$  y  $\Omega^2 = |\langle 2|\hat{W}|0\rangle|^2/\hbar^2$ . La probabilidad de encontrar al sistema en el estado fundamental y excitado, en el tiempo  $t$ , es respectivamente

$$\begin{aligned} |A''(t)|^2 &= \cos^2\left(\frac{Rt}{2}\right) + \frac{\Delta^2}{R^2} \sin^2\left(\frac{Rt}{2}\right), \\ |B''(t)|^2 &= \frac{\Omega^2}{R^2} \sin^2\left(\frac{Rt}{2}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

La figura 2 muestra una comparación entre la solución numérica (2(a)) y la derivada con RWA (2(b)). La solución numérica converge hacia la analítica siempre y cuando se cumpla que  $|\Delta| \ll \omega'$ .

Como se mencionó, las oscilaciones de Rabi son importantes en la manipulación de estados cuánticos, particularmente, es posible generar las ondas  $\pi$  y  $\pi/2$ .

La oscilación entre los niveles  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  tiene una amplitud máxima cuando  $\Delta = 0$ , en tal caso tenemos  $|A''(t)|^2 = \cos^2(\frac{\Omega t}{2})$  y  $|B''(t)|^2 = \sin^2(\frac{\Omega t}{2})$ . Para poder cambiar el estado de  $|0\rangle$  a  $|2\rangle$  es suficiente ajustar el tiempo  $t$  durante el cual la onda actúa, es decir, se logra el cambio cuando el campo aplicado tiene la duración  $\Omega t/2 = (n + 1/2)\pi$ . En este caso diremos que habremos aplicado una onda  $\pi$ . Por otro lado, si deseamos que nuestro sistema sea una superposición de ambos estados, el campo debe ser aplicado en el tiempo  $\Omega t/2 = (n + 1/2)(\pi/2)$ , en dicho caso habremos aplicado una onda  $\pi/2$ .

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

A diferencia de un circuito LC con carga continua, el cual ofrece dificultades en la realización de qubits cuánticos (le Bellac 2005; Devoret *et al.* 2004), se ha propuesto un circuito LC con carga discreta como sistema alternativo para la construcción de dichos qubits. Se ha demostrado que este sistema multi-dimensional efectivamente puede ser reducido a un sistema de dos niveles, adecuado para la realización de un qubit. Una característica sustancial en nuestro sistema es la dependencia de la frecuencia de Rabi  $R$  con el parámetro mesoscópico  $C/L$ , lo cual sugiere la posibilidad de ajustar experimentalmente dicho parámetro a fin de manipular los bits cuánticos en un régimen capacitivo o inductivo respectivamente.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el proyecto UTA-MINEDUC, Convenio de Desempeño. Se agradece al Prof. César Flores (Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá; Arica, Chile) por sus valiosas sugerencias.

— (2005), *Quantum Transport: Atom to Transistor* (Cambridge University Press)  
 de los Santos H. J. (2005), *Principles and Applications of NanoMEMS Physics* (Springer, Berlin)  
 Devoret M. H., Wallraff A. & Martinis J. M. (2004)  
 Flores J. C. *et al.* (2002), *Phys. Rev. B* **66**, 153410

- Gardner J. W., Varadan V. K. & Awadelkarim O. O. (2001), *Microsensors, MEMS and Smart Devices* (Wiley and Sons, New York)
- Heiss D. (2005), *Quantum Dots: A Doorway to Nanoscale Physics* (Springer, Berlin)
- Imry Y. (1997), *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University Press)
- Kok P. & Lovett B. W. (2010), *Introduction to Optical Quantum Information Processing* (Cambridge University Press, New York)
- le Bellac M. (2005), *A Short Introduction to Quantum Information and Quantum Computation* (Cambridge University Press)
- Li Y. Q. & Chen B. (1996), *Phys. Rev. B* **53**, 4027
- McLachlan N. W. (1964), *Theory and Application of Mathieu Functions* (Dover, New York)
- Nakahara M. & Ohmi T. (2008), *Quantum Computing: From Linear Algebra to Physical Realizations* (CRC Press)
- Nielsen M. A. & Chuang I. L. (2000), *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge)
- Schlosshauer M. (2007), *Decoherence and the quantum-to-classical transition* (Springer, Berlin)