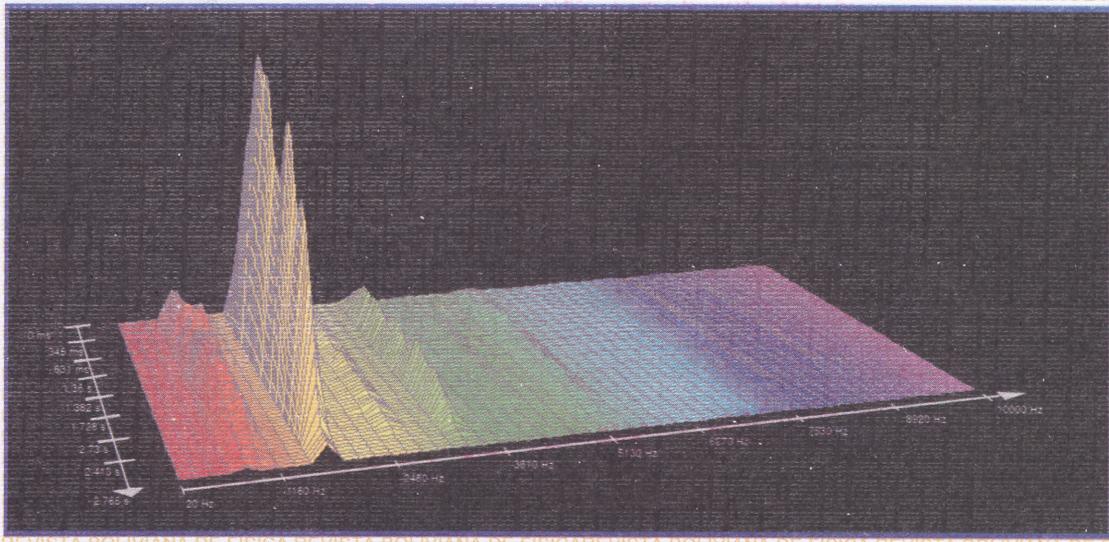


ISSN - 1562 - 3823

# REVISTA BOLIVIANA DE FISICA

NUMERO 18

MAYO 2011 • LA PAZ - BOLIVIA



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FISICAS  
CARRERA DE FISICA - UMSA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FISICA

---

## REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

Ésta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

### COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

**Dr. Diego Sanjinés Castedo**  
Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

Instituto de Investigaciones Físicas

**Lic. Alfonso Velarde Chávez**  
Email: avelarde@fiumsa.edu.bo

**Dr. Eduardo Palenque Vidaurre**  
Email: edyruy@yahoo.es

**Dr. Armando Reynaldo Ticona Bustillos**  
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Carrera de Física

**Lic. Deterlino Urzagasti**  
Email: urza@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

---

### CONSEJO EDITORIAL

**Dr. Oscar Antonio Rondón**

Institute of Nuclear and Particle Physics  
University of Virginia  
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901  
804 924-6787, USA  
Email: or@virginia.edu

**Dr. Pedro Pereyra Padilla**

Área de Física Teórica  
y Materia Condensada  
Uniiversidad Autónoma Metropolitana  
Azcapotzalco  
México DF  
Email: pereyrapedro@gmail.com

**Dr. Oscar Saavedra**

Dipartimento di Fisica Generale  
Universita di Torino, Italia  
Email: saavedra@to.infn.it

**Dr. Jason Gallas**

Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil  
Email: jgallas@if.ufrgs.br

**Dr. José Nogales**

Departamento de Ciências Exatas  
Campus Universitário  
Universidade Federal de Lavras  
37200-000 MG Brasil  
Email: jnogales@dex.ufla.br

**Dr. Carlos Navia**

Instituto de Física  
Universidade Federal Fluminense  
Av. Gen. Milton Tavares de Souza  
24210-340, Niterói, RJ-Brasil  
Email: gfcnoj@portela.if.uff.br

**Dr. Juan C. Muzzio**

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas  
Universidad Nacional de La Plata  
La Plata-Argentina  
Email: jmuzzio@fcaglp.fcaglp.unlp.edu.ar

**Ruben Mamani Paco PhD**

Ingeniería Ambiental  
Director de Operaciones, IEA  
La Paz, Bolivia  
Email: ruben775@yahoo.com

**Dr. Marcos Lujan Perez**

Depto. de Ingeniería y Ciencias Exáctas  
Universidad Católica Boliviana  
Unidad Académica Cochabamba  
Email: lujan@ucbca.edu.bo

**Dr. Ramiro de La Reza**

Observatorio Nacional CNPq  
Rua General Bruce 586  
20921-400 Rio de Janeiro-Brasil  
Email: delareza@danp6.on.br

---

ISSN 1562-3823



# Revista Boliviana de Física

PUBLICACIÓN DE  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS  
CARRERA DE FÍSICA  
UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS  
Y  
SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 18  
MAYO DE 2011

## **Revista Boliviana de Física**

**ISSN 1562-3823**

**Indexada en: SciELO, Latindex, Periódica**

<http://biblioweb.dgsca.unam.mx/latindex>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.  
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

*Diseño:* D. Urzagasti. & A.Ticona

*Dirección:* Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.

Tel: (591 2) 2792999; FAX: (591 2) 2792622.

*Portada:* Grafica 3D (nivel sonoro, frecuencia, tiempo) de un sonido del ayarachi yura prehispánico con multifonía tipo redoble. *Autor:* Arnaud Gérard A.

*Formato*  $\LaTeX_{\epsilon}$ . *Tipo de fuente utilizada:* newcentury

IMPRESO EN BOLIVIA — PRINTED IN BOLIVIA

## CONTENIDO

### A. ARTÍCULOS

|  |    |
|--|----|
| AUTOSIMILARIDADES EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO DE CHUA CON NO-LINEALIDADES DISCRETAS Y CONTINUAS<br><i>G. M. Ramírez Ávila &amp; J. A. C. Gallas</i> | 1  |
| FUNCIÓN EMPÍRICA DE DISTRIBUCIÓN LATERAL MUÓNICA<br><i>R. Bustos, A. Herrera, Y. Tsunesada &amp; J. Poma</i>   | 7  |
| ENSAYOS DE IMPACTO SOBRE LA JATATA ( <i>GEONOMA DEVERSA</i> ) BAJO DIVERSOS TRATAMIENTOS FÍSICOS<br><i>E. R. Palenque, F. Ghezzi &amp; C. Vargas</i>             | 17 |
| CARACTERIZACIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE OZONO SUPERFICIAL EN LA CIUDAD DE LA PAZ EN EL RÉGIMEN DE MADRUGADA<br><i>Wilmer Tapia Portugal &amp; Marcos Andrade</i>  | 26 |

### B. CONTRIBUCIONES Y REVISIONES

|  |    |
|--|----|
| EL SONAGRAMA UNA REPRESENTACIÓN PRÁCTICA DE LOS SONIDOS<br><i>Arnaud Gérard A.</i> | 37 |
|--|----|

### C. MEMORIAS DE LA REUNIÓN ANUAL DE LA SOBOFI U OTRAS REUNIONES DE FÍSICA

|   |    |
|---|----|
| XXII REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA<br><i>Sociedad Boliviana de Física</i> | 51 |
|---|----|

### D. ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

|  |    |
|--|----|
| ENSEÑANZA DE LA FÍSICA COMPUTACIONAL EN LA ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA-PERÚ<br><i>Lic. Edwin Llamoca Requena</i> | 55 |
| 15 <sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA, 5 <sup>ta</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA<br><i>Bustos R. et al.</i>                              | 60 |

AUTOSIMILARIDADES EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS  
DEL CIRCUITO DE CHUA CON  
NO-LINEALIDADES DISCRETAS Y CONTINUAS  
SELF-SIMILARITIES IN THE PARAMETER SPACE  
OF CHUA'S CIRCUIT WITH  
DISCRETE AND CONTINUOUS NONLINEARITIES

G. M. RAMÍREZ ÁVILA<sup>†</sup> & J. A. C. GALLAS<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
AG Nichtlineare Dynamik  
Institut für Physik

Humboldt Universität zu Berlin  
<sup>‡</sup> Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio Grane do Sul  
Departamento de Física  
Universidade Federal de Paraiba

(Recibido agosto de 2010; aceptado enero de 2011)

RESUMEN

Se muestran autosimilaridades en el espacio de parámetros del circuito de Chua tanto con una no-linealidad discontinua como con una no-linealidad cúbica. Mediante un análisis sencillo de estas estructuras, se calcula de manera aproximada sus dimensiones fractales.

*Descriptor:* dinámica no-lineal y caos — fractales

Código(s) PACS: 05.45.\_a, 05.45.Df

ABSTRACT

We show self-similarities onto the phase diagram of the Chua's circuit involving both piecewise linear and cubic nonlinearities. By means a simple analysis of these structures we have estimated their fractal dimension.

*Subject headings:* nonlinear dynamics and chaos — fractals

1. INTRODUCCIÓN

El circuito de Chua, a pesar de su simplicidad, permite observar muchos comportamientos dinámicos, tales como periodicidades (Mira 1997), ruta al caos por desdoblamiento de período, por intermitencia o por colapso toroidal (L. O. Chua & Zhong 1993a), así como diferentes tipos de atractores extraños (L. O. Chua & Zhong 1993b; Deregél 1993; Tsuneda 2005; E. Bilotta & Stranges 2007a,b) y fenómenos tales como hipercaos (T. Matsumoto & Kobayashi 1986; K. Thamilmaran & Venkatesan 2004).

Por otra parte, los intentos para la caracterización de comportamientos periódicos o caóticos en el circuito de Chua se realizaron mediante diagramas de bifurcación con la variación de un parámetro (Mira 1997; L. O. Chua & Zhong 1993a; A. I. Khibnik & Chua 1993) o con la variación de dos parámetros (bifurcación de codimensión 2) (L. O. Chua & Matsumoto 1986; T. Matsumoto & Tokunaga 1987;

Kennedy 1993; M. S. Baptista & Rosa 2003; Avila & Gallas 2008; Albuquerque & Rech 2009; Huang 1996) en los que el cálculo de exponentes de Lyapunov era esencial. Inicialmente, los estudios del circuito de Chua se hicieron tomando una característica lineal por partes (Chua & Lin 1990; Kahlert & Chua 1992); posteriormente, también se desarrolló una versión con una no linealidad cúbica (Tsuneda 2005; Albuquerque & Rech 2009; Zhong 1994). Ciertos tipos de autosimilaridades fueron descritas para el circuito de Chua (L. O. Chua & Yang 1986; L. Pivka & Chua 1994; H. A. Albuquerque & Rech 2008), sin embargo, en ninguno de estos trabajos se intentó el cálculo de la dimensión fractal correspondiente a las mismas.

El presente trabajo pretende estudiar las autosimilaridades que se observan en el espacio de parámetros intentando un cálculo sencillo de la dimensión fractal basado en el hecho de una cuantificación de estas estructuras; lo anterior se hace considerando los dos tipos de no linealidades con el fin de comparar las mismas.

El artículo está organizado de la siguiente manera: En la Sección 2 se presentan las ecuaciones

<sup>†</sup> Email: mravila@fiumsa.edu.bo

Website: <http://www.fiumsa.edu.bo/docentes/mramirez/>

<sup>‡</sup> Email: jgallas@if.ufrgs.br

Website: <http://www.if.ufrgs.br/gallas/>

del circuito de Chua tanto para la característica lineal por partes como para la cúbica y se plantea la comparación de las mismas. En la Sección 3 se muestran los resultados del análisis en el espacio de parámetros y se explica el cálculo de la dimensión fractal para un tipo de estructura usando tanto la característica lineal por partes como la continua. Finalmente, en la Sección 4 se dan las conclusiones y perspectivas de la investigación realizada.

## 2. DOS NO LINEALIDADES PARA EL CIRCUITO DE CHUA

Como se señaló en la introducción, la primera descripción del circuito de Chua se la hizo en términos de una característica lineal por partes, la misma que está descrita en detalle en: T. Matsumoto & Kobayashi (1986); L. O. Chua & Matsumoto (1986); Avila & Gallas (2008); Conde & Avila (2007). Los elementos principales de este circuito son una resistencia  $R$ , dos condensadores  $C_1$  y  $C_2$ , una bobina  $L$  y la resistencia interna  $r_0$  asociada a la misma, todos estos son los elementos lineales, en tanto que el diodo de Chua cuya característica está dada por la función  $f$  es el elemento no lineal. Las ecuaciones adimensionales para el circuito de Chua se pueden escribir en la forma:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha(y - x - f(x)) \\ \frac{dy}{dt} &= x - y + z \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta y - \gamma z, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , constituyen los parámetros de control, los mismos que están relacionados con los componentes del circuito en la forma:

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}, \beta = \frac{R^2 C_2}{L}, \gamma = \frac{r_0 R C_2}{L}. \quad (2)$$

De (1), se ve que el sistema de tres ecuaciones diferenciales sería lineal sino fuese por la función  $f(x)$  que como indicamos anteriormente caracteriza al diodo de Chua (elemento no lineal). Para la característica lineal por partes, se tiene:

$$f(x) = bx + \frac{1}{2}(a-b)(|x+1| - |x-1|)$$

que se puede expresar como:

$$f(x) = \begin{cases} bx - a + b & \text{si } x \leq -1 \\ ax & \text{si } |x| \leq 1 \\ bx + a - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Donde,  $a$  y  $b$  representan las pendientes negativas de la curva característica de la Figura 1 (trazo continuo); en tanto que para la no linealidad cúbica se tiene:  $f_{\text{cubico}}(x) = g(x) = \hat{a}x^3 + \hat{b}x$ . La aproximación de la función lineal por partes  $f(x)$  a la función cúbica  $g(x)$  se hace mediante el método de mínimos cuadrados, donde se define el error cuadrático entre  $f(x)$  y  $g(x)$  como:

$$S = \int_{-d}^d |f(x) - g(x)|^2 dx. \quad (4)$$

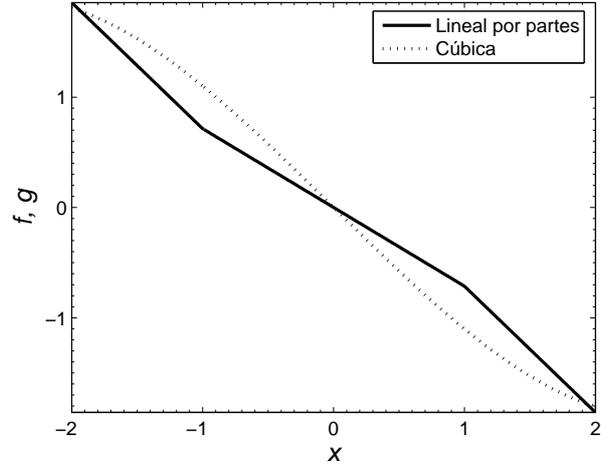


FIG. 1.— Curvas características equivalentes para el oscilador de Chua con no linealidades lineal por partes (trazo continuo) y cúbica (trazo punteado) para valores de parámetros:  $a = -8/7$ ,  $b = -5/7$  y  $d = 2.0$ , lo que da  $\hat{a} = 0.0659$  y  $\hat{b} = -1.1671$ . Se nota que las concavidades de las curvas características son opuestas, situación que se presenta cuando se toman valores de  $d$  relativamente pequeños.

Aquí se considera el intervalo de aproximación  $[-d, d]$  y bajo las condiciones  $\partial S / \partial a = 0$  y  $\partial S / \partial b = 0$ , se encuentra la dependencia de los coeficientes de  $g(x)$  con los de  $f(x)$  en la forma:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= -\frac{35(d^2 - 1)^2}{16d^7}(a - b), \\ \hat{b} &= \frac{45d^4 - 50d^2 + 21}{16d^5}(a - b) + b. \end{aligned} \quad (5)$$

En la Figura 1, se muestra la aproximación de las características lineal por partes y cúbica, considerando el intervalo de aproximación  $[-2, 2]$ .

## 3. ANÁLISIS DE AUTOSIMILARIDADES EN EL ESPACIO DE PARÁMETROS

Desde los primeros trabajos dedicados al análisis del espacio de parámetros, en sistemas discretos, se descubrió que en ellos aparecían autosimilaridades (Gallas 1993, 1994). Posteriormente, se observaron también autosimilaridades en sistemas continuos (C. Bonatto & Gallas 2005; Gallas 2010) y en particular para el sistema que es objeto del presente trabajo, se reportaron autosimilaridades (Avila & Gallas 2008; H. A. Albuquerque & Rech 2008) cuando la curva característica del diodo de Chua es lineal por partes. Para nuestro análisis, se utilizan los valores señalados en la Figura 1. El método de integración es el de Runge-Kutta de cuarto orden con un paso de tiempo fijado en  $h = 10^{-3}$ , un transiente de  $7 \times 10^4$  y un tiempo total de integración de  $1.4 \times 10^6$ .

Para estudiar las autosimilaridades en el circuito de Chua considerando tanto la característica lineal por partes como la cúbica, se analizó el plano vs. (resolución de  $1200 \times 1200$  pixeles en todos los casos) manteniendo fijo el valor de  $\beta = 1000.0$ . y en regiones en las cuales es posible observar los de-

nominados “camarones”<sup>1</sup>, tal como se muestra en la Figura 2 para ambas no linealidades. En esta figura, se pueden ver diversos detalles estructurales que se repiten indefinidamente si se cambia la escala con la cual se observan dichos detalles. Por ejemplo, se nota una secuencia de casi rectángulos formados por las “patas” de un camarón principal y dos secundarios como se explicará más adelante. Identificamos las coordenadas de sus vértices en el espacio de parámetros a las cuales les asociamos las letras  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  y  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ); en particular, el punto  $D_i$  está asociado al comienzo de la “pata” superior del “camarón”. A partir de las coordenadas de los vértices  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  de los casi rectángulos, se pueden calcular las longitudes de los segmentos  $\overline{A_iC_i}$ , con lo que es posible referirse a los triángulos rectángulos esféricos  $\triangle \widehat{A_iB_iC_i}$ . Luego, con el fin de cuantificar las autosimilaridades, se pueden considerar los triángulos esféricos como si fuesen triángulos planos y así calcular fácilmente el área de los mismos y de otros similares que van apareciendo a medida que se magnifica la figura del espacio de parámetros.

De la Figura 2, se puede observar que el espacio de parámetros para ambas características no lineales del circuito de Chua presentan una gran similitud que nos lleva a referirnos a un isomorfismo de los diagramas de fase tal como se muestra en detalle en Avila & Gallas (en preparación). Magnificando la región de interés determinada por el rectángulo y en la que se encuentra una otra estructura similar, se vuelven a especificar las coordenadas de los vértices  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  y  $D_2$  en el nuevo rectángulo, tal como se muestra en las Figuras 2c y 2d. Nuevamente, después de una magnificación de las regiones marcadas, se obtienen rectángulos donde es posible identificar las coordenadas de los vértices  $A_3$ ,  $B_3$ ,  $C_3$  y  $D_3$  (Figuras 2e y 2f). En base a las coordenadas de los vértices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  y  $D_i$  encontradas en cada figura, se puede construir una serie de casi rectángulos a partir de los lados  $\overline{A_iB_i}$ ,  $\overline{B_iC_i}$ ,  $\overline{C_iD_i}$  y  $\overline{D_iA_i}$ . Además, se puede calcular el área de cada uno de los triángulos  $\triangle \widehat{A_iB_iC_i}$  mediante:

$$S_i = \frac{(\overline{B_iC_i})(\overline{A_iB_i})}{2}.$$

Los resultados se muestran en la Tabla 1. Con los datos de esta tabla, se puede en primer lugar trazar las siluetas de las estructuras autosimilares consideradas en las figuras precedentes tal como se muestra en la Figura 3.

Es interesante notar que las estructuras autosimilares nos llevan a confirmar la idea de isomorfismo mencionada anteriormente y tratada con mayor detalle en Avila & Gallas (en preparación). Por otra

<sup>1</sup> Estructuras complejas en el espacio de parámetros denominadas así por la forma que tienen. Poseen cuatro “patas” formadas por secuencias infinitas de desdoblamiento de período, así como por regiones caóticas adyacentes. Para simplificar, nos referiremos a “camarones” como estructuras definidas por las cascadas de desdoblamiento que los forman (ver detalles en Gallas (1994))

parte, con estos mismos datos, es posible estimar la dimensión fractal  $D$  de estas estructuras autosimilares para ambas no linealidades. Para este cálculo, partimos del concepto básico de dimensión de similaridad que implica una ley de potencias para relacionar las estructuras que nos dan la idea de autosimilaridad (Tel & Gruiz 2006; Nicolis 1995; Schroeder 1992).

Usualmente, la dimensión fractal se define como:

$$D = \frac{\log N}{\log \left(\frac{1}{r}\right)}, \quad (6)$$

donde  $N$  es el número de réplicas similares consideradas y  $r$  es el factor de reducción. Para el cálculo de  $r$  partimos de las estructuras autosimilares mostradas en la Figura 3 y para completar nuestro análisis de autosimilaridad nos valemos nuevamente de la Figura 2b la que se muestra en la Figura 4 en blanco ( $\lambda > 0$ ) y negro ( $\lambda \leq 0$ ), siendo el mayor exponente de Lyapunov. El análisis de la Figura 4 es esencial para la estimación de la dimensión fractal pues aquí se identifican las estructuras autosimilares, sus  $N$  réplicas y se da la base para el cálculo de  $r$ . Se identifican al “camarón principal” y a dos “camarones secundarios”; con las “patas” del camarón principal y una de las “patas” de cada uno de los camarones secundarios se forma una estructura rectangular en cuyo interior habrán  $N = 9$  réplicas y un nuevo “camarón principal” con cuyas “patas” se forma una nueva estructura autosimilar que será la base para la observación de nuevas estructuras autosimilares.. El proceso se repite hasta que la resolución gráfica así lo permita. En este trabajo, hacemos el estudio de las propiedades métricas considerando sólo tres de los infinitos casi rectángulos de la serie. Para el cálculo de  $r$ , consideramos los lados  $\overline{A_iB_i}$  y  $\overline{B_iC_i}$  que son los mejor definidos en las estructuras rectangulares. Con cada uno de estos lados podemos encontrar  $r$  mediante una regresión exponencial; sin embargo, para tomar en cuenta simultáneamente estos lados, podemos hallar  $r$  comparando las áreas de los triángulos rectángulos  $\triangle \widehat{A_iB_iC_i}$  en la forma:

$$r_n^2 = \frac{S_n}{S_1} = e^{-k(n-1)}.$$

El comportamiento de  $S_n/S_1$  se muestra en la Figura 5 para ambos casos. Los valores obtenidos para  $k$  son:

$$k(\text{linealporpartes}) = 2.777 \pm 0.047$$

$$k(\text{cubico}) = 2.825 \pm 0.044$$

lo cual nos indica un comportamiento bastante parecido en ambos casos. Finalmente, para el cálculo de la dimensión fractal, tendremos en nuestro caso:

$$D = \frac{\ln N}{\ln \left(\frac{1}{r_n}\right)} = \frac{2 \ln N}{k(n-1)} \quad (7)$$

donde la dependencia con  $n$  aparece justamente debido a que  $r_n$  es no lineal y que si  $n \rightarrow \infty$ ,  $D \rightarrow 0$ ,

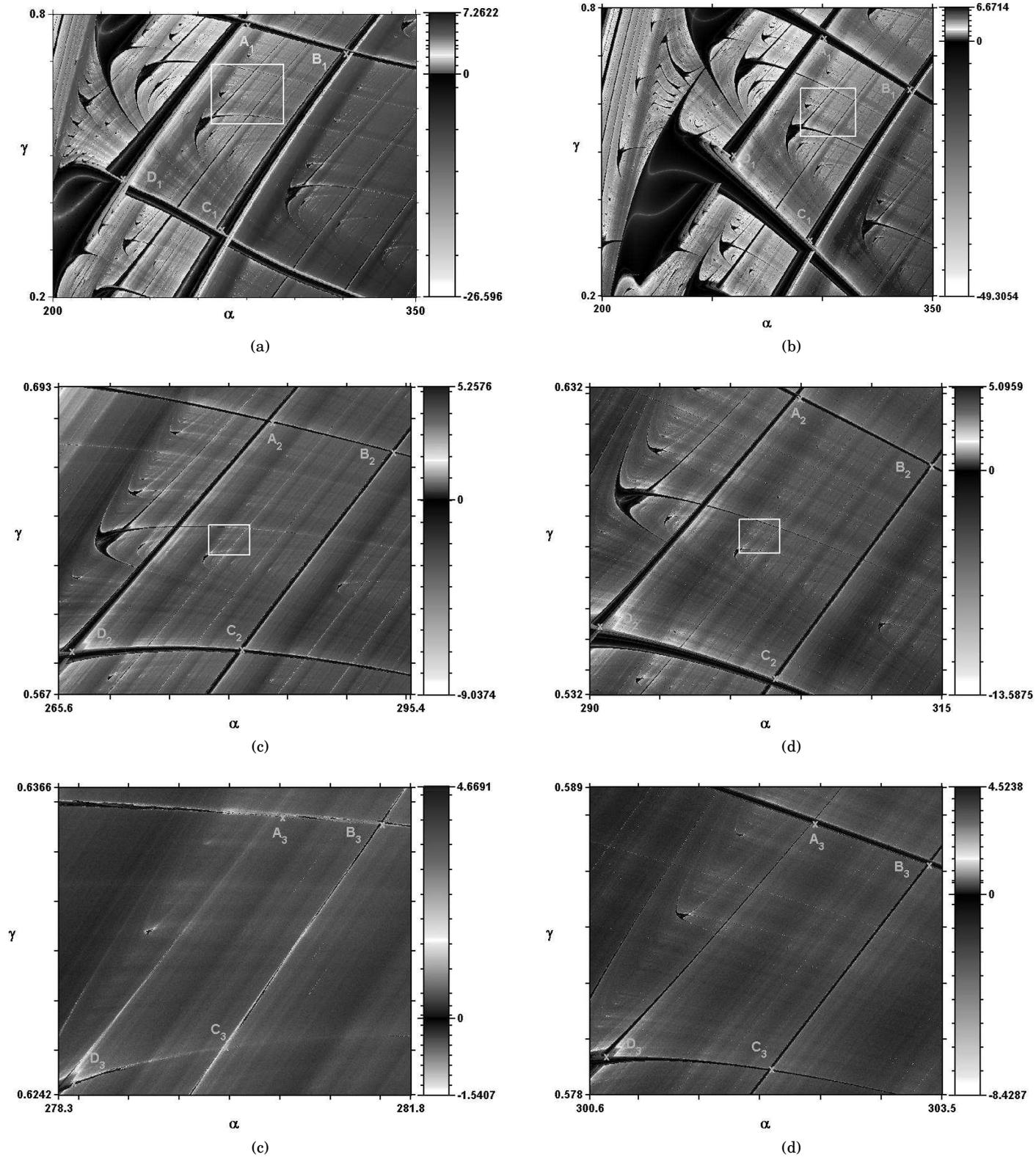


FIG. 2.— (Color online) Sección del espacio de parámetros  $\gamma$  vs.  $\alpha$  para  $\beta = 1000.0$  que presenta similitudes estructurales para los casos: lineal por partes (columna izquierda) y cúbico (columna derecha). (a, b) Panoramas globales, donde se distinguen los hubs más importantes. (c, d) Magnificación de los rectángulos observados en (a) y (b). (e, f) Magnificación de los rectángulos observados en (c) y (d). El código de colores de las barras indica el valor de los mayores exponentes de Lyapunov.

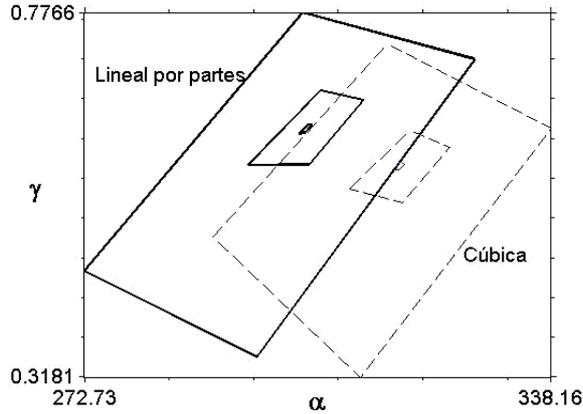


FIG. 3.— Silueta de las estructuras autosimilares en el espacio de parámetros  $\gamma$  vs.  $\alpha$  tanto para la no linealidad cúbica (líneas de trazos) como para la lineal por partes (líneas continuas).

lo que resulta natural pues la estructura autosimilar tenderá a ser un punto. Tomando el valor  $n = 2$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} D_{\text{linealporpartes}} &= 1.582 \pm 0.027 \\ D_{\text{cubico}} &= 1.556 \pm 0.024. \end{aligned} \quad (8)$$

De esta manera, hicimos la estimación de la dimensión fractal aprovechando el carácter autosimilar de las estructuras consideradas. Existen otros métodos de calcular la dimensión fractal como el conteo de cajas (counting box) que es uno de los métodos de base de la mayoría del software especializado en este tipo de cálculo.

Cabe señalar que para la determinación de las coordenadas de los vértices, se intentó mediante el zoom de las Figuras 2a-2f tomar regiones en las cuales existía una intersección de líneas de estabilidad con los menores valores del exponente de Lyapunov; sin embargo, es evidente que una determinación más precisa se puede realizar magnificando las regiones adyacentes a los vértices con la misma precisión de las figuras precedentes.

#### 4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El presente trabajo mostró que las dos no linealidades consideradas presentan grandes similitudes en cuanto a sus estructuras en el espacio de parámetros. Por un lado, estudiando una amplia región del espacio de parámetros como en la Figura 2, se pudo establecer el isomorfismo que existe entre las estructuras presentes para ambas no linealidades, resultado que confirma el análisis elaborado en Avila & Gallas (en preparación). Por otra parte, las autosimilaridades observadas en el espacio de parámetros permitieron la estimación de la dimensión fractal de estas estructuras mediante un cálculo sencillo. Los valores obtenidos para esta dimensión fractal demuestran una vez más las semejanzas en ambos casos.

Este tipo de análisis puede ser complementado mediante otros métodos de estimación de la dimensión fractal tales como el de box-counting que es utilizado por software para tal efecto tales como FRACLAB®;

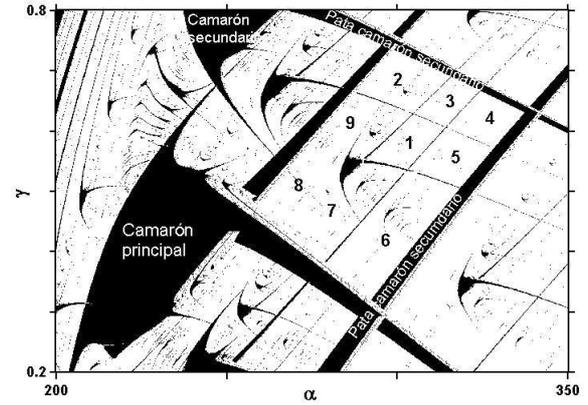


FIG. 4.— Identificación de las estructuras útiles para el cálculo de la dimensión fractal. Se muestra al camarón principal y partes de dos camarones secundarios, con cuyas patas se forma la estructura rectangular, la misma que tendrá a su vez un camarón principal y dos secundarios para formar una nueva estructura rectangular. Dentro de la estructura rectangular, se pueden identificar  $N = 9$  subestructuras rectangulares que están enumeradas, siendo la 1 aquella formada por las patas del camarón principal y los secundarios.

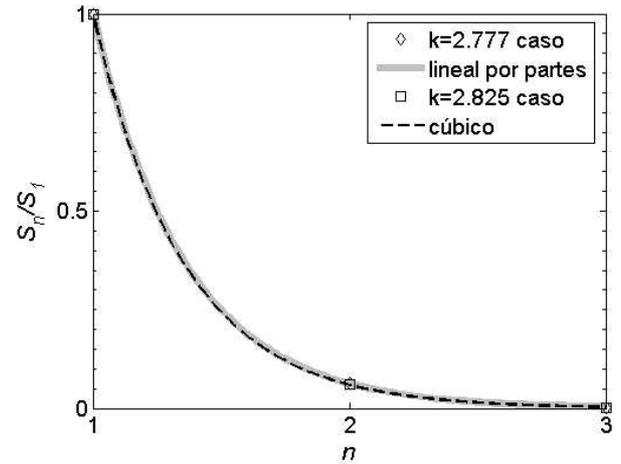


FIG. 5.— Resultados de la regresión exponencial para la estimación del factor  $r_n$  de las estructuras autosimilares para las no linealidades cúbica (línea negra de trazos) y lineal por partes (línea gris continua). Se nota que en ambos casos el factor  $k$  es muy parecido.

sin embargo, se debe tener en cuenta que la parte esencial es obtener las gráficas con la mejor resolución posible para mejorar la estimación de la dimensión fractal.

La consideración de un modelo para el circuito de Chua con una no linealidad cúbica y un conjunto de tres ecuaciones diferenciales con seis parámetros (Tsuneda 2005) resulta atractivo para futuros estudios sobre todo considerando la mayor facilidad para un tratamiento analítico, así como para ver la influencia del parámetro ligado al término cúbico en la primera de las ecuaciones del sistema.

Podría resultar interesante aplicar nuevos métodos en la obtención de diagramas de fase tales como los expuestos en: N. Marwan & Kurths

TABLA 1

POSICIONES DE LOS PUNTOS (COORDENADAS DE LOS VÉRTICES DE LOS CASI RECTÁNGULOS) QUE CARACTERIZAN LAS AUTOSIMILARIDADES PARA LA PORCIÓN DEL ESPACIO DE PARÁMETROS MOSTRADA EN LA FIGURA 2. ASIMISMO, SE MUESTRA LA LONGITUD DE LOS LADOS DE LOS TRIÁNGULOS  $\triangle \overline{A_i B_i C_i}$  NECESARIAS PARA EL CÁLCULO DE LAS ÁREAS  $S_i$

| Caract.           | i | $A_i (\alpha, \gamma)$ | $B_i (\alpha, \gamma)$ | $C_i (\alpha, \gamma)$ | $D_i (\alpha, \gamma)$ | $\overline{A_i B_i}$ | $\overline{B_i C_i}$ | $S_i = \frac{(B_i C_i)(A_i B_i)}{2}$ |
|-------------------|---|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------------|
| Lineal por partes | 1 | (279.27, 0.7767)       | (319.95, 0.7178)       | (268.44, 0.3433)       | (227.72, 0.4525)       | 40.68                | 51.51                | 1047.83                              |
|                   | 2 | (283.46, 0.6788)       | (293.68, 0.6665)       | (280.85, 0.5859)       | (266.46, 0.5849)       | 10.22                | 12.83                | 65.59                                |
|                   | 3 | (280.49, 0.6354)       | (281.49, 0.6351)       | (279.93, 0.6261)       | (278.42, 0.6247)       | 0.992                | 1.557                | 0.773                                |
| Cúbica            | 1 | (299.34, 0.7371)       | (338.16, 0.6314)       | (293.10, 0.3180)       | (258.26, 0.4944)       | 38.82                | 45.06                | 874.67                               |
|                   | 2 | (304.70, 0.6286)       | (314.07, 0.6065)       | (302.94, 0.5375)       | (290.52, 0.5545)       | 9.371                | 11.13                | 52.15                                |
|                   | 3 | (302.43, 0.5877)       | (303.37, 0.5862)       | (302.07, 0.5789)       | (300.71, 0.5794)       | 0.942                | 1.296                | 0.611                                |

(2009); R. V. Donner & Kurths (2010) basados en las denominadas redes de recurrencia y ver la factibilidad de los mismos en el análisis de periodicidades y caos.

Se tiene proyectado obtener datos experimentales que permitan verificar -grosso modo- las regiones periódicas y caóticas obtenidas mediante el cálculo numérico.

Finalmente, dado el elevado número de distintas series de estructuras autosimilares que se observa en la Figura 2, un aspecto adicional interesante sería el de investigar cuáles de tales estructuras se prestan mejor para caracterizar las propiedades métricas del

espacio de parámetros de ambas no linealidades en el circuito de Chua.

#### AGRADECIMIENTOS

GMRA agradece al Deutscher Akademischer Austausch Dienst (DAAD) por la beca de investigación otorgada. JACG agradece al Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por el financiamiento para la investigación y también agradece a la Air Force Office of Scientific Research (AFOSR) por el apoyo bajo contrato FA9550-07-1-0102.

#### REFERENCIAS

- A. I. Khibnik, D. R. & Chua, L. O. 1993, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 3, 363
- Albuquerque, H. A. & Rech, P. C. 2009, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 19, 1351
- Avila, G. M. R. & Gallas, J. A. C. 2008, *Revista Boliviana de Física*, 14, 1
- en preparación, Quantification of regular and chaotic oscillations of Chua's circuit
- C. Bonatto, J. C. G. & Gallas, J. A. C. 2005, *Physical Review Letters*, 95, 1439
- Chua, L. O. & Lin, G. N. 1990, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 37, 885
- Conde, G. & Avila, G. M. R. 2007, *Revista Boliviana de Física*, 13, 58
- Deregel, P. 1993, *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 3, 309
- E. Bilotta, P. P. & Stranges, F. 2007a, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 17, 1
- 2007b, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 17, 293
- Gallas, J. A. C. 1993, *Physical Review Letters*, 70, 2714
- 1994, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 202, 196
- 2010, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 20, 197
- H. A. Albuquerque, R. M. R. & Rech, P. C. 2008, *Physics Letters A*, 372, 4793
- Huang, A. 1996, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 43, 691
- K. Thamilmaran, M. L. & Venkatesan, A. 2004, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 14, 221
- Kahlert, C. & Chua, L. O. 1992, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 39, 222
- Kennedy, M. P. 1993, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 40, 657
- L. O. Chua, C. W. Wu, A. H. & Zhong, G. Q. 1993a, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 40, 732
- 1993b, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 40, 745
- L. O. Chua, M. K. & Matsumoto, T. 1986, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 33, 1072
- L. O. Chua, Y. Y. & Yang, Q. 1986, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 14, 315
- L. Pivka, A. L. Z. & Chua, L. O. 1994, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4, 1743
- M. S. Baptista, M. B. Reyes, J. C. S. C. G. & Rosa, E. J. 2003, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 13, 2551
- Mira, C. 1997, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 7, 1911
- N. Marwan, J. F. Donges, Y. Z. R. V. D. & Kurths, J. 2009, *Physics Letters A*, 373, 4246
- Nicolis, G. 1995, *Introduction to Nonlinear Science* (Cambridge: Cambridge University Press)
- R. V. Donner, Y. Zou, J. F. D. N. M. & Kurths, J. 2010, *New Journal of Physics*, 12, 033025
- Schroeder, M. 1992, *Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes from an Infinite Paradise* (Freeman)
- T. Matsumoto, L. O. C. & Kobayashi, K. 1986, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-33, 1143
- T. Matsumoto, L. O. C. & Tokunaga, R. 1987, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-34, 240
- Tel, T. & Gruiz, M. 2006, *Chaotic Dynamics, An Introduction Based on Classical Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- Tsuneda, A. 2005, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 15, 1
- Zhong, G. Q. 1994, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 41, 934

## FUNCIÓN EMPÍRICA DE DISTRIBUCIÓN LATERAL MUÓNICA EMPIRICAL FUNCTION OF THE LATERAL MUONIC DISTRIBUTION

R. BUSTOS<sup>†</sup>, A. HERRERA R.<sup>‡</sup>, Y. TSUNESADA<sup>\*</sup>, & J. POMA<sup>\*\*</sup>

Universidad Mayor de San Andrés

La Paz – Bolivia

(Recibido agosto de 2010; aceptado septiembre de 2010)

### RESUMEN

Se estudió la componente muónica de los Chubascos Atmosféricos Extendidos (EAS) comprendidos entre los rangos de  $10^{14}$  y  $10^{16}$  eV con los datos del arreglo BASJE (*Bolivian Air Shower Joint Experiment*) ubicado en el Monte Chacaltaya, Bolivia. Mediante el análisis de los datos de esta componente se logró obtener una función de distribución lateral muónica y su dependencia con los rangos de energía que tiene dicho arreglo. El empleo de simulaciones AIRES y su modelo *QGSJET01c* ha servido para comparar nuestros resultados, encontrándose interesantes coincidencias así como discrepancias. La simulación hecha con CORSIKA y su modelo *PLOTHS2* sirvió únicamente para ilustrar cualitativamente el comportamiento acumulativo muónico del chubasco hacia el centro de su eje. Los resultados del experimento Tien-Shan corroboran los resultados del experimento BASJE, haciendo de la función de distribución lateral muónica del BASJE una buena candidata para el estudio del cosmos a través de los EAS detectados en el observatorio de Chacaltaya. Finalmente se realizó una aplicación rápida con la función empírica obtenida.

*Descriptors:* chubascos atmosféricos extensivos — rayos cósmicos

Código(s) PACS: 96.50.sd, 96.50.S\_

### ABSTRACT

We have studied the muon component of the Extensive Air Showers (EAS) falling between the ranges of  $10^{14}$  and  $10^{16}$  eV according to data from BASJE (*Bolivian Air Shower Joint Experiment*) arrangement at Mt. Chacaltaya, Bolivia. By analyzing data from this component we achieved a muon lateral distribution function and its dependence on the ranges of energy of this arrangement. AIRES simulations and *QGSJET01c* model have been used to compare our results, finding interesting coincidences as well as discrepancies. The simulation with CORSIKA and *PLOTHS2* model was used only to illustrate the qualitative behavior of the cumulative shower muon toward the center of its axis. The results of the Tien-Shan experiment corroborated those found with the BASJE experiment; thus, the muon lateral distribution function of BASJE becomes a good candidate to study the cosmos through the EAS detected at Chacaltaya Observatory. Finally, a quick application with the empirical function obtained was made.

*Subject headings:* extensive air shower — cosmic rays

### 1. INTRODUCCIÓN

El descubrimiento de la radiación extraterrestre hecha por Hess en 1912 ha revolucionado el estudio del Universo a través de la radiación cósmica, estableciéndose a partir de este hecho una serie de investigaciones que han establecido que, del 100% de las partículas que llegan a la atmósfera terrestre, el 92% son protones, el 7% son partículas alfa y el restante 1% contiene núcleos pesados, electrones, positrones y *radiación Gamma*. Esta última despierta su interés, pues al estar constituida de fotones de alta energía poseen una información sumamente valiosa y pura de su origen al no ser afectados por los campos magnéticos ni eléctricos por los que atraviesa al llegar a la Tierra (ver por ejemplo, Bustos 1997).

El rango de energías que el presente trabajo toma en cuenta está entre los  $10^{14}$  eV y  $10^{16}$  eV, estos rangos sólo son posibles de ser investigados desde la superficie terrestre y no así a través de observaciones espaciales, esto debido al poco flujo de radiación que se tiene para estas energías y a esas alturas satelitales.

Las investigaciones de la *radiación Gamma* establecen que los

chubascos originados por este tipo de radiación pueden ser estudiados mediante la determinación del número de *muones* presentes en el chubasco originado por la partícula primaria, y para que dicha partícula corresponda a una *partícula Gamma* el contenido muónico presente en el chubasco debe ser mucho menor al 5% que el contenido muónico de un chubasco originado por un protón (Sokolsky 1989).

Los electrones son las partículas más abundantes en un chubasco; sin embargo, también hay muones debido al decaimiento de kaones y piones cargados. Dado que los muones no sufren una interacción fuerte, estos pierden su energía solamente por la ionización y luego desaparecen al decaer; el número total de muones en el chubasco atmosférico refleja, consecuentemente, la naturaleza de la interacción de las partículas. Es por ello que, la partícula primaria *gamma* o *rayo gamma* es la que produce principalmente cascadas electromagnéticas, y estas cascadas contienen muy pocos muones que aquellos chubascos generados por interacciones nucleares, o partículas primarias que sean nucleones (Fig. 1).

El número total de muones en un chubasco atmosférico depende de la naturaleza de la partícula primaria. Es por eso que el número de muones con energías mayores a una cierta  $E_\mu$  puede escribirse como: (Tsunesada 2002)

<sup>†</sup>Docente Investigador IIF - FCPN - UMSA

<sup>‡</sup>Universidad Mayor de San Andrés

<sup>\*</sup>Department of Physics, Tokyo Institut of Technology, Japón

<sup>\*\*</sup>Ayudante de Investigación - BASJE - UMSA

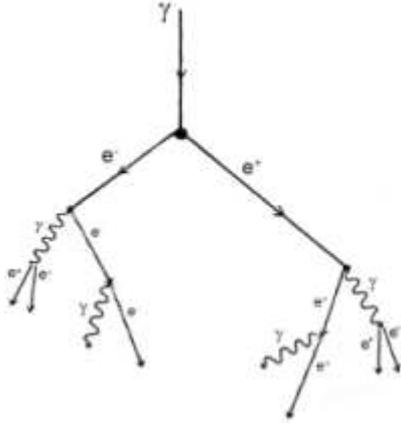


FIG. 1.— Esquema gráfico de un Chubasco Admosférico generado por radiación Gamma

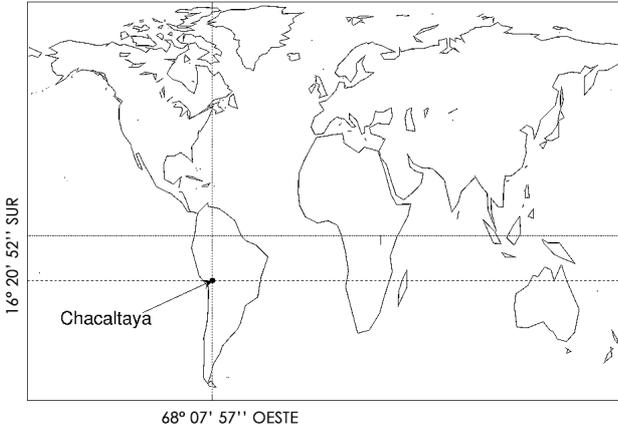


FIG. 2.— Localización geográfica de Chacaltaya

$$N_{\mu}(> E_{\mu}) \propto N_e^{\alpha} \quad (1)$$

Donde  $N_{\mu}$  es el tamaño de la componente electrónica y el exponente  $\alpha$  es de  $\sim 0.9$  para  $E_{\mu} \sim 1 \text{ GeV}$ , y de  $\sim 0.7$  para  $E_{\mu} \sim 200 \text{ GeV}$ . La función de distribución lateral para un chubasco muónico puede expresarse previamente según la siguiente ecuación:

$$\rho_{\mu} = CN_{\mu} r^{-0.75} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^{-2.5} \quad (2)$$

Donde,  $N_{\mu}$  es el tamaño del chubasco muónico, y  $C$  es la constante de normalización.

## 2. EL EXPERIMENTO

El experimento BASJE-MAS (Bolivian Air Shower Joint Experiment - Minimum Air Shower) está instalado en el Observatorio de Rayos Cósmicos de Chacaltaya en Bolivia, a  $16^{\circ}20'52''$  de latitud Sur y  $68^{\circ}07'57''$  de longitud Oeste (Fig. 2). Los experimentos de Chubascos Atmosféricos en el monte de Chacaltaya se iniciaron en 1962 con la colaboración de investigadores bolivianos, japoneses y estadounidenses. El observatorio está situado a una altura de 5200 m *snm* y con una profundidad atmosférica de  $550 \text{ g/cm}^2$  (Fig. 3); además, posee una resolución angular de 1.7 grados y la energía umbral es de  $6 \text{ TeV}$ , estas condiciones son buenas para, por ejemplo, estudiar el centro de la Galaxia.

Por otro lado, las mismas condiciones permiten detectar chubascos atmosféricos de temprana edad en su desarrollo longitudinal, y permiten medir tanto las energías primarias como

TABLA 1  
CARACTERÍSTICAS DE LOS DETECTORES DEL ARREGLO BASJE-MAS.

| DETECTOR | NÚMERO | ÁREA[m <sup>2</sup> ] | GROSOR[cm] |
|----------|--------|-----------------------|------------|
| G        | 16     | 1.0                   | 5.0        |
| N        | 4      | 0.83                  | 7.5        |
| F        | 6      | 0.83                  | 7.5        |
| NT       | 9      | 0.87                  | 7.5        |
| L        | 12     | 4.0                   | 5.0        |
| S        | 21     | 1.0                   | 5.0        |
| Mu       | 15     | 4.0                   | 5.0        |

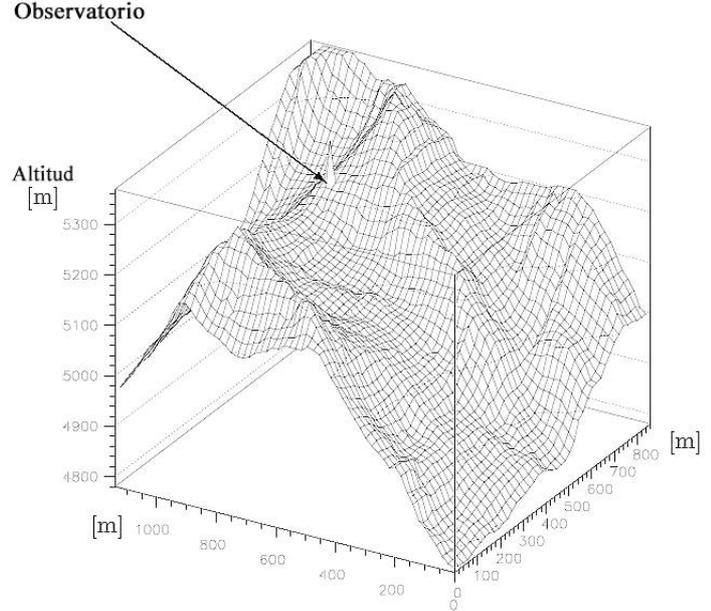


FIG. 3.— Topografía del Observatorio de Chacaltaya

las direcciones de llegada de los rayos cósmicos de un modo más exacto que las observaciones al nivel del mar; también es importante mencionar que el área de observación de nuestra Galaxia en el hemisferio Sur es mucho más extenso que en el hemisferio Norte; para citar, un detector del hemisferio Norte no podría observar el centro de la Galaxia cuya dirección de longitud galáctica es  $l=0$ . Finalmente, el arreglo del experimento está diseñado para estudiar rayos cósmicos con energías por encima de los  $6 \text{ TeV}$ .

### 2.1. El arreglo BASJE-MAS

Cada detector de chubasco de partículas está integrado por los cintiladores plásticos y uno o dos tubos fotomultiplicadores (PMT). La Fig. 4 muestra la vista esquemática de alguno de ellos, como ser los detectores del tipo G, L y S. Todos los detectores se clasifican en G, NT, L, S, N, M, y detectores de muones Mu (Tabla 1).

El número de detectores para el arreglo es de 68 (con excepción de los detectores de muones que son 15), y el número de canales para el tiempo-rápido (*fast-timing*) y la densidad local es de 58 y 68, respectivamente.

La Fig. 5 muestra la ubicación de los detectores para el arreglo BASJE-MAS en un área aproximado de  $360 \text{ m}^2$ ; sin embargo, los detectores N, F y Mu no se muestran en esta repartición pues, en especial los detectores Mu, se sobrepondrían sobre los detectores L, dado que los detectores de muones, como se verá más adelante, están ubicados justo al centro del arreglo.

### 2.2. Detector de Muones

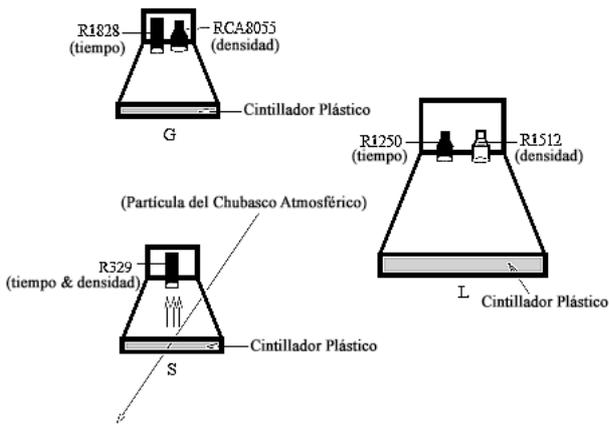
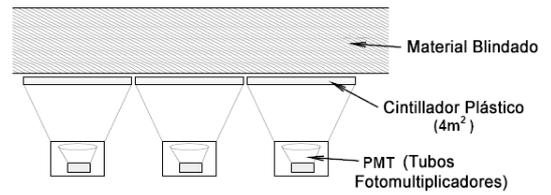


FIG. 4.— Detectores del Chubasco de Partículas



|     |     |     |      |      |
|-----|-----|-----|------|------|
| Mu3 | Mu6 | Mu9 | Mu12 | Mu15 |
| Mu2 | Mu5 | Mu8 | Mu11 | Mu14 |
| Mu1 | Mu4 | Mu7 | Mu10 | Mu13 |

FIG. 6.— Detectores de Muones y la Matriz que conforman

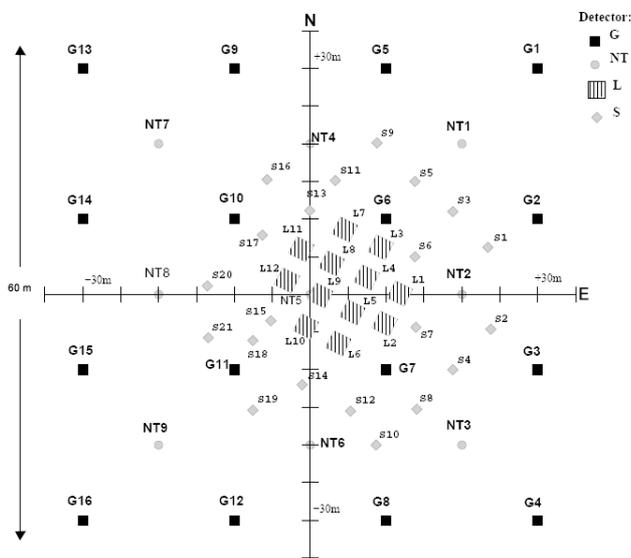


FIG. 5.— Arreglo BASJE-MAS

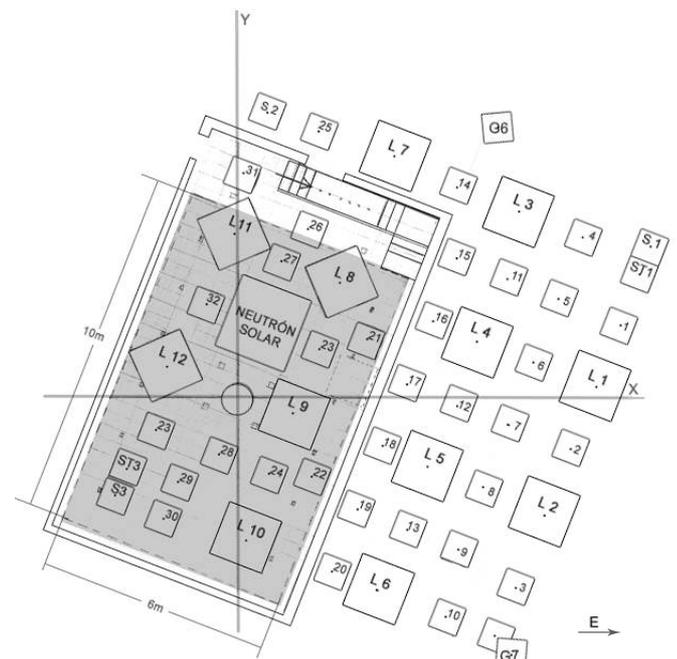


FIG. 7.— Plano del arreglo para el Detector de muones

Para el detector de muones se tienen instalados los detectores de centelleo blindado (Mu) con un área total de  $60 m^2$ , situado en el centro del arreglo de detectores. Esta es una matriz de  $3 \times 5$  con detectores de centelleo de  $4 m^2$  cada uno (Fig. 6). La densidad local de chubascos atmosféricos de muones se miden con un PM (Fotomultiplicador), y el umbral de energía de estos detectores es de  $600 MeV$  para muones incidentes verticalmente.

Las señales de cada detector se envían a la estación central mediante un cable coaxial y son procesadas para ser registradas. En la Fig. 7 se tiene un plano del arreglo para el detector de muones en el que la parte sombreada conforma la matriz de los 15 detectores de muones y que hacen una superficie total de  $60 m^2$ . En este plano se puede observar que en el centro de todo el arreglo BASJE-MAS está situado, también, el centro del arreglo para el detector de muones.

### 3. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El análisis de datos tiene dos fases, la primera es la conversión de binario a ASCII de los datos registrados por el experimento BASJE que están en binario y grabados en DVD's de dos caras cada una de  $1 GB$ . Sin embargo, el proceso de la obtención de estos datos binarios también implicó un trabajo cuyo periodo fue desde el año 2000 al 2004 en el observatorio de Chacaltaya y en los denominados "dailycheck", que consistían en subidas

periódicas al laboratorio para verificar que la previa obtención de los datos estuviera marchando correctamente mediante su grabación en los DVD's, en los cuales se almacenaban archivos de 150000 eventos de chubascos atmosféricos que equivalen a unos  $52.2 MB$  de tamaño; por lo que cada DVD almacenaría alrededor de 40 archivos haciendo un total de 6 millones de eventos de chubascos atmosféricos por DVD.

La Fig. 8 muestra un diagrama de bloques del sistema que se empleó para la previa adquisición de los datos en binario por el BASJE-MAS.

#### 3.1. Conversión de los datos

El proceso de conversión de los datos registrados por el BASJE-MAS requiere del programa *mas-anl* en su versión 6.7, que fue desarrollado por el grupo de investigadores y programadores de Bolivia y Japón. Este programa posee a su vez dos archivos: el ejecutable *show-hist* y el archivo de texto editable *mas-det-info-2000*. Previamente, el programa *show-hist* sirve para mostrar los histogramas de todos los detectores por cada archivo original con los 150000 eventos, de los cuales este programa toma en cuenta los 2000 primeros.

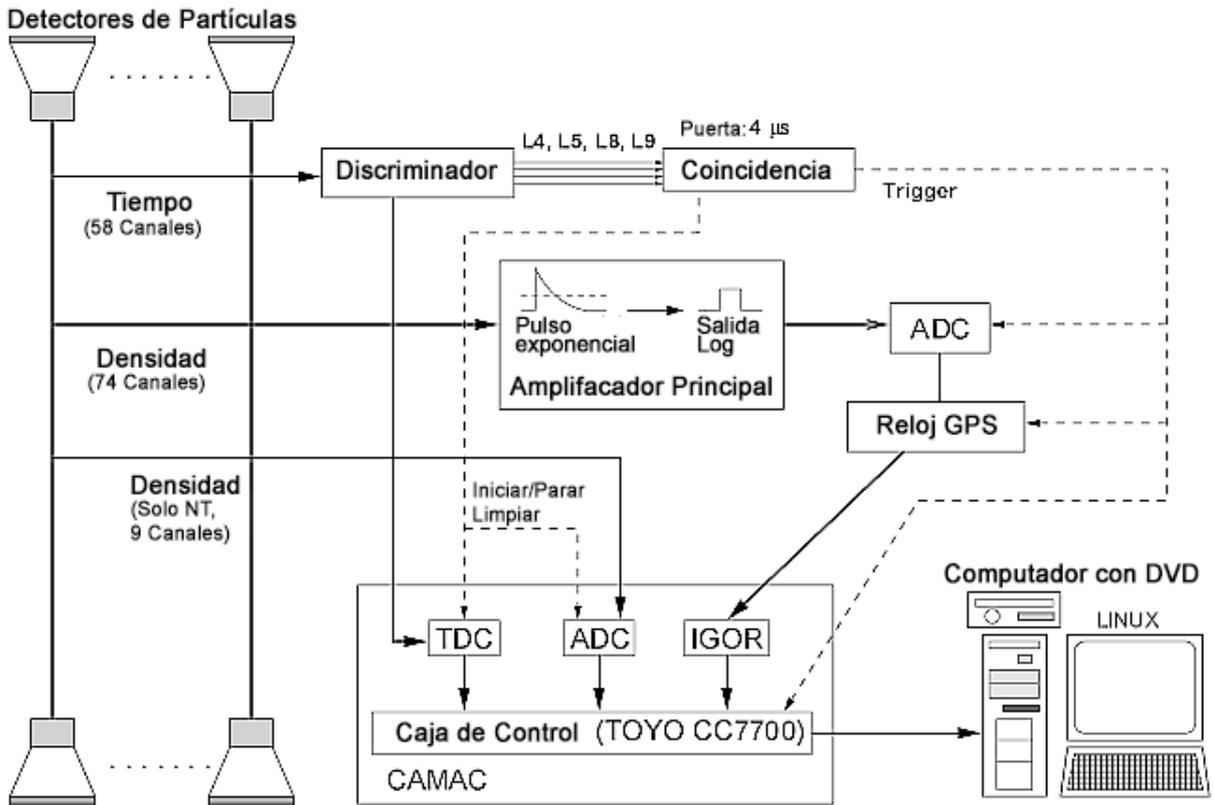


FIG. 8.— Diagrama de bloques del sistema de adquisición de los datos binarios del BASJE

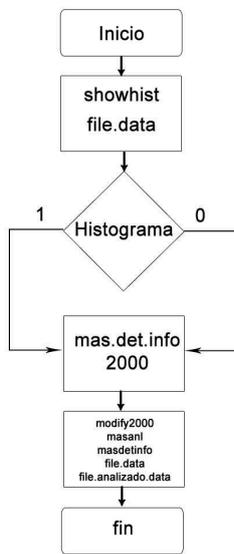


FIG. 9.— Diagrama de flujo del proceso de conversión de los datos del BASJE-MAS

Una vez que se hace la observación de los histogramas para los 2000 primeros eventos y para cada grupo de detectores del archivo original, se debe abrir el archivo de texto *mas-det-info-2000*, en cuyas líneas hay que editar colocando un "0" si la observación de la distribución del histograma generado por *showhist* de alguno de los detectores es aceptable, y "1" si dicha observación presenta picos muy elevados que implican una mala detección del correspondiente detector.

Luego de editar el *mas-det-info-2000* se lo debe grabar, pues el mismo será empleado, finalmente, por los otros ejecutables del programa que son *modify-2000* y *mas-anl 6.7* para conver-

TABLA 2  
COLUMNAS EMPLEADAS DEL ARCHIVO GENERADO POR *mas-anl 6.7*

| Número de columna         | Variable  |
|---------------------------|---|
| 3                         | Año   |
| 4                         | Mes   |
| 5                         | Día   |
| 6                         | Hora (boliviana)  |
| 10                        | Ángulo zenital en grados ( $\theta$ )                           |
| 11                        | Ángulo azimutal en grados ( $\phi$ )                            |
| 12                        | Coordenada X del arreglo en metros                              |
| 13                        | Coordenada Y del arreglo en metros                              |
| Columnas de la 23 a la 37 | Densidad de partículas ( $\mu_N$ ) para cada detector de muones |
| 14                        | Tamaño del Chubasco ( $N_e$ )                                   |

tirlos en el archivo final, analizado y en ASCII, el cual tendrá las 150000 filas de eventos con las 43 columnas que representan las diferentes variables del Chubasco Atmosférico registrado (Burgoa 2002; Tokuno 2002).

Este proceso se repite para cada uno de los archivos almacenados en los *DVD's*. La Fig. 9 y muestra el diagrama de este proceso de conversión para un archivo original del BASJE-MAS.

La Tabla 2 muestra el número de las columnas de las variables que se emplean para este artículo y la presente investigación, y que el programa *mas-anl 6.7* genera con los archivos originales del BASJE-MAS.

### 3.2. Método de análisis de los Anillos Concéntricos

Una vez obtenida la nueva base de datos con los nuevos archivos generados por el programa *mas-anl 6.7*, es posible analizar éstos según los requerimientos de la investigación. Para el caso concreto, y como se indicó previamente, son 24, de las 43, las columnas que se estudian para poder obtener una Función Experimental de Densidad de Distribución Lateral Muónica. Un

TABLA 3  
CIFRAS CALCULADAS DE LA EC. 3 Y SUS ERRORES ESTIMADOS

| Cifras de la Ecuación 3 | Error Estimado         |
|-------------------------|------------------------|
| 0.95                    | $\pm 0.13$             |
| $6.70 \times 10^5$      | $\pm 0.65 \times 10^5$ |
| 0.80                    | $\pm 0.01$             |
| -0.75                   | $\pm 0.03$             |
| 10.73                   | $\pm 0.74$             |

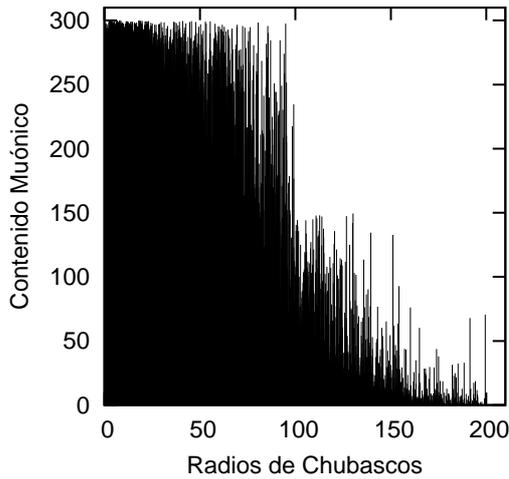


FIG. 10.— Comportamiento de la densidad de las cuentas muónicas en función de los radios al eje de los chubascos atmosféricos

primer análisis que estudie la nueva base de datos puede mostrar el comportamiento de la densidad de partículas muónicas registradas por los 15 detectores, arrojando una distribución que se caracteriza por presentar una mayor concentración de muones hacia el centro del eje del chubasco; pues, las coordenadas X y Y de las columnas 12 y 13 de la base de datos (Tabla 2) representan el centro del eje del chubasco en el arreglo BASJE-MAS; por lo tanto, es posible determinar el radio de cada eje y así encontrar el comportamiento indicado como se muestra en la Fig. 10.

Entre las condiciones iniciales que se tienen para emplear el método, está el hecho de que las cuentas muónicas no deben superar los 300 registros, los radios deben estar calculados hasta los 200 m como máximo, dado que el arreglo para el detector de muones sólo alcanza los 60 m<sup>2</sup>, y como la incidencia de los chubascos es más estable y numerosa para ángulos zenitales  $\theta < 30^\circ$ , se toma en cuenta estos ángulos zenitales para los eventos registrados.

Ahora, para poder determinar los puntos que lleguen a definir una Función de Distribución Lateral Muónica con la nueva base de datos obtenida, se ha desarrollado un método denominado *anillos concéntricos* mediante un programa en lenguaje C que posibilite la obtención de estos puntos, para lo cual se han definido anillos con un mismo radio R y con franjas de 10 metros que comiencen a partir de los 10 metros del arreglo de detectores de muones y que vayan circundando a este arreglo; anillos cuyos radios R, los cuales determinan los radios de los ejes de los chubascos, no superen los 200 metros y hagan un barrido en los cuatro cuadrantes de todo el arreglo BASJE-MAS, así como lo muestra la Fig. 11.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez desarrollado el programa mencionado se han podido obtener los puntos significativos que conformen la Función buscada, los mismos que mediante la estadística que promedie el contenido muónico de los *anillos concéntricos* y los divide entre

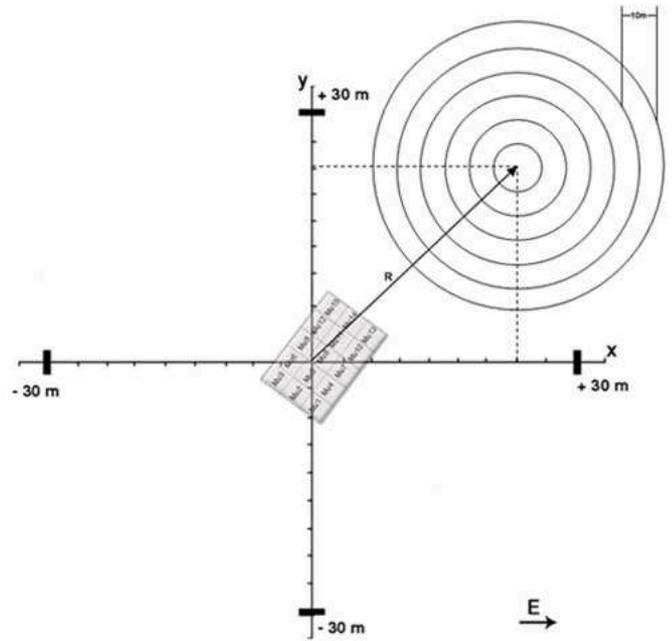


FIG. 11.— Método de los Anillos Concéntricos para la obtención de los puntos que definan la Función de Distribución Lateral Muónica

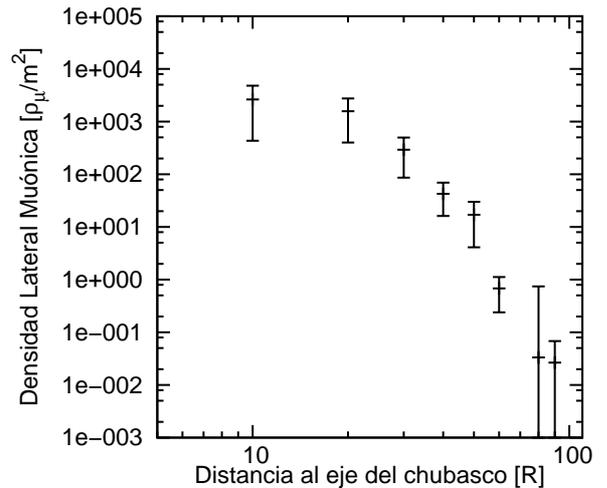


FIG. 12.— Puntos significativos de la densidad de muones registrados por el detector

la superficie total del detector de muones (60 m<sup>2</sup>).

Estos puntos llegan a conformar el comportamiento de distribución lateral de las partículas que llegan al arreglo y son registradas por el detector de muones, tal como lo muestra la Fig. 12.

4.1. Ajuste de la Función de Distribución Lateral Muónica

Un ajuste hecho por el método de *mínimos cuadrados* y aplicado a los puntos significativos encontrados, permite poder determinar la función que denota el comportamiento buscado para la distribución lateral muónica del arreglo BASJE-MAS.

Como la Fig. 13 despliega la Función mejor ajustada a nuestros puntos, esta función toma la forma de la siguiente ecuación:

$$\rho_\mu(R) = 0.95(6.70 \cdot 10^5)^{0.80} R^{-0.75} \exp\left(\frac{-R}{10.73}\right) \quad (3)$$

En la Tabla 3 se muestran los errores encontrados mediante el método de *mínimos cuadrados* para cada cifra de la Función de

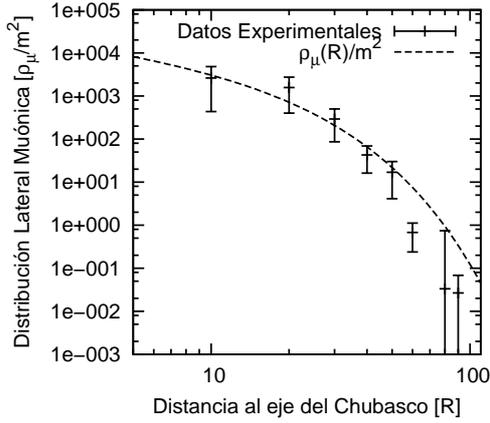


FIG. 13.— Gráfica de los puntos significativos y la Función mejor ajustada a los mismos

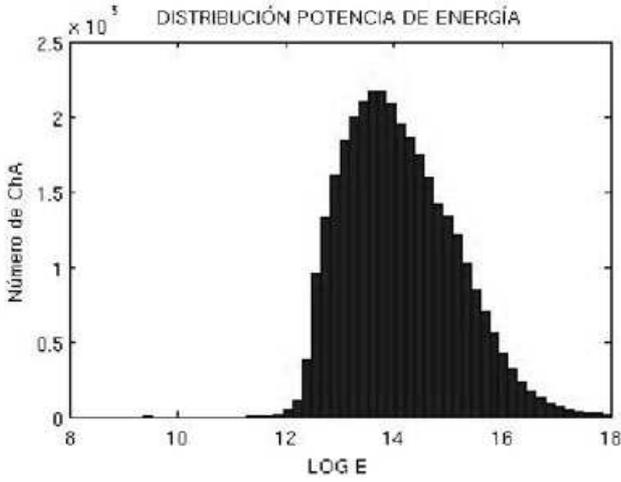


FIG. 14.— Distribución de la Energía esperada de los rayos cósmicos observados por el arreglo BASJE-MAS

Distribución Lateral Muónica encontrada con los puntos significativos hallados y que se describen mediante la Ec. 3.

#### 4.2. Parámetros de Energía de la Función

La relación entre el tamaño del chubasco  $Ne$  (Columna 14 de la Tabla 2), el ángulo zenital  $\theta$  (Columna 10 de la Tabla 2) y la Energía  $E$  de la partícula primaria viene dada por la siguiente ecuación: (Tsunesada 2002)

$$\log E = a(\theta, Ne) \log Ne + b(\theta, Ne) \quad (4)$$

Los parámetros  $a$  y  $b$  son funciones del ángulo zenital  $\theta$  y del tamaño  $Ne$  del chubasco. La Ec. 4 fue determinada mediante simulaciones en *Corsika*, al igual que los parámetros mencionados que se tienen a continuación:

$$a(\theta) = \begin{cases} 0.926 \sec \theta + 0.553 & \text{si } \log Ne < 4 \\ -0.146 \sec \theta + 1.057 & \text{si } \log Ne \geq 4 \end{cases} \quad (5)$$

$$b(\theta) = \begin{cases} -2.936 \sec \theta + 10.553 & \text{si } \log Ne < 4 \\ 1.427 \sec \theta + 8.342 & \text{si } \log Ne \geq 4 \end{cases} \quad (6)$$

Estas últimas relaciones permiten poder obtener una gráfica como el de la Fig. 14, en la cual se puede confirmar que los rangos de energía para la partícula primaria están comprendidos entre los  $10^{11.5} eV$  y  $10^{16} eV$  aproximadamente, como se había adelantado en el Acápite 2.

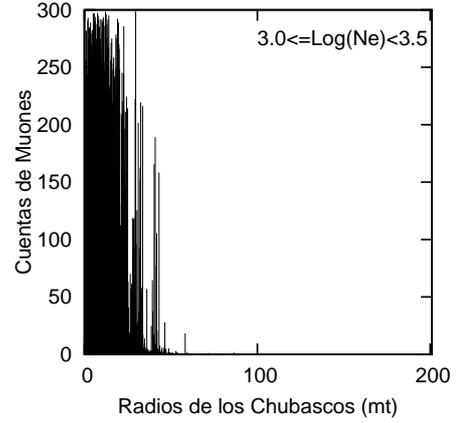


FIG. 15.— Cuentas Muónicas en función al radio del Chubasco para el intervalo  $3.0 \leq \log(Ne) < 3.5$

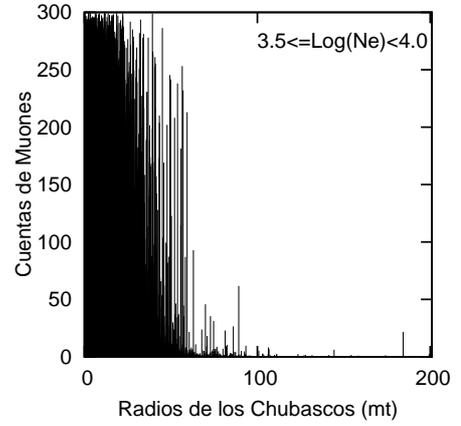


FIG. 16.— Cuentas Muónicas en función al radio del Chubasco para el intervalo  $3.5 \leq \log(Ne) < 4.0$

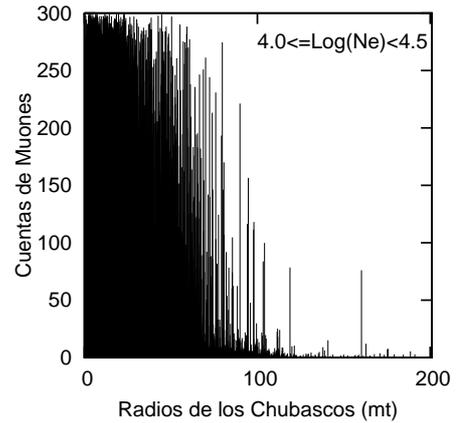


FIG. 17.— Cuentas Muónicas en función al radio del Chubasco para el intervalo  $4.0 \leq \log(Ne) < 4.5$

Los rangos de energía también se reflejan como parámetros en la detección de los muones, y una prueba de ello lo muestran las gráficas de las Fig. 15, 16, 17 y 18; las cuales se pueden obtener haciendo las discriminaciones respectivas en la base de datos para los siguientes intervalos de energía:  $3 \leq \log(Ne) < 3.5$ ,  $3.5 \leq \log(Ne) < 4.0$ ,  $4.0 \leq \log(Ne) < 4.5$  e incluso  $4.5 \leq \log(Ne) < 5.0$ .

De los datos mostrados en las Fig. de la 15 a la 18 y aplicando el método de los *anillos concéntricos*, también es posible deter-

TABLA 4  
INTERVALOS DE ENERGÍA ASIGNADOS A LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN LATERAL MUÓNICA

| FUNCIÓN        | INTERVALO DE ENERGÍA      |
|----------------|---------------------------|
| $\rho_{\mu 1}$ | $3.0 \leq \log(Ne) < 3.5$ |
| $\rho_{\mu 2}$ | $3.5 \leq \log(Ne) < 4.0$ |
| $\rho_{\mu 3}$ | $4.0 \leq \log(Ne) < 4.5$ |
| $\rho_{\mu 4}$ | $4.5 \leq \log(Ne) < 5.0$ |

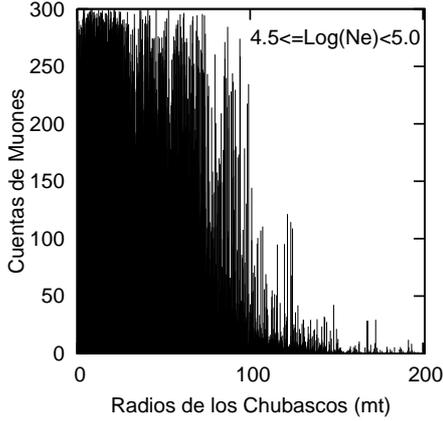


FIG. 18.— Cuentas Muónicas en función al radio del Chubasco para el intervalo  $4.5 \leq \log(Ne) < 5.0$

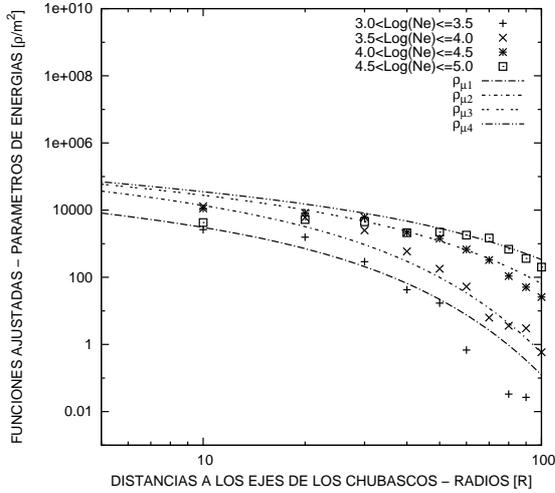


FIG. 19.— Funciones de Distribución Lateral Muónicas ajustadas a los puntos parametrizados por los rangos de Energías

minar los puntos y las funciones que definan el comportamiento de la densidad de distribución muónica para cada uno de los intervalos de energía establecidos, tal como lo muestra la Fig. 19.

Las Tablas 4 y 5 muestran los diferentes intervalos asignados a las nuevas Funciones ajustadas y sus ecuaciones, cuyas gráficas se despliegan en la Fig. 19, de estas nuevas Funciones de Distribución Lateral Muónica ajustadas en cada intervalo de energía, se aprecia que la Función  $\rho_{\mu 1}$  es la primera que se obtuvo en el presente trabajo (Ec. 3), de donde se concluye que dicha Función pertenece al intervalo energético  $3.0 \leq \log(Ne) < 3.5$ .

Para terminar con esta sección, se tiene un último análisis de la base de datos del BASJE-MAS empleando el método desarrollado. Este análisis consiste en tomar en cuenta cada uno de los 15 detectores del arreglo para el registro de las cuentas muónicas como detectores independientes, para comprobar que el método

TABLA 5  
ECUACIONES ENCONTRADAS DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN LATERAL MUÓNICA

| ECUACIONES DE LAS FUNCIONES   |
|---|
| $\rho_{\mu 1}(R) = 0.95 \pm 0.13(6.70 \times 10^5 \pm 0.65 \times 10^5)^{0.80 \pm 0.01} R^{-0.75 \pm 0.03} \exp\left(\frac{-R}{10.73 \pm 0.74}\right)$  |
| $\rho_{\mu 2}(R) = 0.95 \pm 0.08(44.2 \times 10^5 \pm 4.36 \times 10^5)^{0.80 \pm 0.005} R^{-0.75 \pm 0.03} \exp\left(\frac{-R}{11.41 \pm 0.85}\right)$ |
| $\rho_{\mu 3}(R) = 0.95 \pm 0.08(60.3 \times 10^5 \pm 4.03 \times 10^5)^{0.80 \pm 0.01} R^{-0.75 \pm 0.07} \exp\left(\frac{-R}{20.73 \pm 1.45}\right)$  |
| $\rho_{\mu 4}(R) = 0.95 \pm 0.04(67.0 \times 10^5 \pm 2.46 \times 10^5)^{0.80 \pm 0.02} R^{-0.75 \pm 0.14} \exp\left(\frac{-R}{30.73 \pm 0.99}\right)$  |

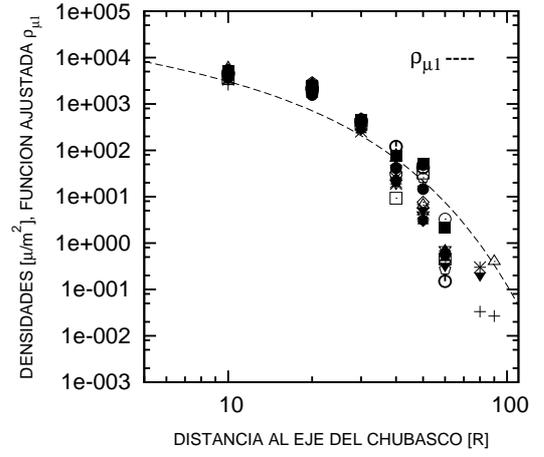


FIG. 20.— Ajuste de la Función  $\rho_{\mu 1}(R)$  a los 15 detectores de muones de manera independiente

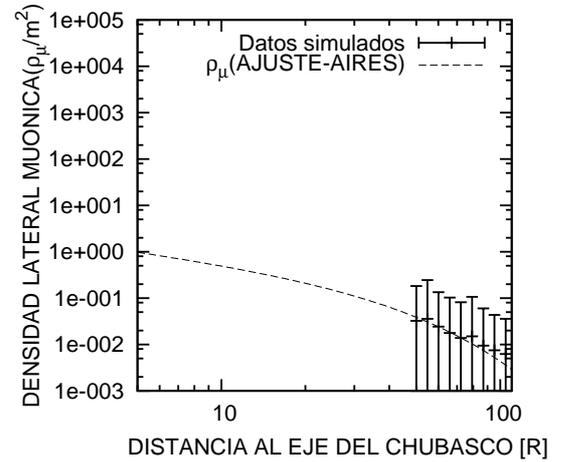


FIG. 21.— Datos simulados con ARES y la Función de Distribución Lateral Muónica  $\rho_{\mu}(AIRES)$  a los que se ajustan

también es válido si se procede de este modo.

En efecto, la Fig. 20 refleja este hecho, pues asumiendo los detectores como independientes y aplicando nuestro método, es posible ajustar la primera Función encontrada,  $\rho_{\mu 1}(R)$ , a cada uno de los 15 detectores y poder observar que el comportamiento es similar al comportamiento de todo el arreglo, como se esperaba.

### 5. SIMULACIONES MONTECARLO

A continuación se tienen dos ejemplos de simulaciones que emplean la técnica estadística *Montecarlo* para ilustrar el fenómeno de la distribución lateral de muones que en el pre-

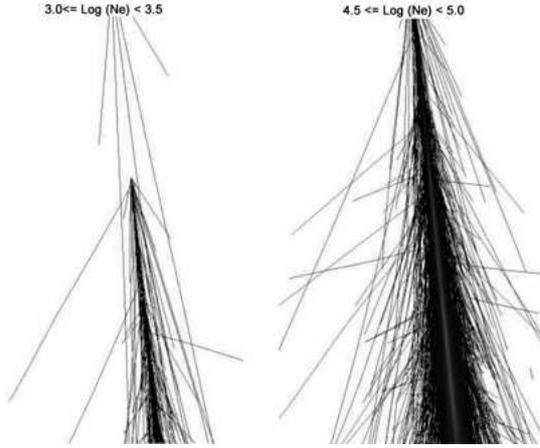


FIG. 22.— Imagen simulada con PLOTSH2 de *Corsika* empleando como parámetros los intervalos de energía comprendidos entre  $3.0 \leq \log(Ne) < 3.5$  y  $4.5 \leq \log(Ne) < 5.0$

sente trabajo se ha investigado. Estos ejemplos son ilustrativos y pueden ampliar de mejor manera las conclusiones a los resultados que se obtuvieron. (*Manuales AIRES - CORSIKA*)

### 5.1. Simulación AIRES

Para nuestro caso concreto, el archivo de entrada de la simulación en *AIRES* contiene los parámetros requeridos, tales como el modelo *QGSJET01c*, los datos referentes a la ubicación de *Chacaltaya*, así como el tipo y la energía de la partícula primaria.

Una vez insertados estos datos y haber elegido la simulación para una Distribución Lateral Muónica, se pudo obtener una colección de datos cuya gráfica y el correspondiente ajuste por mínimos cuadrados de la función  $\rho_{\mu}(AIREs)$  a los que estos datos simulados se acoplan puede observarse en la Fig. 21.

A continuación se tiene la ecuación de la función ajustada a los datos simulados con *AIRES*, en la que se puede apreciar que la misma adquiere la forma que se obtuvo para nuestra primera Función de Distribución Lateral Muónica  $\rho_{\mu 1}(R)$  en la Ec. 3.

$$\rho_{\mu AIREs}(R) = 0.95(5.73)^{0.80} R^{-0.75} \exp\left(\frac{-R}{30}\right) \quad (7)$$

### 5.2. Simulación CORSIKA

En la Fig. 22 se muestra la simulación hecha con *Corsika* y las subrutinas *PLOTSH* y *PLOTSH2*, que si bien esta simulación es únicamente ilustrativa, nos permite poder comprobar que la densidad de partículas muónicas tiende a estar más concentrada hacia el eje del Chubasco Atmosférico simulado, y que esta concentración de muones se incrementa si los rangos de energía también lo hacen, tal y como se pudo verificar con el análisis de los datos experimentales.

## 6. CONCLUSIONES

El análisis de los datos registrados por el detector de muones del BASJE-MAS nos ha posibilitado encontrar una Función Empírica de Distribución Lateral Muónica que, si bien no toma la forma de la Ec. 2, la cual sigue el formato de la típica Función NKG (Nishimura-Kamata-Greisen), podemos afirmar que la Función encontrada posee sus propias características, tomando en cuenta el arreglo para el detector de muones del BASJE y las condiciones geográficas del observatorio de *Chacaltaya*. No obstante, dicha función tampoco se sale de ciertos estándares que ya fueron determinados para funciones de distribución lateral muónica y que fueron encontradas según las condiciones y propiedades de los observatorios en otras latitudes geográficas al rededor del Planeta. Si se hace una comparación entre la función

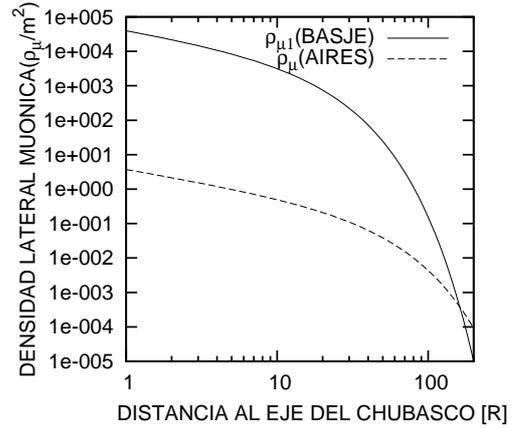


FIG. 23.— Función empírica con los datos del BASJE y función simulada con *AIREs*

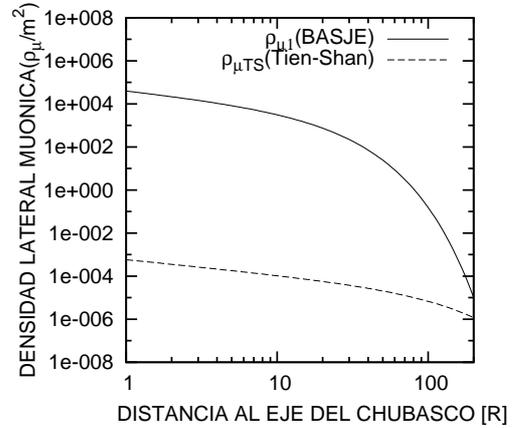


FIG. 24.— Función empírica con los datos del BASJE y función *TIENSHAN*

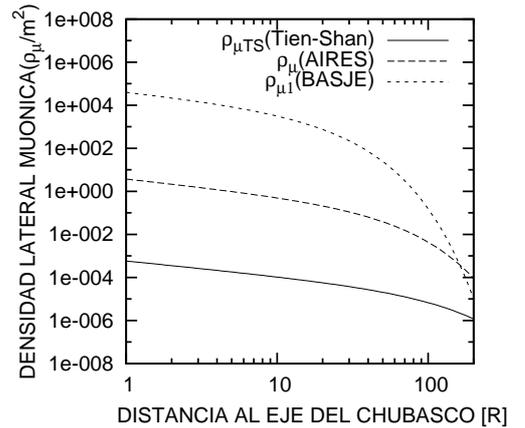


FIG. 25.— Función empírica con los datos del BASJE, la función *TIENSHAN* y la simulada con *AIREs*

ajustada mediante la simulación con *AIREs* y la primera función ajustada con los datos del BASJE, se puede encontrar una discrepancia en un factor de  $10^3$  cuya explicación es debida a una diferencia de densidad lateral muónica, y, al estar la función de distribución lateral muónica en directa proporción con la energía del chubasco, entonces, la simulación hecha con *AIREs* fue mucho menos energética que los *EAS* detectados por el arreglo BASJE. La Fig. 23 puede detallar de mejor manera la mencionada discrepancia energética entre la simulación hecha con *AIREs* y la primera función empírica de distribución lateral muónica, y

TABLA 6  
NUMERACIÓN DE LAS VENTANAS O CAJAS EN CUYOS CENTROS SE  
ENCUESTRAN FUENTES BINARIAS DE RADIACIÓN  $\gamma$  YA CONOCIDAS

| Número de Ventana | Fuente $\gamma$ Binaria | $\alpha(^{\circ})$ | $\delta(^{\circ})$ |
|-------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|
| 1                 | <i>VelX</i> - 1         | 135.53             | -40.56             |
| 2                 | <i>ScoX</i> - 1         | 244.25             | -15.5              |
| 3                 | SS433                   | 287.34             | 4.9                |
| 4                 | X1822 - 371             | 275.59             | -37.1              |
| 5                 | X1700 - 377             | 255.00             | -37.7              |
| 6                 | X1907 + 097             | 286.75             | 9.7                |
| 7                 | V1223SGR                | 282.95             | -31.23             |
| 8                 | <i>AEAgr.</i>           | 306.89             | -1.049             |
| 9                 | <i>C.G.</i>             | 266.4              | -28.9              |

por ende, la correspondiente al menor intervalo de energías, que se obtuvo con los datos del BASJE y que se corresponde con las ecuaciones 8 y 9.

$$\rho_{\mu AIREs}(R) = 0.95(5.73)^{0.80}R^{-0.75}\exp\left(\frac{-R}{30}\right) \quad (8)$$

$$\rho_{\mu BASJE}(R) = 0.95(6.70 * 10^5)^{0.80}R^{-0.75}\exp\left(\frac{-R}{10.73}\right) \quad (9)$$

Por este motivo, la Función o las funciones encontrada asumen su propia identidad y están sujeta a ser empleadas en una de sus más interesantes aplicaciones que es la de poder encontrar fuentes de radiación  $\gamma$ . Los siguientes acápite del artículo y la última sección amplían de mejor manera nuestras conclusiones.

### 6.1. La Función TIEN-SHAN

En el arreglo del observatorio de rayos cósmicos de Tien Shan (3340 *m.s.n.m.*), ubicado en Asia Central, en la región fronteriza entre Kazajistán, Kirguistán y la Regin Autónoma Uigur de Xinjiang en China occidental, también se hicieron investigaciones experimentales acerca del flujo de densidad de partículas muónicas con energías iguales a  $E_{\mu} = 5 \text{ GeV}$ , distancias radiales para los chubascos atmosféricos desde los 10 metros hasta los 200 metros, con intervalos de energía o tamaño de los chubascos igual a  $2 \times 10^5 \leq Ne < 5 \times 10^6$  y para ángulos zenitales  $\theta \leq 30^{\circ}$ . Estas investigaciones arrojaron como resultado datos que conforman la llamada Función de distribución Lateral Muónica Tien-Shan, cuya ecuación es la siguiente: (Sten'kin 1980)

$$\rho_{\mu TS}(R) = 5.9 \times 10^{-4} \times R^{-0.7} \times \exp\left(\frac{-R}{80}\right) \quad (10)$$

Si comparamos esta última ecuación con la que obtuvimos con los datos del BASJE-MAS (Ec. 3), podemos inferir las semejanzas en cuanto a la forma que poseen ambas, con la diferencia de algunos parámetros que se deben necesariamente a las condiciones iniciales de los detectores que se emplearon para obtenerlas y las diferentes situaciones geográficas de los observatorios. La Fig. 24 despliega las gráficas para la función Tien Shan y la primera función obtenida con los datos del BASJE. Las discrepancias que se observan son del mismo tipo que para el caso de la función ajustada con los datos simulados de AIREs, es decir, los rangos energéticos para la función *TienShan* son menores que para la función AIREs, y mucho menores que para la función BASJE. Este hecho se lo puede comprobar en la Fig. 25, en la que se despliegan las tres funciones mencionadas.

### 6.2. Mejoras para la Función encontrada

La Función que encontramos posee la forma de la que ya se obtuvo en otros observatorios, lo que nos garantiza que hemos

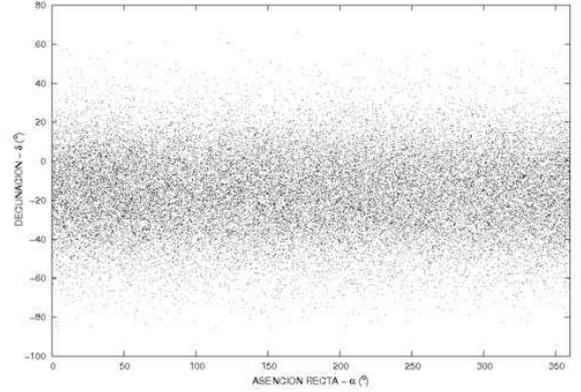


FIG. 26.— Chubascos candidatos a ser fuentes de radiación  $\gamma$  obtenidos con la Función  $\rho_{\mu 1}(R)$

efectuado un aceptable análisis con los datos del detector de muones del BASJE; sin embargo, la base de datos que hasta el momento se tiene de todos los datos convertidos tan sólo abarcan 500 ( $\sim 35\%$ ) días de registros buenos, los restantes 960, que completan los 4 años de funcionamiento del detector de muones, poseen fallas o errores debidos a tormentas eléctricas, desperfectos electrónicos, etc. Ahora, de esta base de datos con 500 días con eventos aceptables, se ha hecho el análisis de un 80% de los mismos; entonces, para hacer mejoras en la Función encontrada se puede completar el restante 20% que falta para afinar nuestros resultados.

## 7. APÉNDICE

Para finalizar nuestra investigación vamos a hacer una rápida aplicación de la Función Empírica de Distribución Lateral Muónica obtenida, y la llamamos *rápida* pues no vamos a utilizar estadísticas específicas en su aplicación, debido a que ello amerita un nuevo estudio e investigación que rebasaría los límites de la presente.

### 7.1. Aplicación rápida de la Función

Para hacer una selección de los chubascos candidatos a fuentes de radiación  $\gamma$  mediante el empleo de la Función obtenida, primeramente tenemos que seleccionar la densidad de todos los chubascos en un anillo determinado de nuestro método de los *anillos concéntricos*.

A esta variable de densidad observada la denominamos  $\Delta_{Observada}^n$ , y representa los eventos registrados por los detectores del BASJE-MAS. A su vez, de la Función de Distribución Lateral Muónica encontrada se tiene los valores esperados de densidad muónica para cada anillo concéntrico, variable a la que llamamos  $\Delta_{Esperada}^n$ .

La razón  $R$  de estas dos variables se define como: (Bustos 1997)

$$R_n = \frac{\Delta_{Observada}^n}{\Delta_{Esperada}^n}; n = 1, 2, 3 \dots i \quad (11)$$

De esta última relación se puede hacer una estimación del número de muones presentes en un chubasco y que viene dado por:

$$R_{\mu} = \langle R_n \rangle = \frac{1}{i} \sum_1^i R_n \quad (12)$$

Se considera la media aritmética debido al poco número de anillos concéntricos que en general activan todos los detectores de muones.

De este modo, en porcentaje se tiene:

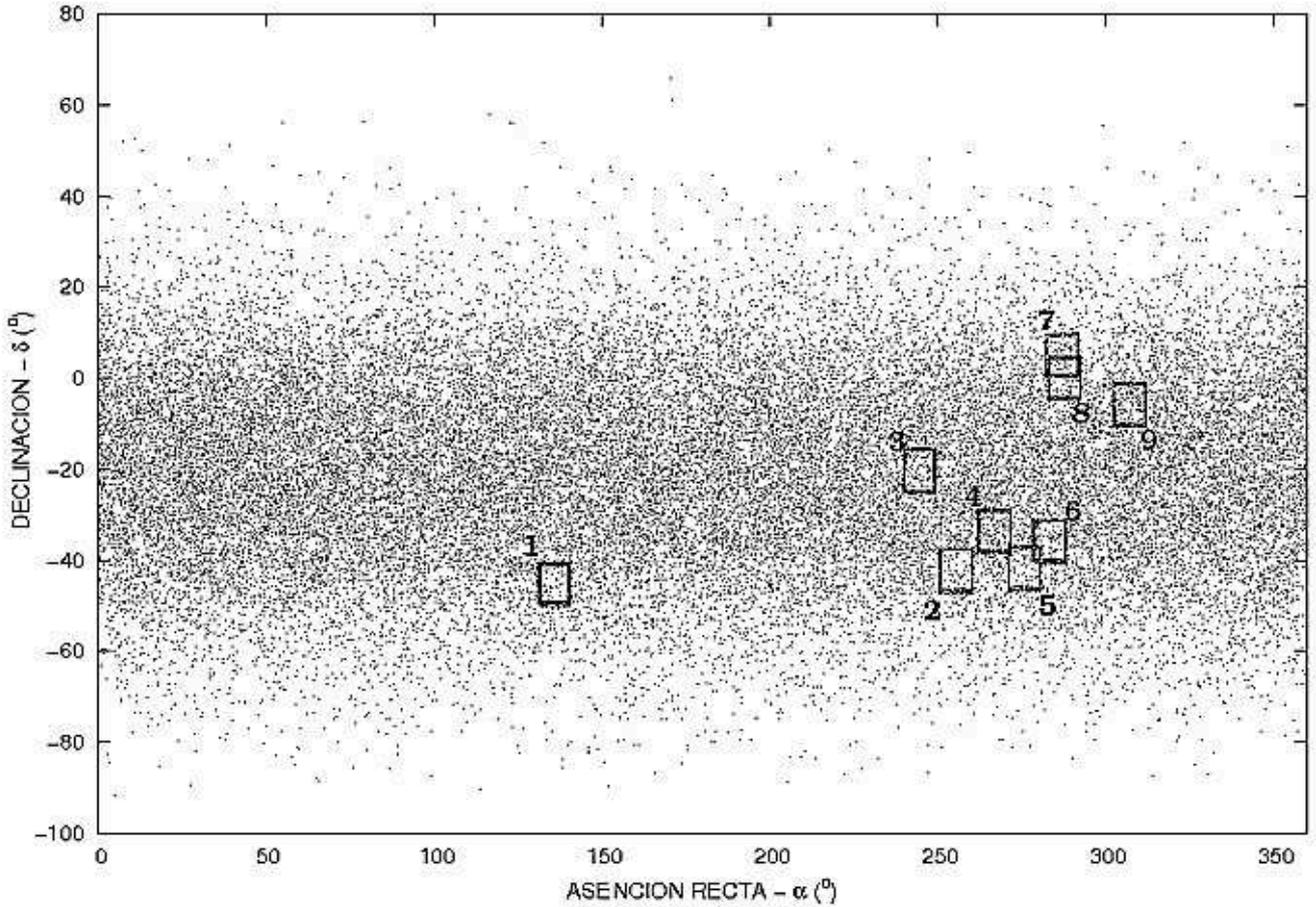


FIG. 27.— Determinación de las regiones ( $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ ) de fuentes de radiación *gamma* ya establecidas

$$R_{\mu}(\%) = R_{\mu} \times 100 \quad (13)$$

De dónde, para la selección de los chubascos candidatos se eligieron aquellos con contenidos muónicos por debajo del 5%.

La Fig. 26 nos muestra la selección de estos chubascos y su orientación en coordenadas ecuatoriales.

Finalmente, de la nueva base de datos de chubascos candidatos y en coordenadas ecuatoriales de ascensión recta ( $\alpha$ ) $^{\circ}$  y declinación ( $\delta$ ) $^{\circ}$ , podemos adelantar que uno de los métodos para determinar las fuentes *gamma* consiste en la selección de re-

giones ya localizadas y conocidas de fuentes en esta última base de datos, y que para verificarlas se hace uso de la localización de ventanas o cajas de  $10^{\circ} \times 10^{\circ}$  en torno a las fuentes ya conocidas y aplicar estadísticas que puedan comprobar que los centros de estas ventanas, en efecto, corresponden a fuentes reales de radiación *gamma*.

La Fig. 27 nos muestra la localización de algunas fuentes *gamma* ya conocidas y que están enmarcadas mediante las ventanas o cajas mencionadas, y en la Tabla 6 se enumeran éstas y la fuentes que deberían encontrarse en sus centros.

#### REFERENCIAS

- Aseikin, V. S. 1980, Electron and Muon Density Distributions of EAS at the Mountain Altitude
- Burgoa, O. 2002, Basje Data Analysis Program v. 6.7
- Bustos, R. 1997, Búsqueda de Radiación Gamma de Alta Energía de Sistemas Binarios Utilizando el Detector de Hadrones. Tesis de Licenciatura en Física, Carrera de Física, UMSA. La Paz, Bolivia
- Hayashi, Y. 2005, A Study on the Lateral Structure of Muons in Extensive Air Showers with the GRAPES Array at Ooty
- Luczak, P. 2009, Lateral distribution of EAS muons measured with the KASCADE-Grande Muon Tracking Detector
- Sokolsky, P. 1989, Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics, Frontiers in physics, vol. 76, 210
- Sten'kin, Y. V. 1980, On the Muon Lateral Distribution Function in Eas
- Tokuno, H. 2002, How to Analyze Mas Array Data
- Tsunesada, Y. 2002, Study on Cosmic Ray Anisotropy with the Air Shower Experiment at Mount Chacaltaya. A Dissertation Submitted for the Degree of Doctor of Science, Department of Physics, Tokyo Institute of Technology

ENSAYOS DE IMPACTO SOBRE LA JATATA (*GEONOMA DEVERSA*)  
BAJO DIVERSOS TRATAMIENTOS FÍSICOS  
IMPACT TESTING ON THE "JATATA" (*GEONOMA DEVERSA*)  
UNDER EXPOSURE OF DIFFERENT PHYSICAL TREATMENTS

E. R. PALENQUE<sup>†</sup>, F. GHEZZI, & C. VARGAS

Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
La Paz - Bolivia

(Recibido octubre de 2010; aceptado febrero de 2011)

RESUMEN

La jatata (*Geonoma deversa*) es una palmera tropical con un larga historia de aprovechamiento tradicional para la elaboración de paños utilizados para techados de adorno, que son elaborados principalmente por el grupo étnico T'simane. Estos paños han sido introducidos y comercializados en el área urbana de las tres capitales principales de Bolivia, sufriendo un deterioro en la estructura misma de la hoja, principalmente en la ciudad de La Paz, lo que provoca una dramática disminución en su tiempo de vida, siendo las causas posibles de este daño las condiciones climáticas a las que fueron expuestas. En este trabajo se realizó un estudio de la fragilidad de las hojas de jatata bajo cambios térmicos, hídricos, y exposiciones a radiación UV. Se encontró que los ciclos diarios de humedad de La Paz (saturación a seco) causan los mayores daños a las hojas de jatata.

*Descriptor:* Radiación ultravioleta — efectos sobre sistemas biológicos — fibras naturales — ensayos de impacto

Código(s) PACS: 87.50.W., 81.05.Lg, 81.70.Bt

ABSTRACT

The Jatata (*Geonoma deversa*) is a tropical palm tree whose leaves have been traditionally used in roofing, particularly by the T'simane ethnic group in the lowlands of Bolivia. Jatata roofing panels have been introduced and marketed in Bolivia's three main cities - Santa Cruz, Cochabamba and La Paz. In La Paz a greater deterioration of the leaf structure is observed causing a dramatic decrease in roof lifetime. It is thought that climatic conditions are responsible for the degeneration of the roof panels. A study of the fragility of the jatata panels was carried exposing them to changes in temperature and humidity, and also to differing levels of ultraviolet radiation. We find that the most significant influencing factor are the daily moisture cycles at La Paz (from saturation to dryness) causing the most damage to the jatata leaves.

*Subject headings:* ultraviolet radiation — effects on biological systems — natural fibers — impact testing

1. INTRODUCCIÓN

La jatata (*Geonoma deversa*) es una palmera tropical que crece en regiones de la cuenca amazónica, asociada al pie de monte de los Andes orientales. Ecológicamente, se distribuye en tierras bajas, en diferentes tipos de bosques pluviales, ocupando el nivel del sotobosque libre de inundaciones, ya que requieren de suelos bien drenados. La jatata tiene un hábito arbustivo, con varios tallos y hojas trifoliadas. Se concentra en estratos de bosque con alturas entre los 2 y 4 metros, con poblaciones de gran densidad de individuos. En la figura 1 se puede apreciar la forma y estructura de la hoja de jatata. Si bien no se aprecia el perfil desde la base de las plantas, estos

estípites conforman un solo individuo de *Geonoma deversa*, siendo el de mayor talla que llega a los 3.1m de altura (Moraes & Paniagua 2006).

Se considera un producto forestal no maderable, con una larga historia de aprovechamiento tradicional; principalmente para el tejido de paños que se utilizan para el techado de viviendas de pueblos indígenas como los tsimane', mosetenes y tacana; viviendas de campesinos y habitantes del área rural, viviendas de ciudades intermedias como San Borja, y como producto de lujo para el techado de clubes restaurantes y sectores de viviendas en ciudades como Santa Cruz, Trinidad, Cochabamba, y La Paz. En la figura 2 se puede apreciar el trabajo final de un techado elaborado con hojas de jatata (Moraes & Paniagua 2006).

<sup>†</sup>Email: edyruy@umsa.bo



FIG. 1.— Detalle de la hoja de jatata (Foto: M. Moraes - HNB).

La recolección de jatata para la elaboración de los paños, se realiza por familias, pero sólo en la época seca, cuando no realizan otras actividades económicas, bajo condiciones climáticas estables. Los paños de jatata son láminas formadas por un tejido de hojas maduras, unidos a una varilla elaborado con el paño de chuchí (*Poaceae: Gynerrium sagittatum*), con el amarrado de las hojas a las varillas para lo que se utiliza la raíz de una liana epífita (*Cyclanthaceae: Thorocarpus bissectus*). La selección de individuos de jatata a ser podados, se realiza utilizando una serie de criterios como la recolección de hojas maduras de plantas que sobrepasan los 2 m de altura. El corte es de aproximadamente el 65% de los tallos presentes, evitando el corte de individuos de tallos muy doblados y hojas pequeñas, ya que éstos pueden cumplir la función de semilleros. A la fecha una hoja madura se considera cuando la hoja tuvo un crecimiento de 8 meses (Moraes 2010). Los paños de jatata son productos intensivos en mano de obra, con productos provenientes únicamente del bosque (Otterburg & Ergueta 2006).

Este sistema de techado no solamente tiene un gran valor estético sino que además es muy funcional y puede competir fácilmente con sistemas de amplia difusión como las calaminas de zinc, o las tejas cerámicas. Las experiencias actuales han demostrado que el uso tradicional de las jatatas como parte de techados mantiene un rendimiento de 3,5 a 5 años en el trópico sudamericano (Otterburg & Ergueta 2006), y que básicamente no dependen de las



FIG. 2.— Techo elaborado con jatata (Trinidad – Beni) (Foto: M. Moraes).

condiciones climáticas típicas del trópico.

Algunas experiencias piloto han demostrado que la durabilidad de un techado de jatata se reduce considerablemente en las condiciones ambientales de la ciudad de La Paz, y como primeras hipótesis se planteó que las causas de la reducción drástica (de 4 años a 6 meses) podrían estar relacionadas con ciertos factores ambientales, como:

- El excesivo nivel de radiación ultravioleta solar en La Paz respecto de las tierras bajas.
- La extrema variación térmica diaria en los valles andinos y el Altiplano.
- La diferencia de humedad relativa entre la zona tradicional de uso (los llanos amazónicos) y el valle de La Paz.

Para poder cuantificar y definir cuál de esos factores es el que tiene mayor influencia en la reducción de la durabilidad de los techados de jatata, se realizó un estudio experimental para definir cuál de las causas citadas es la que más afecta y daña la resistencia mecánica (ligada a la durabilidad) de los tejidos vegetales del tipo de las hojas de jatata.

## 2. ENSAYOS DE FRACTURA POR IMPACTO

De entre todas las variables que pueden describir el comportamiento mecánico de una plancha (por similitud con la geometría de las hojas de palmera) se eligió medir el valor del esfuerzo de rotura (MOR, por sus siglas en inglés: Modulus Of Rupture) como parámetro básico para comparación en este estudio de las propiedades representativas de las hojas de jatata. Las principales razones para esta elección fueron que el MOR es un parámetro físico relacionado con:

- Las propiedades elásticas (el Módulo de Young).
- La durabilidad de las muestras (el coeficiente de resiliencia).
- La dureza total (resistencia a los cortes).

- La fragilidad (resistencia a los impactos).

El sistema de laboratorio utilizado para los ensayos de impacto es comúnmente conocido como ensayo Charpy (Askeland et al. 1998; D. Callister et al. 1995). Durante el ensayo, la energía inicialmente potencial de la probeta del péndulo se transforma en cinética y luego en elástica al momento del impacto. Se determina el punto de ruptura de la muestra cuando ésta emplea la energía almacenada como elástica en separar partes de la propia muestra en vez de reimpulsar el retorno. El proceso también puede determinarse mediante las emisiones acústicas, ya que una porción de la energía almacenada durante la fase elástica se libera en forma de sonido en un tiempo muy breve, durante la fase de contacto de la muestra con el péndulo de impacto.

Entre las diversas clasificaciones utilizadas en ciencia de materiales, podemos encontrar dos tipos de fractura denominados como dúctiles y frágiles. La clasificación esta basada en la capacidad del material para experimentar y soportar deformación plástica. Los materiales dúctiles exhiben normalmente deformación plástica substancial con muy alta absorción de energía antes de la fractura. Por otro lado, en la rotura frágil normalmente se tiene poca o ninguna deformación plástica, lo que da como resultado una pequeña absorción de energía en el proceso de rotura. Se debe considerar que “dúctil” y “frágil” son términos relativos; si una fractura en particular es considerada de un tipo u otro depende de la situación general [5]. Experimentos previos bajo condiciones normales de laboratorio nos inducen a pensar que las muestras de hojas de jatata tienen un comportamiento de ruptura frágil.

Siguiendo el método estándar (International Standard Organization 2004) de la norma DIN EN 52 186 (1978) para medidas realizadas en muestras de madera, se puede calcular la fuerza de impacto proveniente del golpe del péndulo sobre la muestra como:

$$F = \frac{m}{t} \sqrt{2gl(1 - \cos(\alpha))} \quad (1)$$

donde:

- $F$  es la fuerza de impacto entre la muestra y el vástago fijo (en Newtons).
- $m$  es la masa del péndulo (en Kilogramos).
- $t$  es el tiempo de contacto durante el impacto (en segundos).
- $g$  es la aceleración de la gravedad ( $9.78 \text{ m/s}^2$  en La Paz).
- $l$  es la longitud del brazo del péndulo (en metros).
- $\alpha$  es el ángulo de partida del péndulo (en radianes).

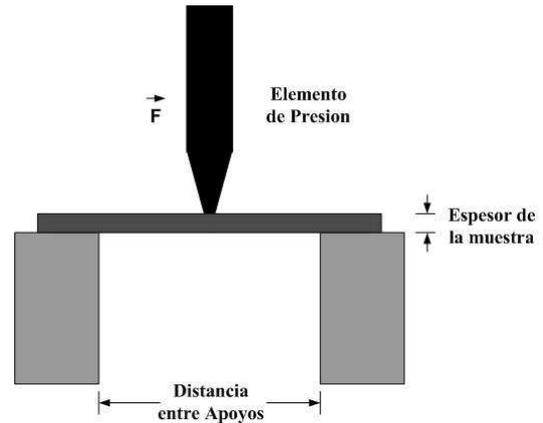


FIG. 3.— Esquema del equipo utilizado durante los ensayos.

Una vez conocida la fuerza del impacto, se puede calcular el valor del esfuerzo de rotura (o MOR) mediante una fórmula simple (H. Gonzales & Bedoya 2007).

$$\sigma_{ult} = \frac{3 FL_{apoyo}}{2 DE^2} \quad (2)$$

donde:

- $\sigma_{ult}$  es el esfuerzo de rotura en flexión (en MPa).
- $F$  es la máxima carga (de rotura) aplicada sobre la muestra, y que se calcula a partir del ángulo máximo de flexión del péndulo de impacto (en Newtons).
- $L_{apoyo}$  es la longitud entre apoyos de la muestra (en metros).
- $E$  es el espesor de la muestra (en metros).
- $D$  es el ancho de la muestra (en metros).

La figura 3 muestra el principio físico del experimento utilizado en laboratorio para las pruebas de flexión extrema hasta la ruptura por impacto.

### 3. RADIACIÓN ULTRA VIOLETA (RUV)

A la fecha se conoce que la radiación ultravioleta causa efectos nocivos sobre la vida. Generalmente se clasifica a la RUV por tres regiones del espectro electromagnético, las cuales están en función al efecto que provocan: UV-A (320 nm – 400 nm) es la responsable del bronceado de la piel, UV-B (280 nm – 320 nm) puede provocar daños en la piel, en la vista y el sistema inmunológico, UV-C (100 nm – 280 nm) es la banda más peligrosa para la vida, pero es totalmente absorbida por la estratósfera (Zaratti 2003).

Actualmente existen lámparas comerciales que simulan la emisión de radiación ultravioleta solar, que son utilizadas para el bronceado artificial de la piel. Los resultados más importantes de la caracterización de estas lámparas son: emiten radiación mayoritariamente en el rango UV-A y en menor porcentaje en el rango UV-B, la intensidad de la lámpara disminuye como función al inverso de la distancia, teniendo una intensidad prácticamente uniforme a

25 cm de los bordes de la lámpara, hasta una distancia de separación de 20 cm con respecto al eje de la lámpara (E. Juaniquina & Ticona en preparación).

#### 4. TRATAMIENTOS SOBRE LA JATATA

Se realizaron tres diferentes tratamientos a las hojas de jatata, que pueden ser responsables del deterioro de estas hojas que fueron expuestas al clima de La Paz.

##### 4.1. *Tratamiento de humedad*

Se sometió un conjunto de muestras a ciclos de variación de humedad, desde la saturación de las mismas hasta condiciones de secado; lo que representó una simulación de variaciones desde 95% a 15% HR características de los extremos del clima en La Paz (Segalines & Cabré 2000). Estas muestras (hojas enteras de jatata) fueron sometidas a una serie de ciclos hídricos. Estos ciclos consistieron en sumergir completamente las hojas en agua durante 30 minutos, para luego secar las muestras por evaporación natural, colocando las hojas en posición vertical sujetando sus tallos a una cuerda. Realizando un control de temperaturas con un sensor infrarrojo (Minitemp), con una resolución de  $0.1^{\circ}\text{C}$ , las temperaturas oscilaban entre  $14^{\circ}\text{C}$  hasta  $20^{\circ}\text{C}$  (del ambiente), y de  $13^{\circ}\text{C}$  hasta  $17^{\circ}\text{C}$  (del agua). Este tipo de tratamiento representa el ciclo extremo de humedad que puede tener una superficie expuesta a la intemperie en La Paz, con superficies mojadas por condensación durante la madrugada y sequedad alta a medida que transcurre el día. Se destaca el hecho que durante la madrugada, la condensación crea una capa líquida que puede durar hasta 4 horas, siendo uno de los tiempos de humectación de superficie más largos entre los reportados (Rocha 2000). Una peculiaridad observada en este tratamiento fue que las hojas tomaban un aspecto blanquecino a mayor cantidad de ciclos. Se continuará el estudio para obtener las reacciones químicas causadas por este tipo de tratamiento.

##### 4.2. *Tratamiento Térmico*

Se estudió el efecto de variación térmica extrema, sometiendo otro conjunto de muestras a repetidos ciclos de temperaturas, en una simulación más breve de las variaciones térmicas que soportarían las hojas a la intemperie. Dadas las condiciones típicas del clima de La Paz, las temperaturas elegidas para el ciclo fueron de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $20^{\circ}\text{C}$ ; que representan una amplitud térmica amplia pero característica de los valores obtenidos en muestras expuestas a la intemperie (Rocha 2000). Las muestras analizadas (hojas enteras de jatata), fueron introducidas a un congelador, alcanzando el punto de congelación del agua, una vez alcanzada esta temperatura las muestras quedaban expuestas al ambiente para alcanzar la temperatura media del laboratorio ( $\sim 15^{\circ}\text{C}$ ) en una cantidad creciente de ciclos. Las muestras fueron aisladas del ambiente con una bolsa plástica autosellante, para evitar la humectación de las hojas que

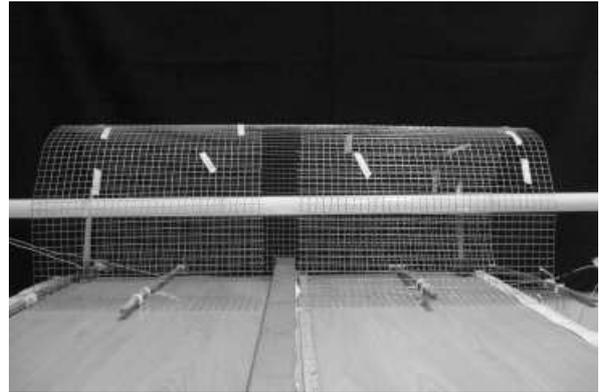


FIG. 4.— Sistema empleado para irradiar las hojas de jatata.

se daría al condensar la humedad del aire sobre superficies frías. Las temperaturas iniciales y finales de los ciclos fueron controlados con el mencionado sensor infrarrojo. El rango de temperaturas elegido es el típico al cual las hojas se encontrarían expuestas durante el invierno en la ciudad de La Paz, con mínimas cerca de las heladas, y máximas después del medio día. Durante el verano, ambos extremos se incrementan en cinco grados. Un efecto peculiar de este tratamiento fue que las hojas empezaron a curvarse alrededor de la nervadura central, tendiendo a formar cilindros.

##### 4.3. *Tratamiento por Irradiación*

Finalmente, se sometió a un tercer conjunto de muestras a una exposición continua de radiación ultravioleta. Para realizar este tratamiento por radiación se construyó el dispositivo mostrado en la figura 4. Tal como se puede apreciar en la figura, la radiación ultravioleta proviene de una lámpara especial de tipo fluorescente (WOLF System Velocity VCL 59) que irradia en los rangos de UVA y UVB. Alrededor de la lámpara se armó un semicilindro con alambre tejido en forma cuadrangular, con las siguientes características: el área de los cuadros de la rejilla es  $\sim 1,36\text{ cm}^2$ , el grosor del alambre es  $\sim 1.14\text{ mm}$ , y el diámetro del semicilindro es de 30 cm. Las muestras (hojas enteras de jatata) fueron colocadas sobre las rejillas del semicilindro, quedando siendo expuestas a tiempos progresivos hasta las 288 horas continuas.

La dosis emitida por la lámpara se midió con un dosímetro (Gigahertz Optik X1-1), el cual contiene dos foto-detectores para medir la dosis emitida para el rango UV-A y UV-B específicamente, a una distancia dada de la fuente de iluminación. Las medidas se realizaron a partir de los 5 cm hasta alcanzar los 150 cm, sobre la línea base del plano mediatriz de la lámpara, realizando las medidas a cada 5 cm de distancia. La figura 5 muestra: (a) el espectro característico de la lámpara, y la dosis recibida en función a la distancia (b) para el rango UV-A, (c) y para el rango UV-B.

También se realizó la medición del espectro de la lámpara, a una distancia fija de 15 cm, con un mini-espectrofotómetro (ORIEL PRODUCT LINE M-78345), de 0.5 nm de resolución, con un rango que

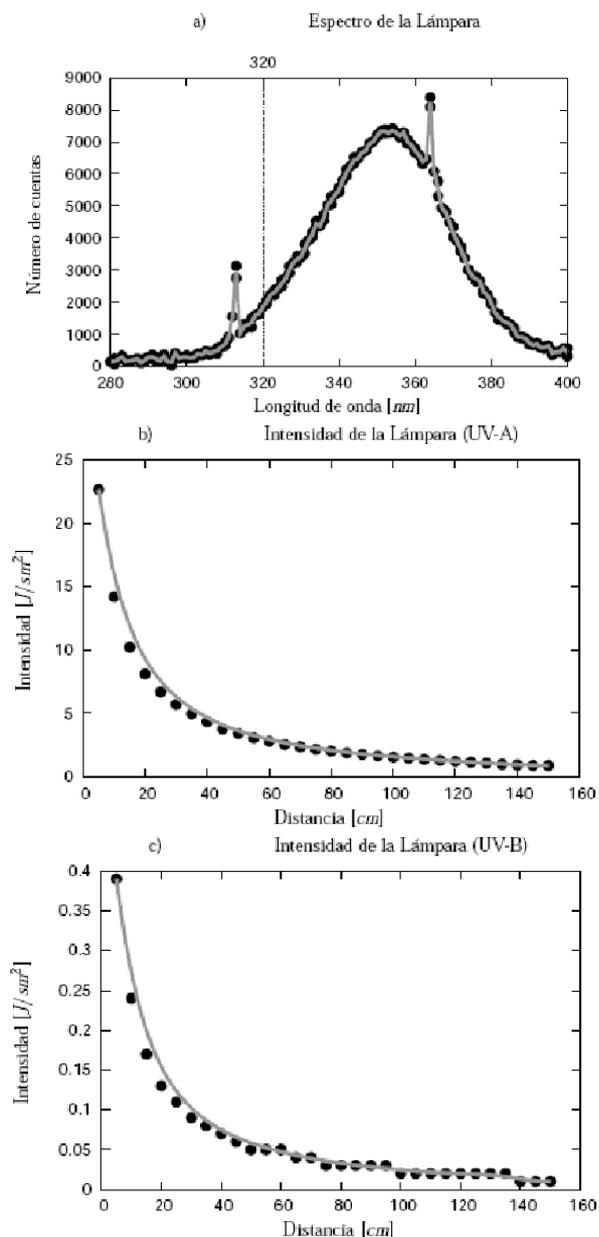


FIG. 5.— (a) el espectro de emisión de la lámpara, y el cambio en la intensidad de la lámpara en función a la distancia, (b) espectro de emisión en la región UV-A, (c) espectro de emisión en la región UV-B.

va desde los 200 nm hasta los 800 nm. Toda esta caracterización de la lámpara fue realizada para comprobar la longitud de onda para la cual irradia la lámpara y la dosis que emite la lámpara para realizar el cálculo correspondiente en comparación al Sol.

Las muestras (hojas enteras de jatata) fueron dispuestas sobre la red metálica (véase la Figura 4), siendo expuestas por 14 días continuos. Se realizó también un control de la temperatura superficial de las hojas con el sensor mencionado anteriormente, donde las hojas alcanzaron una temperatura de 22° C sobre la cara expuesta de la hoja y 20° C sobre la otra cara, manteniéndose constante durante todo el periodo de exposición, lo cual es coherente

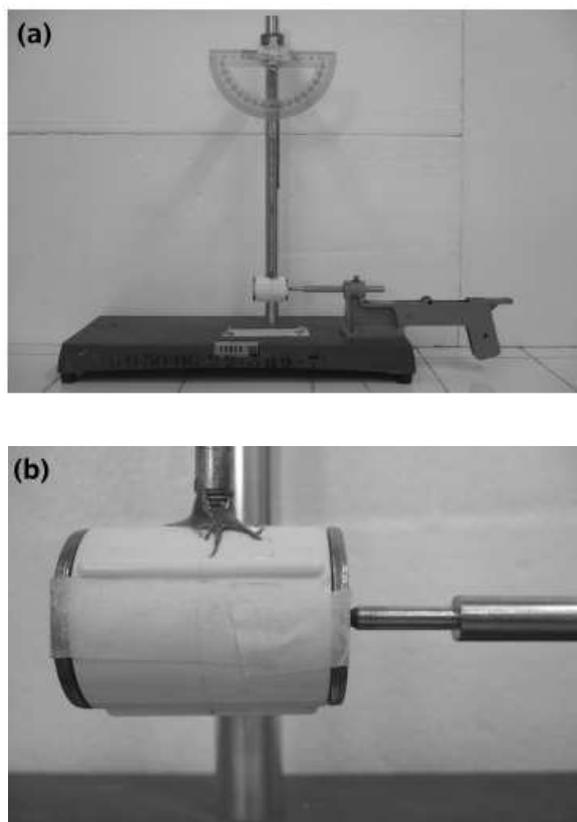


FIG. 6.— Se muestra la fotografía de: (a) El dispositivo para los ensayos de impacto. (b) El detalle del cabezal.

con el sistema de exposición natural, a temperaturas ambientales con poca variación. Además, permite descartar efectos de degradación causados por exceso de calor sobre las superficies, o la interior de las hojas. Se notó que durante este periodo de exposición las hojas empezaron a tornarse de color rojo, perdiendo su verde característico. Se analizará los cambios químicos que conducen a esa variación cromática de las hojas.

## 5. EL PÉNDULO IMPACTADOR

### 5.1. Construcción del Equipo de Impacto

El dispositivo experimental utilizado fue una variación del péndulo de Charpy, para ensayos de impacto. El dispositivo consta de:

- Un cabezal (cilindro plástico con arandelas) con una masa de 43,4 g.
- Un penetrador con una superficie de impacto igual a 0.16mm<sup>2</sup>.
- Un transportador que se ajustó al eje de rotación.

En la figura 6 (a) se puede apreciar el péndulo impactador que se utilizó para realizar las mediciones, y en la parte (b) el detalle del cabezal.

### 5.2. Calibración del Equipo de Impacto

Se calibró al impactador con muestras estándar que tiene ruptura dúctil (láminas de aluminio) y frágil (láminas de vidrio) con espesores similares a las muestras de las hojas de jatata. Las muestras de aluminio fueron obtenidas de una lámina comercial de aluminio de 0.02 mm de espesor, cortando de la misma muestras de 20.30 mm de longitud y de 5.50 mm de ancho. El análisis de ruptura se realizó con el siguiente procedimiento: La primera muestra fue fijada a la arandela con adhesivo, para ser impactada hasta la ruptura registrando el ángulo desde el cual el péndulo era soltado. Para las siguientes muestras se tomó como ángulo inicial el encontrado en la primera muestra, realizando pequeños incrementos en el ángulo de impacto hasta encontrar el ángulo al que la muestra presentaba la mínima ruptura al primer impacto. Aplicando las fórmulas de la sección 2, se encontró el valor del módulo de ruptura para el aluminio, obteniendo:

$$MOR_{aluminio} = 4096 \pm 96 [MPa]$$

donde la incertidumbre proviene de la desviación estándar.

Las muestras de vidrio fueron cubre objetos SCHOOT para microscopios. Las muestras fueron cortadas con filo de diamante, para obtener las siguientes dimensiones: longitud de 18.10mm, ancho de 6.00mm, y espesor de 0.14mm, en promedio. Las pruebas de ruptura para este material se realizaron siguiendo el mismo procedimiento que para las láminas de aluminio. Aplicando las fórmulas de la sección 2, se encontró el valor del módulo de ruptura para el vidrio, obteniendo un valor igual a:

$$MOR_{vidrio} = 33.2 \pm 0.1 [MPa]$$

el tiempo empleado para el cálculo de los resultados anteriores es sólo un valor aproximado, tomado igual a una centésima de segundo, calculado a partir de un chasquido emitido al momento de ruptura que es propio de cada material. Puesto que el análisis de este trabajo se centra en el cambio que sufre la resistencia mecánica de las hojas de jatata, sólo se consideran valores relativos del valor de MOR obtenido para muestras con tratamiento entre el valor de MOR obtenido para muestras sin tratar, donde la ecuación que se utilizará es:

$$\frac{MOR_{muestra}}{MOR_{base}} = \frac{L_{muestra} D_{base} E_{base}^2}{L_{base} D_{muestra} E_{muestra}^2} \times \sqrt{\frac{1 - \cos(\alpha_{muestra})}{1 - \cos(\alpha_{base})}} \quad (3)$$

donde el resultado es una cantidad sin unidades que no depende de la masa del péndulo, ni de la longitud del mismo, ni de la aceleración gravitacional, y suponiendo que el tiempo no presenta una variación substancial para muestras de jatata con tratamientos y sin tratamientos. Con lo cual se fijan los parámetros de calibración del equipo.

### 5.3. Ensayos de Ruptura sobre la Jatata

El estudio sobre las hojas de jatata comenzó con la selección de una cantidad adecuada de éstas. La selección solamente se basó en el aspecto macroscópico que presentan las hojas, descartando aquellas que presentaban hongos (que debilitaron la estructura), o que presentaban alguna quebradura o doblez, y las que presentaban manchas o polvo; ya que estos factores pueden modificar substancialmente los resultados sobre el módulo de ruptura. Entonces, se tomó en cuenta sólo las hojas más frescas, caracterizándose por tener un tono de color verde oscuro.

Un aspecto importante que es necesario destacar es que la jatata, como todas las plantas de hojas largas presentan en sus hojas dos tipos de tejido fácilmente diferenciados: uno correspondiente a las nervaduras de la hoja (que determinan la forma y rigidez de la misma) y uno de "relleno" entre nervaduras, conocido como limbo, que sirve para la captación de radiación utilizada para el proceso de fotosíntesis. Un análisis rápido determinó que el parámetro que se busca medir (el MOR) es mucho más alto en las nervaduras que en la hoja misma. Además, considerando que las nervaduras son prácticamente cilindros con un diámetro del doble o triple que el grueso del material de las hojas, es lógico suponer que, como lo demuestran los experimentos, el MOR de las nervaduras es mucho más alto que el MOR de las hojas. Como el presente estudio trata de averiguar la resistencia mecánica del material en su conjunto, en el caso de los parámetros de ruptura, siempre se debe considerar el más débil, que en este caso particular resulta ser el material de las hojas. Por tanto, se dejó de lado el estudio de la resistencia de las nervaduras, el cual será realizado en un trabajo posterior.

Las muestras analizadas con el equipo impactador fueron tomadas teniendo en cuenta una simetría en la separación entre las nervaduras para una longitud de  $\sim 30mm$ , sobre toda la superficie de la hoja sin tomar en cuenta los bordes en las hojas. Los cortes en las hojas fueron realizados con un bisturí (al igual que en el aluminio). Las dimensiones de las muestras de jatata fueron, en promedio: longitud de 30 mm, ancho de 3 mm, y espesor de 0,1 mm.

## 6. RESULTADOS

El estudio de ensayos de impacto comenzó realizando una serie de mediciones del ángulo de ruptura, para hojas sin ningún tipo de tratamiento, para establecer una línea base, a partir de 30 muestras tomadas al azar de 10 diferentes hojas de jatata, que fueron entregadas al Instituto de Investigaciones Físicas (IIF) por la Fundación para el Desarrollo Tecnológico, Agropecuario y Forestal TROPICO. Se continuó midiendo el MOR para hojas de cada uno de los tratamientos, siguiendo el mismo procedimiento realizado para las muestras de aluminio y vidrio.

Una vez culminado el proceso de medición del módulo de ruptura, se encuentra que el valor para el módulo de ruptura para las hojas de jatata sin

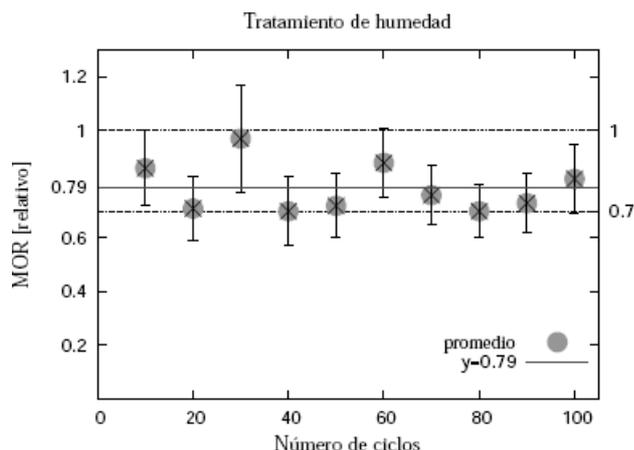


FIG. 7.— Módulo de ruptura (MOR) relativo en función al número de ciclos de tratamiento hídrico.

ningún tratamiento es de  $223.2 \pm 23.6 [MPa]$ , valor que se considera como la referencia o línea base de los cálculos posteriores. Los resultados obtenidos para las hojas que recibieron tratamientos, expresados en términos de la línea base, se detallan a continuación:

### 6.1. Tratamiento de humedad

En la Figura 7 se puede apreciar el comportamiento que se obtuvo del módulo de ruptura en función del número de ciclos. Como se puede apreciar en la gráfica, el comportamiento bajo tratamientos de humedad es aproximadamente constante. Se puede observar que el módulo de ruptura ha disminuido hasta un mínimo de 30% aproximadamente. El valor constante de la razón  $MOR_{muestra}/MOR_{base}$  esta alrededor de 0.79. Las variaciones que se observan en la gráfica pueden deberse de la forma en la cual las hojas de jatata absorben el agua, donde las células que conforman la jatata pueden retener agua en algunos ciclos, hinchándose provocando un mayor esfuerzo de ruptura, y también en la adsorción del agua, donde las resinas de la hoja pueden acumular gotas de agua en la superficie de la hoja incrementando el esfuerzo de rotura. Nótese que todo este análisis es a nivel microscópico y deberá ser corroborado con pruebas histológicas.

### 6.2. Tratamiento Térmico

En la figura 8 se puede apreciar el comportamiento del módulo de ruptura para hojas tratadas con ciclos en cambios de temperatura. Como se puede apreciar en la gráfica, existen dos regiones para el análisis: la primera región que comprende desde el ciclo número 10 hasta el ciclo número 70, en el cual se ve claramente que existe una disminución del módulo de ruptura, disminuyendo desde el 20% hasta alcanzar una disminución del 50% con respecto a la línea base, o sea, respecto de las muestras sin tratamiento alguno. Una de las posibles causas de esta disminución en el módulo de ruptura puede deberse a una fractura de las células que conforman las hojas de jatata cuando la temperatura alcanza la temperatura de congelación del agua, ya que las células contienen

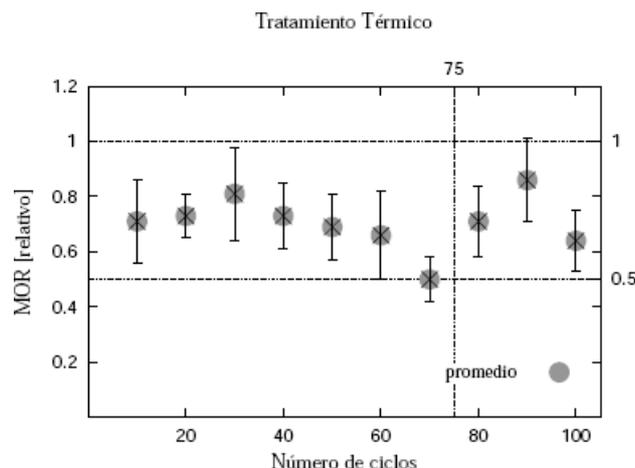


FIG. 8.— Módulo de ruptura (MOR) relativo en función al número de ciclos de tratamiento térmico.

agua, provocando un cambio en las propiedades de la hoja, de dúctil a frágil. Para la segunda región que comprende desde el ciclo número 80 hasta el ciclo número 100, existe un cambio en el comportamiento, y con sólo tres puntos, no se puede asignar una ecuación única a la tendencia que pareciera ser de tipo cuadrática.

### 6.3. Tratamiento por Irradiación

En la figura 9, se puede apreciar el comportamiento que sigue el módulo de ruptura (relativo) para hojas expuestas a radiación ultravioleta. En este caso, la exposición de las muestras se realizó en forma continua, y se calculó la dosis diaria equivalente, por lo que los días que aparecen en el eje del gráfico, son en realidad dosis de RUV equivalentes a la recibida en un día promedio por una hoja expuesta a la luz solar, que en las condiciones del laboratorio dan 16 horas de exposición a la lámpara. Como se puede observar en la figura 9, al igual que en el tratamiento térmico, existen dos regiones marcadas para el análisis: la primera región que va desde el día 1 hasta el día 8, existe una tendencia a incrementar el modulo de ruptura. Esta tendencia comienza con una disminución del 30% del módulo de ruptura llegando a incrementarse hasta un 10% por encima del valor de la línea base. Este comportamiento podría ser explicado por la reacción de ciertos compuestos incrementando la capacidad de resistencia a los impactos, hipótesis que deberá también ser corroborada con estudios posteriores.

La segunda región que va desde el día 9 hasta el día 18, presenta una tendencia constante en 0.73, con la excepción del día 16.5 de exposición, que presenta un pico, el cual muestra un incremento del 26% por encima del módulo de ruptura de la línea base. Una causa posible de este comportamiento, siguiendo la explicación anterior, es que el daño provocado por la radiación ultravioleta ha terminado de descomponer los sistemas moleculares, manteniendo aproximadamente constante el módulo de ruptura. El evento extremo que sale de nuestro comportamiento aproximadamente constante puede ser únicamente explicado por una mala elección de las

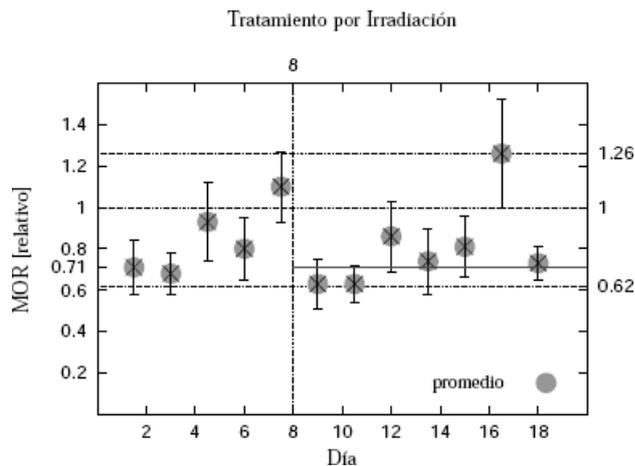


FIG. 9.— Módulo de ruptura (MOR) relativo en función al número de ciclos de tratamiento térmico.

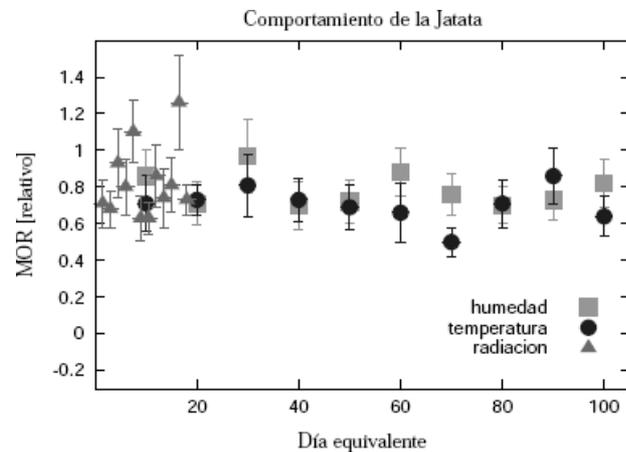


FIG. 10.— Módulo de ruptura (MOR) relativo de las hojas de jatata, en función al número de ciclos o días equivalentes, para los tres tratamientos analizados.

muestras, que son representativas del conjunto.

## 7. CONCLUSIONES

Se ha diseñado un dispositivo para medir el módulo de ruptura para materiales de tipo laminar, basados en los ensayos Charpy. La funcionalidad de este dispositivo ha sido comprobada realizando pruebas para materiales con densidad uniforme, obteniendo buenos resultados, con errores muy pequeños para la desviación estándar. Las hojas de jatata muestran un deterioro en sus propiedades mecánicas

ante cambios de temperatura, y humedad del ambiente, y también por la sobreexposición a la radiación ultravioleta. Aunque a primera vista parece que los cambios cíclicos en la temperatura pueden llegar a deteriorar en mayor proporción que los cambios en la humedad, un análisis de comparación entre las medias ponderadas demuestra que la diferencia no es estadísticamente significativa. En cambio si lo es la diferencia entre el tratamiento de cambio en la humedad respecto del de la exposición a mayores dosis de radiación ultravioleta.

En la figura 10 podemos apreciar los cambios producidos en las hojas de jatata para los tres tratamientos efectuados como función a los días equivalentes (1 ciclo = 16h de exposición con lámpara = 1 día equivalente). Donde se evidencia claramente la variabilidad en los resultados obtenidos para la jatata, estos comportamientos pueden deberse únicamente a la textura que conforma cada una de las hojas de jatata.

En futuros trabajos deberá analizarse la estructura misma de las hojas de jatata, con estudios histológicos y moleculares. Esto nos ayudará a cuantificar las propiedades internas y externas de la jatata a nivel microscópico, y así mismo los cambios que sufre bajo los tratamientos analizados.

Debido a la versatilidad y fácil manejo se espera que este método se pueda aplicar a otras plantas y a otros productos derivados como las fibras o “composites”. Se hace énfasis que existe un gran vacío de información sobre las propiedades físicas (incluyendo las mecánicas) de los vegetales del neotrópico sudamericano.

Los estudios sobre el módulo de ruptura son importantes porque la fractura es el principal parámetro de descarte de hojas en los paños, y deberán ser complementados con estudios sobre elasticidad, y las variaciones en la composición química.

## AGRADECIMIENTOS

A Jimena Molina y la Fundación TROPICO por proporcionarnos los paños de jatata e incentivar la investigación.

A Mónica Moraes, del Herbario Nacional de Bolivia, por las fotos cedidas y explicaciones sobre las Jatatas.

Al árbitro anónimo que colaboró con las sugerencias para mejorar el análisis estadístico.

## REFERENCIAS

- Askeland, R. et al. 1998, Ciencia e Ingeniería de los materiales, Vol. 3: Ensayos y propiedades mecánicas (Ed. Thomson, México)
- D. Callister, J. et al. 1995, Ciencia e Ingeniería de los materiales, Vol. 1: Propiedades mecánicas de los metales y Rotura (Ed. Reverte, Barcelona, Bogotá, Buenos Aires, Caracas, México)
- E. Juaniquina, F. Velarde, F. G. F. Z. & Ticona, A. en preparación
- H. Gonzales, J. A. M. & Bedoya, J. 2007, Resultados del ensayo a flexión en muestras de bambú de la especie guadua angustifolia. Kunth. Scientia et Technica, Ao XIII, No 35 (Universidad Tecnológica de Pereyra)
- International Standard Organization. 2004, (E) - Bamboo - Determination of physical and mechanical properties - Part 1: Requirements (International Standard Organization, 22, 157-1)
- Moraes, M. 2010, comunicación privada, Mayo
- Moraes, M. & Paniagua, N. 2006, Biología y ecología de la jatata (*Geonoma deversa*), en JATATA: un recurso valioso para los habitantes del bosque tropical - P. Ergueta, M. Otterbug, S. Estenssoro (La Paz)
- Otterbug, M. & Ergueta, P. 2006, La jatata de los Tsimane's siempre vivir en el bosque, en JATATA: un recurso valioso para los habitantes del bosque tropical P. Ergueta, M. Otterbug, S. Estenssoro (La Paz)
- Rocha, J. 2000, Efecto de la altitud sobre las estimaciones de corrosividad atmosférica, V Congreso de Metalurgia y Ciencia de los Materiales (La Paz)

- Segalines, C. & Cabré, R. 2000, Datos Meteorológicos del Observatorio San Calixto (La Paz)
- Zaratti, F. 2003, La radiación ultravioleta solar, en: La radiación ultravioleta en Bolivia. F. Zaratti, R. Forno (La Paz)

CARACTERIZACIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE OZONO SUPERFICIAL  
EN LA CIUDAD DE LA PAZ EN EL RÉGIMEN DE MADRUGADA  
CHARACTERIZING SURFACE OZONE CONCENTRATION  
IN THE CITY OF LA PAZ DURING EARLY MORNING REGIME

WILMER TAPIA PORTUGAL<sup>†</sup> & MARCOS ANDRADE<sup>†‡</sup>

<sup>†</sup>Carrera de Física

<sup>‡</sup>Laboratorio de Física de la Atmósfera, Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés (Recibido marzo de 2011; aceptado abril de 2011)

RESUMEN

Se estudió el comportamiento del ozono superficial medido en la zona central de la ciudad de La Paz (3630 msnm, 16°29'01''S 68°08'01''O) en el régimen de madrugada definido por el periodo de 00 : 00 a 06 : 00 a.m. La razón para elegir este periodo se debe a la presencia de un máximo relativo alrededor de las 03 : 00 a.m. que aparece de manera casi permanente en las observaciones. Este pico no es evidente en datos de una estación ubicada en las afueras de la ciudad. Para el estudio se usaron datos horarios entre los años 2007 y 2010. Los resultados obtenidos sugieren que la concentración de ozono observada durante la madrugada es producto de la generación de ozono durante el régimen diurno del día anterior el cual sería transportado hacia las partes altas de la ciudad por los vientos de valle. La masa de aire que conteniendo este aire contaminado sería atrapada en esta región y transportada de retorno hacia el centro de la ciudad en horas de la madrugada del día siguiente. El comportamiento típico del pico anómalo de ozono muestra una fuerte anticorrelación entre ozono superficial y monóxido de nitrógeno. Por otro lado, medidas del tráfico vehicular en el régimen de madrugada muestran claramente a una correlación positiva con la concentración de *NO*. Esto sugiere que la reducción observada del pico de ozono de la madrugada durante los fines de semana está relacionada con el incremento de tráfico vehicular en ese periodo.

*Descriptor:* Interacciones suelo/atmósfera - química atmosférica - calidad y contaminación del aire

Código(s) PACS: 92.60.Kc, 82.33.Tb, 92.60.Sz

ABSTRACT

The behavior of surface ozone was studied in the city of La Paz (3630 masl, 16°29'52''S 68°08'01''W). Measurements were obtained in downtown between 0 : 00 and 6 : 00 a.m. which was defined as the early morning regime. The reason for choosing such period for this study is related to the existence of an anomalous peak around 3 am which was present in most measurements through the year. Independent measurements carried out at the outskirts of the city did not show this peak. Data from 2007 to 2010 were used for this study. The analysis of surface ozone, nitrogen monoxide, carbon monoxide and associated meteorological data suggests that the peak is a result of surface ozone produced during the previous day in downtown La Paz and transported later to the upper part of the city by the valley winds. The air mass containing this polluted air would be trapped in this region and brought it back to the city early in the morning of the following day. The typical behavior of the anomalous ozone peak shows a strong anticorrelation between surface ozone and nitrogen monoxide. On the other hand, measurements of vehicular traffic early in the morning clearly show a positive correlation with *NO* concentration suggesting that the observed reduction of the ozone peak during the weekends is related to the increase of vehicular traffic on that period.

*Subject headings:* Land/atmosphere interactions - atmospheric chemistry - air quality and air pollution

1. INTRODUCCIÓN

A la fecha existe consenso sobre el hecho que el ozono superficial es un contaminante atmosférico muy importante, existen varios estudios que muestran el efecto negativo en la salud cuando las personas se exponen a altos niveles de concentración de ozono (M. M. Telles Rojo & Hernandez 1997; J. M.

<sup>†</sup>Email: witapo@hotmail.com.

<sup>‡</sup>Email: mandrade@atmos.umd.edu

**TABLA 1**  
 VALORES LÍMITE, EN PPBV, Y TIEMPOS PROMEDIO DE EXPOSICIÓN PARA LAS NORMAS DE PAÍSES AMERICANOS Y ORGANIZACIONES DE REFERENCIA (FUENTE: INFORME AIRE LÍMPIO BOLIVIA, 2001-2006 Y 2009).

|           | Período |         |
|-----------|---------|---------|
|           | 1 hora  | 8 horas |
| OMS       |         | 50      |
| EPA       |         | 78.5    |
| EEA       | 100     | 60      |
| Bolivia   | 118     |         |
| Argentina | 97.5    |         |
| Brasil    | 80      |         |
| Colombia  | 85      |         |
| Chile     | 80      |         |
| México    | 108     |         |
| Venezuela | 120     |         |

Tenías Burillo & Díez 1994-96; L. Hernández Cadena & Romieu 2007; J. A. Rosales Castillo & Aburto 2001; M. Ramírez Rembao & Cueto 2009). En particular varios de estos estudios muestran una fuerte correlación entre la presencia del ozono superficial y la aparición de síntomas como cefaleas e irritación ocular, además del agravamiento de patologías referidas a las vías respiratorias, por ejemplo el asma y la bronquitis.

Diferentes estudios (Lopez & Ballesteros 2006; Rodríguez 2009) han demostrado que la exposición a ciertos niveles de ozono puede causar daños a la salud, la vegetación y diversos materiales. El ozono superficial, a diferencia de otras sustancias tóxicas, afecta en forma más directa a las vías respiratorias después de la inhalación y a otros órganos expuestos directamente, como por ejemplo los ojos.

En Bolivia el año 2006, se realiza un estudio sobre los efectos del ozono superficial en la salud humana denominado: “Evaluación del efecto de Dióxido de Nitrógeno y Ozono en la Salud de la Población del Municipio, Cercado-Cochabamba”. El estudio concluye que las concentraciones de ozono influyen en el asma crónico, en la enfermedad pulmonar obstructiva crónica (EPOC) y en la rinitis (A. Armaza C. & Lujan 2006).

La Tabla 1 muestra los valores límites y tiempos de exposición dados por las normas nacionales de calidad del aire y de algunos países de América. En general, las ciudades de Bolivia no presentan concentraciones elevadas de ozono superficial, como en otras metrópolis americanas, por ejemplo Santiago de Chile, Sao Paulo o México D.F., donde las concentraciones llegan a superar los 250 ppbv por más de una hora. Mediciones realizadas en el Laboratorio de Física de la Atmósfera de la Universidad Mayor de San Andrés (LFA-UMSA), ubicado en las afueras de la ciudad de La Paz (68.5°O, -16.5°S, 3420 msnm), muestran picos de concentración del ozono que llegan a 50 ppbv en eventos episódicos. Datos de la Red MoniCA muestran picos de 30 ppbv para la ciudad de La Paz. Asimismo, se han medido concentraciones en Cochabamba, considerada una de las ciudades más contaminadas del país, que llegan a 95 ppbv, un valor

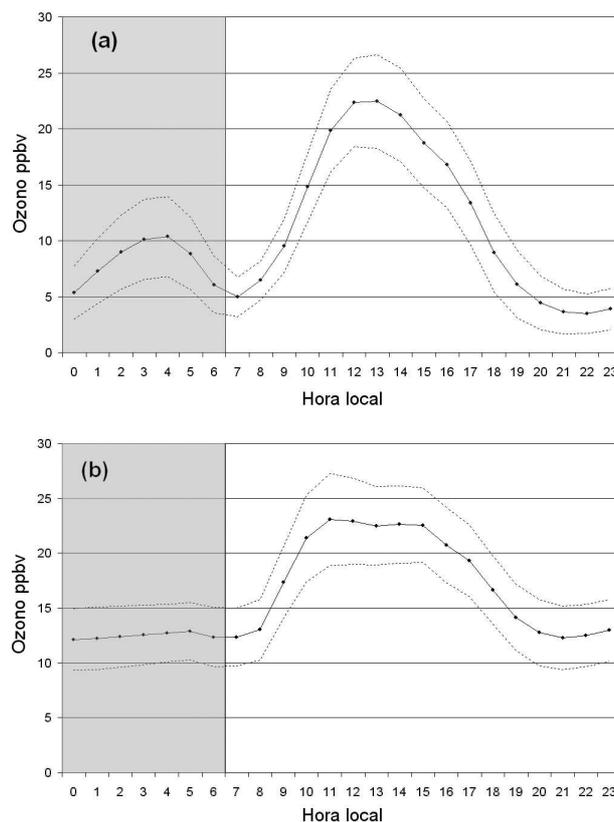


FIG. 1.— Promedios horarios de la concentración de ozono superficial de un día típico. a) Estación Red MoniCa y b) estación LFA. La línea punteada representa la variabilidad de los datos ( $0.25\sigma$ ) y el área sombreada se denomina régimen de madrugada (00:00 a 06:00 am).

aún por debajo de los niveles críticos recomendados internacionalmente (Korc & Sáenz 1999; A. Armaza C. & Lujan 2006). A pesar que las concentraciones se mantienen por debajo de los límites permisibles (Tabla 1) el ozono superficial parece incidir significativamente en la salud de la población, como se evidencia en el estudio realizado en el Municipio de Cercado, Cochabamba Bolivia (A. Armaza C. & Lujan 2006).

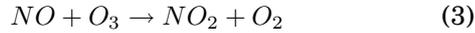
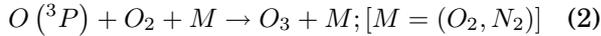
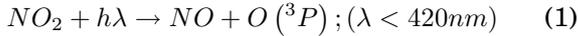
Estudios previos realizados por M. Andrade y R. Gutierrez en el 2008, evidenciaron la presencia de un máximo local en la concentración de  $O_3$  superficial en el régimen de madrugada en los datos medidos por la estación de la red MoniCA dependiente de la Alcaldía de la ciudad de La Paz (Fig. 1a). Este pico aparece en ese estudio alrededor de las 3:00 am pero no se indican las causas de su aparición ni se pudo comprobar si fue un hecho producido solamente el año para que se realizó el análisis o si este pico aparece de manera regular en la región central de La Paz. Interesantemente datos del LFA-UMSA no muestran este pico (Fig 1b). El objetivo del presente trabajo es el de caracterizar el comportamiento de la concentración de ozono superficial en el régimen de madrugada (definido en este trabajo como el periodo entre las 00:00 a 06:00 de la mañana) para el periodo 2007-2010. En ese sentido se pretende establecer el com-

portamiento estacional de este máximo “anómalo”, posibles causas de su aparición y su relación con otros agentes contaminantes, como  $NO_x$ ,  $CO$  y ciertas variables meteorológicas.

La sección 2 presenta brevemente aspectos relacionados con la química del ozono superficial, la sección 3 muestra los instrumentos y datos utilizados para el estudio, en la sección 4 se explica el método usado para clasificar los datos de acuerdo a su comportamiento mientras que en la sección 5 se discuten los resultados obtenidos y finalmente en la sección 6 se presentan las conclusiones.

## 2. LA QUÍMICA DEL OZONO SUPERFICIAL

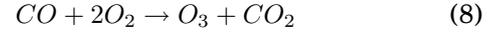
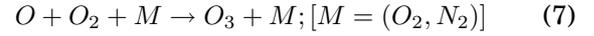
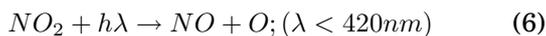
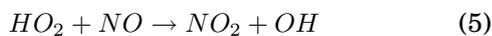
El ozono superficial es un contaminante secundario de origen fotoquímico, que se forma por la reacción entre óxidos de nitrógeno ( $NO_x$ ) e hidrocarburos, en presencia de radiación solar (Finlayson-Pitts & Pitts 2000). La producción fotoquímica de ozono en troposfera está centrada en el ciclo natural de la fotólisis del  $NO_2$ , que involucra al monóxido de nitrógeno ( $NO$ ), el dióxido de nitrógeno ( $NO_2$ ) y al ozono ( $O_3$ ): (J. C. Guerra & Crespillo 2003; Figueruelo & Dávila 2004; Finlayson-Pitts & Pitts 2000) y puede resumirse de manera simple en las siguientes expresiones:



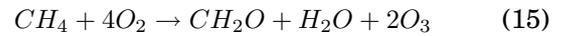
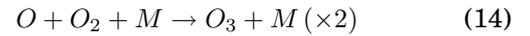
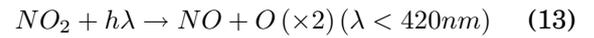
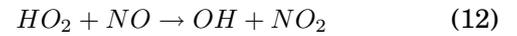
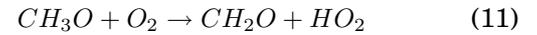
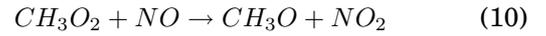
M: cuerpo que absorbe la energía resultante del enlace químico  $O(^3P)$  indica el que el átomo de oxígeno se halla en su estado base.

Las anteriores ecuaciones no pueden explicar por sí solas la producción fotoquímica de ozono en la troposfera puesto que el  $NO$  y  $O_3$  se forman y se destruyen sin que tenga lugar producción neta de ninguno de ellos. La producción fotoquímica de ozono se produce cuando el  $NO$  es oxidado a  $NO_2$  sin intervención del  $O_3$  (Ec. 3). Tal oxidación la producen radicales libres, cuya presencia se deriva fundamentalmente de la participación de hidrocarburos en la química atmosférica (J. C. Guerra & Crespillo 2003).

En la troposfera libre, la formación fotoquímica de ozono se debe principalmente a la oxidación del  $CO$  y  $CH_4$  por radicales en presencia de  $NO$  y luz solar de onda corta (para  $\lambda < 420nm$ ) (J. C. Guerra & Crespillo 2003):

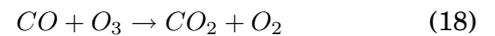
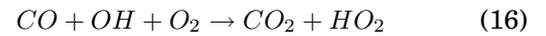


Similarmente la oxidación de  $CH_4$  también lleva a la producción de  $O_3$  cuando la concentración de  $NO$  es alta (J. C. Guerra & Crespillo 2003):



Estas reacciones químicas, son las que predominan en la producción del ozono durante el día, por la presencia de la radiación solar y los  $NO_x$ . En cambio en el régimen de madrugada (00:00 a 06:00 am), debido a la ausencia de fotones solares, no hay producción fotoquímica de ozono superficial. En ese sentido su presencia en este régimen debería estar relacionada a una dinámica de transporte y destrucción del  $O_3$  producido en el día a través de reacciones químicas con  $NO_x$  y  $CO$ . Estos mecanismos dependen en gran medida de las condiciones meteorológicas locales.

Cuando el medio es pobre en  $NO$ , la oxidación de  $CO$  da lugar a la destrucción neta de ozono, esta destrucción viene dada por las siguientes ecuaciones (J. C. Guerra & Crespillo 2003):



Similarmente cuando existe  $NO$  en exceso en el medio, la destrucción asociada con el  $NO$  se debe a la Ec. (3) (J. C. Guerra & Crespillo 2003).

El periodo de semireacción (tiempo necesario para que la concentración del  $NO$  se reduzca a la mitad Ec. (3)) es del orden del minuto para las mezclas de composición inicial situadas en la gama de 10 ppbv y del orden de la decena de segundos en la

TABLA 2

PROMEDIO DE PORCENTAJES DE DÍAS CON DATOS BUENOS Y SU CORRESPONDIENTE NÚMERO DE DATOS UTILIZADOS EN EL ESTUDIO.

| Estación | Año  | % de días con datos buenos en el año | N° total de datos "datos buenos" | N° de datos "datos buenos" Régimen 1 |
|----------|------|--------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
|          | 2007 | 87.1                                 | 3744                             | 1092                                 |
| Red      | 2008 | 86.6                                 | 7584                             | 2212                                 |
| MoniCA   | 2009 | 84.7                                 | 7416                             | 2163                                 |
|          | 2010 | 92.2                                 | 4152                             | 1211                                 |
| Total    |      | 87.6                                 | 22896                            | 6678                                 |

gama de 100 ppbv (Toupance 1988). Se trata, pues, de una reacción muy rápida que puede considerarse a menudo como instantánea a escala de medio ambiente.

En la reacción expresada por la la Ec.(3) se produce una perfecta regulación de un reactivo por otro: si existe ozono en exceso, el  $NO$  es totalmente oxidado a  $NO_2$  y queda un residuo de ozono, si por el contrario el  $NO$  está presente en exceso, el ozono es totalmente consumido, se forma  $NO_2$  y queda un resto de  $NO$  (Velásquez 1997). De esta manera la producción o pérdida de ozono depende críticamente del nivel de las concentraciones de  $NO$  y  $CO$ .

### 3. INSTRUMENTOS, UBICACIÓN GEOGRÁFICA Y SELECCIÓN DE DATOS

#### 3.1. Instrumentos

Los instrumentos usados para coleccionar los datos utilizados en el presente estudio pertenecen al Gobierno Autónomo Municipal de La Paz (GAMLMP) y forman parte de la Red de Monitoreo de Calidad de Aire de Bolivia – Red MoniCA.

El analizador de ozono superficial, ubicado en la Estación 1, es un equipo de registro automático de Marca API Teledyne, modelo M-400-E. La técnica de medición de este equipo se basa en la absorción ultravioleta<sup>1</sup>, es decir aprovecha la característica del ozono de absorber ciertos rangos de longitudes de onda en la fracción ultravioleta de la luz, concretamente alrededor de los 253 nm. Por tanto el funcionamiento físico se basa en la ley de Beer-Lambert, que relaciona la concentración de ozono con la intensidad de radiación medida (J. C. Guerra & Crespillo 2003; Velásquez 1997; Cuevas 1995). Se debe mencionar, no obstante, que algunos elementos, como los terpenos producidos por árboles resinosos, podrían interferir en las mediciones. Calibraciones regulares, sin embargo, deberían minimizar estos problemas.

#### 3.2. Ubicación geográfica

El equipo automático de medición de gases  $O_3$  y  $NO$  (Estación 1), se encuentra ubicado en el Garaje Municipal ( $16^{\circ}29'52''S$   $68^{\circ}08'01''O$ , 3630 msnm.), localizado en la zona central de la ciudad de La Paz.

<sup>1</sup> El equipo del LFA-UMSA también utiliza este método de medición de la concentración de ozono.

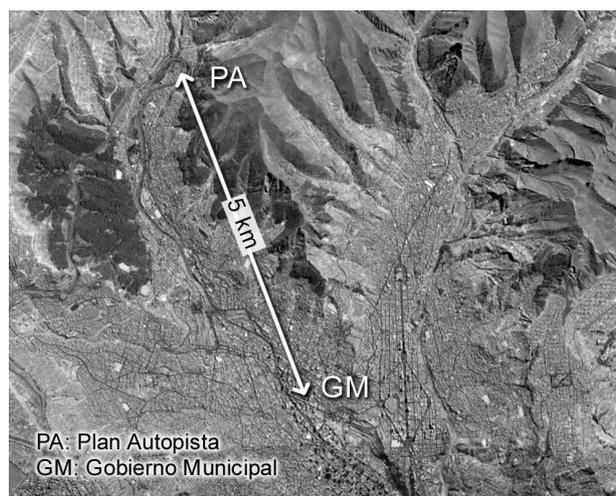


FIG. 2.— Representación esquemática de la ubicación de los equipos automáticos de medición de  $O_3$ ,  $CO$  y  $NO$  en el Garaje Municipal (GM) y la estación meteorológica ubicada en la zona Plan Autopista (PA). Existen aproximadamente 5 km de distancia entre las estaciones. Fuente de la imagen: Google Earth.

Esta zona se caracteriza por tener una alta densidad vehicular, además de encontrarse rodeada y encajonada por edificaciones.

En contraposición, la estación meteorológica (Estación 2), está ubicado en la zona denominada "Plan Autopista" ( $16^{\circ}27'40''S$   $68^{\circ}08'01''O$ ), considerada como una zona relativamente alejada del centro de la ciudad, además de que el equipo se encuentra en un espacio más abierto y despejado. Aproximadamente existen 5 km de separación entre estas dos estaciones de medición.

En la figura 2 se muestra la representación esquemática de la ubicación de las estaciones de medición y en la figura 3 se puede apreciar las características topográficas distintas de las zonas de ubicación.

#### 3.3. Selección de datos

Para los fines de este trabajo, las 24 horas que componen un día se dividieron en tres regímenes, porque cada uno presenta diferentes dinámicas físicas y químicas:

- Régimen 1: de 00:00 a 06:00 horas
- Régimen 2: 07:00 a 18:00 horas
- Régimen 3: de 19:00 a 24:00 horas

Los datos usados comprenden el periodo junio del 2007 a julio del 2010. Se consideran "datos brutos" aquellos que no son procesados y que son reportados directamente por los equipos. Estos datos fueron reportados en periodos de 5, 15 y 30 minutos.

Con los datos brutos ordenados en una base de datos, se promediaron los datos cada hora, se calculó su desviación estándar y se grabaron nuevamente en una base de datos. A partir de estos datos se seleccionan aquellos días que superan el 90% de "datos

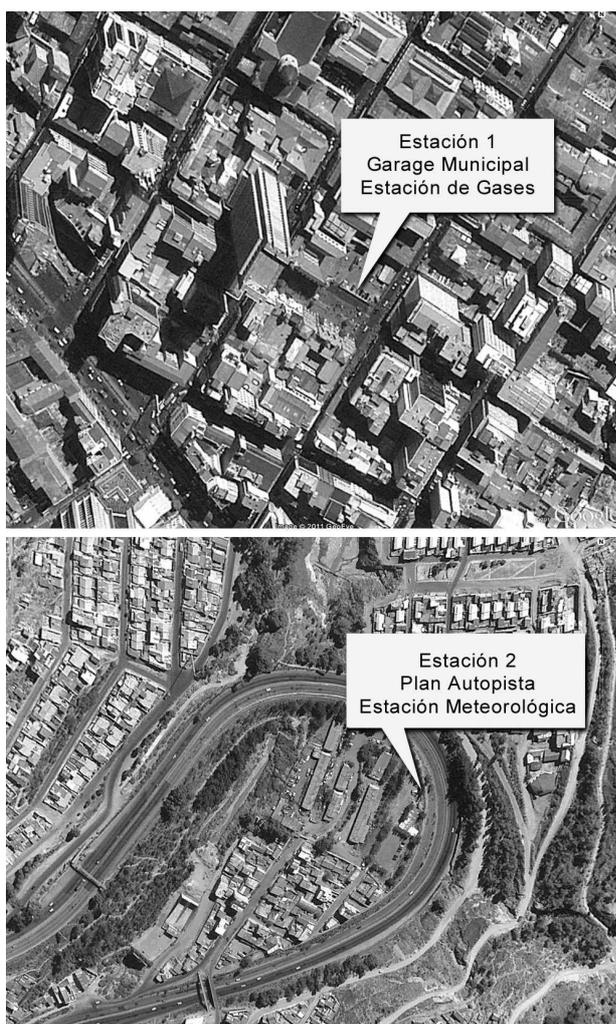


FIG. 3.— Imágenes del lugar de ubicación de las estaciones de medición del GAMLPL: Fuente de la imagen: Google Earth.

buenos” siguiendo la relación (Cuevas 1995):

$$\left( \frac{N^{\circ}.de.datos.horarios.validos}{N^{\circ}.de.horas.de.medida} \right) \times 100\%$$

Una vez obtenidos los datos depurados, se calculan los valores medios horarios para cada estación y en cada régimen. Todos estos valores promedios se graban en una base de datos conjuntamente con las desviaciones estándares correspondientes. Asimismo, se ha calculado el valor promedio de las desviaciones estándar asociado a los valores promedios horarios. También se determinaron los valores máximos y mínimos diarios con su correspondiente hora de ocurrencia para los tres periodos anteriores.

En la Tabla 2 se muestran los porcentajes de días con datos buenos en cada año. En promedio se tiene un 88% de días con datos buenos.

#### 4. ANÁLISIS DE SERIES POR ANALOGÍA

No se evidencian variaciones significativas ni de la concentración ni del comportamiento de la concentración de ozono con la estación del año, excepto en primavera donde se observa mayor variabilidad en los datos, y un incremento de los valores medios del

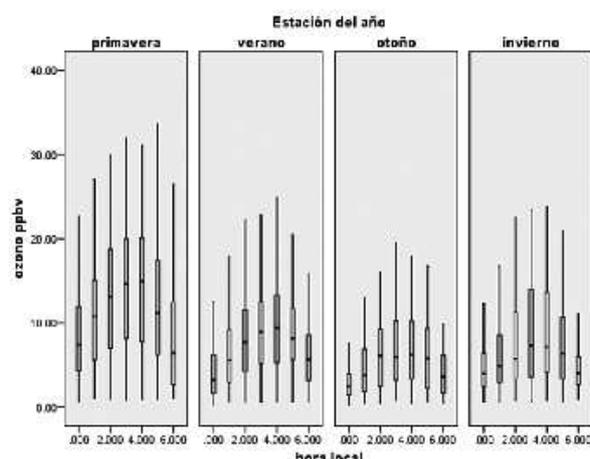


FIG. 4.— Promedio de concentración diaria de ozono superficial en ppbv según la estación del año. Se puede observar que existe poca variación estacional, excepto en primavera donde se registran valores más altos.

orden de 40% en relación con las otras estaciones del año (Ver Fig. 4) A pesar de esta diferencia en todas las estaciones el comportamiento temporal es muy similar. Se observa un incremento de la concentración entre las 00:00 y las 6:00 a.m. alcanzándose valores máximos entre las 03:00 a 04:00 horas. Los datos muestran un patrón de comportamiento típico de la evolución temporal de la concentración de ozono (Ver Fig. 4).

Para determinar estos patrones de evolución diaria, se ha recurrido al análisis por analogía propuesto por Lorenz (1964). A continuación se presenta una breve descripción del método tal como es descrito por De la Cruz (1994).

El análisis consiste en encontrar una aproximación local a la hipótesis de “ley global” que explica el conjunto de datos, a partir de un criterio capaz de agrupar situaciones similares que hayan ocurrido en la serie objeto de estudio. Dada una serie temporal de valores escalares  $X_i$  con  $1 \leq i \leq N$ , entendemos por una pauta de longitud  $m$  de dicha serie,  $X_i^m$ , como un conjunto de valores consecutivos  $(x_{j-(m-1)}, \dots, x_j)$ . La similitud de dos pautas temporales está asociada, desde el punto de vista de Lorenz a que la distancia en el espacio de fase entre sus puntos correspondiente  $X_i^m, X_j^m$  sea muy pequeña. Se espera que pautas muy similares se correspondan con puntos muy próximos en dicho espacio. Formalmente, este enunciado, que se conoce como principio de similitud de Lorenz, se expresa:

$$X_j^m \text{ es similar a } X_i^m \leftrightarrow \|X_j^m - X_i^m\| \cong 0 \quad (19)$$

En nuestro caso la pauta viene dada por el conjunto de datos de las 6 horas correspondiente al régimen 1. Esta elección se justifica por la existencia de patrones característicos en la evolución temporal de la concentración de ozono en este periodo (ver Fig. 4).

Como el método intenta buscar situaciones análogas en un conjunto de datos que obedezcan a

factores externos similares, se han considerado todos los datos disponibles en los 4 años, esto significa que se usaron 6678 datos correspondientes a 954 días.

Por lo tanto la matriz de datos viene ordenada en función de la dimensión de la pauta temporal escogida.

$$A = \begin{bmatrix} X_1^m \\ \vdots \\ X_i^m \\ \vdots \\ X_M^m \end{bmatrix} \quad (20)$$

Donde  $1 \leq m \leq 6$  y  $M = N/6$  donde  $N$  es el número total de datos, en nuestro caso los valores de  $M$  en cada estación del año son: primavera 259, verano 310, otoño 221 e invierno 322.

A partir de esta matriz se calcula la distancia de cada uno de los  $X_i^m$  vectores entre sí

$$d_j^i = \sqrt{\sum_{k=0}^6 (X_i^k - X_j^k)^2}, \quad i, j = 1, \dots, M \quad (21)$$

obteniéndose la serie de distancia locales  $d_j^i$ , centrada en cada  $X_i^m$ . Esta serie consta de  $M$  elementos, siendo cada  $D^i$  (vector fila de la matriz distancia  $D$ ) un vector que contiene los  $M$  valores distancia de la  $m$ -historia  $X_i^m$  a cada una de las restantes  $m$ -historias incluidas ella misma, es decir, tenemos una matriz simétrica  $M \times M$  cuyos elementos diagonales son cero:

$$D = \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ D^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_2^1 & d_3^1 & \cdots & d_M^1 \\ d_1^2 & 0 & d_3^2 & \cdots & d_M^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & d_{M-1}^M \\ d_1^M & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Este tipo de transformaciones pone de manifiesto la existencia de formas de evolución dinámicas y no supone un deterioro de la información inicial (de la Cruz Leiva 1994).

Si dos vectores  $D^i$  explican la serie de forma similar, pertenecen a la misma variedad lineal, y consecuentemente, son linealmente dependientes. El rango de la matriz de distancia será pues, el número de vectores distancia linealmente independientes.

La dimensión de la matriz de distancia se obtendrá calculando el número de autovalores significativos. Según indican Broomhead y King (1986), éstos disminuyen exponencialmente hasta alcanzar un nivel que puede ser considerado como ruido. Un criterio adecuado para la elección del nivel de ruido es considerar éste como el diez por ciento del máximo autovalor en valor absoluto (Fernández 1992).

Los autovectores asociados a cada uno de los autovalores significativos, contendrán información relativa a la evolución dinámica entre pautas. Por tanto es de esperar que los vectores distancia  $D^i$ , con respecto a cada una de las direcciones principales (au-

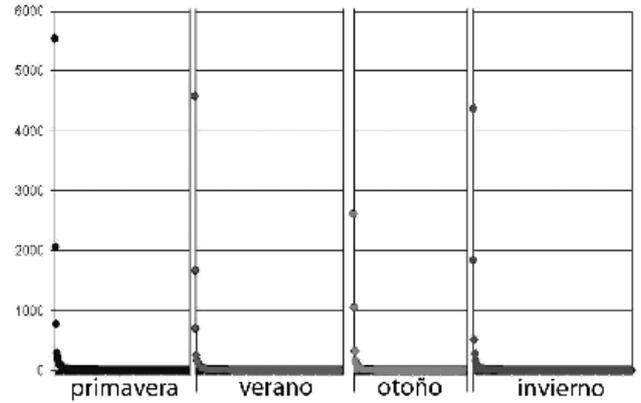


FIG. 5.— Autovalores de la matriz de distancia en cada estación del año. Se seleccionan los dos primeros autovalores en cada caso.

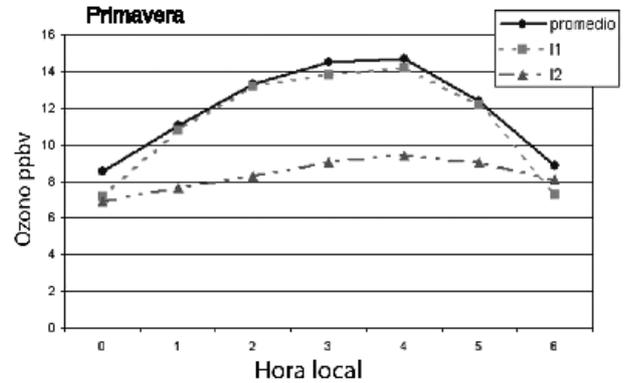


FIG. 6.— Promedios horarios de la concentración de ozono superficial para primavera entre las 00:00 y 06:00 horas clasificados de acuerdo a los dos autovectores más significativos para primavera. La línea continua indica el promedio total sin discriminación mientras que las líneas punteadas corresponden a los autovectores de acuerdo a su nivel de significancia siendo I1 el más significativo e I2 el segundo más significativo.

toectores) se agrupan en función del valor de su correspondiente coeficiente de correlación  $r^2$  (de la Cruz Leiva 1994).

Los autovalores que se obtienen al diagonalizar la matriz distancia  $[D]$  en cada estación del año se muestran en la figura. 5. En todas las estaciones del año se evidencia la existencia de dos autovalores significativos.

A partir de estos autovalores, se realizan las correlaciones de los vectores propios correspondientes con cada uno de los vectores distancia. Se seleccionan todos los días que tiene un  $r^2 > 0.9$  para clasificar así los días en términos de la evolución dinámica definida por los autovalores calculados anteriormente.

Los resultados obtenidos a partir de este método se observan en el Fig. 6 donde se muestran los promedios diarios del ozono de acuerdo a los días seleccionados en cada autovector en primavera. Las demás estaciones del año tienen un comportamiento similar.

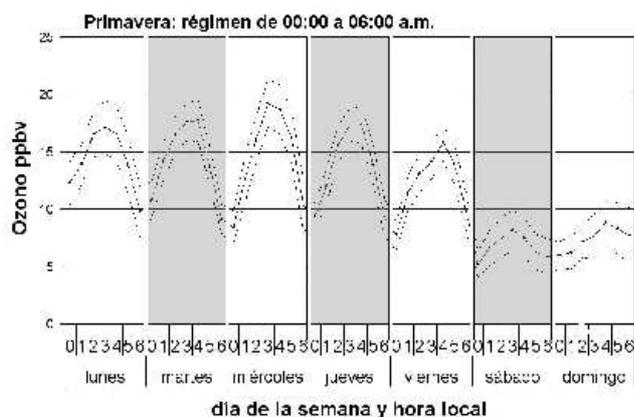


FIG. 7.— Promedio de la variación diaria del ozono superficial entre las 0:00 y 6:00 am (régimen 1) de acuerdo al día de la semana. La línea punteada indica la variabilidad de los datos ( $0.25\sigma$ ).

## 5. RESULTADOS

A partir del principio de similitud de Lorenz (Ec. 19) se pudieron evidenciar dos modos significativos,  $I1$  e  $I2$ , que explican las características diarias de las concentraciones del ozono en el Régimen 1. En la Fig. 6 el primer autovector significativo, denominado  $I1$ , explica la mayor parte de la variabilidad observada. En todas las estaciones del año se asocia este modo al comportamiento promedio en el que se toma en cuenta todos los datos. En cambio el autovector  $I2$ , que explica el segundo mayor porcentaje de variabilidad, se asocia a los días sin el máximo entre las 00:00 a 06:00 de la madrugada. Una inspección de los datos muestra que estos días sin máximo en la madrugada ocurren mayormente durante el fin de semana (sábado y domingo).

El hecho que los días seleccionados por el autovector  $I2$  correspondan en su mayoría a sábado y domingo, muestra que existe un grado de dependencia de la concentración del ozono con el día de la semana. Por esta razón se promediaron los datos horarios por día. La Fig. 7 muestra estos promedios. Se evidencia una disminución media del orden del 40% de su concentración los días sábados y domingos respecto los otros días de la semana. También se observa que el día viernes existe una disminución del máximo en comparación con los lunes, martes, miércoles y jueves. Este comportamiento es observado en todas las estaciones del año.

### 5.1. Ozono vs. NO

De acuerdo con la Ec. 3 la destrucción de ozono en el Régimen 1 debería estar estrechamente relacionada con las concentraciones de NO. Esta anticorrelación se observa claramente en la Fig. 8 donde se grafican las concentraciones normalizadas promedio de  $O_3$  y NO para cada día de la semana. En dicha figura también se observa que ambos gases se comportan de manera diferente el sábado y domingo respecto a los otros días de la semana. Por ejemplo (Fig. 8), los valores mínimos promedio de la concentración de NO entre lunes y viernes representan el 10% (unos 10 ppbv) de las concentraciones máximas

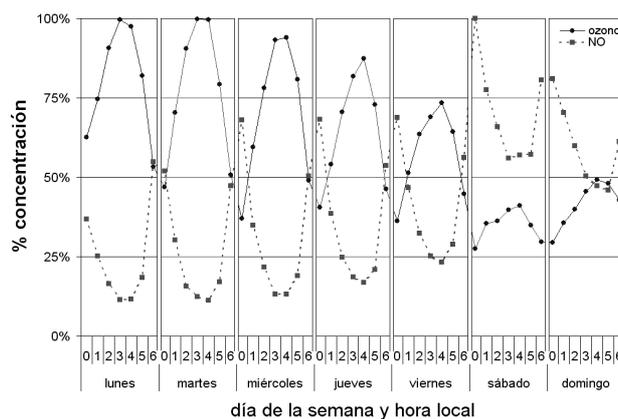


FIG. 8.— Comparación de las evoluciones diarias de acuerdo al día de la semana de los gases de ozono superficial y el NO, valores normalizados.

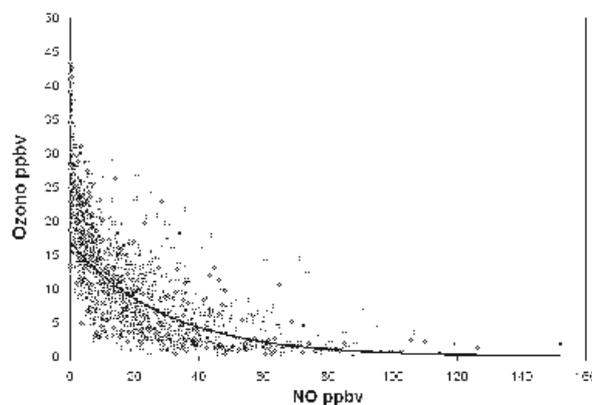


FIG. 9.— Correlación entre la concentración de NO y la concentración ozono superficial.

del régimen de madrugada mientras que estos valores se elevan hasta un 50% o 60% (alrededor de 35 ppbv) durante sábados y domingos. Mientras que la concentración de ozono disminuye hasta un 60% durante el fin de semana respecto de los valores máximos promedio de lunes a viernes.

La Fig. 9 muestra las concentraciones de NO y  $O_3$  pero esta vez para todos los datos horarios correspondientes a la primavera (datos no promediados). Se ajustó una curva exponencial a estos, obteniéndose un valor de  $r^2 = 0.54$ .

### 5.2. Ozono vs. CO

Similarmente al caso del NO, se espera que exista una anticorrelación entre las concentraciones de  $O_3$  y CO. La Fig 10 muestra claramente este hecho. El coeficiente de determinación para este caso (datos no promediados) es del orden de 0.4. La figura muestra además un comportamiento muy similar entre las concentraciones de CO y NO. El coeficiente de correlación entre las concentraciones promedio de estos gases es 0.90 lo que soporta esta observación. Claramente, también en este caso el comportamiento de la concentración de CO durante el fin de semana es notoriamente diferente al comportamiento entre lunes y viernes con un fuerte incremento en la madrugada

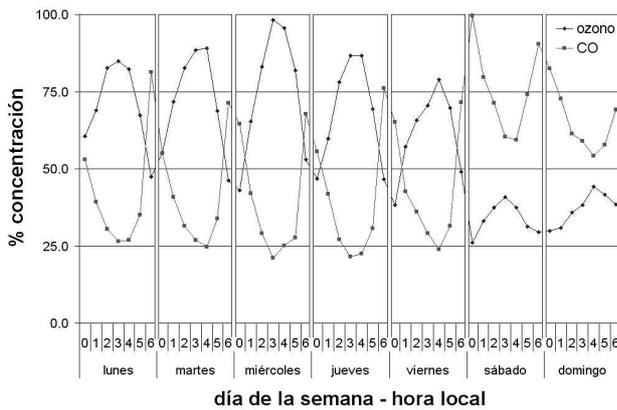


FIG. 10.— Comparación de las evoluciones diarias de acuerdo al día de la semana de los gases de ozono superficial y el CO. Valores normalizados.

para sábado y domingo.

### 5.3. Ozono vs. Tráfico vehicular

El comportamiento tanto de las concentraciones de CO y NO durante el fin de semana respecto a los días laborales durante la madrugada sugiere que el mismo está relacionado con el tráfico vehicular, típicamente más alto durante las madrugadas de sábado y domingo que durante el resto de la semana. Un estudio previo (Spiess 2007) pudo determinar que la producción de NO en la ciudad de La Paz se debe principalmente al parque vehicular con una producción de 9706 t/año. El mismo estudio indica que la segunda fuente de NO, de lejos, es la combustión doméstica con 110 t/año, valor que es despreciable si se compara con la producción de los automóviles.

De acuerdo a los estudios realizados por el Gobierno Autónomo Municipal de La Paz (GAMLP), todas las zonas de la ciudad de La Paz, excepto la autopista, tienen un comportamiento similar durante el día en la distribución horaria de vehículos, y únicamente la hora pico se encuentra más temprano o más tarde durante el desarrollo del día (Spiess 2007; Chávez 1998). Estos estudios sin embargo, no toman en cuenta las horas de la madrugada. Por este motivo se decidió hacer un muestreo del tráfico vehicular entre las 00:00 y 06:00 am durante una semana. Por razones logísticas se eligió como punto de referencia el Monumento Busch ubicado en la Zona de Miraflores, para determinar la distribución horaria de los vehículos. Este lugar es un punto de distribución en una zona de fuerte tráfico vehicular en la ciudad de La Paz y consideramos que es representativo de la circulación en el centro de la misma. Se filmó el flujo vehicular desde las 20:00 a 06:00 de la madrugada, durante toda una semana (del 12/11/2010 al 18/11/2010). El conteo se realizó mediante muestreo utilizando la metodología LQAS<sup>2</sup> (Valadez 1992; Alegre & Weiss 2006), obteniéndose por día 19 submuestras de 10 minutos de duración. Para efectuar este estudio se ha seleccionado el tráfico vehicular en el

<sup>2</sup> Del inglés "Lots Quality Assurance Sampling"

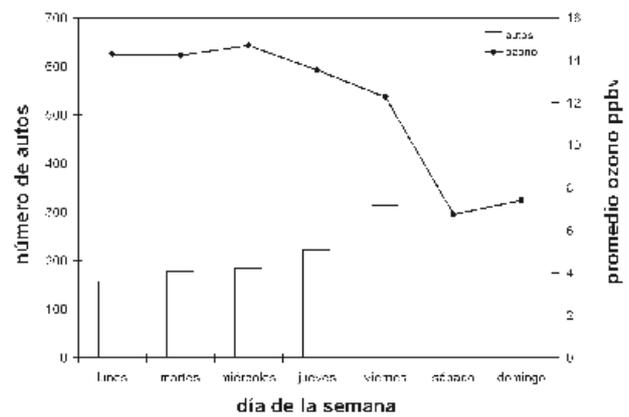


FIG. 11.— Comparación de la cantidad de vehículos con el promedio de concentración de ozono registrado de 00:00 a 06:00 de la madrugada. Se observa que el incremento del tráfico vehicular coincide con una disminución significativa de la concentración de ozono.

periodo de 00:00 a 06:00 a.m.

La distribución de la cantidad de vehículos registrados de acuerdo al día de la semana (Fig. 11) muestra que en los días sábado y domingo se registra la mayor cantidad de flujo vehicular en este horario. Sumados estos dos días representan el 55% del total del flujo vehicular de la semana. Si comparamos el lunes con el sábado, el flujo vehicular se ha incrementado en un 80% durante este último día. Este comportamiento típico del tráfico vehicular en los días sábado y domingo aumenta la producción de NO en un 57%, registrándose valores máximos hasta de 39 ppbv (comparados con valores "normales" en otros días de aproximadamente 10 ppbv). Este exceso de la producción de NO contribuye a la destrucción del ozono superficial de acuerdo a la Ec. (3).

De lunes a viernes entre las 00:00 a 04:00 de la madrugada el tráfico vehicular tiende a ser constante, en cambio en este mismo periodo la concentración de ozono varía incrementándose hasta llegar a su valor máximo alrededor de las 03:00. Este fenómeno implica que posiblemente la concentración de ozono se deba a un mecanismo de transporte por los vientos.

A partir de las 05:00 el flujo vehicular prácticamente se duplica produciendo mayor cantidad de NO aumentando la dinámica de destrucción del ozono. En consecuencia la concentración de ozono decae sistemáticamente hasta las 06:00 de la madrugada.

El fuerte incremento de la concentración de ozono los días lunes a partir de las 00:00 horas podría depender del bajo flujo vehicular observado tanto los domingos (durante el día) como los amaneceres del mismo día lunes cuando el parque automotor disminuye en un 50% respecto al resto de la semana, y por tanto existe menos NO disponible para destruir al ozono.

### 5.4. ¿De dónde viene el ozono?

El comportamiento típico de la concentración de ozono superficial de acuerdo al día de la semana

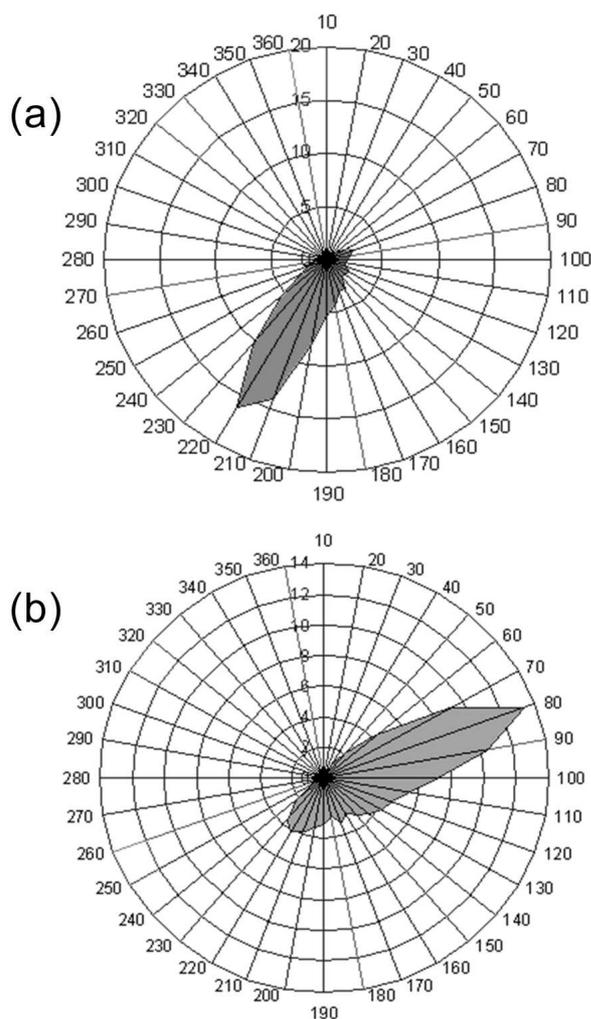


FIG. 12.— Rosa de viento de la estación meteorológica ubicada en el Plan Autopista. a) Régimen de 22:00 a 06:00 de la mañana, se observa un predominio en el cuadrante NE. b) Régimen de 07:00 a 18:00 de la tarde, se observa un predominio en el cuadrante SO.

queda explicado por la destrucción del ozono, debido a la producción de  $NO$ , determinado fuertemente por el flujo vehicular de la ciudad. Pero, ¿de dónde viene el ozono observado durante la madrugada?

El régimen de vientos en la ciudad está condicionado principalmente por la configuración topográfica (zona de valle). El régimen de calma es notorio por las noches y se extiende hasta después de la salida del sol, esto se debe a la irradiancia nocturna del suelo, que origina un enfriamiento gradual desde la superficie a las capas altas (Cabré 1988). En la Fig. 12a podemos observar que durante el día todo el año los vientos predominantes provienen del cuadrante Sur-Oeste (SO). En cambio durante la noche el viento proviene principalmente del cuadrante Nor-Este (NE). (ver Fig. 12b). Tomando en cuenta este comportamiento característico de valle podemos afirmar que durante el día existe una masa de aire contaminada de ozono producido en el centro de la ciudad que es transportada y depositada en la parte alta del valle por los vientos SO. Por el contrario durante

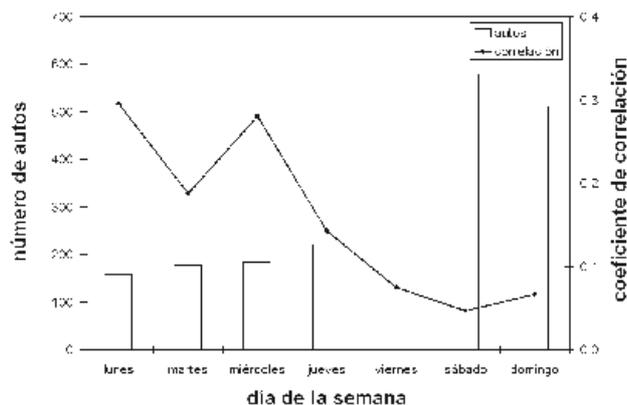


FIG. 13.— Relación del coeficiente de correlación de las concentraciones de ozono entre el régimen 1 vs. el régimen 2 del día anterior contra la cantidad de autos de acuerdo al día de la semana.

la noche esta misma masa de aire contaminada retorna al valle transportada por los vientos del NE.

De acuerdo al comportamiento típico de los vientos, se esperaría una fuerte correlación entre la producción del ozono en el día con la concentración de ozono en la noche; pero las correlaciones obtenidas son bajas como se muestra en la Tabla 3. Estos valores, sin embargo, no parecen ser valores aleatorios sino más bien parecen estar correlacionados con el flujo vehicular. La Fig. 13, indica que para los días con mayor tráfico vehicular se obtienen valores bajos de correlación mientras que, en aquellos donde se observa menor tráfico vehicular la correlación es sistemáticamente más alta. Esto sugiere la existencia de una relación, producida por los vientos típicos de valle, entre la producción diurna de ozono superficial y la cantidad observada en la madrugada siguiente que de alguna forma está “enmascarada” por las condiciones locales de las estaciones de medida. Claramente la producción de  $NO$  durante la madrugada podría contribuir a disminuir la correlación entre la concentración de ozono y vientos los cuales son medidos en estaciones separadas unos 5 km aproximadamente.

##### 5.5. Ozono vs. Variables meteorológicas

No se evidencia ninguna correlación estadística clara entre la concentración de ozono (medida en el centro de la ciudad) y las variables meteorológicas medidas (humedad relativa, temperatura y vientos) en una estación situada unos 5 km al norte (estación 2). Esto sugiere que los datos meteorológicos medidos no representan el comportamiento instantáneo de los mismos en la región de producción de ozono. De hecho la figura 3 muestra que el área donde se sitúa la estación meteorológica es un área abierta y por tanto razonablemente representativa de esa región mientras que los instrumentos de medida de gases se hallan en un lugar en el que el viento podría ser turbulento, y que además se halla muy cerca de las fuentes móviles. A pesar de eso, el análisis en la sección previa sugiere que el comportamiento promedio, no el instantáneo, sigue las características de valle.

TABLA 3  
ESTADÍSTICOS DE LA REGRESIÓN LINEAL DE LAS CONCENTRACIONES DEL OZONO EN EL RÉGIMEN 1 VS. RÉGIMEN 2 DEL DÍA ANTERIOR.

| Día de la semana | $R^2$ | FIV  | Valor | Pendiente t | Sig. | Valor  | Constante t | Sig. |
|------------------|-------|------|-------|-------------|------|--------|-------------|------|
| Lunes            | 0.209 | 1.00 | 0.230 | 5.903       | 0.00 | 29.551 | 3.859       | 0.00 |
| Martes           | 0.356 | 1.00 | 0.375 | 8.508       | 0.00 | 0.614  | 0.075       | 0.94 |
| Miércoles        | 0.260 | 1.00 | 0.311 | 6.787       | 0.00 | 7.239  | 0.860       | 0.39 |
| Jueves           | 0.160 | 1.00 | 0.216 | 4.939       | 0.00 | 15.668 | 1.885       | 0.06 |
| Viernes          | 0.162 | 1.00 | 0.174 | 4.995       | 0.00 | 1.690  | 0.254       | 0.80 |
| Sábado           | 0.159 | 1.00 | 0.202 | 4.999       | 0.00 | 1.017  | 0.128       | 0.90 |
| Domingo          | 0.339 | 1.00 | 0.323 | 8.289       | 0.00 | 5.214  | 0.582       | 0.56 |

6. CONCLUSIONES

El ozono tiene un comportamiento diario típico que es observable en diferentes escalas de tiempo. Los promedios horarios diarios, semanales, mensuales, estacionales y anuales tienen similar comportamiento diferenciándose solamente por la intensidad de los máximos por variaciones del orden de 8 ppbv.

En el régimen de madrugada, la concentración de ozono presenta un pico anómalo, no producido por procesos fotoquímicos, entre las 3:00 y 4:00 de la mañana. No se evidencian variaciones significativas ni de la concentración de ozono ni del comportamiento de ésta con la estación del año, excepto en primavera donde se observa mayor variabilidad en los datos, y un incremento de los valores medios del orden de 40% en relación con las otras estaciones del año.

Se han encontrado dos modos significativos que explican la variabilidad observada. Estos modos, denominados *I1* e *I2*, explican las características de la evolución temporal diaria de las concentraciones de ozono en el periodo comprendido entre las 00:00 a 06:00 de la mañana. Su dependencia parece estar fuertemente relacionada con la cantidad de concentración de NO y CO. Se ha encontrado una clara dependencia de estos patrones con el día de la semana. El autovector *I1*, que explica la mayor variabilidad en todas las estaciones del año, se asocia al comportamiento promedio en el que se toman en cuenta todos los datos. En cambio el autovector *I2*, que explica el segundo mayor porcentaje de variabilidad, se asocia a los días sin la presencia del pico anómalo. Este hecho ocurre con mayor frecuencia durante los fines de semana (madrugadas de sábados y domingos).

La dependencia de la cantidad de ozono entre las 00:00 a 06:00 a.m. con el día de la semana se correlaciona fuertemente con el flujo vehicular que existe en la ciudad en la madrugada. Los días viernes y sábado el tráfico vehicular se incrementa casi en un 100%, aumentando la producción de NO en un 50%, registrándose valores máximos hasta de 39 ppbv. Este exceso de NO contribuiría a la destrucción de ozono de acuerdo a la Ec. (3). Se espera que algo similar pase con el CO pues la concentración de este gas

crece hasta un 350% del valor promedio durante los fines de semana llegando a valores promedios de 1.0 ppmv.

Debido a que la estación meteorológica se encuentra en un lugar diferente al de la estación de medida de gases (5 km aproximadamente) los datos meteorológicos medidos no representan el comportamiento instantáneo de la concentración de los gases en la región de producción del ozono. Es probable que por esta razón no se pudiera evidenciar ninguna correlación estadística clara entre las variables meteorológicas y el ozono. Sin embargo, los datos sugieren que en promedio el comportamiento observado de la concentración de ozono sigue las características del viento de valle, con vientos que descienden hacia las regiones bajas en horas de la noche/madrugada y vientos que ascienden durante el día. En ese sentido la concentración observada de ozono en el régimen de 00:00 a 06:00 a.m. parece ser producto de la generación de ozono durante el régimen diurno del día anterior, y pareciera estar gobernada por régimen de vientos de la región.

Finalmente, es bueno hacer notar que la química del ozono es muy compleja y no se restringe a los gases tratados en este trabajo. Fuentes móviles e inclusive plantas, como los eucaliptos, producen sustancias (terpenos por ejemplo) que podrían intervenir en la química del ozono superficial en el caso de La Paz. De hecho es posible que el bosque de eucaliptos de la zona de Pura-Pura, cercano a la zona donde se sitúa la estación meteorológica, podría de hecho contribuir al ozono observado. Se necesita realizar un estudio más detallado (probablemente con más instrumentos en diferentes lugares) para dilucidar este asunto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su gratitud a la red MoniCA dependiente del GAMLP, en la persona del Ing. Pablo Aldunate, y al Ing. Freddy Koch de SwissContact por compartir los datos y el apoyo constante para llevar adelante este trabajo. Agradecemos además a los dos revisores que permitieron mejorar el presente trabajo.

REFERENCIAS

A. Armaza C., X. Ayo, R. C. I. V. C. O. n. & Lujan, M. 2006, Evaluación del efecto del dióxido de nitrógeno y ozono en la salud de la población del Municipio del Cercado, Cochabamba (Swisscontact)  
 Alegre, J. C. & Weiss, B. 2006, Introduction to Lot Quality Assurance Sampling Basic Principles, Monitoring & Evaluation Working Group (The CORE Group)

- Cabré, R. 1988, El clima de La Paz (Observatorio San Calixto. Bolivia)
- Chávez, R. 1998, Plan Maestro Urbano de Tráfico y Transporte (Fase I) (Gobierno Municipal de la Ciudad de La Paz)
- Cuevas, E. 1995, Estudio del comportamiento del ozono troposférico en el observatorio de Izaña (Tenerife) y su relación con la dinámica atmosférica (Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid)
- de la Cruz Leiva, J. 1994, Regímenes Cuasiestacionarios de Ozono Superficial en las Islas Canarias (Universidad Complutense de Madrid)
- Fernández, F. E. 1992, El problema de la predicción en series temporales: aplicaciones del caos determinista (Universidad de las Palmas de Gran Canaria)
- Figueruelo, J. E. & Dávila, M. 2004, Química Física del Ambiente y de los Procesos Medioambientales (Editorial Reverté. S. A.)
- Finlayson-Pitts, B. & Pitts, J. 2000, Chemistry of the Upper and Lower Atmosphere (Academic Press, USA)
- J. A. Rosales Castillo, V. M. Torres Meza, G. F. & Aburto, V. H. B. 2001, Los efectos agudos de la contaminación del aire en la salud de la población: evidencias de estudios epidemiológicos, (México)
- J. C. Guerra, S. Rodriguez, M. T. A. & Crespillo, M. 2003, Revista Información Tecnológica, 14-2
- J. M. Tenias Burillo, S. Pérez Hoyos, R. M. Q. J. G. A. & Díez, F. B. 1994-96, Rev. Esp. Salud Pública, 73, 267
- Korc, M. E. & Sáenz, R. 1999, Monitoreo de la calidad de aire de América Latina (CEPIS, OPS. Perú)
- L. Hernández Cadena, A. Barraza Villarreal, M. R. A. H. M.-M. P. M. L. A. C. A. & Romieu, I. 2007, Morbilidad infantil por causas respiratorias y su relación con la contaminación atmosférica en Ciudad Juárez (Chihuahua, México)
- Lopez, G. & Ballesteros, R. 2006, Revista de la Facultad de Medicina de la UNAM, 6
- M. M. Telles Rojo, I. Romieu, M. P. P. n. S. R. E. M. G. & Hernandez, M. 1997, Salud pública México Cuernavaca, 39-6
- M. Ramírez Rembao, R. I. R. & Cueto, R. G. 2009, Información Tecnológica, 20-3, 89
- Rodriguez, J. 2009, Métodos en ecología y sistemática
- Spiess, N. 2007, Inventario de Emisiones del Municipio de La Paz (Swisscontact)
- Toupance, G. 1988, Pollution Atmospherique, 117, 32
- Valadez, J. J. 1992, Assessing child survival programs in developing countries. Testing lot quality assurance sampling (Boston: Harvard University Press)
- Velásquez, F. 1997, Modelización y análisis de las concentraciones de ozono troposférico (Universidad Complutense Madrid)

## EL SONAGRAMA: UNA REPRESENTACIÓN PRÁCTICA DE LOS SONIDOS THE SONAGRAM: A PRACTICAL REPRESENTATION OF SOUNDS

ARNAUD GÉRARD A.<sup>†</sup>  
SoundLab/Carrera de Física  
Universidad Autónoma Tomás Frías

### RESUMEN

El sonograma<sup>1</sup> (*sonogram*) también llamado sonograma (*sonogram*) y espectrograma (*spectrogram*) es un diagrama de frecuencia en función del tiempo, en el que el grosor del punto o de la línea indica cualitativamente el nivel sonoro. Es decir, se trata de una gráfica bidimensional en la que se puede observar las tres variables del sonido (frecuencia, tiempo, nivel sonoro). Esta gráfica fue inicialmente inventada para efectuar el análisis del habla pero ahora es una herramienta extremadamente útil e indispensable para analizar sonidos de toda clase, ya que da una representación completa y fácilmente interpretable de los fenómenos sonoros.

*Descriptores:* mediciones acústicas — instrumentos acústicos

Código(s) PACS: 43.58.z, 07.64.z

### ABSTRACT

The sonogram (also referred to as a sonogram and a spectrogram) is a diagram of frequency as a function of time, where the thickness of a point or a line indicates qualitatively the level of the sound. This is, we can observe in this two-dimensional diagram the three sound variables (frequency, time and sound level). This diagram was originally designed for analyzing speech; today this diagram is extremely useful for studying a broad range of sounds because it gives a complete and easy to interpret representation of sound phenomena.

*Subject headings:* acoustical measurements — acoustic instruments

### 1. INTRODUCCIÓN

Los sonidos son ondas muy complicadas por tener muchos componentes de diferente índole (armónicos, parciales y ruidos) que evolucionan muy rápidamente en el tiempo por lo que su análisis y estudio resulta bastante moroso. Asimismo se puede advertir de manera bastante generalizada que el manejo de los análisis acústicos a través de sus diferentes herramientas no siempre es el más adecuado, situación que perjudica una precisa interpretación del fenómeno y de esta manera justifica la presentación de este artículo.

### 2. ESTRUCTURA FÍSICA DE LOS MENSAJES SONOROS (Leipp 1984)

Este título fue prestado del libro *Acoustique et Musique* de Émile Leipp (Leipp 1984), un extraordinario libro de acústica musical escrito para músicos y artesanos cuyo autor era músico y físico, direc-

tor de investigación en el CNRS (Centro Nacional de Investigación Científica de Francia), encargado de curso del Conservatorio Nacional Superior de Música de París y fundador y director del Laboratorio de Acústica Musical de PersonNameProductIDla Universidadla Universidad de Jussieu – Paris VI. De la misma manera la totalidad del presente trabajo fue inspirado por esta misma obra.

#### 2.1. Representación física del sonido: objeto sonoro (3D)

Generalmente, en acústica se trabaja con tres variables:

- El tiempo ( $t$ )
- La frecuencia ( $\nu$ )
- La intensidad ( $I$ ) o en nivel sonoro ( $N.S. = 10 \log I / I_0$ )

Esto sugiere una representación gráfica tridimensional en la que un sonido aparece como una superficie tridimensional llamada “objeto sonoro” (véase figura 1).

De la figura 1 se advierte que este tipo de grafica no es muy cómoda de interpretar, ya que se presentan superficies 3D bastante complicadas. Este diagrama 3D representa el sonido de un ayarachi (flauta de Pan) prehispánico de piedra (Gérard 2004)

<sup>†</sup>Con la gentil colaboración de Sarah Cepeda H. y Yolanda Cruz P.

<sup>1</sup>Del francés “*sonogramme*”; su denominación original es con la letra “a” siempre (sona). Creemos que su sinónimo “sonograma”, con “o”, en español da lugar a confusión ya que pareciese que fuese el diagrama presentado por el “sonómetro” que es un medidor de “nivel sonoro” (plano dinámico) mientras que el nombre de “espectrograma” se confunde con el “espectro” que es la gráfica del nivel como función de la frecuencia.

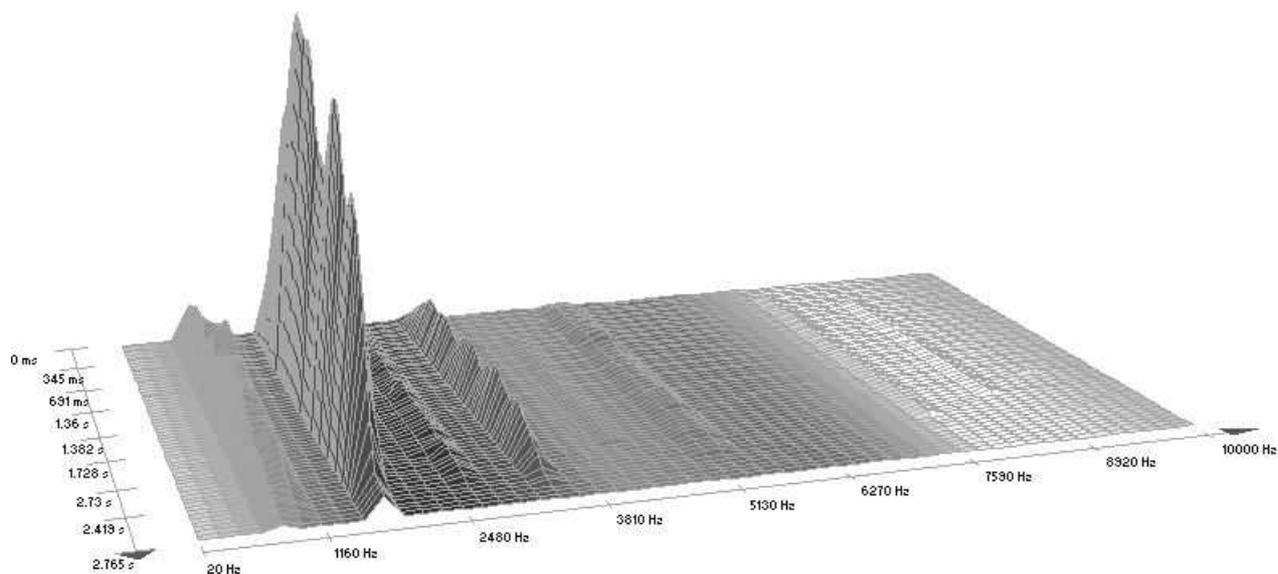


FIG. 1.— Objeto sonoro, grafica 3D (nivel sonoro, frecuencia, tiempo) de un sonido del ayarachi yura prehispánico con multifonía tipo redoble; se trata del mismo sonido analizado en el sonograma de la figura 17.

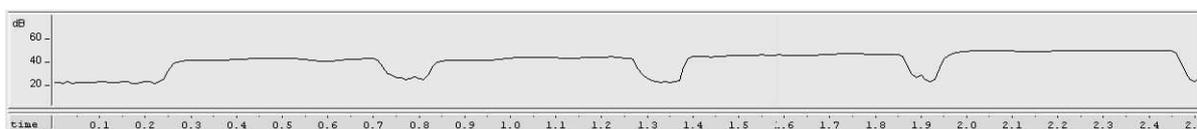


FIG. 2.— Plano dinámico (nivel función del tiempo) de las 4 notas do, re, mi, fa realizadas con flauta dulce.

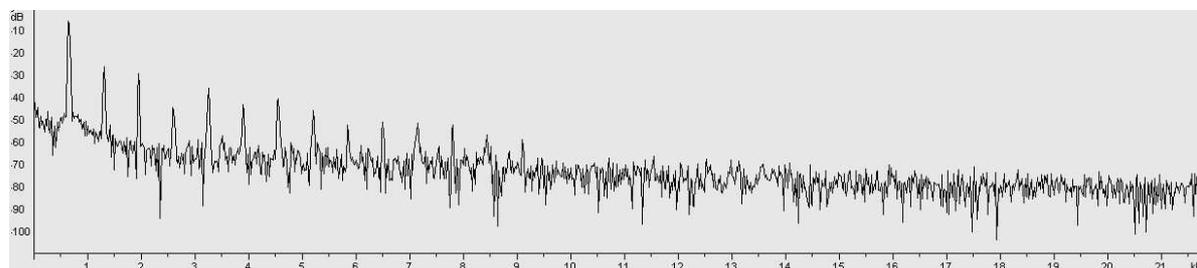


FIG. 3.— Plano espectral de la nota mi realizada con flauta dulce.



FIG. 4.— Plano melódico (frecuencia  $f_1$  función del tiempo) de las 4 notas do, re, mi, fa realizadas con flauta dulce.

cuyos tubos son complejos (de Arce 1993) parecido a las actuales pifilcas chilenas estudiadas por José Pérez de Arce (Pérez 1998). Este sonido presenta un sonido especial, se trata de una multifonía con redoble (Castellengo 1982; Gérard 1997) el mismo que se analiza en la figura 16. ¡Sin embargo este fenómeno no es discernible en el presente diagrama!

Así que la interpretación del objeto sonoro 3D no es fácil, por tanto se acostumbra separar el espacio 3D en tres planos distintos:

- Plano dinámico (nivel sonoro función del

tiempo)

- Plano espectral (espectro: nivel sonoro función de la frecuencia))
- Plano melódico (frecuencia función del tiempo)

Para lo cual presentamos unos ejemplos en las figuras 2, 3 y 4.

También se usa sistemáticamente la representación  $I(t)$ , amplitud (o intensidad) función del tiempo. Si se toma una escala temporal del mismo orden que el periodo de onda ( $10^1 ms$  por ejemplo),

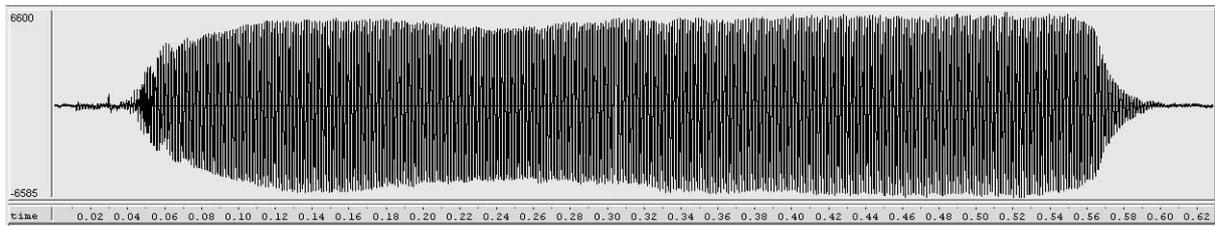


FIG. 5.— Forma de la onda (onda comprimida).

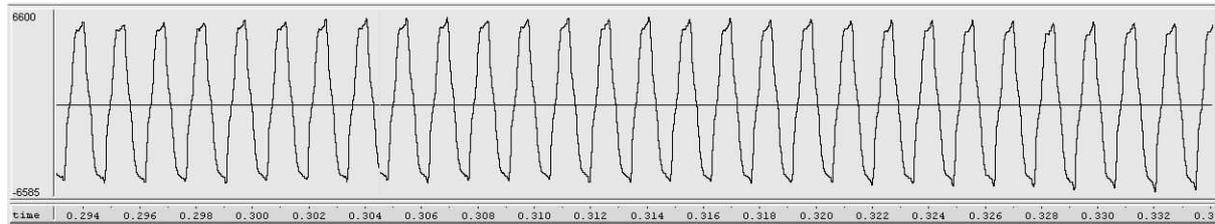


FIG. 6.— Oscilograma.

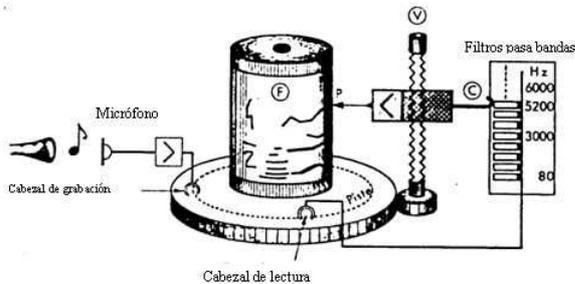


FIG. 7.— Principio de funcionamiento del sonógrafo: el aparato proporciona una verdadera “fotografía” de los sonidos, permitiendo describirlos con todas sus particularidades. Una secuencia sonora real es primeramente grabada sobre un disco magnético; luego una punta traza la imagen por exploración sucesiva desde los graves hacia los agudos. El sonógrafo es el aparato elegido por el especialista en acústica deseoso de realizar una relación entre documentos objetivos y percepción (Leipp 1984).



FIG. 8.— Computador con el *hard* y *software* de análisis de sonido que incluye el análisis sonográfico (Acústica StudioLab – Potosí).

se llama oscilograma (figura 6) en el que se observa la función onda sobre unos tantos periodos. En contraparte, si en esta misma representación se selecciona una escala de tiempo del orden  $10^1$  segundos, entonces lo que aparece es la totalidad de la onda de manera comprimida (figura 5), gráfica que se denomina “forma de la onda” (*waveform*).

No obstante, muchos fenómenos quedan casi invisibles en los diagramas anteriormente presentados.

### 3. EL SONÓGRAFO

Es posible superar todas estas dificultades mediante una representación gráfica llamada sonograma. El aparato que la produce se llama sonógrafo.

Para entender precisamente esta representación gráfica es necesario comprender el funcionamiento del primer sonógrafo histórico. Para tal efecto se traduce<sup>1</sup> a Leipp: “El sonógrafo es la versión comercial de un aparato inventado ya hace más de 30 años<sup>2</sup>

para estudiar los problemas del habla y que fue perfeccionado desde entonces. **Es algo así como una cámara para filmar sonidos**<sup>3</sup>. A continuación se detalla su funcionamiento (ver fig. 7)” (Leipp 1984).

Para explicar su funcionamiento, nuevamente se cita<sup>4</sup> a Leipp: “Se coloca papel especial para chispa alrededor del cilindro metálico (papel recubierto de una capa que transforma la hoja de papel en una resistencia eléctrica). Cuando se provoca una chispa eléctrica entre la punta p y el cilindro, cruza el papel cuya superficie es quemada y se obtiene un punto negro. Las series de puntos contiguos forman líneas” /.../ Un trozo musical o sonidos son grabados magnéticamente en el platillo-disco que gira; también gira el cilindro y mientras gira un tornillo sin fin (V) arrastra una punta de abajo hacia arriba la misma que se apoya en el papel del cilindro. El soporte de la punta arrastra simultáneamente un contacto C. Este pasa delante de una serie de filtros dis-

<sup>1</sup> Traducción de Arnaud Gérard.

<sup>2</sup> La primera edición del libro [1] fue publicada en 1971 por lo que debe datar de los años 1940

<sup>3</sup> El resaltado es mío.

<sup>4</sup> La parte que no está entre comillas no es una traducción textual, sino una interpretación

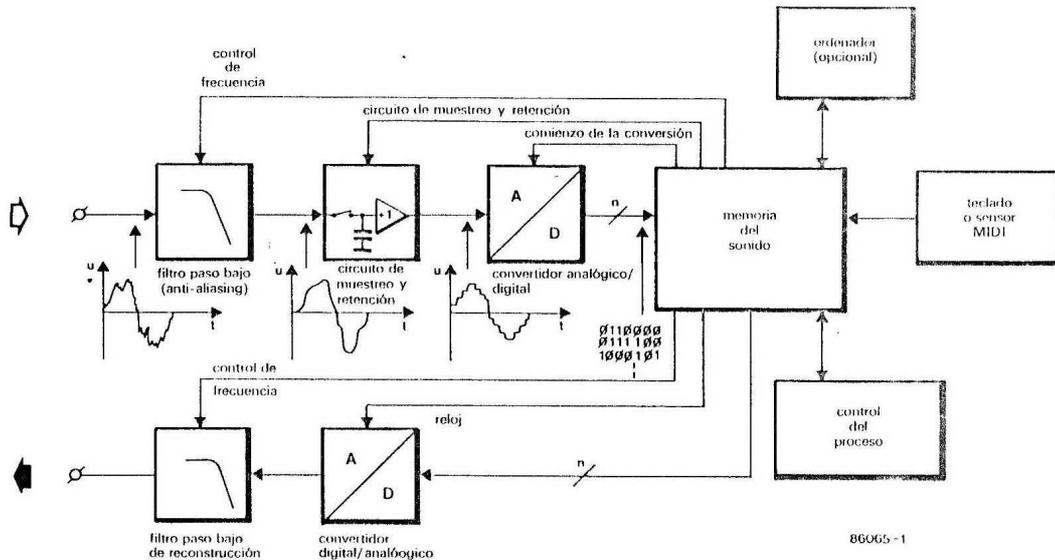


FIG. 9.— Diagrama de bloques típico de un circuito muestreador de sonido (Anónimo 1987).

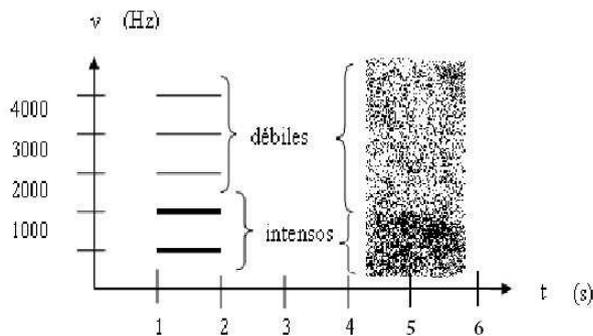


FIG. 10.— Sonagramas (frecuencia vs. tiempo): donde el grosor del punto o la línea es función del nivel (amplitud, intensidad); entre 1 y 2s se muestra un sonido de serie armónica; entre 4 y 6s un ruido rosa.

puestos de abajo hacia arriba, con un intervalo de 45 Hz [los graves abajo y los agudos arriba]. Estos filtros están alimentados por corrientes moduladas desde el cabezal de lectura que lee la secuencia. Llegando al filtro “x” Hz, el cabezal de lectura se encuentra en un punto de la pista magnética donde la señal contiene entre otras la frecuencia “x” Hz. Por tanto el filtro deja pasar esta frecuencia que convenientemente amplificada producirá una chispa en P que quema el papel del cilindro y los puntos sucesivos forman figuras (Leipp 1984).

Actualmente el sonógrafo es simplemente un computador adecuadamente equipado con los *hard* y *software* de análisis de sonido (tarjeta de sonido profesional, micrófono, monitores o parlantes, programas de análisis, etc.).

A continuación se muestra la foto (fig. 8) de un sonógrafo moderno y su diagrama de bloques:

4. SONAGRAMA: DEFINICIÓN

El sonograma es un diagrama “frecuencia función del tiempo” que realiza la descomposición armónica (análisis de Fourier) de cada sonido. En el eje vertical se tiene los componentes en frecuencia, en el eje

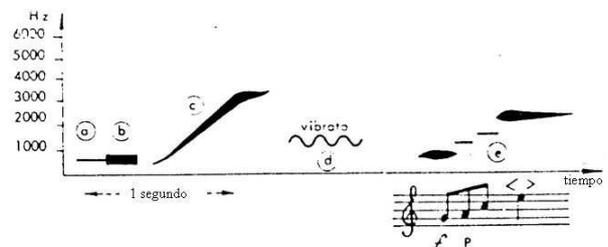


FIG. 11.— Tipología sonográfica simplificada. Se reconoce fácilmente un sonido simple, débil o fuerte, ascendente o ululado<sup>a</sup>. El sonograma realiza una verdadera partición de las notas musicales, en la que todo se mide con magnitudes físicas, con una precisión comparable a la del oído (Leipp 1984).

<sup>a</sup>Semejante al grito de una ave de rapaña.

horizontal se tiene el tiempo en segundos o milisegundos y el grosor del punto o la línea indica cualitativamente la intensidad o el nivel (véase figura 10). En su versión moderna, el sonograma se grafica a partir de un análisis FFT (Fast Fourier Transform: transformada de Fourier rápida).

5. LECTURA E INTERPRETACIÓN DE LOS SONAGRAMAS

Es muy importante entrenarse en la interpretación de los sonagramas (lo que no es muy complicado). Como dice Leipp, el sonograma es algo así como la filmación de un sonido pero debemos entender la película. Este autor escribe: Esta gráfica es un documento en el que es posible “medir con precisión la frecuencia y la duración de cada nota, así como su evolución dinámica” (Leipp 1984). Para tal efecto continuamos con el libro de Leipp (Leipp 1984) reproduciendo unos sonagramas esquematizados de una serie de sonidos reales típicos, empezando con sonidos simples (véase figuras 11, 12 y 13).

5.1. Leyenda de la figura 11

- a) Silbido débil a 500 Hz de duración 1/4 de segundo.

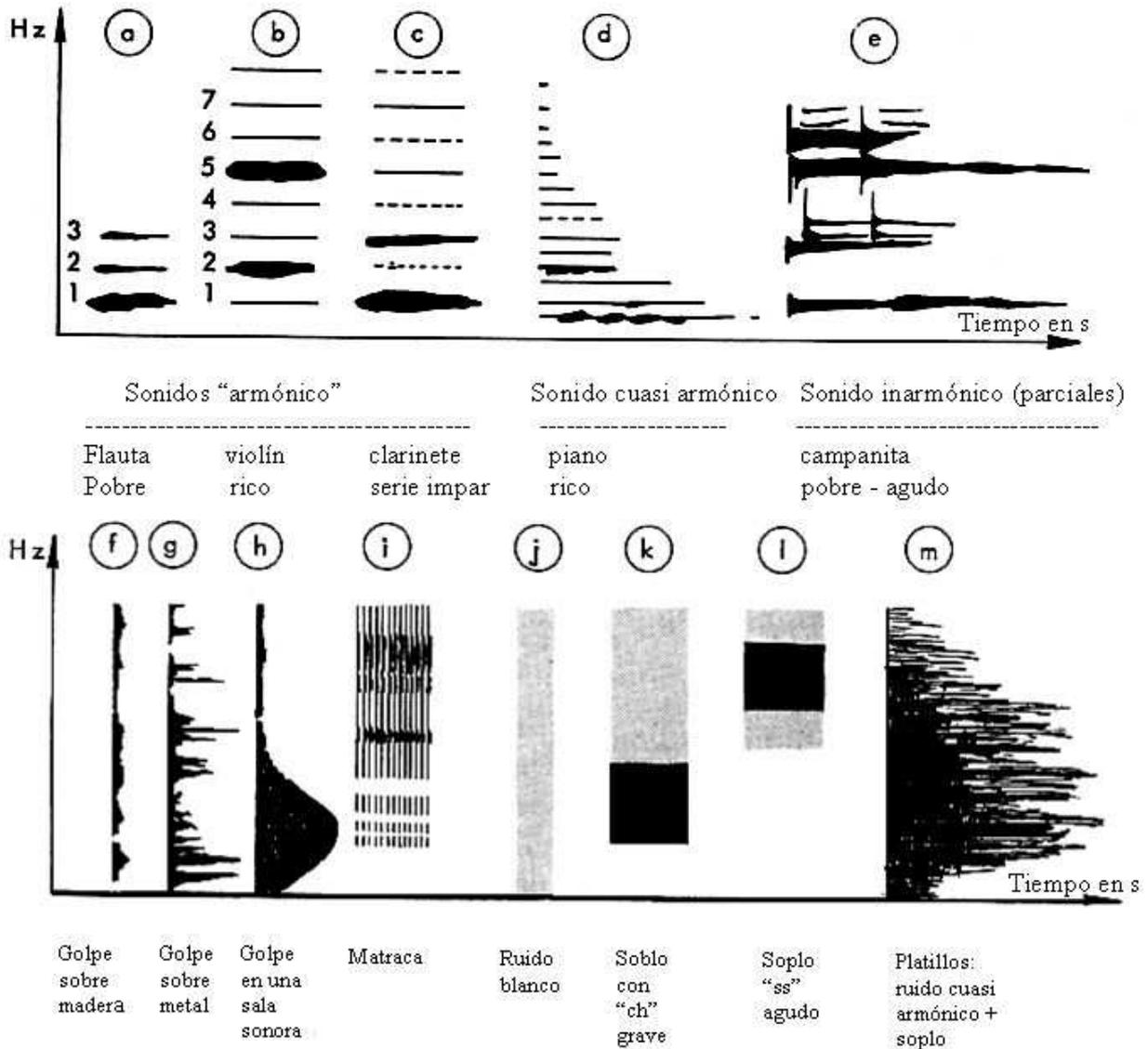


FIG. 12.— Sonogramas esquematizados de sonidos reales típicos. En este documento y con entrenamiento se reconoce inmediatamente los distintos tipos de sonidos: la imagen visual corresponde muy bien a la imagen acústica percibida (traducido del francés de la bibliografía (Leipp 1984)).

b) El mismo silbido pero más intenso.

c) Silbido ascendente *crescendo* empieza a 500 Hz y termina a más de 3000 Hz. La intensidad crece y vuelve a decrecer.

d) Nota con *vibrato* entre 1000 y 1500 Hz.

e) Pequeña melodía silbada:

- Primera nota fuerte.
- Segunda y tercera nota *piano* (débil).
- Última nota con fuelle dinámico.

Observación: ¡Todos son sonidos sinusoidales (con un solo componente), es decir *tonos puros*!

Luego se muestran sonidos complejos (siempre esquematizados).

### 5.2. Leyenda de la figura 12

- a) Sonido pobre en armónicos, con fundamental muy intensa (tipo flauta travesera).
- b) Sonido de serie armónica integral completa (tipo violín). Se lee que el armónico 2 es más intenso que la fundamental y que el armónico 5 es predominante (este sonido suena a la tercera).
- c) Sonido armónico de serie impar (tipo clarinete y zampoña).
- d) Un sonido con líneas espectrales casi armónicas (cuasi periódico), tipo piano. Se observa batimientos (pulsaciones) sobre la fundamental, el cuarto parcial, etc. Este batimiento traduce la "vida" del sonido y es debido a ligeras desafinaciones entre las cuerdas de una misma tecla.

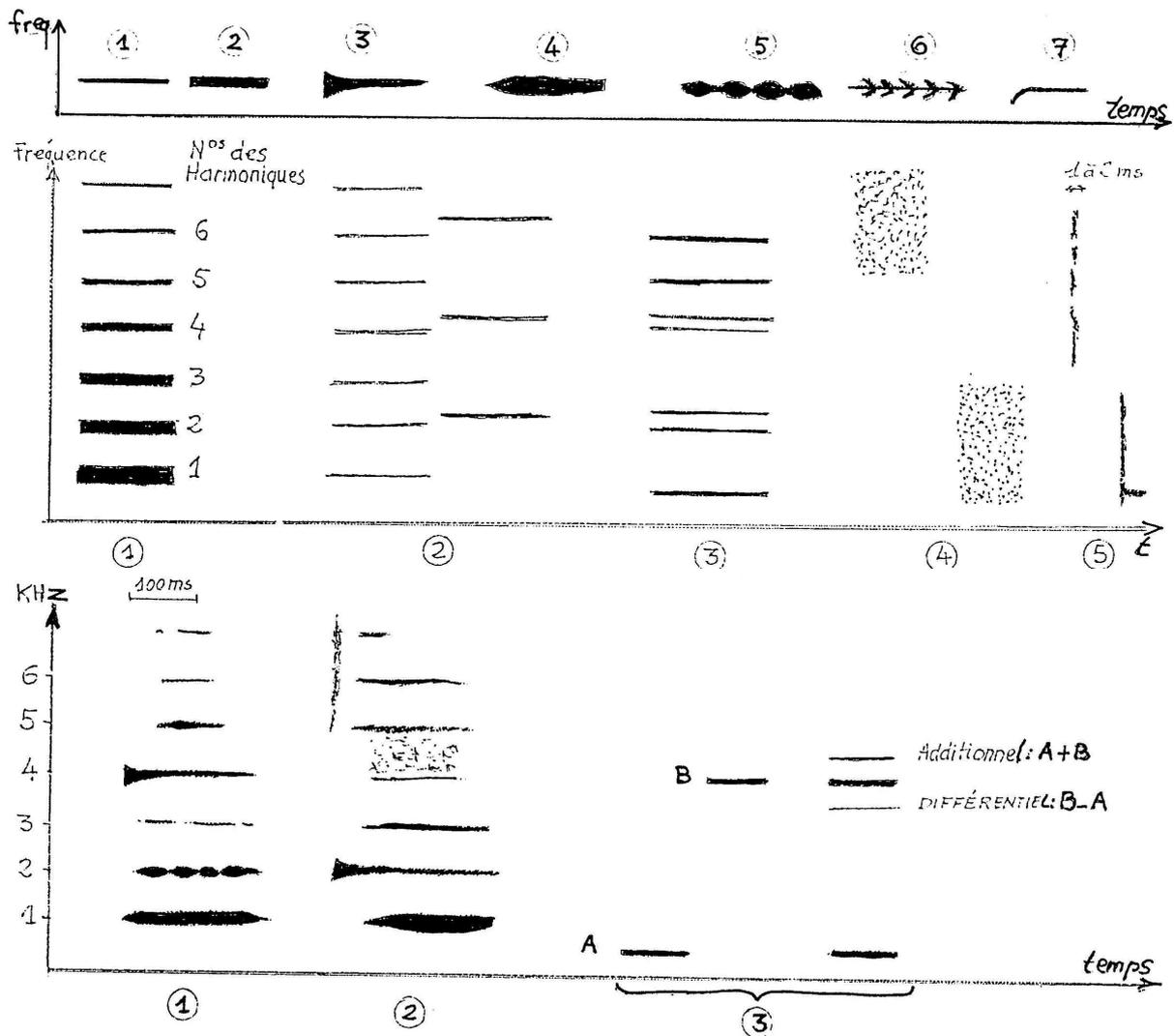


FIG. 13.— (a) Frecuencia – tiempo: 1.- Sonido de frecuencia e intensidad fija. 2.- Sonido de misma frecuencia, más intenso. 3.- Sonido cuya intensidad se establece casi instantáneamente, luego decrece (ataque brutal). 4.- Sonido cuya intensidad se establece muy gradualmente (ataque progresivo). 5.- Sonido afectado por batimientos (variaciones periódicas de intensidad). 6.- Sonido inestable (chirriado). 7.- Variación de la frecuencia en el ataque: *glissando* ascendente (Castellengo 1969). (b) Sonido armónico teórico. La intensidad decrece con el rango del armónico. La altura percibida corresponde a la frecuencia de la fundamental. 2.- Parcial 1 de un tubo (fundamental) acompañado de sus armónicos, luego salto al régimen 2. Este tiene una frecuencia mayor que el parcial 2 del régimen 1. El intervalo entre los dos parciales es mayor que el intervalo de octava. 3.- Sonido inarmónico (o sonido de parciales). No se detecta una equidistancia entre los componentes. La altura percibida es compleja y depende de un gran número de factores. 4.- Ruido de soplo primeramente agudo y luego grave. 5.- Choques, percusiones, aguda y luego grave (Castellengo 1969). (c) Sonido real, evolutivo. La fundamental es más intensa. El armónico 2 está afectado por batimiento y arranca con ligero atraso. El armónico 3 es muy débil. El armónico 4 aparece conjuntamente a la fundamental, su intensidad, primeramente muy grande, luego disminuye. Los armónicos 5, 6, 7 tienen un gran atraso en el ataque. 2.- Sonido que octava en el ataque (armónico 2). Se advierten también ruidos en el establecimiento del sonido, entre 5000 y 7000 Hz y un ruido de escurrimiento entre 4000 y 5000 Hz. 3.- Sean un sonido A de 500 Hz y un sonido B de 4000 Hz. Cuando se emiten las dos frecuencias simultáneamente se producen sonidos de combinación que son principalmente: el sonido adicional (frecuencia A + frecuencia B) y el sonido diferencial (frecuencia B - frecuencia A) (Castellengo 1969).

e) Un sonido agudo de campanita, con líneas espectrales muy dispares (parciales), disonante, inarmónico.

Hay que notar los componentes no arrancan al mismo tiempo y son inestables en el tiempo debido al rebote del badajo sobre las paredes de la campana.

#### Ruidos:

f) Golpe seco sobre madera, contiene todas las fre-

cuencias (línea vertical) pero dura muy poco tiempo.

g) Golpe sobre metal, igual que el anterior pero tiene arrastre de algunos parciales (líneas horizontales).

h) Golpe seco en una sala sonora, tiene arrastre en forma de “banda” de frecuencias en la parte grave (resonancia de la sala).

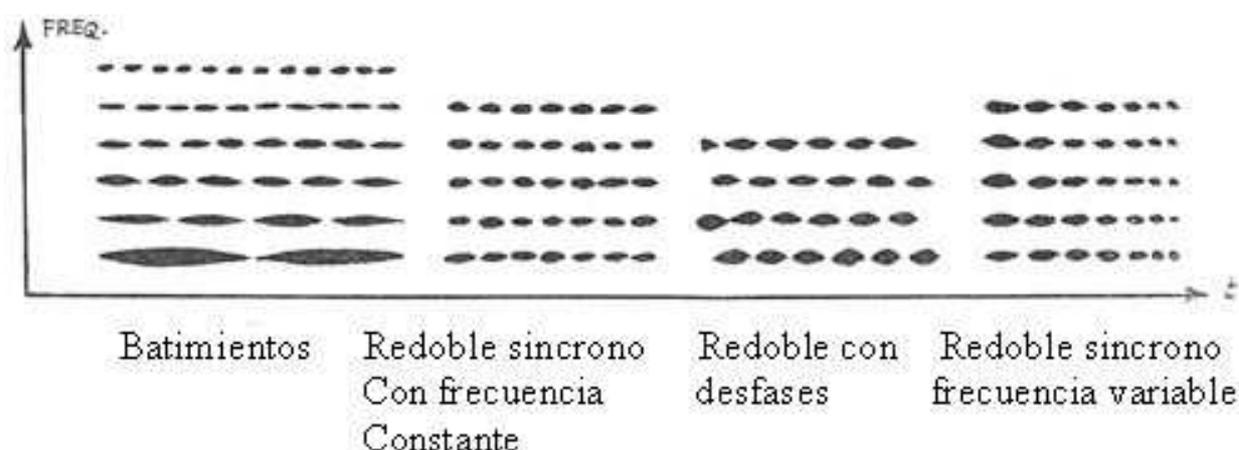


FIG. 14.— Sonogramas de sonidos musicales de serie armónica que presentan diferentes tipos de multifonías (extraídos de (Castellengo 1982)).

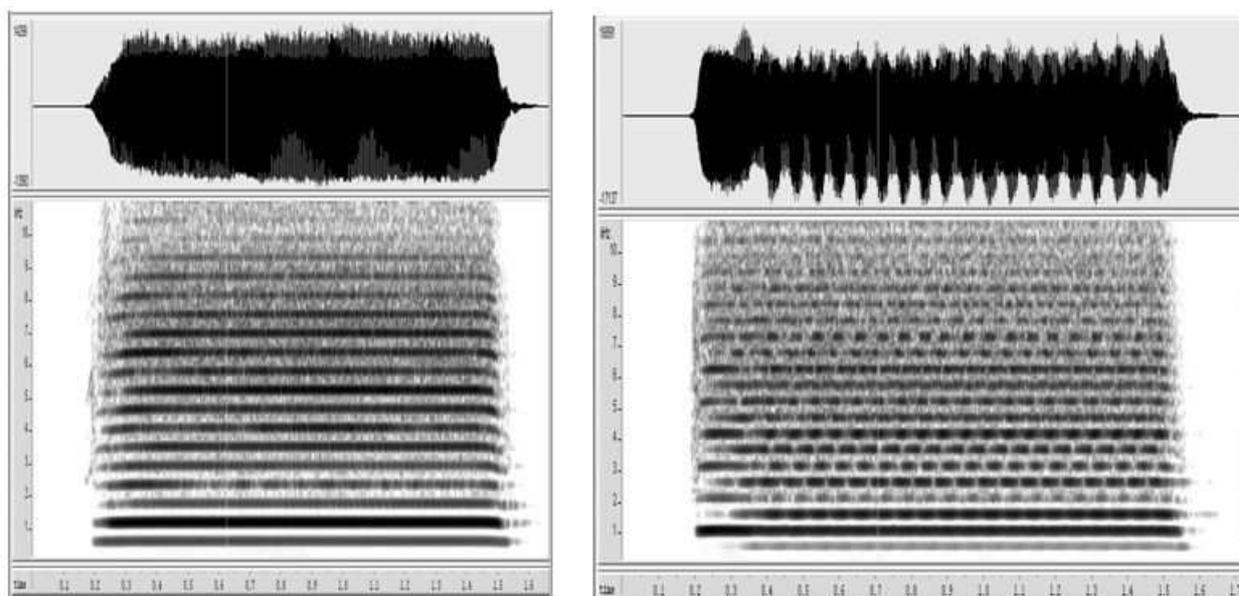


FIG. 15.— Izquierda: sonograma de la digitación 6 de la tarka, sonido sin tara (*q'iwa*); derecha: sonograma de la digitación 5, con tara (Gérard 2009).

- i) Serie de microgolpes sucesivos “tipo matraca”.
- j) Ruido blanco.
- k) Una “banda” ancha de ruido, con graves, representa un ruido de soplo.
- l) Banda de ruido colorado en los agudos tipo “ss”.
- m) Golpe de platillos que muestra numerosas líneas parciales que se mezclan con el ruido del “soplo”.

Luego en el trabajo de Michèle Castellengo: *Paramètres Sensibles d'un Tuyau d'Orgue à Embouchure de Flûte* (Castellengo 1969) se encuentra una muestra más extensa de sonogramas de diferentes sonidos<sup>5</sup>:

Incluso los sonogramas permiten ver fenómenos especiales como los que señala Castellengo (véase

figura 14) en su artículo sobre las multifonías en instrumentos musicales (Castellengo 1982).

En tal caso los efectos llamados batimiento y redoble se definen de la siguiente manera:

- **Batimiento:** Dos fuentes independientes con frecuencias próximas producen un batimiento que se percibe como la variación periódica de la intensidad del sonido resultante. En este caso la frecuencia de pulsación es proporcional al número del armónico (Castellengo 1982).
- **Redoble:** Un sonido es periódicamente interrumpido, ya sea mecánicamente (bolita, inestabilidad del régimen) ya sea electrónicamente (modulación de la amplitud). La rapidez del redoble es la misma para todos los componentes (Castellengo 1982).

<sup>5</sup> Todas las traducciones son de Arnaud Gérard.

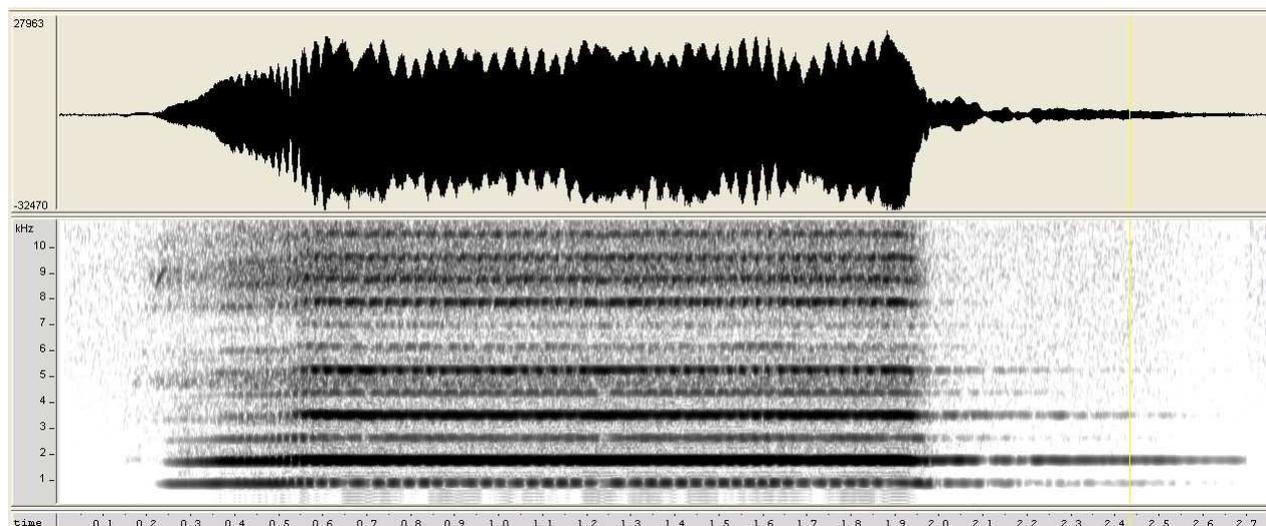


FIG. 16.— Forma de onda (arriba) y sonograma de 0 a 10 KHz (abajo) de un ayarachi prehispánico de piedra de la cultura Yura (flauta de Pan) que muestra también el fenómeno de redoble (Gérard 2004).



FIG. 17.— Arriba el sonograma de banda delgada; al medio: sonograma de banda ancha; abajo: forma de la onda.

A continuación se muestra algunos ejemplos que corresponden a estudios realizados en el seno del laboratorio de acústica SoundLab de la Carrera de Física de la Universidad Autónoma Tomás Frías de Potosí.

#### 6.1. Caso de las tarkas / anatas

Desde hace varios años el laboratorio de acústica (SoundLab/UATF) está ejecutando una serie de estudios sobre la acústica de la *tarka* o *anata*, flauta de pico con perforaciones laterales, de madera, que se ejecuta en el altiplano boliviano y cuyos resultados fueron ya publicados en anteriores trabajos (Gérard 1997, 2007; Sakuma 2007; Gérard 2009).

Este caso resaltaba el contraste entre dos sonidos,

uno normal (serie armónica) estable y el otro con un marcado redoble con desfases (Gérard 2009) (véase figura 15 a y b).

#### 6.2. Caso del ayarachi Yura

Hace algunos años el autor Gérard (2004) efectuó el estudio acústico de un ayarachi lítico (flauta de Pan) y prehispánico (probablemente de la cultura Yura, 1000-1200 d.C.) con un tubo complejo (se presenta una discontinuidad en la sección transversal) muy parecido a la pifilca estudiada por Pérez de Arce (Pérez 1998).

#### 6.3. Sonido de un triángulo (golpe sobre metal)

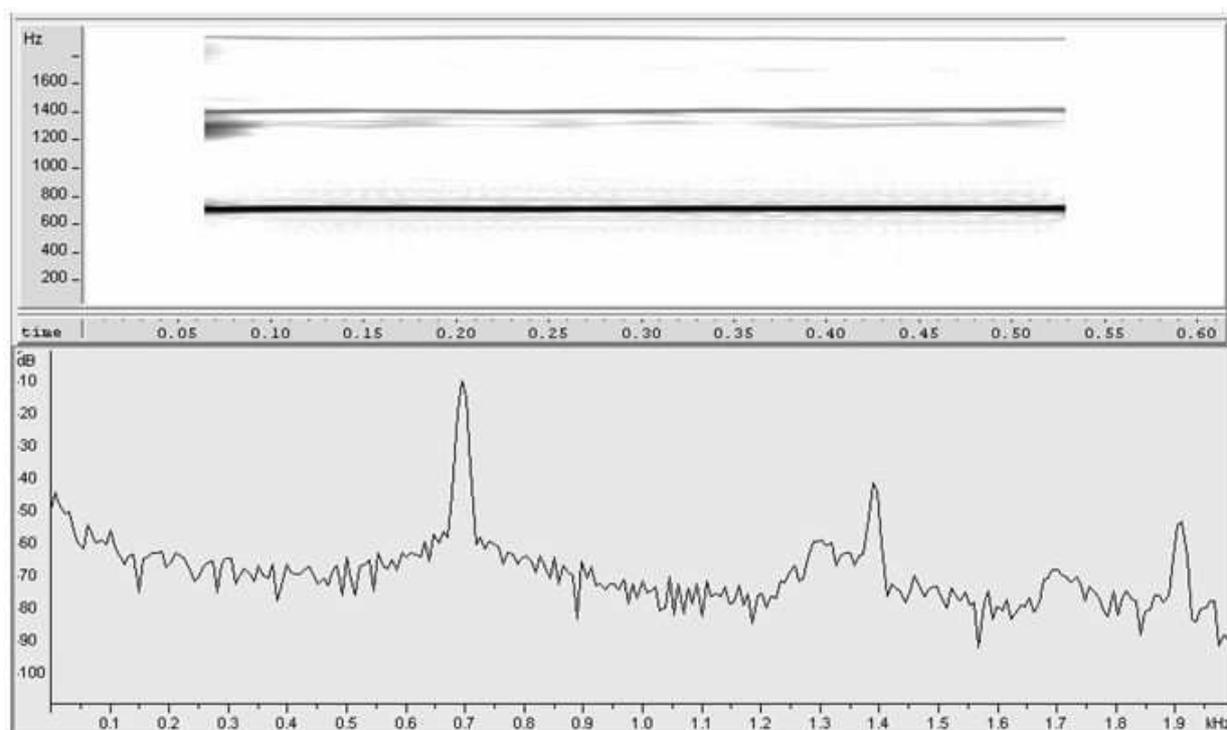


FIG. 18.— Acá el análisis va sólo hasta 2 KHz; sólo pueden observarse los 3 primeros armónicos que no dan ninguna idea sobre el comportamiento global del sonido, ¡se pierde la mayoría de la información!

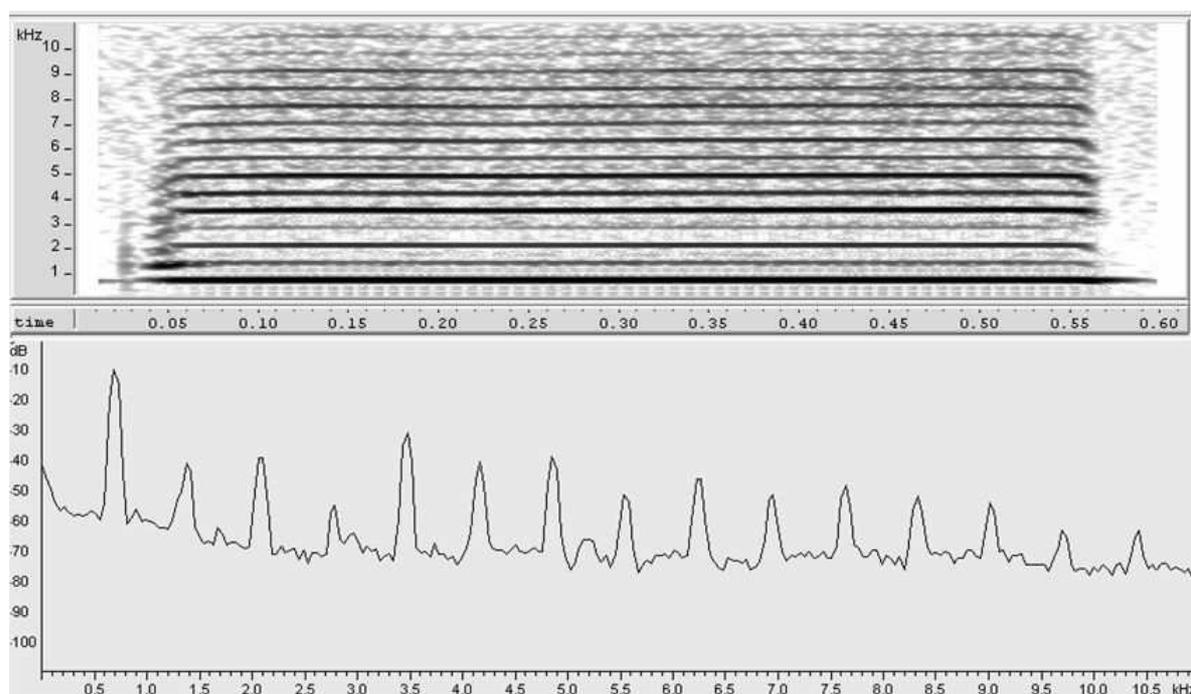


FIG. 19.— Esta calibración es mucho mejor que la anterior; va de 0 a 10 KHz; es interesante ver esta parte de la onda ya que pueden apreciarse los detalles de la parte más audible de la onda.

Acá se trata de un golpe sobre metal (línea vertical) seguido por algunas vibraciones del metal (serie de parciales no armónicos).

#### 7. CALIBRACIÓN DE EQUIPOS

Lo que también llama la atención en muchos trabajos de acústica musical es un manejo a veces inadecuado de los diagramas incluyendo el sonograma. Pues para poder observar los diferentes fenómenos acústicos es menester realizar las calibraciones y configuraciones (*setting*) y presentaciones apropiadas.

Una de las principales consideraciones es la configuración de las escalas (en todas las gráficas) tanto del eje horizontal como del eje vertical. Muchas veces los autores eligen escalas con rangos muy cortos dando lugar a que sólo se analiza una parte muy reducida del sonido, a veces tan pequeña que el análisis considerado ya no muestra casi nada.

A modo de ejemplo se muestra el sonograma (arriba) y el espectro medio correspondiente (abajo) de la nota mi tocada con flauta dulce (la misma que analizamos en las figuras 2, 3, 4, 5 y 6) para 3 configuraciones diferentes (figuras 18, 19 y 20).

La primera configuración es eligiendo un rango de frecuencias de 0 a 2 KHz (figura 18). En tal caso solo pueden apreciarse los 3 primeros armónicos de la onda y se pierde todo el resto de la información. En realidad la onda tiene de 19 a 20 armónicos audibles que en esta primera gráfica no son visibles. Muy eventualmente podría usarse esta configuración si es que uno quisiera observar algún detalle muy fino de esta parte de la onda.

El segundo análisis es de 0 a 10 KHz (figura 19). Este análisis es mucho más conveniente ya que puede observarse toda la parte más perceptible de la onda, pero tampoco es completo, no pueden visualizarse la totalidad de los armónicos. En el sonograma de la figura 19 el transitorio de ataque puede observarse claramente (hasta 0,05 s), se advierte la acomodación del sonido de boca sobre el campo acústico del tubo.

Finalmente, se presenta un análisis de 0 a 20 KHz (figura 20), es decir un rango que abarca la totalidad de la parte audible<sup>6</sup> de la onda. Esta presentación sólo es posible utilizando un micrófono de medición que tenga este rango de frecuencias (si el micrófono va de 60 Hz a 16 KHz, esto no será posible). Su defecto es que si el sonido es grave los armónicos salen muy apretados y pueden perderse también algunos detalles.

##### 7.1. Resolución de los sonogramas

En el análisis FFT existe diferentes resoluciones. Los programas de análisis ofrecen generalmente una amplia gama de estas. Pero los estándares son los que se llaman banda ancha (*wideband*) y banda delgada o estrecha (*narrowband*). Pues el problema es

<sup>6</sup> Teóricamente se admite que el ser humano en promedio puede escuchar en un rango de frecuencias que va de 20 Hz a 20 KHz (cuando es joven y sin patología del oído).

que cuando se busca precisión en las frecuencias (banda delgada) se pierde precisión en los niveles sonoros e inversamente, al mejorar el análisis de los niveles se pierde la precisión en frecuencia. En el manual del programa SoundScope para Macintosh (Coughlan & Weinreb 1992) se lee: "La única diferencia entre la banda ancha FFT y la banda delgada FFT es el filtro aplicado por defecto y el número de puntos FFT. El filtro por defecto de la banda ancha es de 184 Hz (5 ms) mientras que el filtro por defecto para la banda delgada es de 59 Hz (25 ms)". Un filtro ancho es menos preciso en frecuencia y por tanto no muestra todos los detalles de su variación, solo resalta las tendencias generales, pero sí muestra las variaciones del nivel<sup>7</sup> (amplitud) mientras que el filtro delgado muestra mejor el detalle del comportamiento de las frecuencias (su agudez) pero se pierden los detalles de variación del nivel.

Por otro lado existe una relación entre el número de puntos FFT y el ancho de filtro elegido, pues a menor ancho del filtro se requerirá un mayor número de puntos e inversamente. A un valor del ancho del filtro le corresponde un límite inferior en el número posible de puntos FFT. Por lo general en los programas de análisis, cuando se selecciona un cierto número de puntos FFT, automáticamente le coloca el filtro o inversamente, pero es posible cambiar esto dentro de lo permitido.

Los anchos de filtro estándares son: 45, 59, 150, 184, 300, 450, 600 Hz y los números de puntos FFT son: 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192 y 16384.

Ejemplo con sonogramas (figuras 21 a y b):

En seguida se muestra otro ejemplo con los espectros medios (figuras 22 a y b).

De tal manera que si uno desea obtener una información completa, para cada análisis debe realizar uno con banda ancha y otro con banda delgada, cada uno aporta un tipo de precisión y ambos son complementarios.

##### 7.2. Escalas logarítmicas

Varios programas de análisis (principalmente los de ingeniería de sonido) usan escalas logarítmicas para el eje de las frecuencias (por ejemplo: 1, 10, 100, 1000, 10000 Hz, etc.). Del punto de vista estadístico puede ser interesante pero para el análisis frecuencial no permite observar si la serie es armónica ( $\Delta$  de frecuencias iguales) o si es una serie de parciales ( $\Delta$  desiguales). Así que tanto en los espectros (abscisa) y en los sonogramas (ordenada) se recomienda usar escalas lineales (ej.: 0, 1, 2, 3, 4 KHz, etc.).

##### 7.3. Presentación del sonograma

Al modo de ver del autor, las presentaciones de sonogramas a color o "en negativo" (fondo negro, puntos y rayas claras), a primera vista se ven atractivas

<sup>7</sup> Por ejemplo las fluctuaciones de intensidad (y nivel) en los fenómenos de batimiento, pulsación y redoble no son perceptibles en los sonogramas de banda delgada, sólo se hacen visibles con banda ancha!

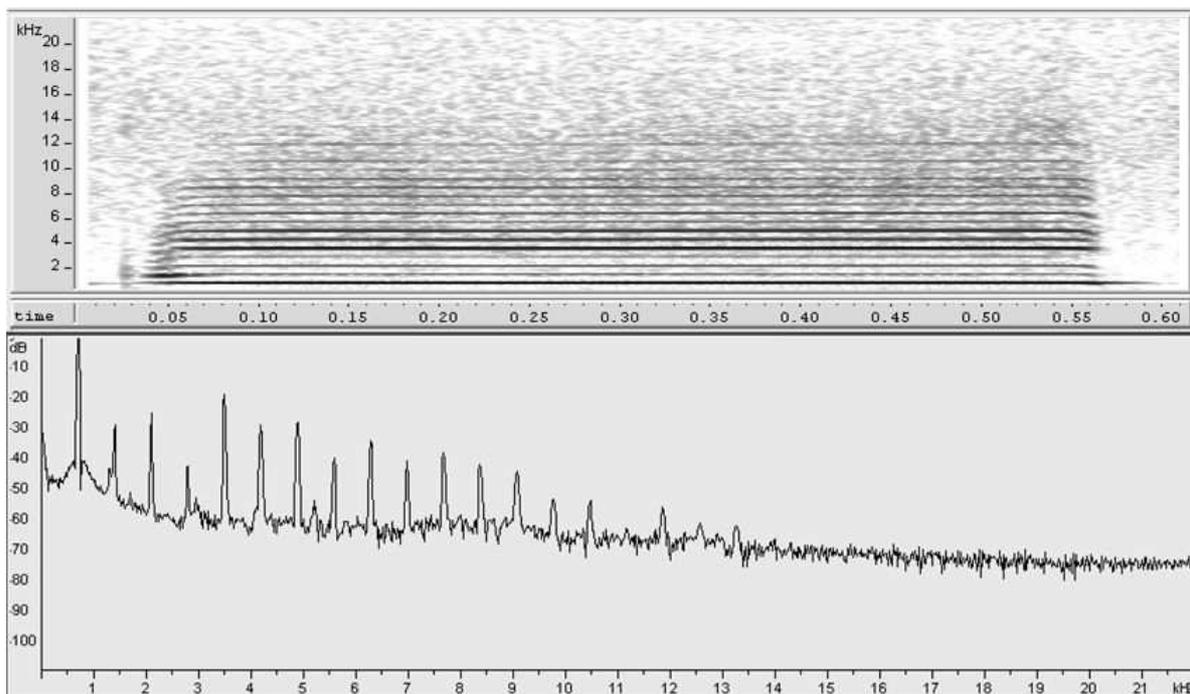


FIG. 20.— Este análisis muestra toda la parte audible de este sonido (0 a 20 KHz); sólo es posible si es que se ha medido con un micrófono de medición de buena calidad; tal vez su defecto es que los armónicos o parciales se ven muy apretados en el sonograma y de repente puede escaparse algún detalle.

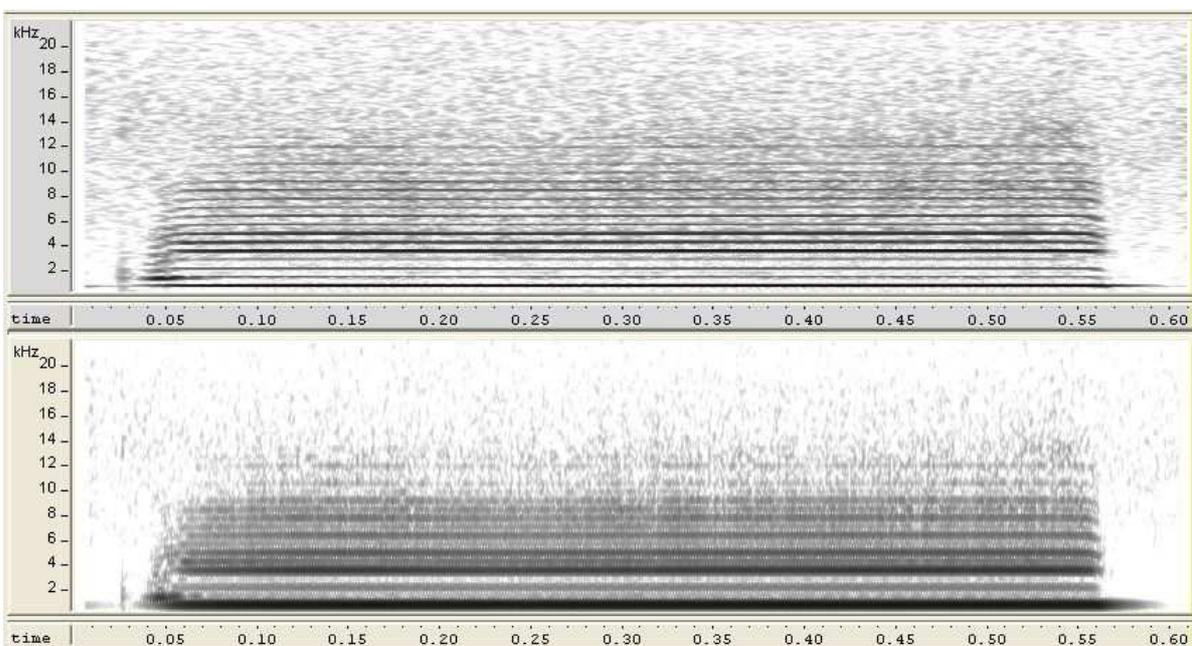


FIG. 21.— Arriba sonograma de banda delgada (512 puntos FFT), con claridad pueden observarse las líneas de los componentes armónicos; abajo sonograma de banda ancha (128 puntos FFT), ya no pueden distinguirse bien las líneas espectrales pero se nota claramente donde el nivel sonoro es mayor (líneas y zonas más oscuras).

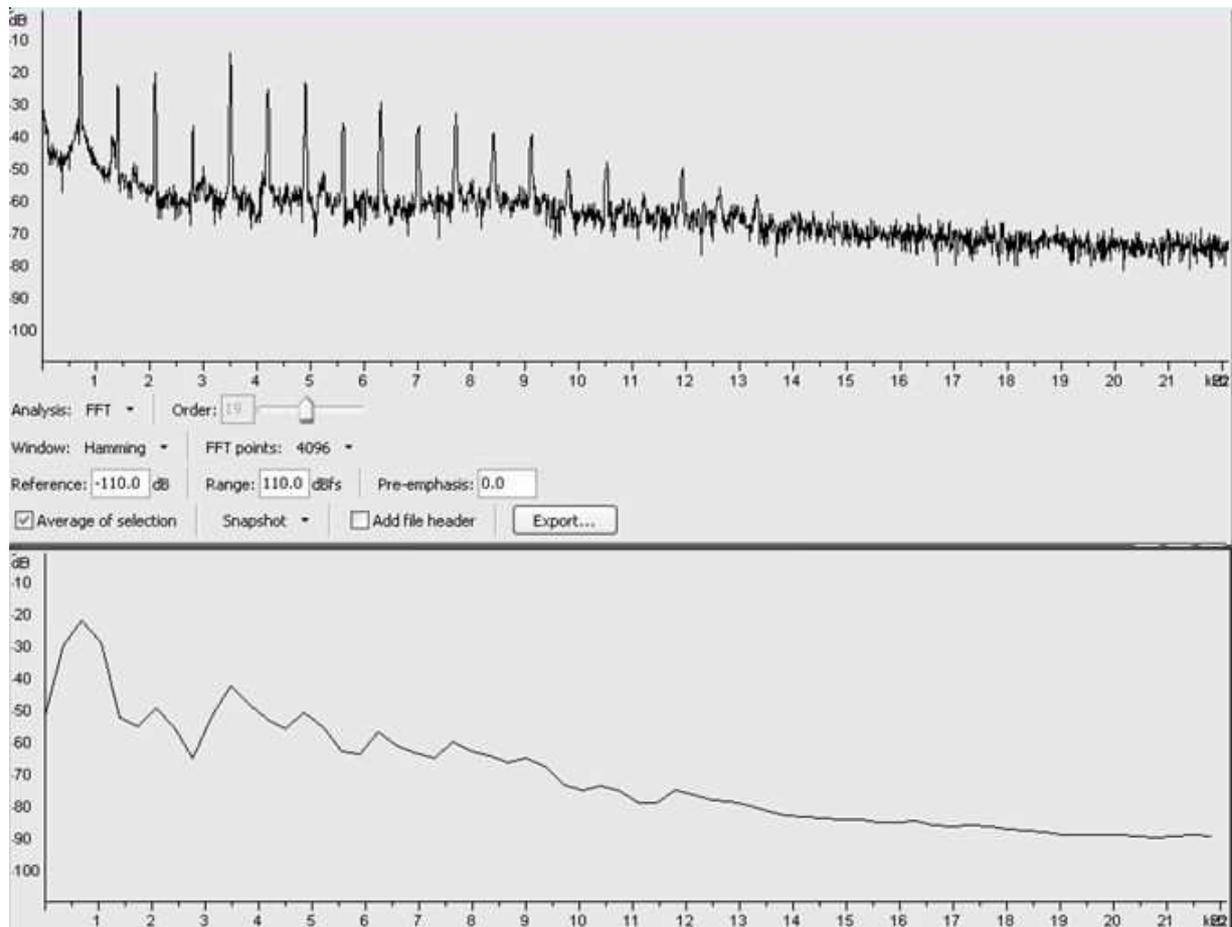


FIG. 22.— Arriba espectro de banda delgada (4096 puntos FFT), con claridad pueden observarse las líneas de los picos armónicos; abajo espectro de banda ancha (128 puntos FFT), ya no pueden distinguirse bien las líneas espectrales pero se nota mejor la repartición del nivel sonoro (picos más altos).

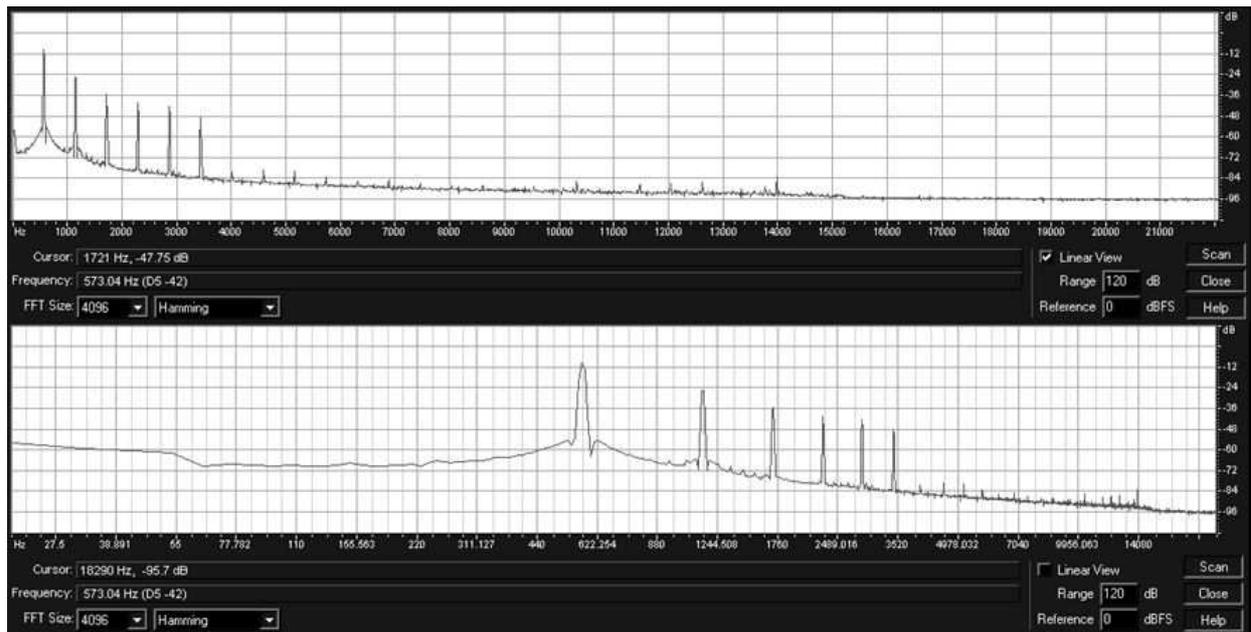


FIG. 23.— Arriba: espectro con escala lineal de una nota de flauta dulce, se observa claramente una serie armónica; abajo: espectro con escala logarítmica del mismo sonido, no puede verse si la serie es de armónicos o no (programa Cool Edit 2000).

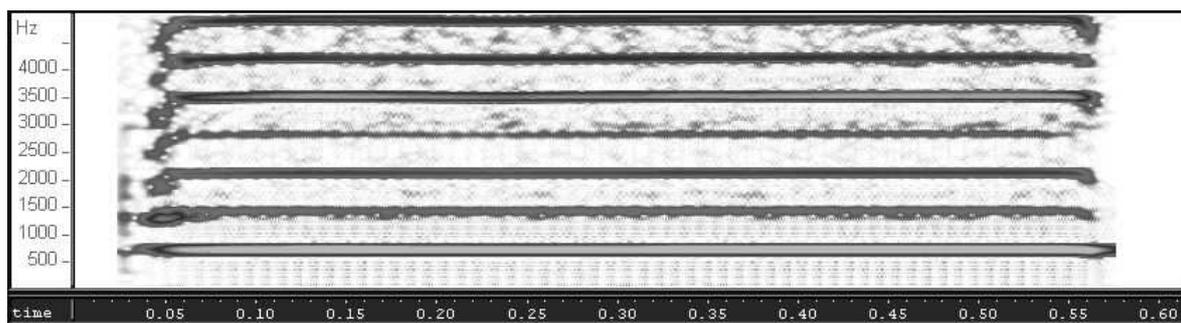


FIG. 24.— Sonagrama con presentación “negativa” (fondo negro) o a color no son muy legibles.

pero no son muy aconsejables, pues no resultan muy legibles.

#### 8. CONCLUSIÓN

Acá se quiso presentar un pequeño curso sobre el entendimiento, manejo y calibración del sonagrama para el análisis de sonidos de toda índole (habla, sonidos producidos por animales, sonidos musicales, ruidos, etc.) y se espera que resulte útil y permita mejorar la calidad futura de los estudios.

Para terminar citaré nuevamente a Leipp (Leipp

1984): “Hemos hecho numerosos sonogramas de sonidos musicales y ruidos de toda índole: sabemos ahora que el sonograma es un documento a elegir para la acústica musical ya que esta imagen corresponde totalmente a la imagen mental que nos sugiere un sonido y todo lo que se escucha es visible en este documento. Gracias a este documento, todo sonido, tan complicado y evolutivo que sea, *puede ser descrito tanto en el lenguaje de los físicos como en el lenguaje de los músicos*” (Leipp 1984).

#### REFERENCIAS

- Anónimo. 1987, Análisis y síntesis digital del sonido  
 Castellengo, M. 1969, Paramètres Sensibles d'un Tuyau d'Orgue à Embouchure de Flûte. Bulletin du GAM, No 42 (París)  
 —. 1982, Sons Multiphoniques aux Instruments à Vent. Rapports IRCAM. No 34/82 (París)  
 Coughlan, L. & Weinreb. 1992, SoundScope Users Manuel. GW Instruments, Inc. (Somerville, E.E.U.U.)  
 de Arce, J. P. 1993, Revista Andina, 11-2, 473  
 Gérard, A. 1997, Revista Boliviana de Física, 3, 40  
 —. 2004, Interpretación acústica del ayarachi “Yura” de los Museos Charcas. En: Jornadas Arqueológicas - Primera Versión, pp. 79-112 (CIAR/Universidad San Francisco Xavier de Chuquisaca - Sucre)  
 —. 2007, Revista Boliviana de Física, 13, 33  
 —. 2009, Tara y tarka. Un sonido, un instrumento y dos causas (estudio organológico y acústico de la tarka). En: Diablos tentadores y pinkillus embriagadores, pp. 69-149 (Plural. Editor/compilador: A. Gérard. La Paz)  
 Leipp, E. 1984, Acoustique et Musique (Masson - París)  
 Pérez, J. 1998, Sonido rajado: The Sacred Sound of Chilean Pifilca Flutes. En: The Galpin Society Journal, julio de 1998, pp. 17-50 (Londres)  
 Sakuma, S. 2007, Tesis de licenciatura: Caracterización espectral y no lineal de los sonidos de la Tarka. Carrera de Física/UMSA. La Paz

XXII REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA  
DEL 25 AL 30 DE OCTUBRE DE 2010  
POTOSÍ–BOLIVIA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

RESUMEN

Se presenta la relación de ponencias de la XXII Reunión Nacional de Física realizada en Potosí entre el 25 y el 30 de Octubre de 2010.

*Descriptor:* reuniones de física

*Subject headings:* physics workshops

*Título:*

**UN CRITERIO PARA LOCALIZACIÓN  
DINÁMICA CON BASE EN EL ESQUEMA  
DEL PÉNDULO DE KAPITZA EN LA RED**

*Autor:*

Diego Sanjinés

*Resumen:* Se propone un esquema para elegir un potencial cuántico  $V(x,t)=V(x)+\cos\omega t$  que producirá localización dinámica (para valores grandes de  $\omega$ ) en una partícula que se mueve en un cristal de acuerdo a un hamiltoniano de enlace fuerte. Se usa la fórmula de Gallinar (2005) -que se deduce de la teoría del péndulo de Kapitza- para calcular el potencial efectivo  $V_{ef}(x)$  que corresponde a  $V(x)$  y se obtiene las ecuaciones semiclásicas de movimiento. Si las soluciones  $x(t)$  están acotadas según el teorema de Kroopnick (1972) entonces se propone la conjetura de que acotamiento implica localización cuántica. Se prueba algunos potenciales  $V(x)$  que obedecen este criterio y se confirma la conjetura para estos casos por medio de simulaciones.

*Autor:* Pedro Miranda

*Resumen:* El área de sistemas de control se estudia como parte de la formación académica de pregrado, pero su aplicación en la industria es amplia y reúne a diferentes disciplinas: física (dinámica), matemática (ecuaciones de Euler-Lagrange), mecánica (motor, brazos y engranajes), electrónica (diseño con ADC y microcontrolador), programación (Maple, MatLab, C++), etc. Para lograr la comprensión acerca del funcionamiento de un dispositivo típico, se construyó un prototipo de brazo robot de tres grados de libertad y se presenta los resultados de la primera experiencia.

*Título:*

**PROYECTO LAGO**

*Autores:*

Alfonso Velarde

*Resumen:*

Se presenta todo el desarrollo experimental del proyecto LAGO para la detección de explosiones de rayos gamma (Gamma Ray Bursts – GRB).

*Título:*

**OBSERVATORIO  
ÓPTICO LACOUR**                      **GEOMAGNÉTICO**

*Autor:* Pedro Miranda

*Resumen:* La medida del campo magnético terrestre es un proceso que se simplifica cada vez más a través de la automatización de sus registros. A fin de dar mayor vida útil a un magnetómetro Lacour que funciona con un imán pendular y un espejo pequeño para reflexión se pensó en dotarlo con un sistema óptico láser y un CCD, ya que de otra forma dicho magnetómetro sería desechado. Se presenta el resultado de un equipo que está en funcionamiento en el Observatorio Geomagnético de Patacamaya.

*Título:*

**CONSTRUCCIÓN DE UN BRAZO ROBOT  
DE 3 GRADOS DE LIBERTAD**

*Título:*

**EL SONAGRAMA: REPRESENTACIÓN PRÁCTICA DE LOS SONIDOS**

*Autor:* Arnaud Gerard

---

*Título:*

**ANÁLISIS DE RUIDOS AMBIENTALES E INDUSTRIALES EN LA CIUDAD DE POTOSÍ**

*Autor:* Sarah Cepeda, Yolanda Cruz

---

*Título:* **ESTUDIO ACÚSTICO DEL “TUBO COMPLEJO”**

*Autor:* Sarah Cepeda

---

*Título:*

**EL ALBEDO DEL SALAR DE UYUNI**

*Autor:* Francesco Zaratti

---

*Título:*

**PERCOLACIÓN: UN PUNTO DE VISTA COMPLEJO-PROBABILÍSTICO**

*Autor:* Luis Yapu

*Resumen:* Muchos modelos reticulares en 2D muestran invariancia conforme el límite de escala continuo (malla tendiendo a cero). Esto permitió predicciones exactas de muchas propiedades de los modelos como son las dimensiones fractales y los exponentes de escala. En este trabajo se presentan algunos progresos recientes reportados en la literatura a propósito de la comprensión de dichos modelos, utilizando la percolación crítica como ejemplo. Se considera especialmente la relación con la evolución de Schramm-Loewner (SLE) que permite demostrar algunas de las predicciones en ciertos modelos particulares.

---

*Título:*

**ESTUDIO TÉRMICO DE LA LAGUNA DE TARAPAYA**

*Autor:* Ivar Valda

*Resumen:* Se realizó un estudio sobre las propiedades eléctricas del agua y su temperatura de absorción con respecto al agua potable, así como un modelo en 3D de la forma interna de la laguna de Tarapaya elaborado por métodos métricos.

---

*Título:*

**MODELAJE Y SIMULACIÓN DEL MECANIZADO POR ELECTROEROSIÓN**

*Autor:* Hugo Rojas

*Resumen:* Se presentan los modelos más usuales para describir el efecto de la electroerosión y las últimas técnicas diseñadas para asegurar la calidad de la superficie trabajada con este procedimiento.

---

*Título:* **RECIPIENTES Y CONDUCTOS DE AGUAS SUBTERRANEAS EN LA CUENCA DEL RIO ANTEQUERA**

*Autor:* Edgar Ricaldi

*Resumen:* Se describe la hidrogeología de la cuenca del río Antequera por medio de mediciones geofísicas, específicamente, por sondeos eléctricos verticales.

---

*Título:* **CARACTERIZACIÓN DE AEROSOLLES TRANSPORTADOS HASTA LOS GLACIARES ANDINOS**

*Autor:* Fernando Velarde

*Resumen:* La importancia del transporte de material particulado sobre los glaciares andinos ha crecido a raíz de estudios publicados recientemente en los que se sugiere que al menos una parte del calentamiento local de la atmósfera en los Himalayas puede deberse a partículas transportadas desde fuentes lejanas. En nuestro país, el rápido retroceso de los glaciares en los últimos años (que aún no se explicó por las observaciones reportadas de temperatura) sugiere que el material particulado que llega hasta estas remotas regiones también podría estar jugando un rol en dicho retroceso. A fin de estudiar este transporte se utilizan medidas in situ de propiedades ópticas y químicas así como un modelo computacional para estimar trayectorias de parcelas de aire (HYSPLIT). En este trabajo se presentan resultados preliminares de estos estudios.

---

*Título:* **SIMULACIÓN DE VARIABLES FÍSICO-MÉDICAS EN UNA CÁMARA HIPERBÁRICA MONOPLAZA**

*Autor:* Edwin Barañado

*Resumen:* En este trabajo se realizó la simulación del funcionamiento de una cámara hiperbárica. El programa para la elaboración de gráficos fue Visual Studio Punto Net. Se tomó en cuenta las variaciones de oxígeno y dióxido de carbono dentro de la cámara pues son los factores más importantes en la fisiología de la respiración, lo que a su vez afecta el interior de la cámara como sistema termodinámico. A través de los procedimientos realizados en estas simulaciones fue posible obtener estimaciones de las variables físicas que se esperaría medir bajo circunstancias reales.

---

**Título: PÉNDULOS ACOPLADOS COMO CASO DE ESTUDIO EXPERIMENTAL DE SISTEMAS COMPLEJOS**

*Autor:* Daniel Bellot

*Resumen:* Con base en un modelo discreto de péndulo amortiguado se estudió el comportamiento de dos péndulos acoplados. Los datos experimentales se compararon con los resultados del modelo. Se obtuvo evidencia experimental sobre la dependencia lineal con la distancia de acoplamiento, en concordancia con el factor de acoplamiento propuesto en el modelo. Se presentan: la evolución del montaje experimental, los resultados parciales sujetos a confirmación y las perspectivas sobre el alcance del proyecto.

---

**Título: BÚSQUEDA DE DESTELLOS DE RAYOS X EN EL MONTE CHACALTAYA CON DETECTORES DE AGUA CHERENKOV**

*Autor:* Javier Quispe

*Resumen:* El proyecto LAGO consiste de un conjunto de estaciones conformado principalmente por: Bolivia (Chacaltaya), Venezuela (Pico Espejo) y México (Sierra Negra), en las que se busca destellos de rayos gamma en el rango de energías desde 1 GeV hasta 1 TeV, usando para ello la técnica de partícula individual. Para observar cómo arriban estas partículas se realizaron simulaciones Monte Carlo.

---

**Título: EL APORTE DE LA FÍSICA PARA EL DESARROLLO DE LA TECNOLOGÍA**

*Autor:* Juan Peter Ramírez

*Resumen:* Se realizó un análisis reflexivo sobre la enseñanza de la física en nuestro medio y en los diferentes niveles de educación: primaria, secundaria, formación técnica y educación superior. Se discutió el aspecto económico de la investigación y desarrollo, así como los temas de demanda de la sociedad.

---

ENSEÑANZA DE LA FÍSICA COMPUTACIONAL  
EN LA ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA  
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA-PERÚ  
COMPUTATIONAL PHYSICS TEACHING  
IN “LA ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA  
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA-PERÚ”

LIC. EDWIN LLAMOCA REQUENA<sup>†</sup>  
Escuela profesional de Física de la  
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa

RESUMEN

La enseñanza de la Física Computacional en la Escuela Profesional de Física de la Facultad de Ciencias Naturales y Formales de la Universidad Nacional de San Agustín (Perú) está orientada a que nuestros estudiantes se preparen para afrontar problemas complejos que se presentan en nuestra sociedad. Por tal motivo se han planificado tres cursos de Física Computacional. El primer curso comprende conceptos básicos del lenguaje de programación C y métodos numéricos básicos. Un segundo curso consiste en la aplicación de los métodos numéricos en la solución de las ecuaciones de la Física Matemática, para lo que se usa programación en C, Fortran, Matlab, Octave, Scilab y GNUPlot. El tercer curso está orientado a resolver problemas más complicados, debido a que se debe adquirir más experiencia en programación. El curso es asistido en forma personalizada, lo que quiere decir que todos los ejercicios se hacen en el centro de cómputo. Tal fue el impacto de este método de enseñanza, que muchos estudiantes, se motivaron y pudieron publicar artículos relacionados con la dinámica molecular, dinámica no-lineal, métodos numéricos para el electromagnetismo. De acuerdo a la acreditación universitaria, el curso está orientado en plataforma Linux-Ubuntu, por lo que los trabajos se elaboran en Latex.

*Descriptores:* enseñanza de la física, computadoras en la enseñanza

Código(s) PACS: 01.40.\_d, 01.50.H\_

ABSTRACT

The teaching Computational Physics in the Escuela Profesional de Física, Facultad de Ciencias Naturales y Formales of the Universidad Nacional de San Agustín (Perú) is oriented for preparing our students to be able to tackle complex problems that arise in our society. Three courses are planned for the subject of Computational Physics. The first course covers basic concepts of C programming language and basic numerical methods. A second course is based on the application of numerical methods in solving the equations of mathematical physics; the programming is made in C, Fortran, Matlab, Octave, Scilab and GNUPlot. The third course is designed to solve more complicated problems, in order to give the students more experience in programming. The course is attended in a personal way, which means that all the exercises are done in the datacenter. The impact of the course on the students was notorious and many of them were motivated and published articles related to molecular dynamics, nonlinear dynamics and numerical methods for electromagnetism. According to the university accreditation standards, the course is focused on the Linux-Ubuntu platform, thus the works are elaborated in Latex.

*Subject headings:* education in physics, computers in education

1. INTRODUCCION

La Física Computacional (FC) es una modalidad de investigación en Física que se adiciona al método científico (Jong 1991). La enorme potencia computacional de que se dispone hoy en día nos permite simular mediante cálculos en un ordenador; el com-

portamiento de diversos tipos de sistemas físicos, lo que nos permite estudiarlos sin necesidad de realizar experimentos reales muy costosos y complicados, siendo a veces imposibles de realizar en la práctica, sino solamente mediante experimentos virtuales.

Para poder comprender los diversos tipos de sistemas físicos es necesario conocer un lenguaje de programación para luego saber programar cálculos

<sup>†</sup>Email: ellamoca@hotmail.com

numéricos y finalmente saber planificar y diseñar programas que simulen diversos tipos de sistemas físicos.

Para llegar a este objetivo general la Escuela Profesional de Física (EPF) en su plan curricular y de acuerdo a la acreditación universitaria; enseña tres cursos de FC en ambiente Linux-Ubuntu debido a que los lenguajes de programación como C, Fortran y como Octave, Scilab y GNUPlot son software libre.

## 2. FÍSICA COMPUTACIONAL I

Para desarrollar este curso se deberá tener aprobado un primer curso de matemáticas y física. El objetivo principal será programar en lenguaje de programación de nivel intermedio C en forma básica y posteriormente aplicarlos a los métodos numéricos. A la vez se dictan dos clases básicas de Latex para que los estudiantes presenten sus trabajos en formato PDF.

Los métodos numéricos básicos que se programan son (Chapra & Canale 2008; Chainskaia & Doig 1999; Gerald & Heatley 2000):

- Método de Newton,
- Método de bisección,
- Método de la secante,
- Método de falsa posición,
- Interpolación de Lagrange,
- Método de diferencias finitas,
- Método del trapecio,
- Método de Simpson,
- Método de Gauss,
- Método de Gauss Siedel,
- Método de Euler,
- Método de Heun y
- Métodos de Runge-Kutta.

Todas las prácticas se hacen en el centro de cómputo con asistencia personalizada debido a que cada estudiante tenga confianza en programar y perder el miedo al ordenador. En cada práctica se ponen variantes al método y solo ellos tendrán que modificar el código.

## 3. FÍSICA COMPUTACIONAL II

Con conocimientos básicos del lenguaje de programación C, ondas y óptica y métodos matemáticos de la física I; orientamos el curso en su interpretación física de los códigos en C, Fortran, Octave, Scilab y GNUPlot y relacionar con procesos físicos.

Esta es una tarea muy ardua por parte del profesor para poder relacionar códigos en diferentes lenguajes de programación, software de aplicaciones y relacionar con sistemas físicos que se quiere simular.

Como se sabe la sintaxis del lenguaje de programación C, es muy detallada y extensa; entonces, explicar Fortran, Octave o GNUPlot se hace mucho más sencilla y los estudiantes captan con rapidez la sintaxis y por tanto la programación se hace más fácil.

Cada una de las prácticas que a continuación se detallan; se realizan en el centro de cómputo:

- Oscilador armónico simple,
- Oscilador armónico amortiguado,
- Oscilador armónico forzado,
- Integración por Montecarlo (Jong 1991),
- Problema de dos cuerpos (Jong 1991),
- Problema de n cuerpos (Jong 1991),
- Ecuación logística (Jong 1991),
- Ecuaciones de Lorenz (Chapra & Canale 2008; Jong 1991),
- Secciones de Poincaré (Jong 1991),
- Ecuación de Laplace (Mathews & Fink 2000),
- Ecuación de onda (Mathews & Fink 2000),
- Ecuación del calor (Mathews & Fink 2000) y
- Elemento finito (Chapra & Canale 2008; Gerald & Heatley 2000).

Las prácticas en el que hay ecuaciones diferenciales, se implementan los códigos con el método de Euler, pidiendo como ejercicio modificar con el método de Runge-Kutta de orden 2, 3 y 4; para establecer las diferencias respectivas en forma gráfica.

Se incide en forma permanente las gráficas en el diagrama de fases, para entender las secciones de Poincaré (Jong 1991).

Para las prácticas referentes a las ecuaciones en derivadas parciales, se resuelven por el método de diferencias finitas tomando en cuenta las condiciones a la frontera de Dirichlet y de Neumann (Chapra & Canale 2008; Mathews & Fink 2000; Gerald & Heatley 2000; Llamoca 2010). Se dan tentativas para ecuaciones más complejas como las ecuaciones de Poisson, ecuación de onda amortiguada. También la posibilidad de extender las ecuaciones a 2 dimensiones.

La aplicación del método Montecarlo en resolver integrales tiene muchas variedades y un alcance a aplicaciones físicas (Jong 1991).

Las ecuaciones de Lorenz, para saber la sensibilidad de las condiciones iniciales (Chapra & Canale 2008; Jong 1991).

La aplicación del elemento finito para una barra calentada en estado estable; es una práctica típica para entender la física del problema (Chapra &

Canale 2008; Gerald & Heatley 2000). Su programación es más avanzada pero bien que ya a estas alturas del curso era de esperarse.

Hasta aquí el nivel del curso está orientado a que el estudiante este preparado a afrontar sus futuros trabajos de investigación.

El alcance en este curso, es que al estudiante se le da como tarea programar en Octave o en C y Fortran.

#### 4. FÍSICA COMPUTACIONAL III

Este último curso tiene como objetivo orientar al estudiante a usar los métodos de la física computacional para desarrollar sus futuros trabajos de investigación.

Reforzar las líneas de investigación que desarrolla la EPF con métodos de FC; es también el fin que tiene este curso.

Las líneas de investigación que desarrolla la EPF son: Física Médica, Física Teórica, Termoluminiscencia, Energías renovables, Películas Delgadas y Pedagogía de la Enseñanza de la Física.

Entonces se ha planificado el curso orientado a reforzar estas líneas de investigación de tal forma que él estudiante este bien identificado con alguna de dichas líneas.

Aquí la programación la fábrica el mismo estudiante con la tutoría del profesor de curso. Es decir, el profesor explicará al detalle la física del problema con indicaciones de que método numérico se tiene aplicar para resolver un sistema físico.

Las prácticas han sido bien seleccionadas tomando en cuenta la mayoría de las líneas de investigación.

La práctica interacción radiación materia aplicando el método de Montecarlo es una identificación muy precisa para resolver problemas más complejos que se presentan en la física médica (Llamoca 2010, 2000).

La práctica de resolver la ecuación diferencial parcial parabólica por el método theta y por el método de Montecarlo, es el inicio para tratar problemas más complejos de las Energías renovables (Chapra & Canale 2008; Mathews & Fink 2000; Gerald & Heatley 2000; Llamoca 2010).

Una tercera práctica es resolver el modelo de Ising en 2 dimensiones, el cual es un problema clásico de física estadística. Práctica muy interesante en el que se da el inicio de resolución de problemas sistemas complejos.

La cuarta práctica será resolver el autómata celular y fractales, que relacionan problemas complejos de la física teórica (Plaza IMCA; Hearn & Baker 1995).

La quinta práctica, sobre procesamiento de señales (Epstein 2003; Gonzáles & Woods 1996) en el que se aplican FFT (Umez-Eronini 2001) y Convolución (Oppenheim & Willsky 1994; Oppenheim & Schaffer 2000) que tiene mucha aplicación en física médica.

Como última práctica se ha previsto incluir en este curso, algoritmos genéticos y lógica difusa para el tratamiento de sistemas complejos.

Se ha querido tratar otros temas de la FC como el elemento finito en 2 dimensiones (Gerald & Heatley

2000; Chandrupatla & Belegundu 1999), pero tiene una complejidad en elaborar los códigos.

Bueno, hay muchos temas que se pueden abordar en la FC, pero eso será parte de futuros temas de tesis para bachillerato y licenciatura.

El impacto de esta metodología de la enseñanza de la FC fue muy relevante porque en tres años consecutivos se publicaron trabajos relacionados con la FC. Trabajos como Dinámica Molecular, Dinámica no lineal, Física Médica. A continuación se presenta una práctica tipo que motiva a seguir con la FC.

#### 5. OSCILADOR DE DUFFING

Una buena parte de la introducción al caos se basa en un modelo mecánico llamado oscilador de Duffing (Jong 1991) cuya ecuación diferencial que gobierna es no lineal, es decir:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} - x + x^3 = f \cos \omega t \quad (1)$$

Para dar solución a esta ecuación se aplica el método de Runge-Kutta de orden 4, es decir:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + hv_n + \frac{h}{6}(k_1 + k_2 + k_3) \\ v_{n+1} &= v_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ t_{n+1} &= t_n + h \end{aligned}$$

Para:

$$\begin{aligned} k_1 &= ha(t, x, v) \\ k_2 &= ha\left(t + \frac{h}{2}, x + \frac{hv}{2}, v + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_3 &= ha\left(t + \frac{h}{2}, x + \frac{hv}{2} + \frac{hk_1}{4}, v + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= ha\left(t + h, x + hv + \frac{hk_2}{2}, v + k_3\right) \end{aligned}$$

Donde se relaciona con la ecuación (1) de la siguiente forma:

$$a(t, x, v) = -cv + x - x^3 + f \cos \omega t$$

Que sigue siendo la ecuación (1).

La tendencia de cualquier oscilación, es que tiende hacia un punto o puntos el cual se llama atractor. Tratándose de este tipo de dinámica el atractor será un conjunto de puntos, que será un atractor caótico.

Para fabricar dicho atractor, se aplica la sección de Poincaré, el cual se define tiempos circulares, donde cada tiempo circular el periodo.

$$t = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2)$$

Esto se debe a que para un tiempo muy largo el sistema se adecuará a la frecuencia  $\omega$  corresponde a la fuerza externa. Si se divide el tamaño de paso  $h$  como:

$$h = \frac{t}{m} = \frac{2\pi}{m\omega} \quad (3)$$

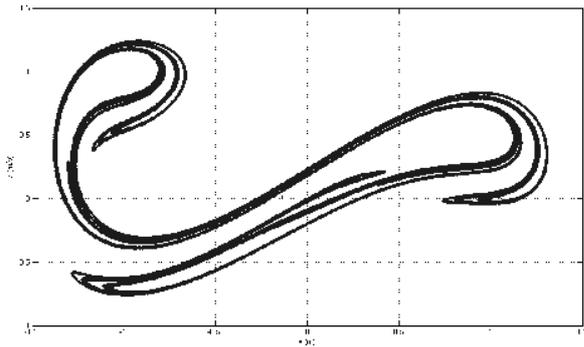


FIG. 1.— Atractor caótico.

es decir cada período se divide en  $m$  partes, de tal manera que si el programa empieza a correr desde un  $t = 0$ , y cuando se haya evaluado el método Runge-Kutta,  $m$  veces, significa que se ha cumplido un periodo y en ese momento del programa grafica en el diagrama de fases  $(x, v)$ . Por cada otro periodo también se podrá graficar otro  $(x, v)$ , y así sucesivamente.

Con estas indicaciones el programa en Octave es:

```
clear, clf, hold off
n=0; h=0.05; m=20;
% Constantes del programa
c=0.24; b=1; d=1; f=0.68; w=1.7;
h=2*pi/(w*m);
% Condiciones Iniciales
t=0; x=1; v=1; tfin=1000000;
% Inicio de la Simulacion
pt(1)=t; pv(1)=v; px(1)=x;
while t<tfin
    n=n+1;
    for i=1:m
        a=feval('df',t,x,v,c,f,w);
        k1=h*a;
        t1=t+h/2; x1=x+h*v/2; v1=v+k1/2;
        a=feval('df',t1,x1,v1,c,f,w);
        k2=h*a;
        x2=x1+h*k1/4; v2=v+k2/2;
        a=feval('df',t1,x2,v2,c,f,w);
        k3=h*a;
        t3=t+h; x3=x1+h*k2/4; v3=v+k3;
        a=feval('df',t3,x3,v3,c,f,w);
        k4=h*a;
        x=x+h*v+h*(k1+k2+k3)/6;
        v=v+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
        t=t+h;
        if x>+pi
            x=x-2*pi;
        end
        if x<-pi
            x=x+2*pi;
        end
    end
    px(n+1)=x; pv(n+1)=v;
end
plot(px,pv,'.'); grid on;
xlabel('x(m)'), ylabel('v (m/s)');
```

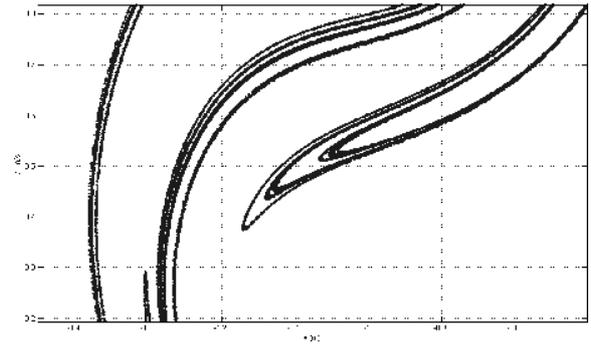


FIG. 2.— Primer acercamiento.

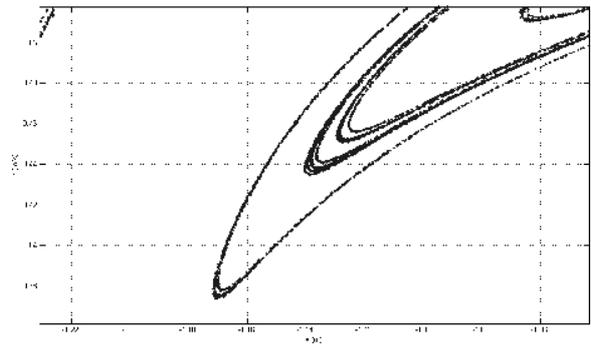


FIG. 3.— Segundo acercamiento.

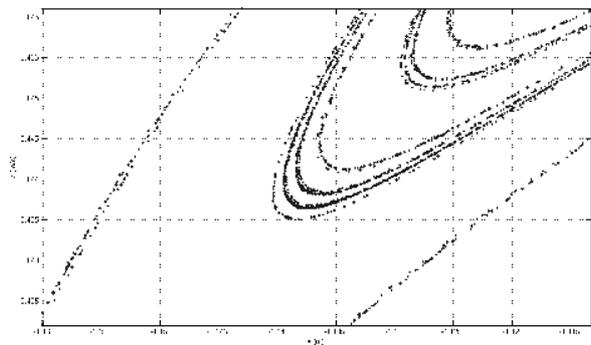


FIG. 4.— Tercer Acercamiento.

Cuya gráfica se muestra en la figura 1, en el que se muestra un atractor caótico de naturaleza fractal para el oscilador de Duffing. La situación fractal se manifiesta acercando ciertas zonas y se verá un conjunto de puntos alineados y si se acerca más habrá otro conjunto de puntos alineados; es decir, es un atractor caótico de naturaleza fractal (Jong 1991). Ver las figuras 2, 3 y 4.

La belleza de estas figuras motiva mucho a un estudiante. Pero la motivación crece, cuando se le pide buscar otro tipo de atractores con el mismo oscilador de Duffing, o con otros osciladores no lineales.

Se deja como ejercicio pasar este código a C y graficar en GNUPlot. Como también averiguar las secciones de Poincaré para un oscilador armónico simple, amortiguado y forzado.

La bibliografía para los cursos de Física Computacional es muy amplia.

Para Física Computacional I, el libro guía es: Chapra & Canale 2008. Otros libros de consulta son: Gould & Tobochnik 1988; Chainskaia & Doig 1999; Mathews & Fink 2000; Gerald & Heatley 2000.

Para Física Computacional II, los libros guía son: Chapra & Canale 2008; Jong 1991; Mathews & Fink 2000; Llamoca 2010.

Otros libros de consulta son: Gould & Tobochnik 1988; Farlow 1982; Nakamura 1997; Perez 2003; dle Río & Cabezas 2002; Gerald & Heatley 2000; Marshall 1985; Chandrupatla & Belegundu 1999; Hearn & Baker 1995.

Para Física Computacional III, los libros guía son: Chapra & Canale 2008; Mathews & Fink 2000; Oppenheim & Willsky 1994; Llamoca 2010.

Otros libros de consulta son: Gould & Tobochnik 1988; Farlow 1982; Plaza IMCA; Marshall 1985; Ep-

stein 2003; Umez-Eronini 2001; Gonzáles & Woods 1996; Chandrupatla & Belegundu 1999; Llamoca 2000.

## 7. CONCLUSIONES

Con esta metodología de enseñanza de la Física Computacional resultó positiva porque la mayoría de los estudiantes que llevaron el curso quedaron satisfechos.

Con esta forma de enseñanza, los estudiantes pueden leer diferentes lenguajes de programación e interpretar físicamente.

Con esta metodología, los estudiantes con mucha seguridad, pueden adaptarse a otros software especializados, como Comsol, Femlab, MCNP, Penélope etc.

Todos los estudiantes de este curso, presentan sus trabajos en Latex, para presentarlos en formato PDF.

## REFERENCIAS

- Chainskaia, L. & Doig, E. 1999, Elementos de Análisis Numérico (Pontificia Universidad Católica del Perú)
- Chandrupatla, T. R. & Belegundu, A. D. 1999, Introducción al Estudio del Elemento Finito en Ingeniería (Prentice Hall)
- Chapra, S. C. & Canale, R. P. 2008, Métodos Numéricos para Ingenieros (Mc. Graw Hill)
- dle Río, J. A. I. & Cabezas, J. M. R. 2002, Métodos Numéricos (Pirámide)
- Epstein, C. L. 2003, Introduction to the Mathematics of Medical Imaging (Prentice Hall)
- Farlow, S. J. 1982, Partial Differential Equations for Scientists and Engineers (John Wiley & Sons)
- Gerald, C. F. & Heatley, P. O. 2000, Análisis Numérico con Aplicaciones, Sexta Edición (Prentice Hall)
- Gonzáles, R. C. & Woods, R. E. 1996, Tratamiento Digital de Imágenes (Addison-Wesley)
- Gould, H. & Tobochnik, J. 1988, Computer Simulation Methods (Addison-Wesley Publishing Company)
- Hearn, D. & Baker, M. P. 1995, Gráficas por Computadora (Prentice Hall)
- Jong, M. L. D. 1991, Introduction to Computational Physics (Addison-Wesley Publishing Company)
- Llamoca, E. 2000, Tesis: Energía absorbida en phantom proveniente de una fuente puntual de Ra-226 aplicando el Método de Monte Carlo
- . 2010, Física Computacional (Apuntes de Clase)
- Marshall, G. 1985, Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales, tomo 2: Ecuaciones en Derivadas Parciales (Editorial Reverté Argentina)
- Mathews, J. H. & Fink, K. D. 2000, Métodos Numéricos con MatLab, Tercera Edición (Prentice Hall)
- Nakamura, S. 1997, Análisis Numérico y Visualización Gráfica con MatLab (Pearson Educación)
- Oppenheim, A. V. & Schafer, R. W. 2000, Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto, Segunda Edición (Prentice Hall)
- Oppenheim, A. V. & Willsky, A. S. 1994, Señales y Sistemas (Prentice Hall)
- Perez, C. 2003, MatLab y sus aplicaciones en las ciencias y la Ingeniería (Pearson Prentice Hall)
- Plaza, S. IMCA, Fractales y Generación Computacional de Imágenes
- Umez-Eronini, E. 2001, Dinámica de Sistemas y Control (Thomson Learning)

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA,  
5<sup>ta</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA  
SOLUCIONES EXAMEN NACIONAL  
6<sup>to</sup>, 7<sup>mo</sup>, 8<sup>vo</sup> DE PRIMARIA - 1<sup>ro</sup>, 2<sup>do</sup>, 3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

BUSTOS R.<sup>1</sup>, SUBIETA V.<sup>1</sup>, TAVERA W.<sup>2</sup>, BRAÑEZ A.<sup>1</sup>, CENTENO E.<sup>1</sup>, RALJEVIC M.<sup>2</sup>, MUÑOZ R.<sup>3</sup>, MORALES G.<sup>4</sup>, GUAYGUA T.<sup>7</sup>, ESPINOZA E.<sup>6</sup>, JEMIO C.<sup>5</sup>, ANDRADE M.<sup>5</sup>, GUZMÁN R.<sup>5</sup>, MAMANI R.<sup>8</sup>, MARTINEZ L.<sup>9</sup>, JUSTINIANO I.<sup>10</sup>, PAYLLO J. P.<sup>11</sup>, BURGOS B.<sup>12</sup>, ORTEGA M.<sup>13</sup>, COPA V.<sup>14</sup>, ORTEGA L.<sup>15</sup>, VARGAS C.<sup>16</sup>, AÑAGUAYA J.<sup>17</sup>, CHOQUE G.<sup>18</sup>, CHAMBI M.<sup>19</sup>, FUENTES L.<sup>5</sup>, CONDORI V.<sup>20</sup>, BELTRÁN R.<sup>21</sup>, QUISBERTH J.<sup>19</sup>, QUIROZ Z.<sup>22</sup>, CABRERA J.<sup>23</sup>, BEJARANO C.<sup>12</sup>, GUTIERREZ H.<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), Carrera de Física, La Paz

<sup>2</sup>Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

<sup>3</sup>Planetario Max Schreier, Física UMSA

<sup>4</sup>Asociación Sigma Octante

<sup>5</sup>Universidad Mayor de San Simón (UMSS), Facultad de Ciencia y Tecnología, Cochabamba

<sup>6</sup>Universidad Mayor Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH), Facultad de Tecnología – Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre

<sup>7</sup>Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro

<sup>8</sup>Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF), Carrera de Física, Potosí

<sup>9</sup>Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra (UPSA), Santa Cruz de la Sierra

<sup>10</sup>Colegio María Auxiliadora, Cobija Pando

<sup>11</sup>Colegio 12 de Agosto, Yacuiba Tarija

<sup>12</sup>Colegio Evangélico J. Antelo, Guayaramerín Beni

<sup>13</sup>Colegio Trinidad, Beni

<sup>14</sup>Colegio Domingo Savio, Chuquisaca Sucre

<sup>15</sup>Colegio Hno. Felipe Palazó'n, Tarija

<sup>16</sup>Unidad Educativa Vida y Luz, Sucre

<sup>17</sup>Colegio Nazareno Basil Miller, El Alto La Paz

<sup>18</sup>Unidad Educativa Tomas Frías, Potosí

<sup>19</sup>Unidad Educativa Rogelio Penacho Balcazar, Cobija Pando

<sup>20</sup>Unidad educativa San Andrés, La Paz

<sup>21</sup>Unidad Educativa CEDEIN 6 de Marzo, El Alto La Paz

<sup>22</sup>Colegio Instituto Americano, La Paz &

<sup>23</sup>Colegio Amor de Dios, La Paz

## RESUMEN

La 15<sup>ava</sup> Olimpiada Boliviana de Física y la 5<sup>ta</sup> Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica (15<sup>ava</sup> OBF y 5<sup>ta</sup> OBAA) se llevaron a cabo simultáneamente y con éxito del 5 al 8 de noviembre de 2010 en la ciudad de Cochabamba en los ambientes del centro de convenciones Casa Campestre en Quillacollo.

La organización del evento contó con la participación de los siguientes organismos e instituciones: COMITÉ OLÍMPICO BOLIVIANO DE FÍSICA, SOBOFI, la Asociación de profesores de Física, Química, Biología y Matemática, agrupados en AMEC (Asociación para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias), la Asociación de Astronomía Sigma Octante.

Se contó con la presencia de diez delegaciones: Beni, Chuquisaca, Cochabamba, La Paz, Oruro, Pando, Potosí, Santa Cruz de la Sierra, Tarija y Yacuiba. En esta Olimpiada se evaluaron las categorías de 6to, 7mo, 8vo de primaria y 1ro, 2do, 3ro de secundaria. La categoría de 4to de secundaria no participó en esta olimpiada, ellos participaron en las dos etapas previas de la clasificación para la (15<sup>ava</sup> OBF y 5<sup>ta</sup> OBAA), y los ganadores de esta categoría tienen como principal premio el ingreso libre y directo a las universidades comprometidas con el proyecto.

En esta olimpiada se concentraron cerca de trescientas personas entre estudiantes, profesores, madres y padres de familia que acompañaron a sus hijos, quienes compartieron sus experiencias, costumbres y culturas.

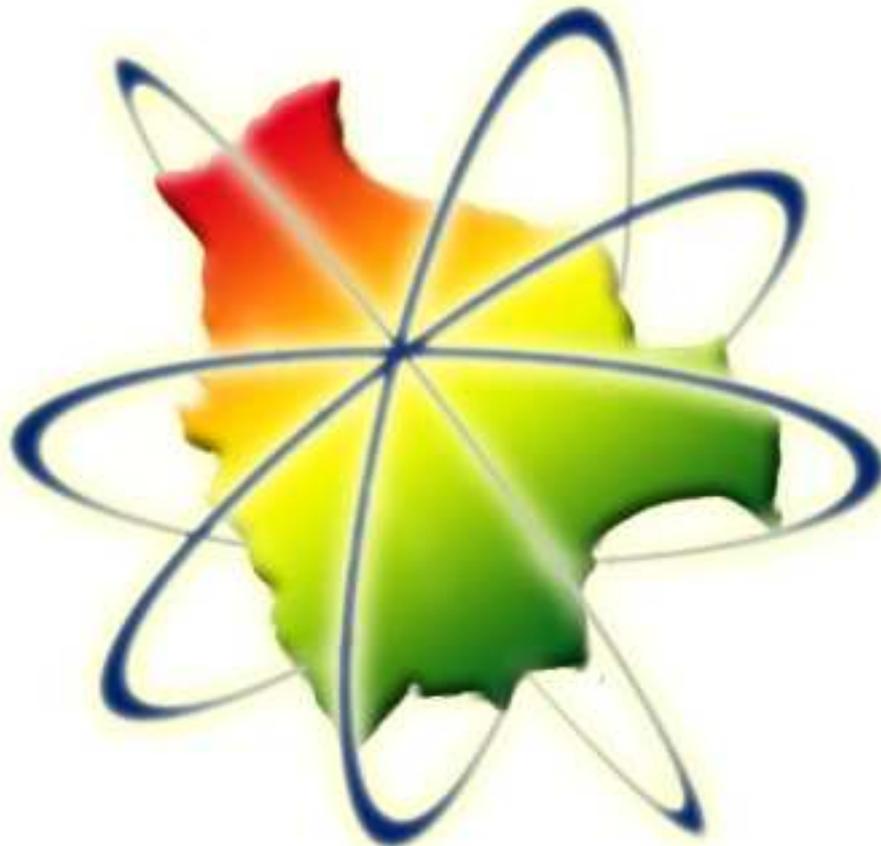
Este evento se realizó con la presencia de un importante físico boliviano, el Lic. Marco Viscarra, Docente de la Carrera de Física de la UMSS y el Astrónomo Germán Morales, de Astronomía Sigma Octante, quienes compartieron sus conocimientos a través de conferencias para los estudiantes olímpicos, profesores asistentes y público en general, así como también formaron parte del comité evaluador. Se demostraron conceptos físicos en coordinación con

estudiantes universitarios en la actividad titulada: La Magia De La Física (proyecto desarrollado por los universitarios Ariel Brañez y Edwin Centeno de la Carrera de Física de la Facultad de Ciencias Puras y Naturales de la UMSA).

Las categorías de 6to, 7mo, 8vo de Primaria se evaluaron en la modalidad de Examen Teórico y las categorías de 1ro, 2do, 3ro de Secundaria tuvieron dos modalidades de evaluación: Teórica y experimental u observacional.

***La información referente a la 5<sup>ta</sup> Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica, será publicada en el número 19 de la Revista Boliviana de Física.***

## **OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA**



## **OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA**

*Descriptores:* Olimpiadas de Física, Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica

*Subject headings:* Physics Olympiads, Astronomy and Astrophysics Olympiads

**MEDALLAS: 15<sup>ava</sup> OLIMPIADA DE FÍSICA****6<sup>TO</sup> DE PRIMARIA**

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE         | DEPARTAMENTO | MEDALLA |
|----|-------------------------------|--------------|---------|
| 1  | DARIL MUNOZ REVOLLO           | ORURO        | ORO     |
| 2  | HEYDI NICOL JEMIO GUTIERREZ   | LA PAZ       | ORO     |
| 3  | JARIANE LISS ZABALA OLIVA     | PANDO        | PLATA   |
| 4  | MARIA JOSE JUSTINIANO ZARRAGA | SANTA CRUZ   | BRONCE  |
| 5  | MARIAN ANDREA MULLER NIEVA    | COCHABAMBA   | BRONCE  |
| 6  | NATALIA SALVATIERRA BAZAN     | SANTA CRUZ   | BRONCE  |

**7<sup>MO</sup> DE PRIMARIA**

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE              | DEPARTAMENTO | MEDALLA |
|----|------------------------------------|--------------|---------|
| 1  | GALIA FABIOLA CORNEJO URQUIETA     | LA PAAZ      | ORO     |
| 2  | SERGIO BERNABE VELASQUEZ GARNICA   | LA PAZ       | ORO     |
| 3  | ELENA ISABEL EGUIVAR FUENTES       | POTOSI       | BRONCE  |
| 4  | SHERYL DEYANIRA HOCHKOFER SALGUERO | POTOSI       | MENCION |
| 5  | FREDERICK CONTRERAS HEREDIA        | YACUIBA      | MENCION |
| 6  | RAUL ALBERTO VACA VALENCIA         | SANTA CRUZ   | MENCION |

**8<sup>VO</sup> DE PRIMARIA**

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE              | DEPARTAMENTO | MEDALLA |
|----|------------------------------------|--------------|---------|
| 1  | MARIA LUCIA WAYAR DE LA QUINTANA   | TARIJA       | ORO     |
| 2  | PAOLA LOPEZ TRUJILLO               | TARIJA       | ORO     |
| 3  | SAUL MORALES PADILLA               | COCHABAMBA   | PLATA   |
| 4  | KAREB IRAHOLA AZAD                 | PANDO        | BRONCE  |
| 5  | GIOVANNI EVERETH ALVAREZ MAMANI    | LA PAZ       | BRONCE  |
| 6  | ERICK GABRIEL REJAS ESCUDERO       | SUCRE        | BRONCE  |
| 7  | JUAN PABLO ARANA RAMIREZ           | SANTA CRUZ   | MENCION |
| 8  | VICTOR ALVARO GUTIERREZ KAISLER    | ORURO        | MENCION |
| 9  | LEONARDO CHRISTIAN GONZALES VARGAS | COCHABAMBA   | MENCION |

**1<sup>RO</sup> DE SECUNDARIA**

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE              | DEPARTAMENTO | MEDALLA |
|----|------------------------------------|--------------|---------|
| 1  | DANIEL BALDERRAMA AGUILAR          | ORURO        | ORO     |
| 2  | FRANCISCO ANTONIO CAMACHO MENDIETA | COCHABAMBA   | ORO     |
| 3  | SEBASTIAN PACHECO CAMPOS           | SUCRE        | ORO     |
| 4  | MARIANA MICHELLE MONTAÑO SANCHEZ   | LA PAZ       | ORO     |
| 5  | MARIA FERNANDA PANIAGUA TERZO      | TARIJA       | PLATA   |
| 6  | DIEGO AGUIRRE MOREIRA              | COCHABAMBA   | PLATA   |
| 7  | MARCO VESCO BATTISTON              | SANTA CRUZ   | PLATA   |
| 8  | SEBASTIAN NAVARRO LEMA             | TARIJA       | PLATA   |
| 9  | JPRGE ANDRES IBARRA MOGRO          | TARIJA       | PLATA   |
| 10 | MARIA ALEJANDRA VALDA OVANDO       | SUCRE        | PLATA   |
| 11 | NATALIA CLAUDIA CORONADO RIVERA    | SUCRE        | PLATA   |
| 12 | ADRIANA HERRERA VELASCO            | LA PAZ       | BRONCE  |
| 13 | MAIRA LIBERTAD CHARA CARDENAS      | POTOSI       | MENCION |
| 14 | GABRIEL VELASQUEZ LINNEO           | YACUIBA      | MENCION |
| 15 | MARIDEY YOSELINE GARCIA RADA       | NN           | MENCION |
| 16 | LUIS ARTURO CALLE CARVAJAL         | BENI         | MENCION |

2<sup>DO</sup> DE SECUNDARIA

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE           | DEPARTAMENTO | MEDALLA |
|----|---------------------------------|--------------|---------|
| 1  | ERICK ANTERO MARAZ ZUNIGA       | SUCRE        | ORO     |
| 2  | JUAN PABLO ANGULO CALDERON      | LA PAZ       | ORO     |
| 3  | MONICA ALEJANDRA SANJINEZ ORTIZ | C.S.         | ORO     |
| 4  | ADRIAN VILLARROEL NAVIA         | COCHABAMBA   | PLATA   |
| 5  | CHRISTIAN MARTINEZ KATRUNCH     | SANTA CRUZ   | PLATA   |
| 6  | CESAR FERNANDO TAPIA MERCADO    | ORURO        | PLATA   |
| 7  | FABRICIO ALIAAGA ROEMRO         | SUCRE        | PLATA   |
| 8  | CECILIA DANIELA MENDEZ ACUNA    | COCHABAMBA   | BRONCE  |
| 9  | ALEXIA DAYAN VILLEGAS TERCERO   | ORURO        | MENCION |
| 10 | MABEL ROCIO MOYA ORTIZ          | ORURO        | MENCION |
| 11 | RAMON VRAGAS TACA               | TARIJA       | MENCION |
| 12 | EVER HENRRY TOLA AUTALIO        | PANDO        | MENCION |

3<sup>RO</sup> DE SECUNDARIA

| N° | NOMBRE DEL ESTUDIANTE             | DEPARATMENTO | MEDALLA |
|----|-----------------------------------|--------------|---------|
| 1  | JOSE MAURICIO EGUIVAR DURAN       | COCHABAMBA   | ORO     |
| 2  | DIEGO GABRIEL NUNEZ DURAN         | COCHABAMBA   | ORO     |
| 3  | LAURA LIZARAZU APAZA              | ORURO        | ORO     |
| 4  | DENIS PEDRAZAS ARANCIBIA          | COCHABAMBA   | ORO     |
| 5  | JAVIER TRIVENO CRUZ               | COCHABAMBA   | PLATA   |
| 6  | EMILY BRENDA LAPACA FLORES        | ORURO        | PLATA   |
| 7  | LUZMILA ALEJANDRA QUISPE FLORES   | LA PAZ       | BRONCE  |
| 8  | SAMANTA VIVIANA SALINASA BERMUDES | SANTA CRUZ   | BRONCE  |
| 9  | BETINA CASTRO ORELLANA            | SUCRE        | MENCION |
| 10 | YERISEL MAMANI ALARCON            | SUCRE        | MENCION |
| 11 | VIVIAN ESTEFANY CUAQUIRA ZAMORANO | SUCRE        | MENCION |

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 SEXTO DE PRIMARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. ¿Cómo afecta la temperatura a la densidad de los líquidos?

Sol. Con el aumento de temperatura los líquidos aumentan su volumen (se expanden) y por tanto su densidad disminuye.

2. Empareja cada fenómeno con el tipo de energía que posee.

- 1) Un arco cuando está tenso.
  - 2) Una pelota que rueda por una superficie horizontal.
  - 3) Un cable de cobre conectado a una batería.
  - 4) Agua caliente.
- a) Energía cinética.
  - b) Energía térmica.
  - c) Energía potencial elástica.
  - d) Energía eléctrica.

Sol. 1 – c, 2 – a, 3 – d, 4 – b

3. A partir de las temperaturas de fusión y ebullición que se muestran a continuación, escoja el estado de la materia en que se encuentran dichas sustancias a las diversas temperaturas que se indican.

|          | Temperatura de fusión °C | Temperatura de ebullición °C |
|----------|--------------------------|------------------------------|
| MERCURIO | -39                      | 357                          |
| ETANOL   | -114                     | 78                           |

|                  | Estado         |
|------------------|----------------|
| Mercurio a 160°C | <b>Líquido</b> |
| Etanol a 85°C    | <b>Gaseoso</b> |
| Etanol a -15°C   | <b>Líquido</b> |
| Mercurio a -40°C | <b>Sólido</b>  |
| Mercurio a 500°C | <b>Gaseoso</b> |
| Etanol a 0°C     | <b>Líquido</b> |
| Mercurio a -12°C | <b>Líquido</b> |

4. El neutrón corresponde a la familia de los:

- a) Fermiones
- b) Bosones
- c) Fotones
- d) Fonones
- e) Ninguno

5. ¿Qué tipos de transferencia de calor existen?

Sol. Conducción, radiación y convección.

6. Explica brevemente en qué consiste la energía interna de un sistema.

Sol. Es el resultado de la suma de la energía cinética de las moléculas o átomos que constituyen el sistema (de sus energías de traslación, rotación y vibración), y de la energía potencial Intermolecular (debida a las fuerzas intermoleculares).

7. La aceleración de la gravedad en Cochabamba es un tanto menor que a nivel del mar. ¿Existe alguna diferencia entre la masa de un objeto al nivel del mar comparada con la masa que tendría en Cochabamba? ¿Existe alguna diferencia en el peso del objeto?

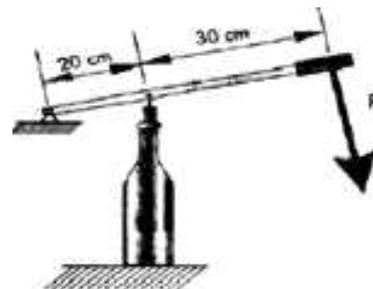
Sol. La masa permanece constante en tanto que el peso en Cbba. es menor porque la gravedad es un poco menor.

PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Calcule la masa de aire contenida en una habitación de 4.0m × 5.0m de base y 3.0m de altura a 20°C de temperatura. A continuación, calcule el volumen que ocuparía la misma cantidad de masa pero ahora de agua. (La densidad del aire a 20°C es 1.2 × 10<sup>3</sup>kg/m<sup>3</sup> y la del agua es de 1000kg/m<sup>3</sup>).

Sol.  $\rho = 1.2 \times 10^{-3} \text{kg/m}^3$   
 $\rho = 10^3 \text{kg/m}^3$   
 Como:  $\rho = m/V$  entonces  $m = \rho V$   
 $V = 5m \times 4m \times 3m = 60m^3$   
 $m_{\text{aire}} = (1.2 \times 10^{-3} \text{kg/m}^3) \times 60m^3 = 0.072 \text{kg}$   
 Como  $m_{\text{aire}} = m_{\text{agua}}$   
 $V = m/\rho = 0.072 \text{kg}/(10^3 \text{kg/m}^3) = 0.000072m^3$

2. Un mecanismo para poner tapones manualmente a las botellas de vino es como se muestra en el esquema de la figura. Si la fuerza necesaria para introducir un tapón es 50[N]. ¿Qué fuerza es preciso ejercer sobre el mango?



Sol. Al estar el punto de apoyo a un extremo y la resistencia situada entre este y la fuerza, se trata de una palanca de segundo grado. Aplicando la ley de la palanca, se obtiene:

$$P \times a = R \times b \rightarrow P \times 50 = 50 \times 20 \rightarrow$$

$$P = 20[N]$$

Con 20[N] se puede poner el tapón que ejerce una resistencia de 50[N]

3. Si queremos levantar un peso de 100 Kgf., con una barra de 1 m. sobre la que tenemos colocado un punto de apoyo a 20 cm. del peso. ¿Qué fuerza debemos aplicar en el otro extremo?

Sol. Para resolverlo aplicaremos la fórmula que siguen las palancas.  $Q \times a = F \times b$   
La Fuerza es lo que nos preguntan.

Conocemos  $a$  y  $Q$ . Pero no conocemos  $b$  por tanto lo calculamos:  $L = a + b$ ;

despejando  $b = L - a$

$$b = 100 - 20; \mathbf{b = 80 \text{ cm}}$$

Aplicamos la formula de la palanca:

$$Q \times a = F \times b$$

$$100kg. \times 20cm = F \times 80cm$$

$$F = (100 \times 20)/80$$

$$\mathbf{F = 25 \text{ kg}}$$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 SÉPTIMO DE PRIMARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

1. En la siguiente tabla se presentan las propiedades y características de los estados de la materia. Complete con V (Verdadero) o F (Falso) cada de los siguientes cuadros vacíos.

PARTE CONCEPTUAL (40%)

Sol.

|         | Propiedades macroscópicas    |                      |                     |                             | Características microscópicas       |   |   |
|---------|------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---|---|
|         | Tienen volumen bien definido | Tiene forma definida | Tienen gran rigidez | Tienen alta compresibilidad | Interacción entre moléculas es nula | Sus átomos vibran en torno a posiciones definidas | Poseen estructura atómica no organizada |
| Sólido  | V                            | V                    | V                   | F                           | F                                   | V   | F                                       |
| Líquido | V                            | F                    | V                   | F                           | F                                   | F   | V                                       |
| Gases   | F                            | F                    | F                   | V                           | V                                   | F   | V                                       |

2. ¿Cuántos grupos de elementos existen en la Tabla Periódica?

Sol. a) 18; b) 7; c) 8; d) 10; e) Ninguno

3. ¿Qué diferencia hay entre 4.0 g y 4.00 g?

Sol. El valor 4.0 g tiene 2 cifras significativas, en tanto que 4.00 g tiene 3 cifras significativas. Esto significa que la medición con 2 cifras es más incierta que la segunda.

4. ¿Qué es la precisión de un instrumento de medición?

Sol. Es la medida más pequeña que se puede realizar con el instrumento con exactitud y precisión, la posibilidad de poder discriminar entre dos valores sumamente cercanos entre sí.

5. ¿Qué instrumento de medición recomendaría utilizar para obtener las siguientes medidas de manera directa?

Sol.

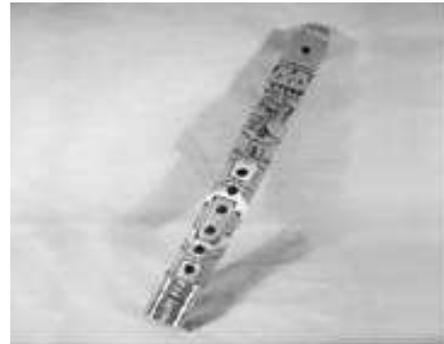
| Medida   | Instrumento                    |
|--|--------------------------------|
| El espesor de una plancha metálica muy delgada | Tornillo micrométrico, vernier |
| La densidad de 1m <sup>3</sup> de agua         | Densímetro                     |
| La resistencia eléctrica de un resistor        | Ohmiómetro                     |
| La intensidad de radiación solar               | Radiómetro                     |

PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Se realiza una exploración en el lago Titicaca en la que se pretende calcular su profundidad. Para ello, se sitúa un bote de exploración desde el cual se envían ondas sonoras que viajan en dirección vertical desde el bote hacia el fondo observando que las mismas tardan 0.37 s en regresar al bote. Si la velocidad de propagación del sonido en el agua es de 1500 m/s, ¿qué profundidad tiene el lago en ese lugar?

Sol.  $d = v \times (t/2) = 278m$

2. Estime el volumen de una tarka suponiendo que es un tubo de sección cuadrangular (lado exterior de 5 cm.), espesor de 5 mm y largo de 30 cm. Tome en cuenta que en uno de los lados del instrumento se encuentran 6 orificios circulares de diámetro igual a 6 mm



Sol. Rectángulo externo  $A = 5 \times 5 = 25[cm^2]$   
 $V = 30 \times 25 = 750[cm^3]$   
 Rectángulo Interno  $A = 4.5 \times 4.5 = 20.25[cm^2]$   
 $V = 20.25 \times 30 = 607.5[cm^3]$   
 Huecos circulares  $A = \pi \times (0.3)^2 = 0.2827[cm^2]$   
 $V = 0.2827 \times 0.5 = 0.1414[cm^3]$   
 $V_{Huecos} = 0.8482[cm^3]$   
 Volumen de la tarka:  $V = 750 - 607.5 - 0.8482 = 141.652[cm^3]$

3. El radio medio de la Tierra es  $6.37 \times 10^6 m$  y el de la Luna es  $1.74 \times 10^8 cm$ . A partir de estos datos calcule la proporción entre el volumen de la tierra con relación al de la Luna.

Sol.

$$\frac{V_{Tierra}}{V_{Luna}} = \frac{\frac{4\phi r_{Tierra}^3}{3}}{\frac{4\phi r_{Luna}^3}{3}} = \left(\frac{r_{Tierra}}{r_{Luna}}\right)^3 = \left(\frac{(6.37 \times 10^6 m)(100 cm/m)}{1.74 \times 10^8 cm}\right)^3 = 49.1$$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010  
OCTAVO DE PRIMARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. Señale la afirmación correcta relacionada con la **hipótesis**:

Sol.

- a) La confirmación de las hipótesis se debe buscar en escritos u opiniones de científicos.
- b) Una hipótesis es una suposición o conjetura previa sobre causas del fenómeno observado.
- c) Las hipótesis deben ser ciertas o de lo contrario no podrán ser hipótesis.
- d) Ninguna.

2. ¿Qué caracteriza el desplazamiento de un móvil con velocidad constante?

Sol. Recorre la misma distancia a intervalos de tiempo iguales.

3. ¿Por qué es importante la verificación de los enunciados teóricos?

Sol. Porque entretanto no pasen la prueba de la experimentación seguirán siendo simplemente Hipótesis.

4. ¿Dónde se manifiesta la fuerza nuclear fuerte y de qué modo?

Sol. En el núcleo atómico impidiendo que los protones que lo componen se repelan debido a su carga eléctrica.

5. ¿De qué maneras pueden adquirir carga eléctrica los objetos eléctricamente neutros?

Sol. Los objetos neutros pueden cargarse por fricción, por contacto con un objeto cargado positiva o negativamente, ó por inducción.

6. Normalmente se acepta que en una investigación científica el orden de las acciones debe ser:

Sol.

- a) observación - hipótesis - predicción - experimentación
- b) hipótesis - observación - predicción - experimentación
- c) experimentación - hipótesis - observación - predicción
- d) predicción - observación - hipótesis - experimentación

7. Indique de manera detallada el procedimiento que seguiría para obtener la densidad de una esfera cuyo diámetro es del orden de  $10m^{-2}$  si sólo puede medir longitudes y masas.

Sol. Se puede utilizar un calibre vernier para medir el diámetro de la esfera, utilizar la ecuación  $V = \pi D^3/6$ , medir la masa con una balanza y finalmente obtener de manera indirecta la densidad pedida con la ecuación  $\rho = m/V$ .

8. ¿En qué consiste la fuerza gravitacional?

Sol. En la atracción que sufren dos cuerpos por el solo hecho de tener masa. Esta fuerza disminuye según el inverso cuadrado de la distancia que separa los cuerpos.

PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Un auto y un camión parten al mismo tiempo y en la misma dirección desde cierto punto. El auto avanza con velocidad constante de 80 Km/h y el camión con una velocidad de 60 Km/h. ¿Cuál es la distancia que los separa al cabo de 3 h?

Sol. 60 Km.

2. El diámetro y la altura de un cilindro de plastilina son ambos iguales a 10 cm. Si con esa misma plastilina se fabrica otro cilindro del doble de altura, ¿cuánto medirá su nuevo diámetro?

Sol.  $\pi(D/2)^2 \times D = \pi(d/2)^2 \times (2D)$   
 $d = [D^2/2]^{1/2} = 7.07[cm]$

3. Estime la densidad de una tarka de 50 g de masa suponiendo que es un tubo de sección cuadrada (lado exterior de 5 cm), espesor de 5 mm y largo de 30 cm. Tome en cuenta que en uno de los lados del instrumento se encuentran 6 orificios circulares de diámetro igual a 6 mm.



Sol. Rectángulo externo  $A = 5 \times 5 = 25[cm^2]$   
 $V = 30 \times 25 = 750[cm^3]$

**Rectángulo Interno**  $A = 4.5 \times 4.5 = 20.25[cm^2]$   
 $V = 20.25 \times 30 = 607.5[cm^3]$   
**Huecos circulares**  $A = \pi \times (0.3)^2 =$   
 $0.2827[cm^2]$   
 $V = 0.2827 \times 0.5 = 0.1414[cm^3]$   
 $V_{Huecos} = 0.8482[cm^3]$

**Volumen de la tarka:**  $V = 750 - 607.5 - 0.8482 =$   
 $141.652[cm^3]$   
**Entonces, la densidad es:**  $0.353g/cm^3$ .

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 OCTAVO DE PRIMARIA  
**PRUEBA EXPERIMENTAL**  
**DETERMINACIÓN DEL VOLUMEN Y**  
**DENSIDAD DE DISTINTOS OBJETOS**

## 1. OBJETIVOS

- Determinar el volumen [ $m^3$ ] de cada uno de los objetos del juego de masas provisto.
- Determinar la densidad [ $kg/m^3$ ] de cada uno de los objetos del juego de masas provisto.

## 2. INTRODUCCIÓN

Se entiende por medida directa al establecimiento de la magnitud de una variable mediante la lectura de la escala de un instrumento graduado en unidades correspondientes a dicha variable. Son ejemplos de medidas directas la longitud de una mesa (hecha con una cinta métrica), la temperatura de un enfermo (señalada con un termómetro), la hora del día (dada por un reloj), etc.

En cambio las medidas indirectas son todas aquellas que corresponden a variables físicas cuyo valor no ha sido determinado mediante algún instrumento que las mida directamente, es decir, se debe obtener la magnitud de la variable mediante operaciones matemáticas, con magnitudes obtenidas por medición directa. Como ejemplos de medidas indirectas se pueden citar a la densidad y al volumen.

La densidad es una propiedad característica de la materia que nos permite diferenciar una sustancia de otra, su unidad en el sistema internacional es el [ $kg/m^3$ ]; eso significa que para determinar el valor de la densidad necesitamos medidas de volumen y masa.

## 3. LISTA DE MATERIALES

- Cilindro Hueco
- Cilindro Compuesto
- Pirámide
- Esfera
- Aro
- Calibrador Vernier
- Tornillo Micrométrico
- Balanza

## 4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

**a)** Mida el diámetro de la esfera utilizando el tornillo micrométrico. Expresé sus resultados en [cm.] y [m]. **[7%]**

$$\Phi = 1.908[cm]; \Phi_{esf} = 0.019[m]$$

**b)** Mida el diámetro interno y externo, altura y profundidad del cilindro hueco utilizando el vernier. Expresé sus resultados en [cm] y [m]. **[7%]**

$$\begin{aligned} \Phi_{int} &= 1.248[cm]; \Phi_{ext} = 0.012[m] \\ \Phi_{eoc} &= 1.900[cm]; \Phi_{eot} = 0.019[m] \\ h &= 3.954[cm]; h = 0.039[m] \\ prof &= 2.494[cm]; prof = 0.024[m] \end{aligned}$$

**c)** Mida el diámetro externo e interno del aro utilizando el vernier. Expresé sus resultados en [cm] y [m]. **[7%]**

$$\begin{aligned} \Phi_{eint} &= 4.500[cm]; \Phi_{eint} = 0.045[m] \\ \Phi_{esct} &= 6.100[cm]; \Phi_{esct} = 0.061[m] \end{aligned}$$

**d)** Mida el espesor del disco utilizando el tornillo micrométrico, expresé sus resultados en [cm] y [m]. **[7%]**

$$e = 0.085[cm]; e = 0.00085[m]$$

**e)** En el caso del cilindro compuesto indique cuáles son las variables físicas que necesita medir para obtener el volumen, y con qué instrumento realizará la medida de cada variable (justifique su respuesta). Realice dichas mediciones y expresé sus resultados en [cm] y [m]. **[14%]**

$$2 \rightarrow h \text{ vernier (2 alturas)}$$

$$2 \rightarrow \Phi \text{ vernier (2 diámetros)}$$

$$\Phi_1 = 1.900[cm]; \Phi_2 = 1.200[cm]$$

$$h_1 = 3.955[cm]; h_2 = 1.977[cm]$$

$$V_1 = \pi r^2 h = 11.214; V_2 = \pi r^2 h = 2.230$$

$$Vol_{Total} = 13.44cm^3$$

**f)** En el caso de la pirámide indique cuáles son las variables físicas que necesita medir para obtener el volumen, y con qué instrumento realizará la medida de cada variable (justifique su respuesta). Realice dichas mediciones y expresé sus resultados en [cm] y [m]. **[14%]**

$$\text{Base 1 lado: } L = 4.452[cm]$$

$$\text{Altura: } h = 4.098[cm]$$

$$V = (1/3)L^2h = 27.074[cm^3]$$

**g)** Obtenga la masa de los cinco objetos. **[14%]**

$$M_{esf} = 27[gr] \text{ (esfera)}$$

$$M_{alh} = 65[gr] \text{ (cil. hueco)}$$

$$M_{alc} = 110[gr] \text{ (cil. compuesto)}$$

$$M_{Dic} = 8[gr] \text{ (disco)}$$

$$M_{pris} = 89[gr] \text{ (pirámide)}$$

**h)** A partir de sus resultados previos, obtenga los volúmenes de los cinco objetos. **[15%]**

$$V_{esf} = 3.630[cm^3] \text{ (esfera)}$$

$$V_{alh} = 32.640[cm^3] \text{ (cil hueco)}$$

$$V_{lca} = 13.440[cm^3] \text{ (cil compuesto)}$$

$$V_{Dic} = 1.130[cm^3] \text{ (disco)}$$

$$V_{pris} = 27.074[cm^3] \text{ (piramide)}$$

**i)** A partir de sus resultados previos, obtenga las densidades de los cinco objetos. **[15%]**

$$D_{esf} = 7.44[g/cm^3] \text{ (esfera)}$$

$$D_{alh} = 1.99[g/cm^3] \text{ (cil hueco)}$$

$$D_{alc} = 8.18[g/cm^3] \text{ (cil compuesto)}$$

$$D_{Dic} = 7.07[g/cm^3] \text{ (disco)}$$

$$D_{pris} = 3.28[g/cm^3] \text{ (pirámide)}$$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 PRIMERO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

PARTE CONCEPTUAL (40%)

**INDIQUE SI LAS SIGUIENTES SENTENCIAS SON FALSO/VERDADERO**

1. El calor requerido para cambiar 1 Kg. de una sustancia sólida a estado líquido es llamado calor de fusión.

Sol. F V

2. La energía térmica transferida por el movimiento real de una sustancia calentada se transfiere por convección.

Sol. F V

3. La transferencia de energía térmica es una forma de transferencia de energía que ocurre como consecuencia de una diferencia de temperatura.

Sol. F V

4. El calor involucrado en un cambio de fase depende sólo del calor latente y no depende directamente de la masa de la sustancia.

Sol. F V

5. Cuando se multiplican varias cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la menos precisa de las cantidades multiplicadas, y esta regla no se puede aplicar en la división.

Sol. F V

6. La incertidumbre de una medición es una característica del instrumento de medición.

Sol. F V

7. La precisión nos permite definir el número de cifras significativas asociadas con la cantidad.

Sol. F V

8. Se utiliza un flexo común (precisión a la milésima de metro) para medir el largo de un bolígrafo y para medir el largo de una mesa. Los valores representativos de ambas mediciones son, respectivamente, 8.0 cm y 80.0 cm. Dado que el error absoluto es el mismo en ambas mediciones, ¿se puede concluir que ambas son igualmente buenas?

Sol. F V

PARTE PRÁCTICA (60%)

1. El tiempo de viajes desde el centro de Cochabamba a un hotel en el trópico a orillas de un río es normalmente de 5 horas. Un grupo de estudiantes decide hacer este recorrido en bus, ya de camino se acuerdan que han olvidado sus trajes de baño. Si continúan viajando llegarán con dos horas de anticipación al hotel, pero si deciden regresar por los trajes llegarán 3 horas después. ¿Qué fracción del recorrido total hablan ya viajado al momento de acordarse de los trajes de baño? (considere que el movimiento del bus es uniforme).

Sol. La diferencia en tiempo entre ir directamente al hotel o regresar por los trajes es de:  $2 + 3 = 5 \text{ horas}$  La diferencia en recorrido es simplemente dos veces la distancia (ida y vuelta) del punto en donde se acordaron de los trajes al punto de donde salieron. Por lo que habían ya recorrido  $5/2 = 2.5 \text{ horas}$ . De un total de  $5 \text{ horas}$  nos da  $2.5/5.0 = 1/2$ . Esto es, se encontraban a mitad del camino.

2. Un calorímetro de cobre de masa  $m_1$  contiene una masa de agua  $m_2$ . La temperatura común es  $t_1$ . Dentro del calorímetro se introduce un bloque de hielo de masa  $m_3$  a la temperatura  $t_3$  por debajo de cero grados centígrados.

a) Indique que situaciones son posibles en el proceso de alcanzar el equilibrio térmico.

b) Calcular la temperatura de equilibrio.

c) Calcular las masas finales de agua y hielo.

Datos del problema:  $m_1 = 1.00 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 1.00 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 2.00 \text{ kg}$ ;  $t_{12} = 10^\circ\text{C}$  y  $t_3 = -20^\circ\text{C}$ . Los calores específicos expresados en  $[\text{kJ}/\text{kg}^\circ\text{C}]$  son: Cobre=0.42; Agua=4.18; Hielo=2.1; Calor latente de fusión del hielo  $334 [\text{kJ}/\text{Kg}]$

Sol. Los casos posibles son tres:

a) Que toda el agua se congele y quede un bloque de hielo.

b) Que todo el hielo se funda y quede una masa de agua líquida.

c) Que quede agua y hielo en equilibrio a la temperatura de cero grados.

*Se admite en todos los casos que no hay pérdida de calor con el exterior.*

- a) El hielo añadido se calentará hasta una temperatura  $t_e$ . El cobre del calorímetro se enfriará hasta la misma temperatura. El agua líquida se enfriará a cero grados, luego pasará al estado sólido y finalmente se enfriará hasta

la temperatura de equilibrio.

Calor ganado por el hielo:  $m_3 \times 2.1 \times (t_e - t_3)$   
 Calor cedido por el cobre:  $m_1 \times 0.42 \times (t_{12} - t_e)$   
 Calor cedido por el agua al pasar de su temperatura a cero grados:  $m_2 \times 4.18 \times t_{12}$   
 Calor cedido por la congelación del agua:  $m_2 \times 334$   
 Calor cedido por el hielo procedente del agua al enfriarse hasta  $t_e$ :  $m_2 \times 2.1 \times (0 - t_e)$   
 $m_3 \times 2.1 \times (t_e - t_3) = m_1 \times 0.42 \times (t_{12} - t_e) + m_2 \times 4.18 \times t_{12} + m_2 \times 334 - m_2 \times 2.1 \times t_e$

b) El hielo que esta a  $t_3$  grados se calienta hasta cero grados, luego se funde y el agua resultante se calienta desde cero grados hasta la temperatura de equilibrio  $t_e$ . El cobre del calorímetro se enfría desde  $t_{12}$  hasta la temperatura de equilibrio y lo mismo le ocurre a la masa de agua  $m_2$ .

Calor ganado del hielo en pasar de  $t_3$  a cero grados, en fundirse y el agua resultante en calentarse hasta la temperatura de equilibrio.  $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_e) + m_3 \times 334 + m_3 \times 4.18 \times (t_e - 0)$   
 Calor cedido por el cobre:  $m_1 \times 0.42 \times (t_{12} - t_e)$   
 Calor cedido por el agua:  $m_2 \times 4.18 \times (t_e - t_{12})$   
 $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_e) + m_3 \times 334 + m_3 \times 4.18 \times (t_e - 0) = m_1 \times 0.42 \times (t_{12} - t_e) + m_2 \times 4.18 \times (t_e - t_{12})$

1) Calor ganado por el hielo al pasar a cero grados:  $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3) + M \times 334$   
 $M$  es una fracción de masa que corresponde al hielo que se funde.  
 Calor cedido por el agua:  $m_2 \times 4.18 \times t_{12}$   
 Calor cedido por el cobre:  $m_1 \times 0.42 \times t_{12}$   
 $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3) + M \times 334 = m_2 \times 4.18 \times t_{12} + m_1 \times 0.42 \times t_{12}$

2) Calor ganado por el hielo al calentarse desde  $t_3$  a cero grados  $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3)$   
 Calor cedido por el cobre:  $m_1 \times 0.42 \times t_{12}$   
 cero grados  
 Calor cedido por el agua al enfriarse a cero grados:  $m_2 \times 4.18 \times t_{12}$   
 Calor cedido por parte del agua al pasar de agua líquida a cero grados a hielo a cero grados  $N \times 334$   
 $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3) = m_1 \times 0.42 \times t_{12} + m_2 \times 4.18 \times t_{12} + N \times 334$

Si comparamos las dos últimas ecuaciones observamos que con una de ellas es suficiente, por ejemplo si usamos la primera y  $M$  sale positivo entonces ocurre que se funde algo de hielo y en el calorímetro habrá más agua líquida al final que al principio y menos hielo, si sale negativo es que se congela algo de agua líquida y al final habrá más hielo que al principio y menos agua líquida y si fuese cero es que queda la misma cantidad de hielo al principio que al final.

a)  $m_3 \times 2.1 \times (t_e - t_3) = m_1 \times 0.42 \times (t_{12} - t_e) + m_2 \times 4.18 \times t_{12} + m_2 \times 334 - m_2 \times 2.1 \times t_e = 2 \times 2.1 \times (t_e + 20) = 1 \times 0.42 \times (10 - t_e) + 1 \times 4.18 \times 10 + 2 \times 334 - 1 \times 2.1 \times t_e$   
 $4.2t_e + 84 = 4.2 - 4.2t_e + 41.8 + 668 - 2.1t_e$   
 $t_e = 93.7^\circ C$  Solución imposible.

b)  $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3) + m_3 \times 334 + m_3 \times 4.18 \times (t_e - 0) = m_1 \times 0.42 \times t_{12} + m_2 \times 334 + m_2 \times 4.18 \times (t_e - 0)$

c)  $m_3 \times 2.1 \times (0 - t_3) + M \times 334 = m_2 \times 4.18 \times t_{12} + m_1 \times 0.42 \times t_{12}$   
 $2 \times 2.1 \times (0 + 20) + M \times 334 = 1 \times 4.18 \times 10 + 1 \times 0.42 \times 10$   
 $M = -0.11 kg$

Como  $M$  es negativo habrá más hielo que al principio masa total de hielo en el equilibrio =  $2 + 0.11 = 2.11 Kg$ . Masa de agua  $1 - 0.11 = 0.98 Kg$  a la temperatura de cero grados.

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 PRIMERO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA EXPERIMENTAL**  
**DETERMINACIÓN DEL MOMENTO DE**  
**INERCIA Y EL RADIO DE GIRO DE UNA**  
**FIGURA IRREGULAR**

1. INTRODUCCIÓN - MARCO TEÓRICO

Un péndulo físico es simplemente un sólido en oscilación respecto de un eje fijo. No existen restricciones acerca de la forma del sólido, así por ejemplo, el péndulo físico que utilizarás en este experimento tiene la figura de Einstein. Antes de empezar, definimos algunos conceptos que permitirán comprender la situación planteada, entre ellos, oscilación, periodo, péndulo físico y centro de gravedad.

- **Oscilación**, la oscilación en física hace referencia a un movimiento repetido de un lado a otro lado en torno a una posición central, o posición de equilibrio.
- **Periodo**, es el tiempo que tarda un ciclo u oscilación. Se denota por  $T$  y se mide en segundos.
- **Péndulo Físico**, es un péndulo real que usa un cuerpo de tamaño finito, es decir cualquier cuerpo rígido suspendido en un eje fijo que no pasa por el centro de masa.
- **Centro de masa**, punto en el que se puede asumir que se concentra toda la masa del cuerpo.

En la Figura (1.a) se muestra un cuerpo de forma irregular, que se encuentra en su posición de equilibrio, donde el centro de masa  $C$  y el eje de oscilación  $O$  se encuentran sobre la misma línea vertical. En la Figura (1.b) el cuerpo se encuentra desplazado en un ángulo  $\theta$  de su posición de equilibrio. Si se suelta el cuerpo a partir de esa posición empezará a oscilar formando un péndulo físico donde: la distancia del centro de masa al eje de oscilación es  $b$ .

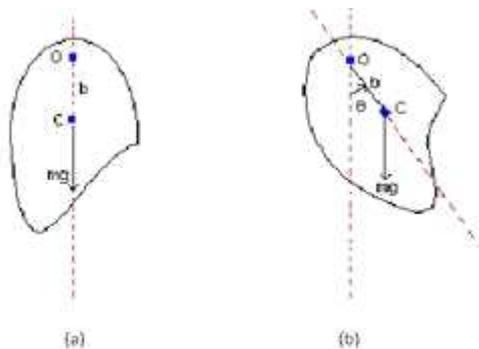


Figura 1: Péndulo Físico

Una propiedad interesante de los péndulos físicos es que su periodo  $T$  varía a medida que cambia la distancia  $b$ . Lo que se busca en este experimento es estudiar la relación entre  $T$  y  $b$ .

2. OBJETIVO

Obtener gráficamente la relación entre el periodo de oscilación del péndulo físico,  $T$  [s] y la distancia entre el centro de masa y el eje fijo  $b$  [cm].

3. LISTA DE MATERIALES

- Soporte
- Sólido Irregular (Figura de Einstein)
- Regla Metálica
- Cronómetro
- Balanza Digital
- Papel Milimetrado

4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

4.1. TOMA DE DATOS DE  $T$  EN FUNCIÓN DE  $B$  [30%]

- Ubique el centro de masa (marcado con C.M.) del péndulo físico. (No se asigna puntaje).
- Coloque el sólido de modo que el apoyo quede a 1[cm] sobre el centro de masa. (No se asigna puntaje).
- Desplace el péndulo físico a partir de la posición de equilibrio, un ángulo no mayor de  $10^\circ$ , y suéltelo de modo que se establezca un movimiento oscilatorio. (No se asigna puntaje).
- Determine el periodo de oscilación, tomando primero el tiempo para 10 oscilaciones ( $t$ ) y posteriormente dividiendo este tiempo entre 10, obteniendo de esta manera el tiempo que tarda en completar un ciclo u oscilación. (No se asigna puntaje).
- Incremente gradualmente la distancia  $b$  como usted considere conveniente: 2 cm, 3 cm, 4 cm, etc., determine el periodo en casa caso y complete la tabla que se presenta a continuación con la cantidad de datos que considere necesario.

| N  | t(s)  | T(s)  | b(cm) |
|----|-------|-------|-------|
| 1  | 15,35 | 3,07  | 1,3   |
| 2  | 10,28 | 2,056 | 3,3   |
| 3  | 8,46  | 1,692 | 5,3   |
| 4  | 7,38  | 1,476 | 7,3   |
| 5  | 6,78  | 1,356 | 9,3   |
| 6  | 6,56  | 1,312 | 11,3  |
| 7  | 6,32  | 1,264 | 13,3  |
| 8  | 6,18  | 1,236 | 15,3  |
| 9  | 6,12  | 1,224 | 17,3  |
| 10 | 6,12  | 1,224 | 19,3  |
| 11 | 6,19  | 1,238 | 21,3  |
| 12 | 6,22  | 1,244 | 23,3  |
| 13 | 6,37  | 1,274 | 25,3  |
| 14 | 6,5   | 1,3   | 27,3  |
| 15 | 6,53  | 1,306 | 29,3  |

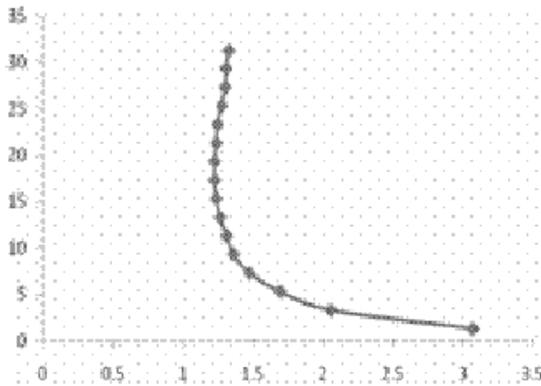
|    |      |       |      |
|----|------|-------|------|
| 16 | 6,63 | 1,326 | 31,3 |
| 17 | 6,66 | 1,332 | 33,3 |
| 18 |      |       |      |
| 19 |      |       |      |
| 20 |      |       |      |
| 21 |      |       |      |
| 22 |      |       |      |
| 23 |      |       |      |
| 24 |      |       |      |
| 25 |      |       |      |

**4.2. ELABORACION DE LA GRAFICA DE T EN FUNCIÓN DE B [40%]**

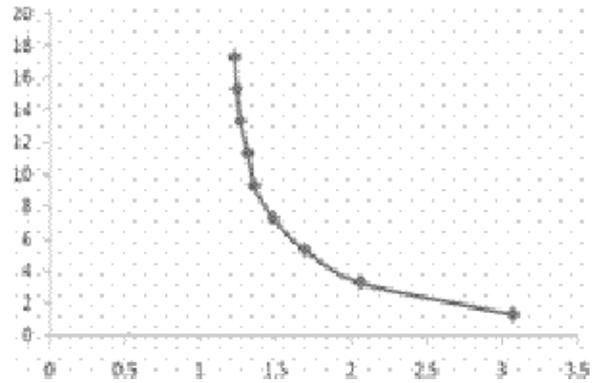
- En papel milimetrado elabore la grafica de T en función de b, escogiendo la escala adecuada.

(Sugerencia: trabaje con el número de datos que considere necesario).

Con todos los datos



Con menos datos



**4.3. ANÁLISIS DE LA GRAFICA T VS. B [30%]**

- A partir de la gráfica que obtuvo en el punto anterior, indique cuál es la distancia  $b$  que corresponde al menor periodo  $T$  de oscilación. Esa distancia corresponde al “radio de giro” y vamos a denotarla por  $k$ .

$k = 18\text{cm}$

- Si realizó bien su toma de datos, debería observar una región de la curva en la que para un mismo  $T$  existen 2 distancias  $b$  que le corresponden. Indique el intervalo de distancias  $b$  en las que sucede esto.

$\text{Intervalo} = 10\text{a}34\text{cm}$

- Utilizando la balanza, obtenga la masa del péndulo. Exprese su resultado correctamente.

$M = 75.00\text{g}$

- Utilizando la ecuación , donde  $m$  es la masa que acaba de obtener y  $k$  es el radio de giro, obtenga la inercia  $I$  del sólido.

$I = 0.0012[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010  
SEGUNDO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. Explique el criterio que justifica el uso de la desviación estándar de una muestra para estimar el error de una serie de datos.

Sol. La desviación estándar es una medida de dispersión apropiada para distribuciones gaussianas (que son las que frecuentemente se obtienen en laboratorio y en la naturaleza). El criterio consiste en asignar un error mayor a aquellas series que tengan una desviación estándar mayor (mayor dispersión respecto del valor central) y un error menor a aquellos con desviación estándar pequeña (menor dispersión respecto del valor central: los datos de la serie se parecen más entre sí).

2. ¿Es correcto utilizar el valor medio de una serie de datos como valor representativo de la misma en todos los casos? Si no es así, ¿qué característica debe tener dicha serie?

Sol. Sólo es correcto si la serie de datos es una serie normal o gaussiana en las cuales el valor central, el promedio, es representativo de toda la serie.

3. En qué punto del eje óptico de una lente biconvexa hace falta colocar una fuente de luz puntual para que la imagen virtual coincida con el foco principal de dicha lente.

a)  $F/4$ ; b)  $F$ ; c)  $2F$ ; d)  $F/2$ ; e) En el infinito

4. Un proyectil es disparado en Tierra con una velocidad inicial  $v_i$  a un cierto ángulo respecto de la horizontal. Si se repite el lanzamiento con las mismas condiciones iniciales pero ahora en la Luna, ¿Donde alcanza la mayor altura? ¿Dónde el alcance horizontal es mayor?

Sol. En ambos casos los alcances máximos corresponden al movimiento en la Luna ya que la aceleración de la gravedad es menor.

5. La velocidad de una partícula que recorre una trayectoria curva:

a) Siempre está dirigida en la dirección de la fuerza total

b) Es siempre perpendicular a la aceleración de la partícula

c) Su módulo es constante si la aceleración tangencial es nula

d) Es constante en un movimiento circular

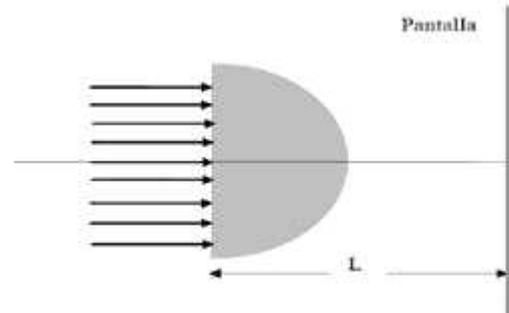
e) Ninguna

6. Se propaga un pulso ondulatorio en una cuerda de longitud  $L$ , masa  $M$  y tensión  $T$ . ¿Cómo deberían variar dichos parámetros para que la velocidad de propagación del pulso aumente? (La cuerda es homogénea).

Sol. Dado que la velocidad de propagación es  $v = \sqrt{T \times L/M}$ , para aumentar la velocidad debe aumentar la tensión y/o la longitud, y debe disminuir la masa.

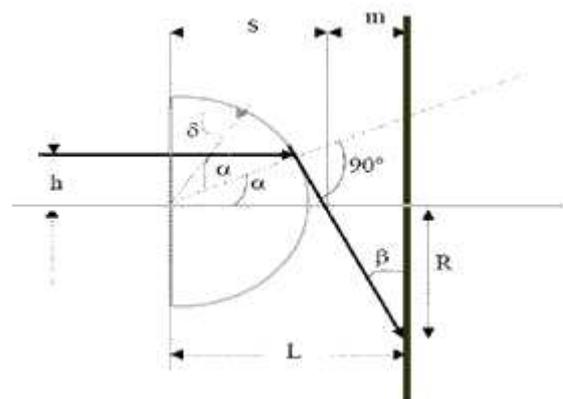
PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Sobre una semiesfera de vidrio, de índice de refracción  $n$  y radio  $r$ , se hace incidir un haz de rayos luminosos en la forma en que indica la figura inferior.



Se pide determinar el radio de la mancha luminosa que aparece en la pantalla en función de  $L$ ,  $r$  y  $n$ .

Sol.



Los rayos penetran en la semiesfera y llegan a la superficie esférica con distintos ángulos. Los que lleguen con un ángulo menor que el límite salen al exterior de la esfera y llegan por la pantalla, los que superen el ángulo límite no pueden salir al exterior y por tanto no alcanzan la pantalla. En la figura anterior el ángulo  $\alpha$  es el ángulo límite al que corresponde un refractado de  $90^\circ$ , el rayo correspondiente es tangente a la superficie esférica. El  $\alpha > \delta$  se refleja.

Por ser  $\alpha$  el ángulo límite se cumple que:

$$n \text{Sen}(\alpha) = 1 \text{Sen}(90) \rightarrow \text{Sen}(\alpha) = \frac{1}{n}$$

$$\rightarrow \text{Cos}(\alpha) = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{n^2}}$$

$$\rightarrow \text{Tag}(\alpha) = \frac{\frac{1}{n}}{\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

De la figura se deduce que el ángulo  $\alpha$  es igual a  $\beta$ , ya que sus lados son perpendiculares entre sí, además se cumple:

$$\text{Sen}(\alpha) = \frac{h}{r} \rightarrow h = r \text{Sen}(\alpha);$$

$$\text{Tag}(\alpha) = \text{Tag}(\beta) = \frac{m}{R} = \frac{1}{\sqrt{n^2}}$$

$$\rightarrow R = m \sqrt{n^2 - 1} \rightarrow R = \frac{L - s}{\sqrt{n^2}}$$

$$\text{Cos}(\alpha) = \frac{r}{s} \rightarrow s = \frac{nr}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$R = \left[ L - \frac{nr}{\sqrt{n^2 - 1}} \right] \sqrt{n^2 - 1} = \frac{L}{\sqrt{n^2 - 1}} - nr$$

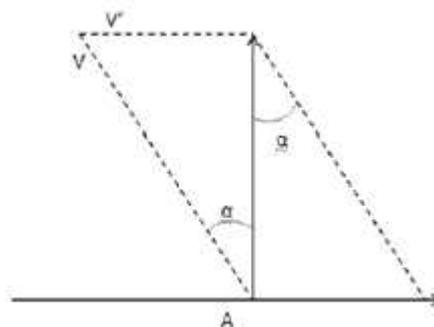
2. Un aeroplano viaja de A siguiendo la dirección del norte hacia B, y luego retorna a A. La distancia entre A y B es L. La velocidad del avión en el aire es  $v$  y la velocidad del viento es  $v'$ . a) Demostrar que el tiempo necesario para un viaje de ida y vuelta en el aire quieto,  $v' = 0$ , es:  $t_a = 2L/v$ . b) Demostrar que el tiempo necesario para un viaje de ida y vuelta cuando el viento corre hacia este (u oeste) es:  $t_b = t_a / \sqrt{1 - (v'/v)^2}$ . c) Demostrar que el tiempo necesario para un viaje de ida y vuelta cuando el viento corre hacia el norte (o sur) es:  $t_c = t_a / [1 - (v'/v)^2]$ . d) ¿Qué posibilidades existen de que se realicen los viajes (b) o (c), cuando  $v' = v$ ?, para un  $v'$  dado, ¿cuál es el tiempo mayor  $t_b$  o  $t_c$ ?

Sol. a) Si  $v' = 0$

Distancia total recorrida es igual a  $2L$

$$t_a = 2L/v$$

- b) En este caso con el gráfico el avión en realidad va a la velocidad  $V$ , por lo tanto se debe hallar  $V$ .



Aplicando la ley de senos:

$$\frac{v'}{\text{Sen}(\alpha)} = \frac{v}{\text{Sen}(90)} \rightarrow \text{Sen}(\alpha) = \frac{v'}{v}$$

$$V = v \text{Cos}(\alpha) = v \sqrt{1 - \text{Sen}^2(\alpha)}$$

Luego:

$$V = v \sqrt{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)^2}$$

Por tanto:

$$t_b = \frac{2L}{v \sqrt{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)^2}} = \frac{t_a}{\sqrt{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)^2}}$$

- c) Si el viento sopla al norte:

De ida AB:  $V = v' + v$

De regreso  $V' = v' + v$

El tiempo empleado en ida y vuelta es entonces:

$$\begin{aligned} t_c &= \frac{L}{v' + v} + \frac{L}{v - v'} = \left[ \frac{L(v - v') + L(v + v')}{v^2 + v'^2} \right] = \\ &= \frac{2vL}{v^2 - v'^2} = \frac{\frac{2L}{v}}{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)^2} \\ t_c &= \frac{t_a}{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)^2} \end{aligned}$$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
**Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010**  
 SEGUNDO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA EXPERIMENTAL**  
**DESVIACIÓN DE UN HAZ Y DETERMINACIÓN**  
**DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UN**  
**BLOQUE TRANSPARENTE**

1. OBJETIVOS

Determinar el índice  $n$  de refracción del material del bloque.

2. INTRODUCCIÓN

Cuando un rayo de luz atraviesa un bloque paralelepipedico transparente se producen dos refracciones: a la entrada y salida, de forma que, como es fácil comprender, el rayo emergente es paralelo al incidente, como se indica en la figura 1.

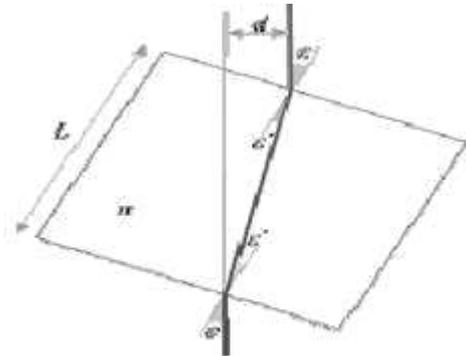


Figura 1

El desplazamiento lateral  $d$ , entre estos dos rayos puede calcularse en función del ángulo de incidencia  $\varepsilon$ , el grosor del bloque  $L$ , y el índice de refracción del material  $n$ .

La expresión exacta que se obtiene para  $d$  es algo complicada. Sin embargo, para pequeños ángulos de incidencia pueden emplearse aproximaciones del tipo:  $\text{Seno}(\varepsilon) \approx \varepsilon$ . Con lo que se obtiene:

$$d \approx L \frac{n-1}{n} \varepsilon \quad (1)$$

De forma que  $d$  es aproximadamente proporcional a  $\varepsilon$ .

3. LISTA DE MATERIALES

- Puntero láser
- Bloque transparente
- Regla metálica
- Papel milimetrado
- Escala angular

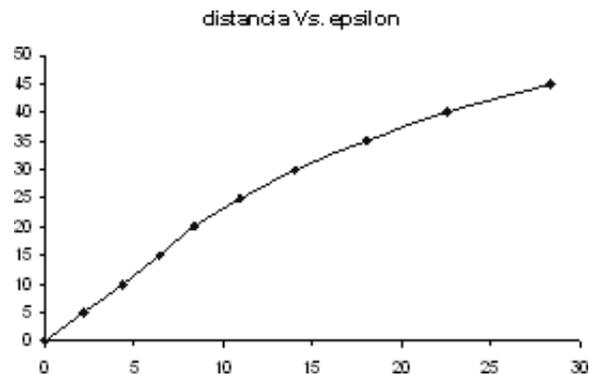
4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Dispone de un montaje con el que puede medir  $d$  en función de  $\varepsilon$ . Guiándose en la figura 1 y utilizando el material que se le ha provisto, realice distintas medidas de  $d$  en función de  $\varepsilon$ . Tabule sus datos.

| Nº | d [cm] | $\varepsilon$ [°] |
|----|--------|-------------------|
| 1  | 0      | 0                 |
| 2  | 2,2    | 5                 |
| 3  | 4,4    | 10                |
| 4  | 6,4    | 15                |
| 5  | 8,4    | 20                |
| 6  | 10,9   | 25                |
| 7  | 14     | 30                |
| 8  | 18     | 35                |
| 9  | 22,5   | 40                |
| 10 | 28,3   | 45                |
| 11 |        |                   |
| 12 |        |                   |
| 13 |        |                   |
| 14 |        |                   |
| 15 |        |                   |
| 16 |        |                   |

A partir de las medias de  $d$  y  $\varepsilon$  que estime oportunas le pedimos que determine:

- El máximo ángulo de incidencia  $\varepsilon$  para el que experimentalmente es válida la igualdad de la ecuación 1 dentro de la precisión de medida del sistema. [20%]  
De la grafica (ver el siguiente punto) se observa que, aproximadamente:  $\varepsilon_{max} = 25^\circ$ .
- Elabore la grafica de  $d$  en función de  $\varepsilon$ , y resalte la zona lineal de la curva. [30%]



- A partir de los datos de la zona lineal encuentre la pendiente del sistema. [20%]  
 $Pendiente = 0.43$
- A partir del valor de la pendiente, determine el índice  $n$  de refracción del material del bloque. [30%]  
Se requiere previamente medir la longitud  $L$ :  $L = 4.00[cm]$  Utilizando la ecuación (1) provista en el enunciado del problema:  
 $n = 1.123$

## AYUDA: CALCULO DE LA PENDIENTE DE UNA RECTA

En una grafica lineal la línea recta que representa este comportamiento se traza de modo que pasa por la mayoría o cerca de los puntos, o de manera que estén igualmente distribuidos a ambos lados de la recta. Este método de ajuste es a simple vista.

El modelo matemático para un comportamiento lineal es la ecuación de la línea recta y la forma general es:

$$y = A + Bx$$

Donde  $A$  es la ordenada al origen y representa el valor de  $y$  cuando  $x = 0$ , su valor se lee en el punto de intersección de la recta con el eje de ordenadas.  $B$  es la pendiente de la recta y se calcula mediante el cociente,  $\Delta y/\Delta x$  donde  $\Delta y$  es la diferencia de ordenadas y  $\Delta x$ , es la diferencia de abscisas, de dos puntos cualquiera que estén sobre la recta, y representa el valor de la rapidez con que cambia  $y$  respecto de  $x$ . En el caso de la relación de la ecuación 1,  $d = 0$  y  $x = \varepsilon$ ,  $A$  debería salirle aproximadamente cero, y la pendiente  $B$  esta representada por:

$$B = L \frac{n-1}{n}$$

De cuya relación usted puede despejar el índice de refracción pedido.

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010  
TERCERO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA TEÓRICA**

PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. Un ascensor se mueve uniformemente con tres personas a bordo. Al llegar al quinto piso, el ascensor se detiene. Mientras se detiene se observa que: (5%).

- Aumenta le peso de las personas
- Disminuye el peso pero aumenta la fuerza de gravedad
- Disminuye el peso de las personas
- Aumenta su peso y la fuerza de gravedad
- Depende del sentido de movimiento

2. A partir de la siguiente lista, indique cuales son aplicaciones del principio de Arquímedes. (10%)

- Las lanchas
- Los frenos hidráulicos
- Los aviones
- Los helicópteros
- Los gatos hidráulicos
- Los elevadores de las estaciones de servicios
- Los globos
- La prensa hidráulica

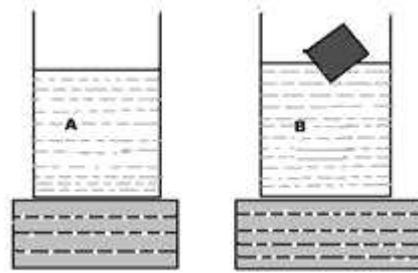
3. Un trozo de madera cuya densidad es de  $0.8g/cm^3$  flota en un líquido cuya densidad es de  $1.2g/cm^3$ . La parte de la madera que se sumerge bajo el nivel del líquido. (10%)

- ( ) es 80%  
(×) es 67%  
( ) es 33%  
( ) no se puede definir a menos que se conozca el volumen del trozo.

4. Como puede apreciarse en la figura, se tienen dos recipientes (A) y (B) idénticos, llenos de agua hasta la misma altura, pero en el recipiente (B) hay un trozo de madera flotando en su superficie. Se podría decir que puestos en una balanza: (15%)

- ( ) A pesara mas que B  
(×) B pesara masa que A  
( ) Faltan datos para afirmar algo  
( ) A pesará igual B

Nota: Utilice el principio de Arquímedes.



PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Tres concursantes de la olimpiada se encuentran disfrutando de la piscina cuando uno de ellos ve un avión sobrevolando sobre sus cabezas y dice: "El avión vuela en círculos completando un ciclo cada 4 minutos". El segundo dice: "La línea imaginaria que une un extremo del ala con el otro extremo hace un ángulo de  $20^\circ$  con el horizonte". El tercero decide calcular la velocidad del avión a partir de lo que observaron sus compañeros. ¿A qué resultado llegó para la velocidad del avión?

Sol. El problema se reduce a un movimiento circular con un ángulo de peralte que es el ángulo observado respecto del horizonte, y una fuerza normal de sustentación cuya componente dirigida al centro de curvatura ocasiona el movimiento circular.

Las ecuaciones del movimiento son:

$$F \cos(\theta) = mg \text{ (dirección vertical)}$$

$$F \sin(\theta) = mV^2/R \text{ (dirección hacia el centro de curvatura)}$$

$$2\pi R = VT \text{ (ecuación del movimiento circular)}$$

Donde  $F$  es la fuerza que sustenta al avión;  $R$  el radio de la trayectoria circular del avión;  $V$  la rapidez del mismo;  $T$  el periodo;  $\pi$  el ángulo con el horizonte.

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera y sustituyendo la tercera se obtiene:

$$T \operatorname{tag}(\theta) = \frac{V^2}{gR} = 2\pi \left( \frac{V}{gT} \right)$$

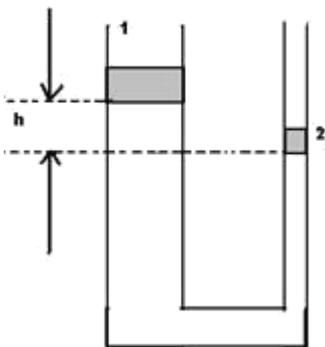
de donde :

$$V = \left( \frac{gT}{2\pi} \right) T \operatorname{tag}(\theta)$$

Sustituyendo valores:

$$V = 136.38m/s = 491Km/h$$

2. Dos vasos comunicantes de forma cilíndrica llevan sendos émbolos de masas  $M_1$  y  $M_2$  y áreas  $S_1$  y  $S_2$ , respectivamente. El líquido contenido en el vaso tiene una densidad  $\tilde{n}$ . En el equilibrio existe un desnivel  $h$  entre ambos émbolos tal como indica la figura inferior.



Ahora, si sobre el émbolo 1 se coloca una pesa de masa  $m=M_2=2M_1$  ya no existe desnivel entre los émbolos, pero si se coloca la misma pesa sobre el émbolo 2 se produce un desnivel  $H$ . Determinar el valor de  $H$  en función de  $h$ .

Sol. Dos puntos del mismo líquido que están al mismo nivel soportan las mismas presiones por tanto:

$$M_1 \frac{g}{S_1} + \rho gh = M_2 \frac{g}{S_2}$$

$$\rightarrow gh = \frac{M_2}{S_2} - \frac{M_1}{S_1}$$

Cuando se coloca la pesa de masa  $m$  sobre el émbolo 1

$$M_1 \frac{g}{S_1} + m \frac{g}{S} = \frac{M_2}{S_1}$$

$$\rightarrow \frac{(m/2) + m}{S_1} = \frac{m}{S_2}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2S_1} = \frac{1}{S_2} \rightarrow S_2 = \frac{2}{3}S_1$$

$$\rho h = \frac{M_2}{S_2} - \frac{M_1}{S_1} = \frac{m}{S_2} - \frac{(m/2)}{S_1} =$$

$$= \frac{3m}{2S_1} - \frac{m}{2S_1} = \frac{m}{S_1}$$

Cuando la pesa de masa  $m$  se coloca sobre el émbolo 2

$$M_1 \frac{g}{S_1} + \rho gh = M_2 \frac{g}{S_2} + m \frac{g}{S_2}$$

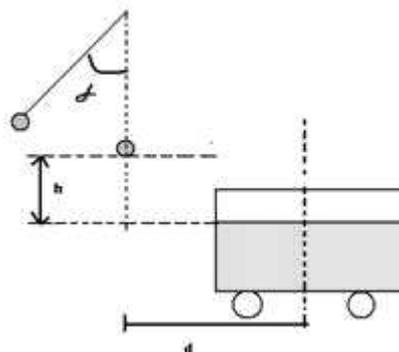
$$\rightarrow \frac{(m/2)}{S_1} + \rho H = \frac{2m}{S_2}$$

$$\frac{m}{2S_1} + \rho H = \frac{2m}{2S_1}$$

$$\rightarrow \rho H = \frac{3m}{S_1} - \frac{m}{2S_1} = \frac{5m}{2S_1} = \frac{5}{2}\rho h$$

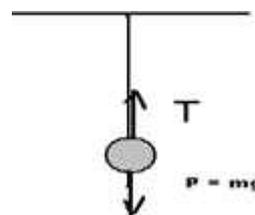
$$H = \frac{5}{2}h$$

3. Un péndulo está constituido por un hilo de longitud  $L = 2m$  y masa despreciable. En el extremo del mismo se coloca una esfera de masa  $m = 0.5kg$  y cuyas dimensiones se consideran despreciables. Se desvía el péndulo un ángulo  $\alpha = 60^\circ$  respecto de la vertical. El hilo se rompe en el punto más bajo de su trayectoria y la esfera cae en el centro de un carrito con arena y una masa total de  $M = 2kg$ . El desnivel entre el nivel de la arena en el carrito y el punto más bajo de la esfera es  $h = 5m$  (ver figura).



- a) Indicar las fuerzas que actúan sobre el hilo justo antes de romperse. b) Calcular la fuerza máxima que puede soportar el hilo. c) Calcular la distancia  $d$  entre el punto de ruptura del hilo y la posición del carrito en el momento del choque. d) Determinar la energía cinética del sistema Esfera-Carrito antes y después del choque. Determinar la pérdida en %.

Sol. a) Las fuerzas que actúan sobre la esfera es su peso y la tensión de la fuerza o fuerza con la que el hilo tira de la esfera.



La tensión de la cuerda es mayor que el peso ya que tiene que suministrar la fuerza centrípeta que necesita la esfera al girar.

$$b) T = mg + F_C = mg + mV^2/L$$

Calculamos la velocidad de la esfera aplicando el principio de conservación de la energía.

$$mgh = \frac{1}{2}mV^2$$

$$mV^2 = 2mgh = 2mgL(1 - \cos(\alpha))$$

$$T = mg + \frac{2mgL(1 - \cos(\alpha))}{L} =$$

$$= mg + 2mg(1 - \cos(\alpha))$$

$$T = 0.5 \times 9.81 + 2 \times 0.5 \times 9.81 (1 - \cos(60^\circ))$$

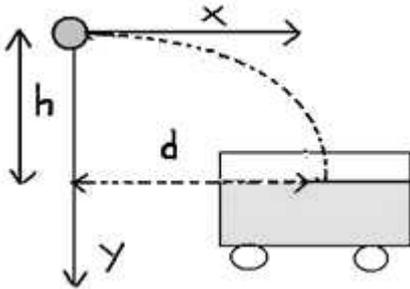
$$T = 9.81N$$

c) Al romperse el hilo en la parte mas baja de su trayectoria, la esfera describe una trayectoria parabólica. La velocidad inicial tiene dirección horizontal y su modulo es:

$$V = \sqrt{2gL(1 - \cos(\alpha))}$$

Tomando como ejes de referencia los indicados en la figura, las ecuaciones de movimiento son:

$$X = Vt \text{ y } Y = (1/2)gt^2$$



Cuando  $y = h$ ,  $x = d$ , poniendo esta condición en las ecuaciones resulta:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\rightarrow d = V\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gL(1 - \cos(\alpha))}\sqrt{\frac{2h}{g}} =$$

$$= \sqrt{4gL(1 - \cos(\alpha))}$$

$$d = \sqrt{4 \times 5 \times 2(1 - \cos(60^\circ))} = 4.47m$$

d) La energía antes del choque, la de la esfera mas la del carrito que es nula. Tomando como referencia el nivel de la arena, la energía cinética de la bola es la suma de la cinética más la potencial de la bola al soltarse.

$$K_{antes} = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{\frac{1}{2}m\sqrt{2gL(1 - \cos(\alpha))}}{M + m} =$$

$$= \frac{0.5\sqrt{2 \times 9.81 \times 2(1 - \cos(60^\circ))}}{2 + 0.5} = 1.11J$$

$$U_{antes} = mgh = 0.5 \times 9.81 \times 5 = 24.5J$$

$$E_{totalantes} = 1.11 + 24.5 = 25.6J$$

La energía después del choque es la energía del conjunto carrito+esfera. Para saber la velocidad del conjunto carrito+esfera, aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento, a componente en vertical.

$$MV = (m + M)V$$

$$\rightarrow V = \frac{m\sqrt{2gL(1 - \cos(\alpha))}}{M + m} =$$

$$= \frac{0.5\sqrt{2 \times 9.81 \times 2(1 - \cos(60^\circ))}}{2 + 0.5}$$

$$V = 0.89m/s$$

$$K_{despues} = \frac{1}{2}(m + M)V^2 =$$

$$= 0.5 \times 0.22 \times 0.89^2 = 0.87J$$

Perdidas al deformar la arena:  $25.6 - 0.87 = 24.9 \rightarrow (24.9/25.6) \times 100 = 97\%$

15<sup>ava</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
Cochabamba, 5 al 8 de noviembre de 2010  
TERCERO DE SECUNDARIA  
**PRUEBA EXPERIMENTAL**  
**TUBO DE SANDOR MIKOLA**

## 1. OBJETIVOS

- Relación entre velocidad terminal y ángulo de inclinación.
- Determinación de la viscosidad de un fluido.

## 2. INTRODUCCIÓN

Hay ocasiones en las que nos parece útil realizar un experimento ya que consideramos que el resultado que se va a obtener se conoce de antemano. Tal es el caso del experimento conocido como “El tubo de Sandor Mikola”. El experimento recibe el nombre de un maestro Húngaro de la primera mitad del siglo XX.

El experimento consiste en medir la velocidad de una burbuja de aire que se desplaza dentro de un tubo lleno de agua. Dicho tubo deberá estar inclinado con respecto a la horizontal. La burbuja es producida en el extremo inferior del tubo introduciendo aire mediante una aguja. La burbuja comenzará a subir por la columna y muy pronto alcanzará una velocidad uniforme conocida como velocidad terminal. El objetivo del experimento es encontrar para qué ángulo de inclinación con la horizontal, la velocidad terminal alcanza su máximo valor.

La respuesta obvia es cuando la columna forma un ángulo de 90° con respecto al plano horizontal. Investigue si la respuesta obvia corresponde al resultado del experimento.

## 3. LISTA DE MATERIALES

- Manguera larga transparente
- Escala graduada en milímetros
- Aguja Hipodérmica

| Ang | T1  | T2    | T3    | T4    | T5    | Prom. | Vel.  | Error        |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| 10  | 17  | 15,63 | 15,81 | 15,16 | 16,09 | 15,89 | 3,15  | 0,19901005   |
| 20  | 11  | 10,31 | 10,57 | 10    | 10,91 | 10,53 | 4,75  | 0,076026311  |
| 30  | 7,7 | 7,63  | 7,75  | 7,31  | 7,5   | 7,57  | 6,61  | 0,020124612  |
| 40  | 6   | 6,03  | 6,08  | 5,95  | 6,32  | 6,08  | 8,22  | 0,015652476  |
| 50  | 4,1 | 4,15  | 4,41  | 4,95  | 4,37  | 4,4   | 11,36 | 0,060373835  |
| 60  | 4,4 | 4,84  | 4,75  | 5,02  | 4,51  | 4,71  | 10,61 | 0,062609903  |
| 70  | 5,3 | 5,4   | 4,87  | 5,19  | 4,97  | 5,14  | 9,74  | 0,024596748  |
| 80  | 5,5 | 5,88  | 5,49  | 5,3   | 5,02  | 5,43  | 9,21  | 0,004472136  |
| 90  | 6   | 6,02  | 6,09  | 6,21  | 6,19  | 6,09  | 8,2   | 0,0313049532 |

- Grafique Velocidad terminal vs. Angulo de inclinación. Explique la gráfica. Sugiera un modelo matemático que represente a sus puntos experimentales.

La velocidad se va incrementando a medida que el ángulo aumenta hasta llegar al valor máximo en aprox. 12 [cm/s] que corresponde a casi 50° y luego desciende. Aparentemente

- Papel milimetrado
- Cronómetro
- Soporte

## 4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para realizar el experimento usamos un tubo de plástico largo y transparente, la columna de agua se forma al llenar el mismo. Uno de los extremos del tubo está sellado con un pequeño tapón de hule.

Entre la base del tubo y el tapón se introduce una aguja hipodérmica unida a una jeringa que sirve para producir una burbuja de volumen controlado. La burbuja es impulsada hacia arriba por el tubo en el plano inclinado.

## SUGERENCIA

El experimento debe realizarse con cuidado de modo que se forme una burbuja de tamaño apropiado y cuyo tiempo de viaje sea posible medir. Es importante asegurar que la burbuja haya alcanzado su velocidad terminal para empezar a medir ya que antes de esto el movimiento está descrito por una ley no lineal que acá no vamos a analizar. La forma de medir la velocidad terminal la debe decidir ud.

## 5. DATOS Y CÁLCULOS

Se pide lo siguiente:

- Explique la forma en la que obtendrá experimentalmente la velocidad terminal. Incluya un esquema para aclarar su explicación.

Velocidad constante: Se escoge un segmento del tubo en el que se mide tiempo de desplazamiento. La vel. es el cociente dist/tiempo.

- Realice mediciones de velocidad terminal para distintos ángulos de inclinación del plano inclinado. Presente sus datos tabulados y con las unidades apropiadas.

un modelo cuadrático representaría bien a los datos.

- Calcule el error asociado a cada una de sus mediciones e incluya el intervalo de confianza de cada dato en su gráfica.

(ver tabla anterior)

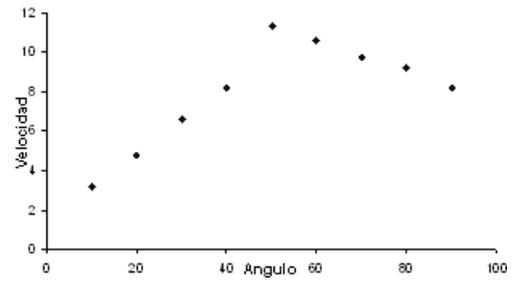
- Indique el valor del ángulo de inclinación del

plano que corresponde a la máxima velocidad terminal.

50°

- ¿Hay alguna forma de calcular la viscosidad del fluido a partir de los datos obtenidos en esta experiencia? Si es así indique cuál.

Si, por medio de la ecuación de Stokes de la viscosidad.



---

## REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

### COMITÉ EDITORIAL

**Sociedad Boliviana de Física**

**Dr. Diego Sanjinés Castedo**

Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

**Instituto de Investigaciones Físicas**

**Lic. Alfonso Velarde Chávez**

Email: avelarde@fiumsa.edu.bo

**Dr. Eduardo Palenque Vidaurre**

Email: edyruy@yahoo.es

**Dr. Armando Reynaldo Ticona Bustillos**

Email: aticona@fiumsa.edu.bo

**Carrera de Física**

**Lic. Deterlino Urzagasti**

Email: urza@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

---

#### Misión

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica semestralmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

#### Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

#### Instrucciones para los autores

Los trabajos enviados para su publicación deberán estar escritos preferentemente en castellano. Trabajos escritos en inglés podrán ser aceptados por el Comité Editorial y, pasado el proceso de aceptación, serán traducidos al castellano para su publicación en la RBF.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ , *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. Las figuras deberán tener una resolución razonable a fin de que puedan ser vistas con suficiente claridad por el lector.

Los artículos científicos serán revisados por el Comité Editorial y posteriormente por un par de árbitros anónimos quienes dan el veredicto sobre si el artículo es aceptado o no.

La comunicación de los autores con los árbitros se realiza únicamente a través del editor encargado del área.

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.

Conflicto de interés: Los autores que envíen artículos para su publicación en la RBF admiten que no tienen conflicto de interés en relación a los trabajos realizados y presentados.