

REGIONAL LA PAZ

3ro de Secundaria

SOLUCIONES

PARTE CONCEPTUAL

- 1) Cual es la diferencia entre *masa* y *peso*? Cuanto pesas tu?

Sol.- La *masa* es un escalar, sus unidades son [Kg], el *peso* es un vector, es una fuerza, por tanto se mide en Newtons [N]. Si tu tienes una masa digamos de 66 [kg] entonces pesas $66[\text{Kg}] \times 9.775[\text{m s}^{-2}] = 645.15 \text{ [N]}$.

$9.775[\text{m s}^{-2}]$ es la gravedad en La Paz.

$9.81 \text{ [m s}^{-2}]$ es la gravedad a nivel del mar.

$1.67 \text{ [m s}^{-2}]$ es la gravedad en la Luna. ¿Cuánto pesarías en la Luna?

- 2) De todos es conocido que al mirarse en un espejo se produce una inversión de la izquierda y la derecha. La mano derecha parece ser una izquierda, el ojo izquierdo parece ser uno derecho, etc. ¿Es posible diseñar un sistema de espejos que permitiesen observar una imagen igual a la forma en que se observan normalmente a las personas? De ser posible, hacer un dibujo con algunos rayos típicos que demuestren que esto es cierto.

Sol.- Si es posible, se necesitan dos espejos que estén unidos formando un ángulo de 90° entre ellos. Cada imagen de un espejo se vera reflejada en el otro espejo tal que se logre invertir lo que generalmente vemos encontrando como resultado la imagen buscada.

- 3) Explicar: Principio de Arquímedes, ecuaciones de continuidad y de Bernoulli,

Sol.- Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido es empujado hacia arriba con una fuerza que es igual al peso del fluido desplazado por dicho cuerpo (*Arquimides*).

El principio que expresa la conservación de la masa en el movimiento de un fluido es conocido como la ecuación de continuidad: $\rho A v = \text{cte}$, donde ρ es la densidad del fluido, A es el área por donde pasa el fluido en un instante dado y v es la velocidad del fluido. Que el producto de estas tres magnitudes permanezca constante es una manera elegante de expresar que la masa en el fluido no cambia.

El principio que expresa la conservación de la energía en el movimiento de un fluido es

conocido como la ecuación de Bernoulli: $\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho g h = \text{cte}$, donde p es la presión, g la gravedad y h la altura a la que se mueve el fluido, ρ y v siguen expresando la densidad y la velocidad del fluido. El primer término es la energía cinética por unidad de volumen [J m^{-3}], el segundo y tercer termino expresan la energía potencial por unidad de volumen [$\text{N m}^{-2} = \text{J m}^{-3}$] debido a las fuerzas internas (presión) y a las fuerzas externas respectivamente. Por lo tanto la energía total por unidad de volumen permanece constante.

- 4) Como puedes saber la distancia a la que ha caído un rayo desde donde tu te encuentras?

Sol.- Primero “vemos” el rayo. La luz viaja con una velocidad de aproximadamente 3×10^8 [m s^{-1}] por lo que podemos decir que la luz que el rayo emite llega hasta nosotros instantáneamente. Entonces contamos el tiempo t en que llega a nosotros el “sonido” del rayo. La velocidad del sonido en el aire vale $v = 331.3$ [m s^{-1}]. Luego usando la relación $d = (v)(t)$ hallamos la distancia.

PARTE PRACTICA

1)

- a. Usando la definición del producto escalar $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (a)(b) \cos \theta$ y el hecho de que $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ obtener el ángulo entre los vectores: $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{\mathbf{a}_x \mathbf{b}_x + \mathbf{a}_y \mathbf{b}_y + \mathbf{a}_z \mathbf{b}_z}{\sqrt{\mathbf{a}_x^2 + \mathbf{a}_y^2 + \mathbf{a}_z^2} \sqrt{\mathbf{b}_x^2 + \mathbf{b}_y^2 + \mathbf{b}_z^2}} \right] \approx 99.2^\circ$$

Sol.- El ángulo será

- b. Graficar los vectores $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, y $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ y el producto vectorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

Sol.- $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 9\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$, lo que hay que resaltar es que tanto $\mathbf{a}$ como $\mathbf{b}$ forman un plano en el espacio el cual es perpendicular al vector $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. La grafica se realiza fácilmente ubicando los puntos en el espacio: (3,3,3), (2,0,2) y (9,-3,-6) que indican la punta de cada vector que comienzan en el origen (0,0,0).

- 2) Se deja caer una piedra desde lo alto de un edificio. El sonido de la piedra al chocar con el suelo se escucha 6.5 s más tarde. Si la velocidad del sonido es de 1120 pies s^{-1} Calcular la altura del edificio.

Sol.- El desplazamiento total cubierto por la piedra y el sonido es:

$$y = \left| \frac{gt_1^2}{2} \right| + v_{\text{sonido}} t_2 \quad \text{donde } g = -32.2[\text{pies/s}^2]$$

$$\text{también } t_1 + t_2 = 6.5 \text{ [s]}$$

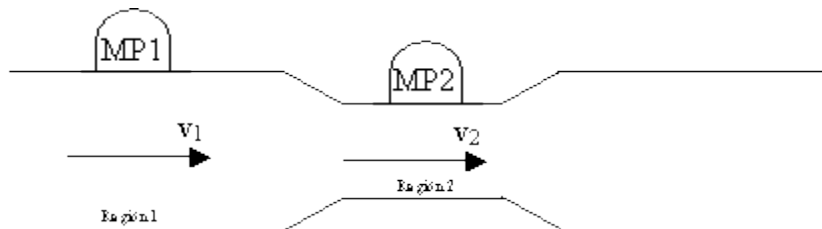
$$y = 2h = h + v_{\text{sonido}} t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{h}{v_{\text{sonido}}}$$

luego

$$\frac{gt_1^2}{2} = v_{\text{sonido}} (-t_1 + 6.5) \quad \text{de donde despejamos } t_1 \text{ quedándonos solo con la solución}$$

$$\text{positiva: } t_1 = 5.99 \text{ [s]. Finalmente } h = \frac{gt_1^2}{2} = 571 \text{ [pies].}$$

- 3) (Tubo de Venturi) Determinar analíticamente la velocidad de un fluido, de densidad ρ conocida, que viaja por el tubo mostrado en la figura, donde MP1 y MP2 son dos medidores de presión. A_1 y A_2 son las áreas perpendiculares al flujo en las regiones 1 y 2 respectivamente.



Finalmente con los datos:

$$\rho = 1 \text{ gr/cc}, p_1 = 1000 \text{ N m}^{-2}, p_2 = 800 \text{ N m}^{-2}, A_1 = 40 \text{ cm}^2, A_2 = 22 \text{ cm}^2, \text{ calcular } v_1$$

Sol.- De la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \quad (A)$$

Y la ecuación de Bernoulli cuando el sistema esta en posición horizontal:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 \quad (B)$$

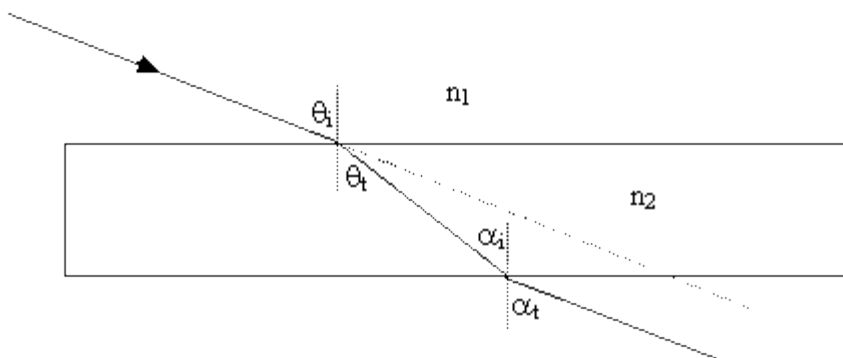
$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

Si reemplazamos (A) en (B) y luego despejamos v_1 obtenemos:

Reemplazando los datos previstos hallamos que: $v_1 = 13.16 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$

- 4) Verificar que cuando una onda incide con cierto ángulo y pasa a través de un medio limitado por caras planas paralelas, la dirección de propagación del rayo emergente es paralela a la del rayo incidente.

Sol.- Examinemos la siguiente figura:



Usando la ley de refracción o ley de Snell hallamos: $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$

De igual modo: $n_2 \sin(\alpha_i) = n_2 \sin(\alpha_t)$

Ahora dentro del medio 2 se cumple también que $\alpha_i = \theta_t$.

Combinando estas ecuaciones se llega a $\alpha_t = \theta_i$, que es lo que se quería demostrar.

REGIONAL LA PAZ

CONCURSO II

4to de Secundaria

SOLUCIONES

PARTE CONCEPTUAL

- 5) Explicar el teorema de Steiner, también conocido como el teorema de los ejes paralelos.

Sol.- El teorema de los ejes paralelos viene dado por la relación: $I = I_{cm} + Mh^2$, donde I es la inercia de rotación alrededor del eje arbitrario, I_{cm} es la inercia de rotación del eje paralelo que pasa por el centro de masa, M es la masa total del objeto y h es la distancia perpendicular entre los ejes. Los dos ejes son paralelos. Los momentos de inercia con respecto a los ejes paralelos se relacionan de este modo sencillo.

- 6) Explicar la fuerza ascensional dinámica que es la fuerza que actúa sobre un cuerpo a causa de su movimiento a través de un fluido.

Sol.- Estos cuerpos son las alas de un avión o las hélices de un helicóptero. Las líneas de corriente de aire en torno al ala de un avión por ejemplo hacen que la velocidad del aire por encima del ala tenga mayor magnitud que la velocidad del aire por debajo de esta, lo que implica que la presión arriba del ala sea menor que la presión abajo lo cual debe ocurrir si ha de haber un empuje ascendente.

- 7) Comentar: 1ra y 2da ley de la termodinámica, entropía, procesos reversibles e irreversibles, procesos isotérmicos y adiabáticos.

Sol.-

Todo sistema termodinámico en un estado de equilibrio posee una variable de estado, llamada la energía interna del sistema tal que su cambio es $\Delta U = Q - W$ donde Q es la

energía añadida al sistema por la transferencia de calor y W es la energía suministrada por el sistema cuando realiza trabajo. (1ra Ley)

Es imposible que una maquina cíclica no produzca otro efecto que el de transferir continuamente calor de un cuerpo a otro que este a mayor temperatura.

También es posible reformular la 2da ley en términos de la entropía: Un proceso natural que comienza en un estado de equilibrio y termina en otro ocurrirá en la dirección que haga que la entropía del sistema y de su medio ambiente aumente.

La entropía es una variable termodinámica que mide el desorden.

Si el cambio en un sistema ocurre muy lentamente tal que en cada instante el sistema este en una posición de equilibrio entonces el proceso es reversible. Y si el sistema se aleja de su estado de equilibrio entonces el proceso es irreversible.

Cuando existe un cambio en un sistema en presión o volumen pero la temperatura se mantiene constante se habla de un proceso isotérmico.

Cuando no se permite que haya un intercambio de calor entre el sistema y el medio ambiente hablamos de un proceso adiabático. Un proceso adiabático puede ser reversible o irreversible.

8) Explicar en que consiste el efecto Doppler.

Cuando una persona que escucha un sonido está en movimiento hacia la fuente estacionaria que lo produce, la frecuencia del sonido que se escucha es mayor que cuando está en reposo. Si la persona esta en movimiento alejándose de la fuente estacionaria , oye una frecuencia menor que cuando esta que cuando esta en reposo. De igual modo se encuentra algo equivalente cuando ambos, fuente y persona se mueven alejándose o acercándose. Este efecto se aplica a todas las ondas en general.

PARTE PRACTICA

- 5) Un disco de 0.5 [m] de radio y 20 [Kg] de masa puede rotar libremente alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por su centro. Se aplica una fuerza F de 9.8 [N] tirando de una cuerda enroscada alrededor del borde del disco. Encontrar la aceleración angular del disco y su velocidad angular después de 2 [s]. Hallar también la fuerza de reacción existente en los soportes que sostienen al eje del disco.
Sol.-
- 6) Una definición semicuantitativa del flujo eléctrico es: $\Phi_E = \sum \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S}$. Y la ley de Gauss nos dice que: $q = \epsilon_0 \Phi_E$. Escribe el campo eléctrico de una carga puntual q tomando como superficie gaussiana una esfera de radio r . Ayuda: La superficie total de una esfera es $4\pi r^2$ y los vectores $\Delta \mathbf{S}$ y $\mathbf{E}$ tienen la misma dirección y sentido.
- 7) Un bote en movimiento produce ondas superficiales en un lago tranquilo. El bote ejecuta 12 oscilaciones en 20 [s]; cada oscilación produce una cresta de onda. La cresta de la onda tarda 6[s] en alcanzar la orilla distante 12 [m]. Calcular la longitud de onda de las ondas de superficie.
- 8) Tres capacitores de 1.5 [μF], 2 [μF] y 3 [μF] se conectan en a) serie, b) paralelo y se les aplica una diferencia de potencial de 20 [V]. Determinar en cada caso i) la capacitancia del sistema, ii) la carga y la diferencia de potencial de cada capacitor, iii) la energía del sistema.