

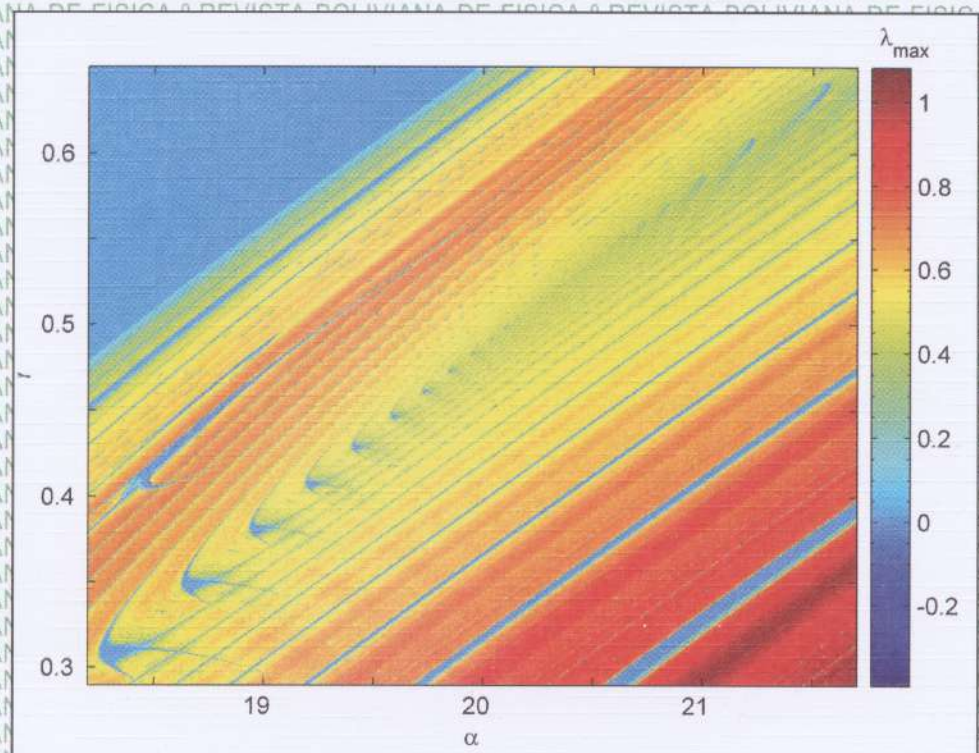
ISSN - 1562 - 3823

Indexada en PERIODICA

REVISTA BOLIVIANA DE FISICA

NUMERO 14

OCTUBRE 2008 - LA PAZ - BOLIVIA



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FISICAS
CARRERA DE FISICA - UMSA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FISICA

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA
Ésta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Dr. Diego Sanjinés Castedo
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: sanjines@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

Instituto de Investigaciones Físicas

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: avelarde@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

Carrera de Física

Lic. Deterlino Urzagasti
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: urza@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

CONSEJO EDITORIAL

Dr. Oscar Antonio Rondón

Institute of Nuclear and Particle Physics
University of Virginia
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901
804 924-6787, USA
E-mail: or@virginia.edu

Dr. Juan C. Muzzio

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata
La Plata-Argentina
E-mail: jmuzzio@fcaglp.fcaglp.unlp.edu.ar

Dra. Eugenia Kalnay

Department of Meteorology
University of Maryland, U.S.A.
E-mail: ekalnay@atmos.und.edu

Dr. Oscar Saavedra

Dipartimento di Fisica Generale
Universita di Torino, Italia
E-mail: saavedra@to.infn.it

Dr. Jason Gallas

Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil
E-mail: jgallas@if.ufrgs.br

Dr. Carlos Navia

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
E-mail: gfcnoj@portela.if.uff.br

Dr. Renán Cabrera

Physics Department
University of Windsor
Ontario-Canada
E-mail: rcabrera@princeton.edu

Dr. King Hay Tsui

Departamento de Física
Universidade Federal Fluminense, Brasil
E-mail: tsui@nossomail

Dr. Piero Galeotti

Dipartimento di Fisica Generale
Universita di Torino, Italia
E-mail: galeotti@to.infn.it

Dr. Carlos Aguirre

Academia Nacional de Ciencias de Bolivia
La Paz, Bolivia
E-mail: carlos.aguirre@arcs.ac.at

ISSN 1562-3823

Indexada en PERIODICA



Revista Boliviana de Física

Publicación de

Instituto de Investigaciones Físicas
Carrera de Física
Universidad Mayor de San Andrés
y
Sociedad Boliviana de Física

Número 14
Octubre de 2008

Revista Boliviana de Física

ISSN 1562-3823

Indexada en PERIODICA

<http://biblioweb.dgsca.unam.mx/latindex>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

Editores: Alfonso Velarde Ch., Diego Sanjinés C. y Deterlino Urzagasti.

Dirección: Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.
Tel: (591 2)2792999; FAX: (591 2)2792622.

Portada: Plano de parámetros que muestra la coexistencia de comportamientos periódicos y caóticos para el circuito de Chua; donde las estructuras que denotan periodicidad tienen la forma de “camarones” y además existe un *hub* de estas estructuras que da lugar a una espiral. (*Autor:* Marcelo Ramírez Ávila; más detalles en pág. 1.)

Logotipo de la RBF: La sigla de la revista es vista como reflejo por una superficie cilíndrica de la anamorfosis generada para tal efecto. Esta anamorfosis fue obtenida mediante un programa de ordenador construido por V. M. Peñafiel.

Tipo de fuente utilizada: Charter de 11pt.

CONTENIDO

A. ARTÍCULOS

ESTRUCTURA DEL ESPACIO DE PARÁMETROS PARA LAS ECUACIONES DEL CIRCUITO DE CHUA	<i>G. M. Ramírez Ávila, J. A. C. Gallas</i>	1
NEBULOSAS GASEOSAS DE HIDRÓGENO Y OXÍGENO CON MÁS DE UNA ESTRELLA EXCITATRÍZ	<i>Urzagasti D.</i>	10
MITOS Y VERDADES ACERCA DEL CAMBIO CLIMÁTICO EN BOLIVIA	<i>Marcos Andrade</i>	42
MODELO DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS EN UN SISTEMA CONFUNDADO DE ESFERAS CARGADAS	<i>F. Ghezzi, R. Grieve, D. Sanjinés, X. H. Zheng</i>	50
MODELO MONTE CARLO PARA IRRADIANCIA RELATIVA UV-B	<i>V. M. Peñafiel</i>	58
MEDICIÓN DE VELOCIDADES DE FLUIDOS POR EFECTO DOPPLER	<i>Boris Alberto López Zubieta</i>	65

B. CONTRIBUCIONES Y REVISIONES

ENSAYO DE DIRECCIÓN DE ARRIBO AL METEORITO CAÍDO EL 15 DE SEPTIEMBRE DE 2007 EN CARANCAS-PERÚ	<i>Ricaldi Y. E., Miranda P., Vallejos V.</i>	73
ESTUDIO DE RAYOS-X Y MICROSCÓPICO AL METEORITO CARANCAS, CAÍDO EL 15 DE SEPTIEMBRE DE 2007	<i>Pedro Miranda, Mario Blanco, Hugo Alarcón, Elena Gorinova</i>	78
INTERCOMPARACIÓN DE LOS REGISTROS DE LOS OBSERVATORIOS DE VILLA REMEDIOS Y PATACAMAYA	<i>Ricaldi Yarvi Edgar, Miranda Loza Pedro</i>	85
ESCENARIOS CLIMÁTICOS PARA EL MONZÓN SUDAMERICANO: DETERMINADOS POR LOS MODELOS DE ACOPLAMIENTO DEL IPCC AR4	<i>Andrés W. Burgoa Mariaca</i>	100

CONTENIDO

IRRADIANZA SOLAR Y TEMPERATURA DEL AIRE SUPERFICIAL EN UNA ATMÓSFERA ESTÁTICA	<i>René Torrez S.</i>	116
SIMULACIÓN DE PÉNDULOS ACOPLADOS	<i>A. R. Ticona Bustillos, G. M. Ramírez Ávila</i>	121
C. MEMORIAS DE LA REUNIÓN ANUAL DE LA SOBOFI U OTRAS REUNIONES DE FÍSICA		
XIX REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA	<i>Sociedad Boliviana de Física</i>	127
D. ENSEÑANZA DE LA FÍSICA		
EL USO DEL XML COMO TRADUCTOR ENTRE EL ASCII Y EL Excel	<i>N. Martinic, F. Osco</i>	131
2 ^{da} OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA	<i>Bustos R. et al.</i>	139
DIPLOMADO EN FÍSICA PARA PROFESORES DE COLEGIO (DFIS)	<i>Bustos R. et al.</i>	150

ESTRUCTURA DEL ESPACIO DE PARÁMETROS PARA LAS ECUACIONES DEL CIRCUITO DE CHUA

G. M. Ramírez Ávila¹, J. A. C. Gallas²

¹Instituto de Investigaciones Físicas
Universidad Mayor de San Andrés
Casilla 8635 La Paz, Bolivia

²Instituto de Física,
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
91501-970 Porto Alegre, Brasil

RESUMEN

Se estudia en forma detallada el espacio de parámetros para las ecuaciones correspondientes al circuito de Chua con dos y tres parámetros que en primera instancia confirman los resultados obtenidos en [1] y además muestra la existencia de estructuras denominadas “camarones” que denotan periodicidades y un *hub* organizador de estas estructuras que dan lugar a “espirales”.

Descriptores: caos — circuito de Chua — periodicidades — sistemas dinámicos — dinámica no lineal.

ABSTRACT

We study in detail the parameter space for nonlinear differential equations corresponding to the Chua’s circuit. Our analysis of two and three parameters confirms preliminary results obtained in [1]. In addition, it shows the existence of structures denoting periodicities called “shrimps” and a *hub* which organizes these structures into “spirals”.

Key words: chaos — Chua’s circuit — periodicities — dynamical systems — nonlinear dynamics.

1. INTRODUCCIÓN

Si bien el estudio del caos experimenta una reconfiguración local [2] uno de cuyos principales exponentes fue E. N. Lorenz³ con su modelo que trataba de explicar la dinámica atmosférica del planeta [3] y que dio lugar al primer atractor caótico observado en un sistema autónomo de tercer orden [4]. Con el transcurso de los años, fueron descritos muchos sistemas de diferentes tipos que exhibían caos, pudiéndose encontrar una descripción de muchos de ellos en [5]. Uno de los tipos de sistemas más atractivos son los circuitos eléctricos, los cuales no sólo permitieron su utilización como artefactos de demostración del caos sino también como ver-

daderos objetos de estudio científico [6]. Entre estos circuitos eléctricos que pueden presentar comportamiento caótico, se pueden citar los propuestos por Testa *et. al.* [7], Sprott [8] y el paradigmático circuito de Chua [9] que será el objeto de estudio del presente trabajo. El artículo está organizado de la siguiente manera: En la Sección 2 se presenta sucintamente el circuito de Chua y las ecuaciones que lo modelan. En la Sección 3 se muestran los resultados del análisis del espacio de parámetros para las ecuaciones del circuito de Chua con dos y tres parámetros. Finalmente, en la Sección 4 se dan las conclusiones y perspectivas de la investigación realizada.

2. CIRCUITO DE CHUA

El circuito de Chua es uno de los modelos más populares que exhiben caos puesto que es el circuito autónomo más simple capaz de mostrar este

¹Email: mravila@fiumsa.edu.bo

Website: <http://www.fiumsa.edu.bo/docentes/mramirez/>

²Email: jgallas@if.ufrgs.br

Website: <http://www.if.ufrgs.br/~jgallas/>

³Fallecido recientemente el 16 de abril de 2008.

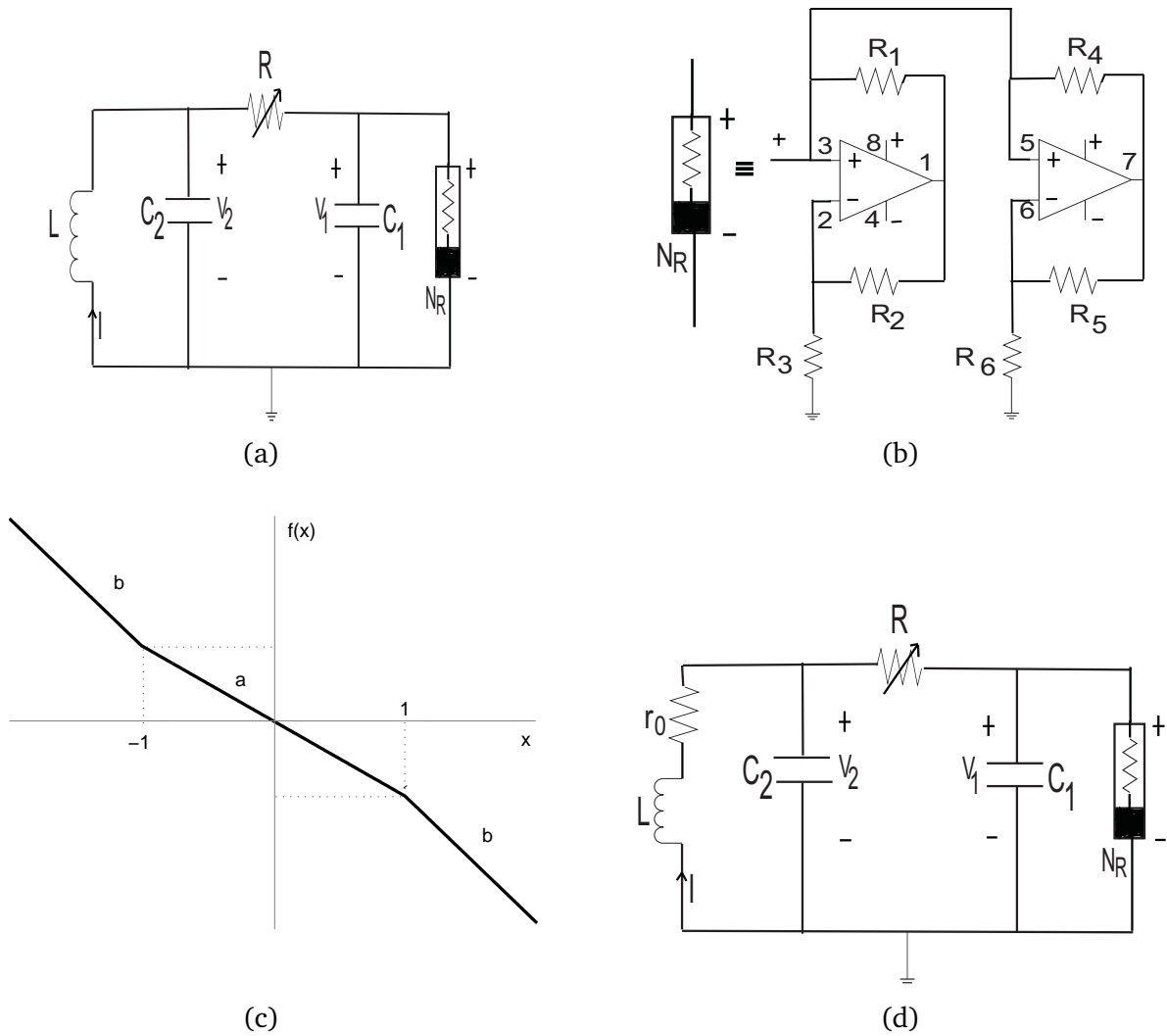


Figura 1. (a) El circuito de Chua con sus 4 elementos no lineales (los condensadores C_1 y C_2 , la bobina L , la resistencia R y el diodo Chua N_R que representa una resistencia no lineal). (b) Explicación del montaje del diodo de Chua, en el que se destacan los dos amplificadores operacionales y las 6 resistencias. (c) Curva característica no lineal (lineal segmentada en tres partes) para el diodo de Chua, con pendientes negativas a y b . (d) El circuito de Chua con tres parámetros debido a la conexión en serie de la resistencia lineal r_0 con la bobina L .

comportamiento puesto que tiene orden 3 debido a que contiene 4 elementos no lineales: el diodo de Chua que básicamente es una resistencia no lineal y dos condensadores, una bobina y una resistencia. Se lo introdujo a partir del análisis de un sistema electrónico ampliamente tratado por varios autores [9-11] y que fue descrito con cierto detalle en [1] (ver Figura 1, la cual fue tomada de [1]).

Por la riqueza⁴ en cuanto a su comportamiento, el circuito Chua ha sido y es objeto de mucha investigación científica, convirtiéndose en un paradigma universal para el caos cuyas ecuaciones se pueden

escribir:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha(y - x - f(x)),$$

$$\frac{dy}{dt} = x - y + z, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = -\beta y - \gamma z,$$

siendo $f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)$ que se puede expresar como:

$$f(x) = \begin{cases} bx - a + b & \text{si } x \leq -1 \\ ax & \text{si } |x| \leq 1 \\ bx + a - b & \text{si } x \geq 1. \end{cases} \quad (2)$$

⁴Una galería de atractores obtenidos con un osciloscopio puede encontrarse en [1] G. Conde Saavedra & G. M. Ramirez Avila, "Estudio de dos circuitos caóticos", *Revista Boliviana de Física*, vol. 13, pp. 58-74, 2007.

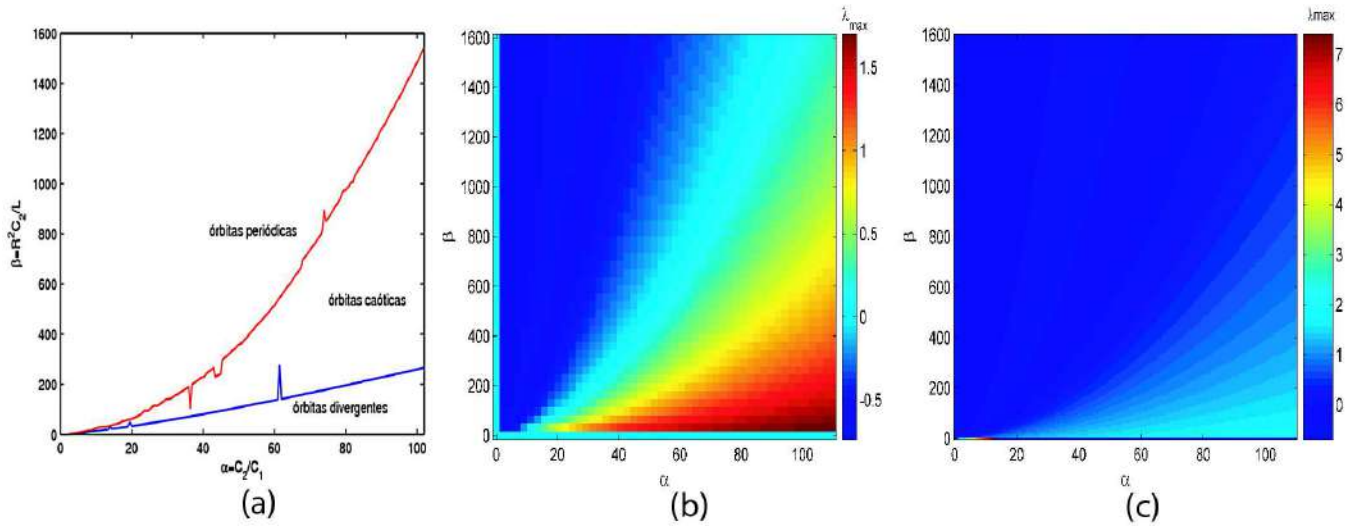


Figura 2. (Color online) Espacio de parámetros para el modelo de Chua con dos parámetros. (a) Definición gruesa de diversas regiones en base al cálculo del máximo exponente de Lyapunov [1]. Paneles representando el máximo exponente de Lyapunov, cuyo valor se da por medio del código de colores lo que permite apreciar la estructura del diagrama de fases para los parámetros α, β con una resolución de (b) 50×50 pixeles y (c) 200×200 pixeles.

Los parámetros de control α, β, γ , están relacionados con los componentes del circuito mostrado en la Figura 1(d) en la forma:

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \beta = \frac{R^2 C_2}{L}, \quad \gamma = \frac{r_0 R C_2}{L}. \quad (3)$$

En tanto que a y b representan las pendientes negativas de la curva característica de la Figura 1(c). Se debe hacer notar que en el caso en el que no se considera la resistencia r_0 , el parámetro γ es nulo y el sistema puede describirse en términos de sólo dos parámetros. Para el estudio que realizamos, se consideraron para el modelo con dos parámetros los valores $a = -0.724$ y $b = -1.22$, además de las condiciones iniciales: $x_0 = 0.10$, $y_0 = 0.15$ y $z_0 = 0.01$; mientras que para el modelo con tres parámetros se consideraron los valores $a = -8/7$, $b = -5/7$, las condiciones iniciales: $x_0 = 1.10$, $y_0 = 0.12$ y $z_0 = 0.01$ en todos los casos y $\gamma = 0.30$ (plano β vs. α), $\alpha = 17.00$ (plano γ vs. β) y $\beta = 30.00$ (plano γ vs. α).

3. ANÁLISIS DEL ESPACIO DE PARÁMETROS

El análisis detallado del espacio de parámetros de sistemas discretos se ha hecho común a partir de los trabajos realizados en el mapa de Hénon [12] y que en el último tiempo fue de interés del famoso E. N. Lorenz [13] así como en mapas cuadráticos y cúbicos [14]. Recientemente, análisis de sistemas

continuos fueron publicados encontrándose aspectos muy interesantes en la dinámica de los sistemas considerados [15-18]. Para nuestro análisis, se utilizan los valores de los parámetros mencionados en la Sección 2 y respecto a las características del método de integración, se debe señalar que se utilizó el esquema de Runge-Kutta de cuarto orden con un paso de tiempo fijado en $h = 10^{-3}$, un transiente de 7×10^4 y un tiempo total de integración de 1.4×10^6 .

3.1. Modelo de Chua con dos parámetros

Para empezar nuestro análisis, primero se incluye la figura que se mostró en [1] y que representaba un intento de definir regiones en las cuales el sistema presentaba comportamiento periódico, caótico o divergente; para ello se calculó el máximo exponente de Lyapunov haciendo variar el parámetro α desde 2.0 hasta 102.0 con un espaciado de 0.5, en tanto que β se varió tratando de determinar las fronteras que separan los regímenes periódicos de los caóticos y los divergentes y se tuvieron valores comprendidos entre 2.0 hasta 1539.9 tal como se muestra en la Figura 2(a). Integrando las ecuaciones para el valor del parámetro $\gamma = 0$ y bajo las características numéricas señaladas anteriormente, se obtienen paneles en forma de mapa de bits, en los cuales, el color proporciona el máximo exponente de Lyapunov con resoluciones de 50×50 pixeles (Figura 2(b)) y 200×200 pixeles (Figura 2(c)). Como se puede observar en la Figura 2(b), las re-

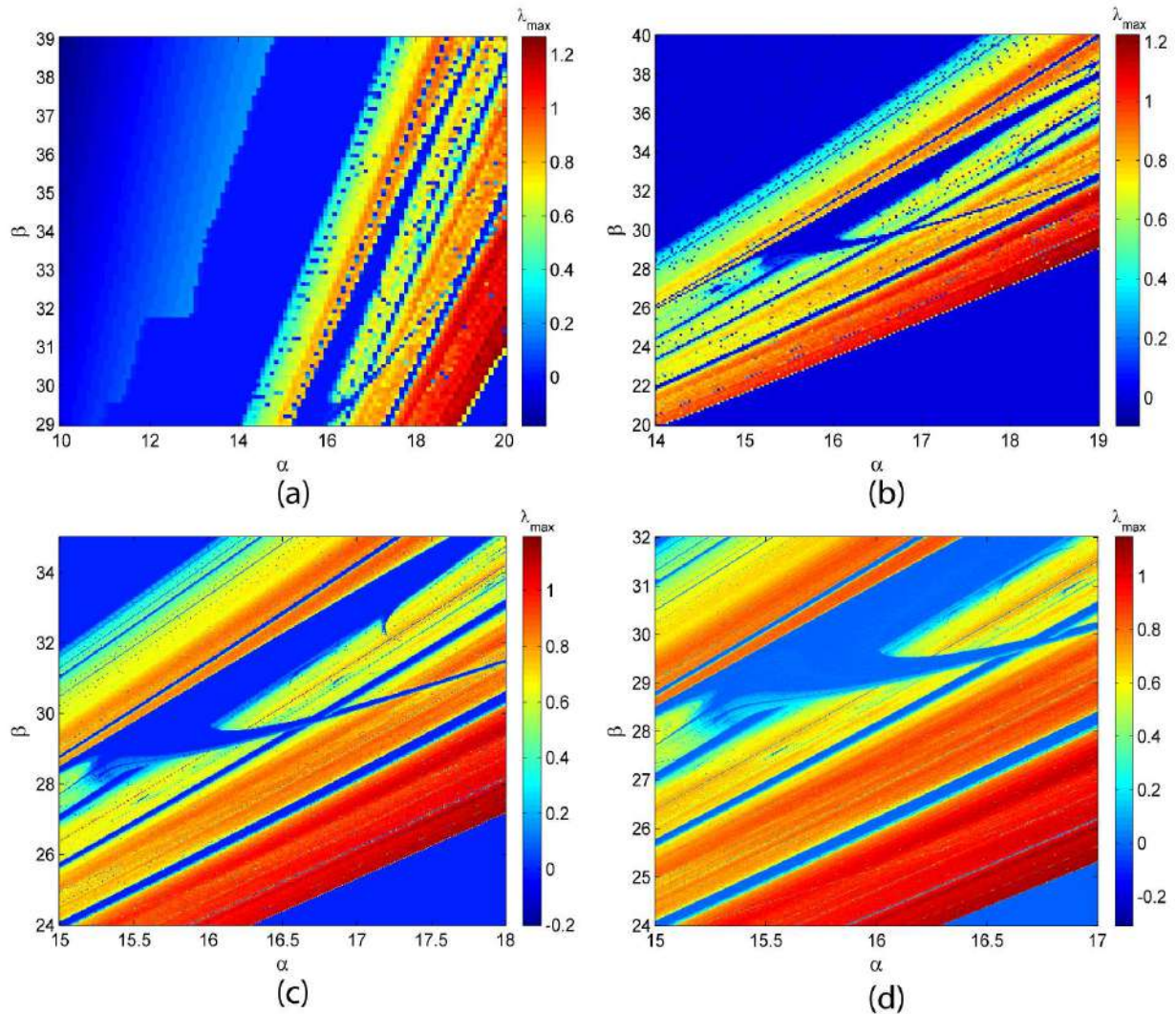


Figura 3. (Color online) Paneles representando el máximo exponente de Lyapunov con resolución creciente para regiones en las que se presentan estructuras parecidas a los “camarones” para el modelo de Chua con dos parámetros. (a) 100×100 píxeles. (b) 200×200 píxeles. (c) 400×400 píxeles y (d) 500×500 píxeles.

giones determinadas en la Figura 2(a) parecen reproducirse considerando que para valores negativos del exponente máximo de Lyapunov se tiene un comportamiento periódico para el sistema y para valores positivos se tiene comportamiento caótico y para los valores positivos mayores, se podría hablar de comportamientos divergentes; sin embargo, si se examina con un poco más de detalle este panel, podemos ver que hay una zona “patológica” tanto para valores pequeños de α como de β . Si se aumenta la resolución como se muestra en la Figura 2(c), las regiones periódicas, caóticas y divergentes siguen presentándose pero además, aparece una región para valores pequeños de β y un rango de valores de α comprendido entre 0 y 20 aproximadamente, en la cual hay una diferencia notoria respecto al entorno.

Por lo mencionado en el anterior párrafo, parece más probable encontrar comportamientos interesantes justamente en esas regiones “patológicas”, por lo que realizamos integraciones de manera de tener resoluciones crecientes en estas regiones y así poder ver si estructuras tipo “camarón” aparecen en el diagrama de fases. Los resultados, se muestran en la Figura 3, en la cual se trabajó con resoluciones crecientes. Así, en la Figura 3(a), la resolución es de 100×100 píxeles y se ve que aparece una zona periódica (exponente máximo de Lyapunov negativo) que parece tener la forma de “camarón”; en la Figura 3(b), se focaliza más a la región con el comportamiento periódico y se aumenta la resolución a 200×200 píxeles, con lo que se nota mejor la región periódica que a pesar de tener la apariencia de un “camarón”, no parece haber que

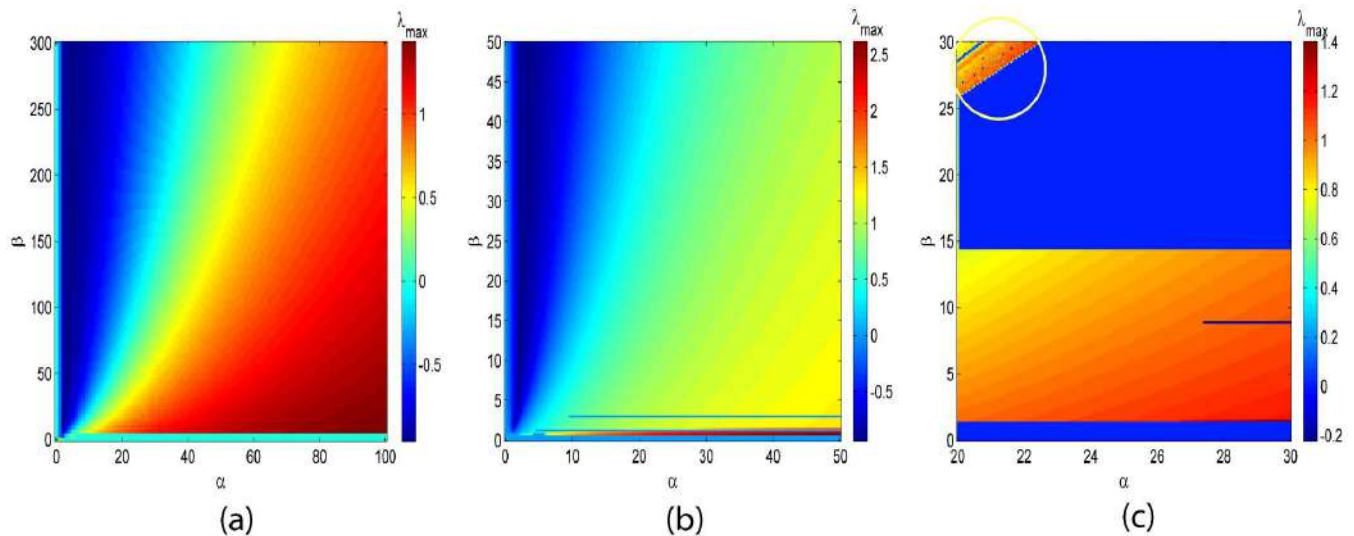


Figura 4. (Color online) Paneles mostrando mediante el código de colores, los valores de los máximos exponentes de Lyapunov para el modelo de Chua con tres parámetros con el fin de determinar zonas de interés buscando las mismas con regiones cada vez menores y resoluciones cada vez mayores. (a) 100×100 píxeles. (b) y (c) 200×200 píxeles, donde en (c), se señala con un círculo la región de interés la cual se estudia con mayor detalle en la Figura 5.

este tipo de estructuras sea densa en el espacio de parámetros, lo que se comprueba focalizando esta región periódica y aumentando la resolución a 400×400 píxeles (Figura 3(c)) y a 500×500 píxeles (Figura 3(d)). Este último aspecto, hace que estudiar este sistema no sea muy atractivo desde el punto de vista de encontrar auto-similaridades ya sean periódicas como caóticas tal como se estudia en [15-18].

3.2. Modelo de Chua con tres parámetros

Procediendo de la misma manera que en la subsección 3.1, primeramente se puede hacer un estudio grueso del espacio de parámetros para luego ir afinando la escala y aumentando la resolución en las posibles regiones de interés; es decir, en las zonas en las que aparecen las estructuras de “camarones” que denotan periodicidad. En la Figura 4(a), con una resolución de 100×100 píxeles, se puede ver de manera gruesa las regiones en las cuales se tiene comportamiento periódico y caótico, dependiendo del valor del exponente máximo de Lyapunov y se puede notar que para valores pequeños de los parámetros α y β parece presentarse un comportamiento distinto al del entorno por lo que podría ser una región de interés, situación que se confirma al aumentar la resolución a 200×200 píxeles (Figura 4(b)) y con la misma resolución pero concentrados en una región menor (Figura 4(c)), en la que la región de interés aparece claramente y está marcada con un círculo en la Figura 4(c).

Ahora, si se estudia la región de interés, se puede notar que con una resolución de 400×400 píxeles (Figura 5(a)), aparecen ya claramente tres estructuras de “camarón” que representan regiones de periodicidad del sistema con valores para el exponente máximo de Lyapunov menores o iguales a cero ($\lambda_{\text{máx}} \leq 0$) y focalizándose en los dos “camarones mayores” de la Figura 5(a) y aumentando la resolución a 500×500 píxeles (Figura 5(b)) se ve con mayor claridad los “camarones” y su entorno, lo que permitiría estudiar de manera más profunda las auto-similaridades y los aspectos que estas implican tales como diagramas de bifurcación y rutas al caos que aparecen en el modelo de Chua con tres parámetros. De la misma manera, se mejora aún más la resolución en la Figura 5(c) a 600×600 píxeles y se aprecian con mayor detalle los “camarones” y contiguos a éstos, se ven aparecer tenuemente otras estructuras que denotan periodicidad; por lo anterior, se hace un acercamiento a uno de los “camarones” con una resolución de 700×700 píxeles (Figura 5(d)), donde se observa con más claridad las estructuras de periodicidad en las proximidades (entre las antenas) del “camarón”. Las estructuras anteriores se ven con mayor detalle (resolución de 900×900 píxeles) en la Figura 6, donde en la Figura 6(a) se muestran las estructuras que denotan periodicidades y que parecen estar organizadas independientemente a cómo lo están los “camarones” de la Figura 5; este hecho es por demás interesante puesto que implicaría que las estructuras de la Fi-

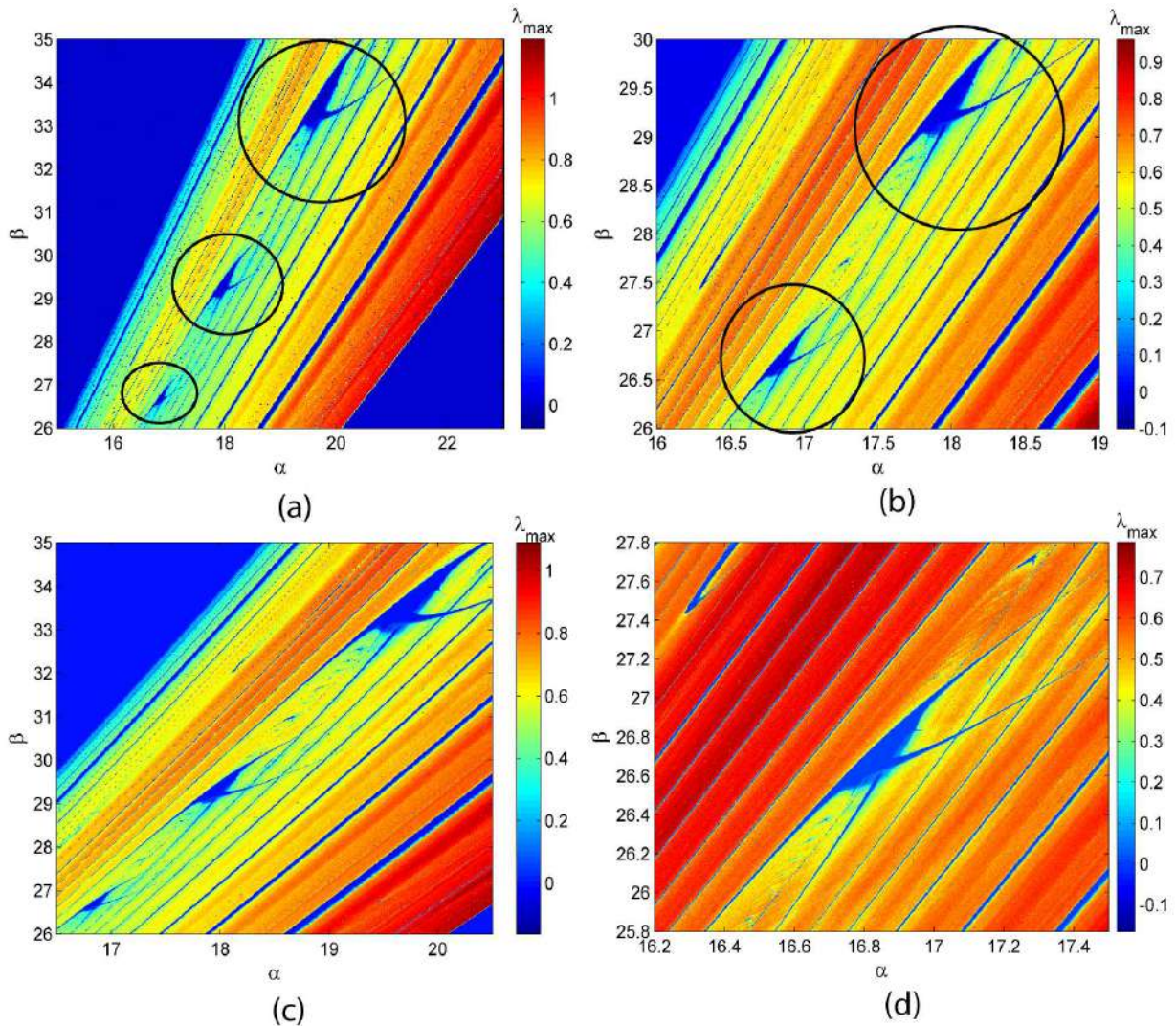


Figura 5. (Color online) Paneles de la región de interés, en los cuales se observan las estructuras de “camarón” encerradas en un círculo en los paneles superiores y que representan comportamiento de periodicidad. Resolución de (a) 400×400 , (b) 500×500 , (c) 600×600 y (d) 700×700 píxeles.

Figura 6 y las estructuras de “camarones” de la Figura 5 están superpuestas. En tanto que en la Figura 6(b) se muestra un acercamiento correspondiente al rectángulo de la Figura 6(a) y en donde las estructuras de periodicidad aparecen más claramente definidas.

Si bien hasta ahora se trabajó con el mismo espacio de parámetros que el utilizado con el modelo de dos parámetros, es posible también trabajar con el espacio de parámetros en términos de los parámetros (β, γ) y con el correspondiente (α, γ) . La construcción del espacio de parámetros en el plano (β, γ) permite apreciar ya a bajas resoluciones una gran cantidad de estructuras que denotan periodicidad (Figura 7) y que por su forma se asemejan a las mostradas en la Figura 6. En la Figura 7(a) que tiene una resolución de 300×300 píxeles,

se muestra una sucesión de estas estructuras, similar a la sucesión que se observa en la Figura 6(a), lo que sugiere la existencia de un *hub*⁵ de periodicidad tal como el que se reporta para el circuito de Nishio [18]. En la Figura 7(b) se muestra un panel con una resolución de 400×400 píxeles, donde se observa con mayor detalle la estructura individual de estas regiones en el espacio de parámetros que denotan periodicidad.

Finalmente, trabajando con el espacio de

⁵Se usa el término en inglés por comodidad y por la popularidad que adquirió por su utilización en aspectos relacionados a redes complejas (ver por ejemplo [19] A. L. Barabási, *Linked. The new science of networks*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing, 2002.) y a redes de computadoras en particular. El significado de *hub* es el de centro ya sea concentrador o distribuidor, donde convergen muchas conexiones por lo que la red depende fuertemente de este punto central.

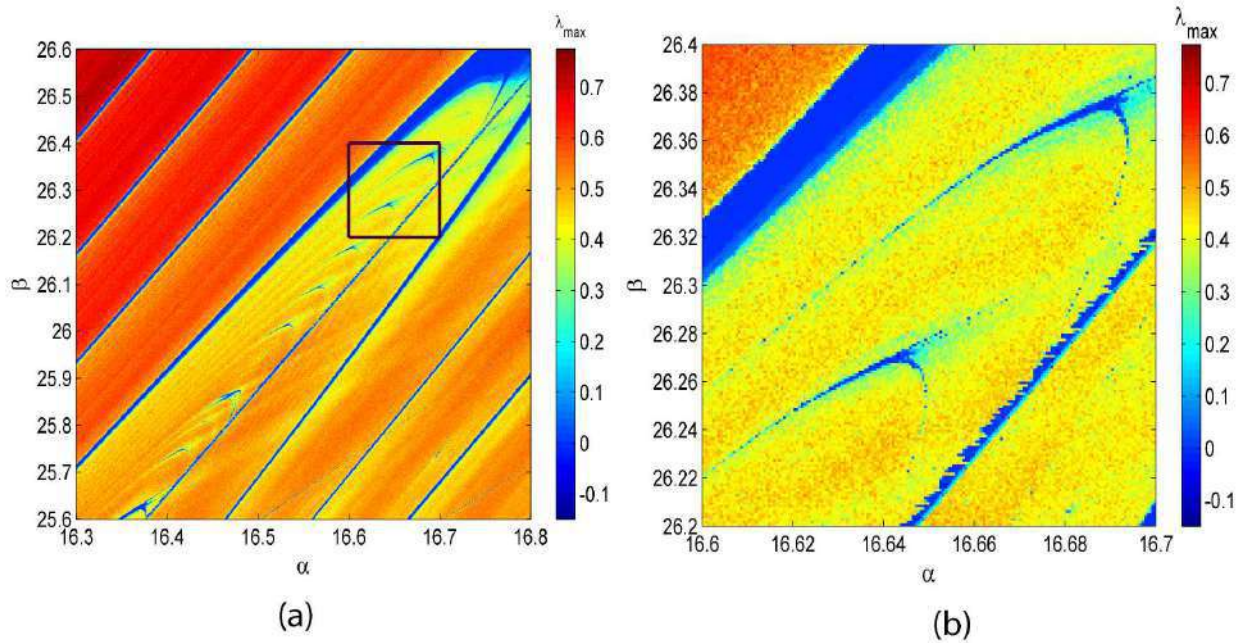


Figura 6. (Color online) (a) Estructuras de periodicidad entre las antenas de un “camarón” con una resolución de 900×900 píxeles y donde el rectángulo indica la región que se magnifica en (b) donde las estructuras que implican periodicidad aparecen definidas.

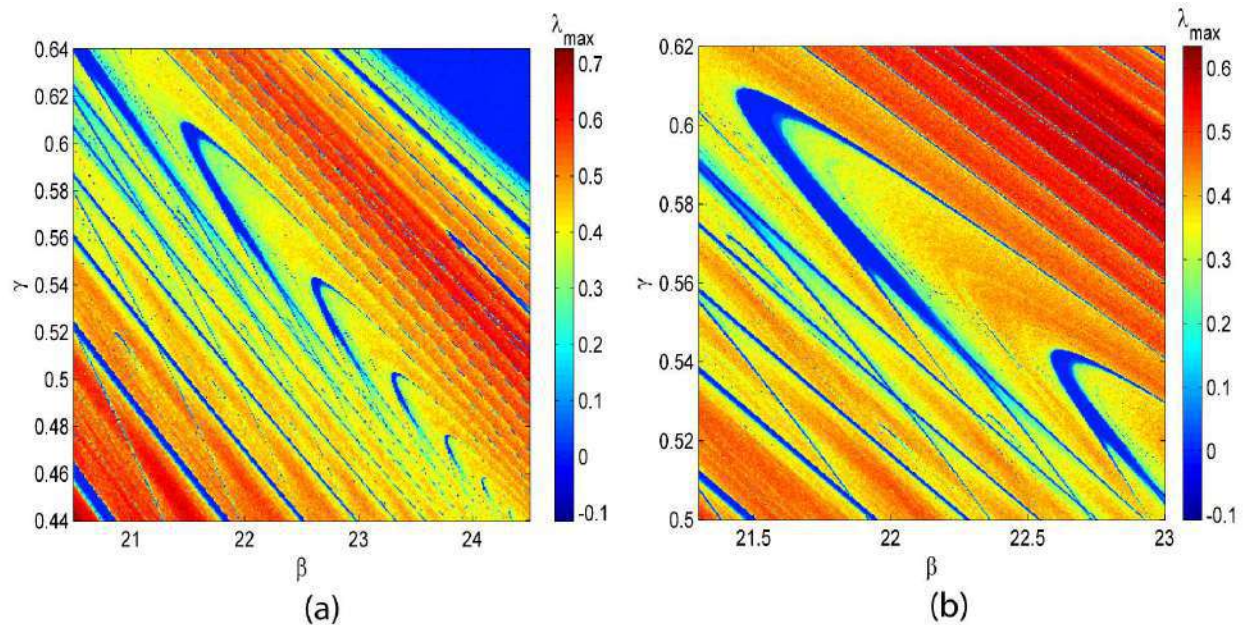


Figura 7. (Color online) Espacio de parámetros γ vs. β para el modelo de Chua con tres parámetros y con resoluciones (a) 300×300 píxeles y (b) 400×400 píxeles.

parámetros (α, γ) , se obtienen los resultados más vistosos y que muestran una sucesión nítida de “camarones” incluso para resoluciones no muy altas (400×400 píxeles), como la mostrada en la Figura 8(a), la cual sugiere la existencia de un *hub* organizador de espirales entrelazadas como en [18] y que se muestra en la Figura 8(b), la cual tiene una reso-

lución de 600×600 píxeles. Es interesante observar con mayor detalle la Figura 8(b) puesto que si bien en ella aparece el *hub* organizador, éste no presenta la simetría que se reporta en [18]; en nuestro caso, hay una asimetría en las convergencias entre la rama superior e inferior.

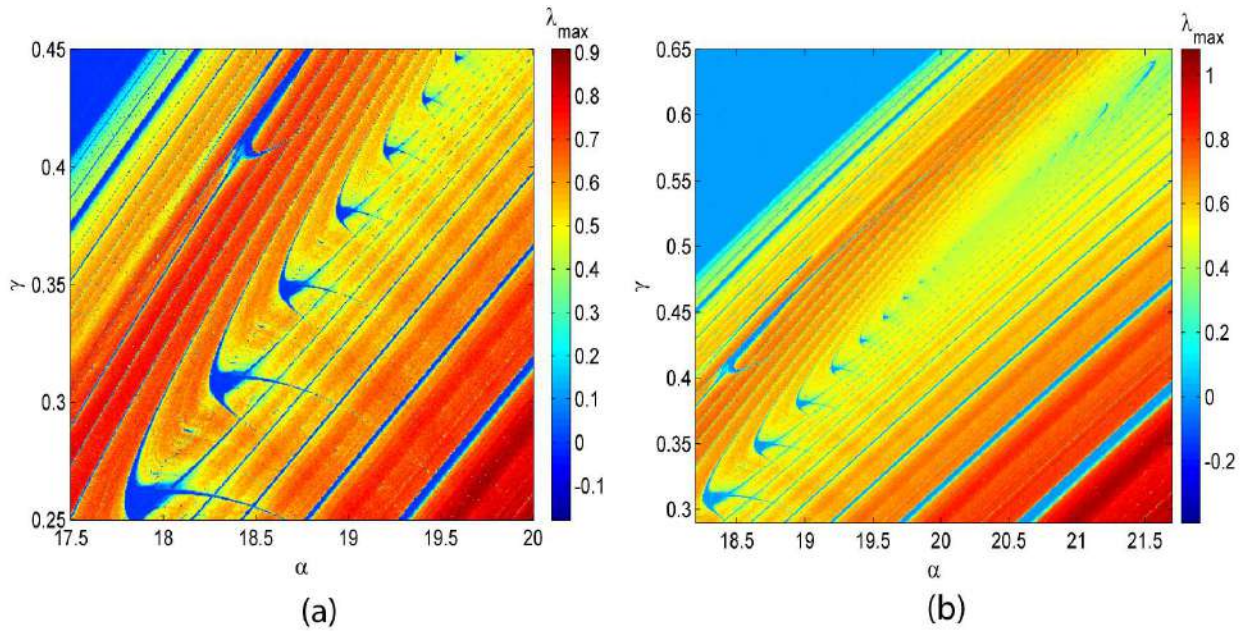


Figura 8. (Color online) (a) Sucesión de “camarones” en el espacio de parámetros (α, γ) con una resolución de 400×400 píxeles. (b) Dos ramas de sucesiones de “camarones”, con resolución de 600×600 píxeles, conectadas por un *hub* organizador y que dan lugar a una estructura de espirales entrelazadas. Nótese las asimetrías existentes en la secuencia de “camarones” en el extremo inferior izquierdo comparada con la del extremo superior derecho.

4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Como resultados más importantes del presente artículo, se puede señalar que se verificaron los resultados obtenidos en [1] en lo que se refiere a la determinación de las regiones en las cuales el comportamiento del sistema es periódico o caótico para el modelo con dos parámetros. Por otra parte, para este mismo modelo, se pudieron obtener estructuras que se asemejan a los “camarones” reportados en [12, 14-17] pero estas estructuras parecen deformadas y su densidad en el espacio de parámetros no parece ser muy alta lo que significaría que no es un modelo muy atractivo para un estudio más profundo. Para el modelo con tres parámetros, se obtienen claramente las estructuras de “camarón”, aspecto que pone en evidencia la importancia del parámetro γ en la aparición de estas estructuras, lo que hace posible que se pueda encarar un análisis más detallado de este modelo para estudiar las auto-similaridades y aspectos tales como los diagramas de bifurcación y rutas al caos; se nota también que la densidad de estas estructuras es ya considerable para emprender los estudios citados anteriormente y resultados preliminares muestran que también es posible encontrar estructuras de tipo espiral similares a las halladas en [18]. Vale la pena resaltar el hecho de que para el modelo de Chua con tres parámetros, en el espacio de fases (α, β) los “cama-

rones” aparecen claramente pero en principio, no con una densidad considerable; sin embargo, en las regiones contiguas, entre las “antenas” de los mismos, se encuentran sucesiones de estructuras que denotan periodicidad y al parecer existen dos tipos de estructuras denotando periodicidades que son independientes entre sí. En tanto, en el espacio (β, γ) , aparecen sucesiones de estructuras de periodicidad similares a las encontradas en las regiones aledañas a los “camarones” del espacio (α, β) , lo que sugiere que puede existir un *hub* organizador de las mismas y también espirales entrelazadas. Por otra parte, en el espacio (α, γ) , se encontraron sucesiones de estructuras de periodicidad y también se observó el *hub* organizador similar al encontrado en [18] cuando se trata el circuito de Nishio [20]; sin embargo, en nuestro caso, las convergencias de las estructuras que denotan periodicidad son asimétricas, aspecto interesante que todavía no lo entendemos a cabalidad. Este último aspecto debe ser estudiado con mayor detalle, ajustando los valores de los parámetros de manera de tener una espiral completa en un solo plano. La comparación de las características físicas del modelo de Chua con el modelo de Nishio muestran que en el primero las ecuaciones conllevan una mayor complejidad por lo que se espera que la riqueza en cuanto a la presencia de “camarones”, *hubs* y espirales sea también mayor,

lo que constituye un desafío para futuras investigaciones. Otras versiones del circuito de Chua, como las estudiadas en [21, 22], donde la no linealidad es cúbica puede ser tratada de la forma en la que se hizo en este trabajo. El conocimiento en profundidad de sistemas tan conocidos y populares como el circuito de Chua, alienta el potencial trabajo que puede realizarse al respecto para la verificación experimental de la existencia de estas estructuras, cuyo tratamiento teórico es también importante para la comprensión de la génesis de los *hubs* y espirales en los diagramas de fase [23].

5. AGRADECIMIENTOS

GMRA agradece a la Third World Academy of Sciences (TWAS) y a la Academia Nacional de Ciencias de Bolivia (ANCB) por el premio otorgado. JACG agradece al Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por el financiamiento para la investigación y también agradece a la Air Force Office of Scientific Research (AFOSR) por el apoyo bajo contrato FA9550-07-1-0102.

REFERENCIAS

- [1] G. Conde Saavedra & G. M. Ramirez Avila, “Estudio de dos circuitos caóticos”, *Revista Boliviana de Física*, vol. 13, pp. 58-74, 2007.
- [2] D. Aubin & A. Dahan Dalmedico, “Writing the history of dynamical systems and chaos: longue durée and revolution, disciplines and cultures”, *Historia Mathematica*, vol. 29, pp. 273–339, 2002.
- [3] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, pp. 130–141, 1963.
- [4] E. Rietman, *Creating artificial life: self-organization*. New York: Windcrest/McGraw-Hill, 1993.
- [5] T. Tel & M. Gruiz, *Chaotic Dynamics. An Introduction Based on Classical Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- [6] J. C. Sprott, *Chaos and time-series analysis*: Oxford University Press, 2003.
- [7] J. Testa, J. Pérez, & C. Jeffries, “Evidence for Universal Chaotic Behavior of a driven Nonlinear Oscillator”, *Physical Review Letters*, vol. 48, pp. 714–717, 1982.
- [8] J. C. Sprott, “A new class of chaotic circuit”, *Physics Letters A*, vol. 266, pp. 19-23, 2000.
- [9] T. Matsumoto, S. Tanaka, & L. O. Chua, “Simplest chaotic nonautonomous circuit”, *Physical Review A*, vol. 30, pp. 1155–1157, 1984.
- [10] L. O. Chua, Y. Yao, & Q. Yang, “Devil’s staircase route to chaos in a nonlinear circuit”, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 14, pp. 315–329, 1986.
- [11] T. Matsumoto, L. O. Chua, & R. Tokunaga, “Chaos via torus breakdown (nonlinear circuit)”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, pp. 240–253, 1987.
- [12] J. A. C. Gallas, “Structure of the parameter space of the Hénon map”, *Physical Review Letters*, vol. 70, pp. 2714, 1993.
- [13] E. N. Lorenz, “Compound windows of the Hénon-map”, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 237, pp. 1689-1704, 2008.
- [14] J. A. C. Gallas, “Dissecting shrimps: results for some one-dimensional physical models”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 202, pp. 196-223, 1994.
- [15] C. Bonatto, J. C. Garreau, & J. A. C. Gallas, “Self-similarities in the frequency-amplitude space of a loss-modulated CO2 laser”, *Physical Review Letters*, vol. 95, pp. 143905, 2005.
- [16] C. Bonatto & J. A. C. Gallas, “Accumulation horizons and period adding in optically injected semiconductor lasers”, *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 75, pp. 055204-4, 2007.
- [17] C. Bonatto, J. A. C. Gallas, & Y. Ueda, “Chaotic phase similarities and recurrences in a damped-driven Duffing oscillator”, *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 77, pp. 026217-5, 2008.
- [18] C. Bonatto & J. A. C. Gallas, “Periodicity Hub and Nested Spirals in the Phase Diagram of a Simple Resistive Circuit”, *Physical Review Letters*, vol. 101, pp. 054101-4, 2008.
- [19] A. L. Barabási, *Linked. The new science of networks*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing, 2002.
- [20] Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori, & T. Saito, “Rigorous analyses of windows in a symmetric circuit”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37, pp. 473-487, 1990.
- [21] G.-Q. Zhong, “Implementation of Chua’s circuit with a cubic nonlinearity”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 41, pp. 934-941, 1994.
- [22] A. Tsuneda, “A gallery of attractors from smooth Chua’s equation”, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 15, pp. 1-49, 2005.
- [23] J. A. C. Gallas, “Phase diagrams for a system studied by Glendinning”, Instituto de Física Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008, pp. 1-4.(no publicado).

NEBULOSAS GASEOSAS DE HIDRÓGENO Y OXÍGENO CON MÁS DE UNA ESTRELLA EXCITATRÍZ

Urzagasti D.

*Instituto de Investigaciones Físicas
Universidad Mayor de San Andrés
La Paz–Bolivia*

RESUMEN

Se presenta un modelo semi-analítico para regiones HII con más de una estrella excitatriz asociada. Se adoptan nebulosas con densidad uniforme compuestas sólo de H y O (se plantea una aproximación de dos niveles para los átomos e iones del oxígeno). Los espectros emergentes de las estrellas asociadas son considerados como de cuerpos negros y el campo difuso originado en la nebulosa es omitido al considerar los casos A y B. Las ecuaciones del equilibrio de ionización, del balance energético y del transporte radiativo son resueltas en un arreglo cartesiano de celdas mediante el cálculo iterativo de las magnitudes físicas involucradas. De este modo se hallan las estructuras de ionización y de temperatura electrónica para el caso unidimensional de nebulosas con una sola estrella excitatriz y para los casos en dos y tres dimensiones de nebulosas con dos y tres estrellas excitatrices, respectivamente.

Descriptor: astrofísica — regiones HII — nebulosas gaseosas

ABSTRACT

A semi-analytical model is presented for HII regions with more than one associate exciting star. Nebulae are selected with uniform density composed only of H and O (an approach of two levels appears for the atoms and ions of the oxygen). Associate stars are assumed to radiate as blackbodies and the diffuse field caused in the nebula is omitted having considered the cases A and B. The equations of ionization balance, of the energy balance and of the radiative transfer are solved in a Cartesian cells' arrangement by means of the iterative calculation of the involved physical magnitudes. In this way, the structures of ionization and of electronic temperature for the unidimensional case of nebulae with only one exciting star and for the two and three dimensional cases of nebulae with two and three exciting stars, respectively, are obtained.

Key words: astrophysics — HII regions — gaseous nebulae

1. INTRODUCCIÓN

Las nebulosas gaseosas, son nubes de gas y polvo del medio interestelar distribuidas principalmente en los discos de galaxias espirales e irregulares. Están asociadas a estrellas con temperaturas superficiales elevadas, llamadas estrellas excitatrices debido a que la radiación ultravioleta que emiten en gran proporción ioniza el gas nebuloso originando

las conocidas regiones de ionización. Existen dos tipos principales de estas nubes: Las nebulosas brillantes o regiones HII, de formas irregulares y con extensiones de hasta cientos de parsecs, están asociadas en general a más de una estrella excitatriz; es más, en general las estrellas asociadas, estrellas jóvenes, se han formado con parte del gas original de la nebulosa y tienen temperaturas superficiales que van desde los $25 \times 10^3 K$ hasta los $50 \times 10^3 K$,

aproximadamente, es decir, se trata de estrellas de tipo O y B. El otro grupo importante lo conforman las nebulosas planetarias, las cuales están asociadas a una sola estrella excitatriz en su interior y fueron originadas por la expulsión de gas de las estrellas interiores cuando se alejaron de la secuencia principal en su proceso evolutivo. Tienen formas más o menos regulares (esféricas principalmente) y sus extensiones son del orden de los parsecs. Las estrellas asociadas a estos objetos tienen temperaturas superficiales en el rango de $30 \times 10^3 K$ a $100 \times 10^3 K$, aproximadamente (correspondientes a las de los tipos O y WR), y se encuentran en un proceso de rápida evolución al estado de enana blanca. Las densidades en las nebulosas gaseosas son muy bajas, de uno a mil átomos por centímetro cúbico, y sus temperaturas típicas son del orden de los $5 \times 10^3 K$. Se las puede considerar en estado estacionario en las escalas de tiempo de observación y bajo las condiciones tan enrarecidas en las que se encuentran, los procesos elementales de interacción entre materia y radiación no están gobernados por condiciones de equilibrio termodinámico (ni siquiera a un nivel local) en el sentido de que los distintos procesos están desconectados uno de otro y así el número de parámetros para describir a un elemento del sistema es muy grande, a diferencia de lo que ocurre en los procesos termodinámicos usuales, donde, por ejemplo, los sistemas están caracterizados por una única temperatura, mientras que en las nebulosas, siguiendo con el mismo ejemplo, existe una temperatura para ciertos procesos de absorción, otra para ciertos procesos de emisión, una otra para procesos colisionales, etc. No está demás agregar que entonces no se cumple el principio de microreversibilidad de los procesos a nivel elemental sino más bien que están establecidas condiciones de equilibrio estadístico, en el otro extremo del balance detallado. La radiación que ioniza el gas nebuloso cuando es absorbida en la nube sufre atenuación; la radiación emitida es vista en el visible con un espectro continuo sobre el cual están superpuestas líneas de emisión. El polvo, con sólo un 1% de la masa total, tiene el efecto de enrojecer la radiación hacia el IR, pero su presencia no afecta notablemente la estructura de ionización no sólo del H , sino tampoco la de otros elementos menos abundantes. Aparte de la atenuación, la radiación también es diluida por el efecto geométrico de la disminución de la densidad de fotones a medida que se propagan a distancias cada vez mayores de las estrellas excitatrices. Ambos efectos, atenuación y dilución, originan el

agotamiento de los fotones capaces de producir ionizaciones; mientras su número sea apreciable, la ionización del H es alta hasta que, a una cierta distancia de las estrellas asociadas, decae abruptamente debido a un brusco aumento de la tasa de crecimiento del espesor óptico con la distancia; entonces se tiene una región interior de hidrógeno ionizado bien definida, es decir, con una región de transición a la zona de hidrógeno neutro de un espesor muy delgado frente a las dimensiones de la región interior. Estas regiones son las llamadas regiones HII. Pese a la baja abundancia de elementos más pesados que el H y el He , estos elementos son dominantes en el enfriamiento vía las colisiones con electrones libres. Cuando los electrones son liberados en las fotoionizaciones, inicialmente poseen una alta energía cinética, pero después, debido a las colisiones con los átomos e iones de elementos pesados, disminuyen su energía cinética promedio y por lo tanto su temperatura. Esta última es la temperatura nebulosa (o temperatura cinética de las nebulosas).

Este trabajo se inclina al estudio de regiones HII con más de una estrella excitatriz (aunque también puede ser aplicado al caso de una sola estrella asociada), tratando de evitar el problema de una resolución numérica complicada para este caso donde ya no se tiene una simetría esférica. Como un primer paso, considera al oxígeno como único agente de enfriamiento, ya que se ha comprobado por otros trabajos [12,8] que este elemento es uno de los más importantes enfriadores en las nebulosas gaseosas. También, se considera sólo al hidrógeno como agente de atenuación. El efecto del helio es también importante debido a su alta abundancia, pero no se lo considera como una primera simplificación en el estudio. El aspecto más delicado es el de la resolución del problema del transporte radiativo que gobierna la atenuación; para abordarlo de la forma más sencilla posible, se ve necesario dividir el estudio en los casos extremos A y B planeados para los espectros de nebulosas gaseosas.

2. CONDICIONES FÍSICAS EN NEBULOSAS GASEOSAS

En las nebulosas gaseosas las densidades típicas del gas son del orden de $(10 - 10^4)$ átomos por cm^3 , con una abundancia del 70% de H , 27% de He y el restante 3% conformado por elementos más pesados, tales como O , N , C , Ne , Si y otros. Dadas las altas temperaturas de las estrellas excitatrices asociadas, el gas posee un alto grado de ionización,

de tal forma que la densidad en número de electrones libres es aproximadamente igual a la densidad en número del gas. La temperatura típica del gas, que es la temperatura cinética de los electrones libres (temperatura electrónica), es del orden de $(10^3 - 10^4)K$. En lo que se refiere a los procesos elementales, no se establece la microreversibilidad de los mismos: el intervalo de tiempo característico para los procesos de emisión espontánea es $t_{esp} \approx (10^{-8} - 10^{-4})s$ (excepto para el caso de los niveles metaestables, donde la emisión espontánea compite con los procesos colisionales); el de los procesos colisionales es $t_{col} \approx (s - horas)$; el de las fotoionizaciones es $t_{fot} \approx años$; el de los procesos de absorción discreta es $t_{abs} \propto t_{esp}/\mu_\nu$ (donde μ_ν es la densidad de energía radiante y por lo tanto $t_{abs} \gg t_{esp}$); el de las recombinaciones (radiativas) es $t_{rec} \approx (10^5/N_e) años/cm^3$ (donde N_e es la densidad en número de electrones libres); y el de la recombinación triple —también llamada recombinación colisional— es $t_{tri} \approx (10^{15}t_{rec}/N_e)/cm^3$. De esta manera, los procesos *ligado-libre* están gobernados por los procesos de fotoionización y recombinación radiativa; mientras que los procesos *ligado-ligado* están gobernados por los procesos de emisión espontánea y colisionales. [1,2]

Bajo estas condiciones tan enrarecidas, el gas está muy alejado de las condiciones de equilibrio termodinámico, estando más bien establecidas las condiciones del equilibrio estadístico, donde el número de procesos por unidad de volumen y de tiempo que arrancan electrones de un dado estado es igual al número de procesos por unidad de volumen y de tiempo que dejan electrones en el mismo estado. Por otro lado, dado que dominan los procesos de emisión espontánea (excepto en el caso de los niveles metaestables), los átomos del gas están casi todo el tiempo en el estado fundamental [1,2,3].

El transporte radiativo de la energía radiante generada por las estrellas excitatrices obedece, entonces, los siguientes esquemas: Para el caso del continuo, dada una fotoionización, ésta es seguida de una recombinación radiativa, luego de la cual, el electrón decae al nivel fundamental ya sea directamente o en cascada. Para el caso del espectro discreto, dada una absorción discreta, el electrón excitado puede o bien decaer directamente al nivel fundamental (dispersión), o bien decaer al mismo en cascada con la emisión de dos o más fotones (degradación de fotones).

3. EQUILIBRIO DE IONIZACIÓN

3.1. Equilibrio de ionización del hidrógeno

El balance entre las fotoionizaciones y las recombinaciones radiativas —a las que llamaremos de ahora en adelante sólo recombinaciones— por unidad de volumen y de tiempo que involucran al hidrógeno en una dada posición del sistema nebuloso, se expresa con la siguiente igualdad (ecuación del equilibrio de ionización [1,2,11,12]):

$$N(H^0) \int_{\nu_1}^{\infty} 4\pi\alpha_\nu J_\nu \frac{d\nu}{h\nu} = N(H^+)N_e a(H^0, T_c), \quad (1)$$

donde $N(H^0)$, $N(H^+)$, y N_e son las densidades en número (que llamaremos sólo densidades de ahora en más) de H^0 , H^+ y de electrones libres (densidad electrónica), respectivamente; J_ν es la intensidad media de la radiación, α_ν es la sección eficaz de fotoionización del H desde el nivel fundamental —funciones éstas de la frecuencia ν —; ν_1 es la frecuencia umbral de fotoionización del H y $a(H^0, T_c)$ es el coeficiente de recombinación de este elemento, función de la temperatura cinética T_c .

El campo de radiación es la suma de dos campos

$$J_\nu = J_\nu^* + J_\nu^d. \quad (2)$$

El primero, J_ν^* , es el campo estelar, es decir, aquél cuyos fotones son todos originados en las estrellas asociadas. El segundo, J_ν^d , es el llamado campo difuso, cuyos fotones son todos originados en la nebulosa. Dadas las relativamente bajas energías de los electrones libres a las temperaturas nebulares típicas, los únicos procesos (en promedio) capaces de producir fotones que puedan ionizar al H son las recombinaciones al nivel fundamental, y puesto que el coeficiente de recombinación al nivel fundamental, a_{base} , es menor que la mitad del coeficiente de recombinación (total), a [1], se tiene que

$$N(H^0) \int_{\nu_1}^{\infty} 4\pi\alpha_\nu (J_\nu^* - J_\nu^d) \frac{d\nu}{h\nu} =$$

$$N(H^+)N_e [a(H^0, T_c) - 2a_{base}(H^0, T_c)] > 0, \quad (3)$$

es decir, la contribución a las fotoionizaciones es mayor para el campo estelar que para el difuso. Pero pueden ser estudiados los casos extremos de la ionización [1]:

CASO A. Nebulosa con espesor óptico despreciable en todas las líneas Lyman del HI . En este caso todos los fotones de línea de la serie de Lyman emitidos en la nebulosa escapan de la misma sin

sufrir absorción. Ésta es una buena aproximación para nebulosas con relativamente pequeñas cantidades de gas y por lo tanto, en éstas, una primera buena aproximación es considerar que el campo difuso es despreciable frente al estelar, y se puede tomar $J_\nu^d = 0$.

CASO B. Nebulosa con grandes profundidades ópticas en todas las líneas Lyman del $H I$. En este caso, todos los fotones de línea de la serie de Lyman emitidos en la nebulosa son absorbidos en la misma. Como ésta es una buena aproximación para nebulosas con relativamente grandes cantidades de gas, una primera buena aproximación para ellas es suponer que ningún fotón capaz de ionizar al H puede escapar de las mismas. Cuando el espesor óptico es mucho mayor que la unidad ($\tau_\nu \gg 1$), casi todos los fotones capaces de ionizar al H son absorbidos en la nebulosa. Entonces, dado que T_c es relativamente baja, $\alpha_\nu \approx \alpha_{\nu_1}$ (valor máximo de la sección de fotoionización del H), y por lo tanto, el camino libre medio de un fotón capaz de ionizar al H es $\ell_\nu = 1/N(H^0)\alpha_\nu \approx 1/N(H^0)\alpha_{\nu_1}$, y como para un espesor óptico grande se tiene un valor alto de la densidad de H^0 respecto de otros casos, este fotón será absorbido en las inmediaciones del lugar de su emisión; entonces el campo difuso puede ser aproximado por la función fuente:

$$J_\nu^d \approx S_\nu = \frac{j_\nu}{N(H^0)\alpha_\nu}, \quad (4)$$

donde j_ν es el coeficiente de emisión. Ésta es la aproximación llamada *on the spot* (OTS)¹ y con la misma se tiene:

$$N(H^0) \int_{\nu_1}^{\infty} 4\pi\alpha_\nu J_\nu^* \frac{d\nu}{h\nu} = N(H^+) N_e b(H^0, T_c),$$

$$b(H^0, T_c) = a(H^0, T_c) - a_{base}(H^0, T_c), \quad (5)$$

donde $b(H^0, T_c)$ es el coeficiente de recombinación del caso B.

Tanto en el caso A como en el caso B no aparece el campo difuso. A menos que se diga lo contrario, de ahora en adelante se trabajará con el caso A; para el caso B sólo habrá que hacer el cambio $a \rightarrow b$.

3.2. Equilibrio de ionización de otros elementos

Para el caso de otros elementos, la ecuación del equilibrio de ionización tiene la misma forma de

¹Tal vez una traducción apropiada de esta denominación sería "en el mismo lugar".

TABLA 1

Número total de fotones capaces de ionizar H emitidos por segundo por estrellas de tipo espectral TE y temperatura superficial T^* .

TE	$T^* (10^4 K)$	$\log Q^* (fot/s)$
$O5$	4,8	49,67
$O6$	4,0	49,23
$O7$	3,5	48,84
$O9$	3,2	48,24
$B0$	3,0	47,67

(1), a saber:

$$N(X^k) \int_{\nu_1(X^k)}^{\infty} 4\pi\alpha_\nu(X^k) J_\nu \frac{d\nu}{h\nu} = N(X^{k+1}) N_e a(X^k, T_c), \quad (6)$$

donde $N(X^k)$ y $N(X^{k+1})$ son las densidades del elemento X en los estados de ionización k y $k+1$, respectivamente, $\alpha_\nu(X^k)$ es la sección de fotoionización del nivel fundamental de X^k , $\nu_1(X^k)$ es la frecuencia umbral de fotoionización correspondiente y $a(X^k, T_c)$ es el coeficiente de recombinación del ión X^{k+1} .

3.3. Modelo para el equilibrio de ionización

Se considera una nebulosa estacionaria, eléctricamente neutra y no limitada por densidad sino por ionización, es decir, la región HII es completamente interior a la nebulosa. Se toma una densidad uniforme para todos los elementos que constituyen el gas. Así, para el H y en la posición \vec{r} :

$$N(H) = N(H^0, \vec{r}) + N(H^+, \vec{r}), \quad (7)$$

y para otro elemento X cualquiera:

$$N(X) = N(X^0, \vec{r}) + N(X^+, \vec{r}) + N(X^{+2}, \vec{r}) + \dots \quad (8)$$

Inmerso en la nebulosa se encuentra un grupo de estrellas excitatrices de número arbitrario, n , las cuales están dispuestas espacialmente también de forma arbitraria. Para la i -ésima estrella, se puede definir un radio unidad ficticio, R_i , igualando el número de fotones estelares capaces de ionizar H por unidad de tiempo, Q^* , con el número total de recombinaciones del H producidas por unidad de tiempo dentro de la esfera de radio R_i :

$$\frac{4}{3}\pi R_i^3 N(H)^2 a_0 = 4\pi^2 R_i^{*2} \int_{\nu_1}^{\infty} J_{\nu_i}^*(R_i^*) \frac{d\nu}{h\nu} = Q^*, \quad (9)$$

donde R_i^* es el radio de la estrella i , $J_{\nu_i}^*(R_i^*)$ es el campo estelar en su superficie,

$$a_0 = a(H^0, T_0), \quad (10)$$

siendo T_0 un valor típico de la temperatura cinética. También, y sólo a los efectos de esta definición, se ha supuesto que todo el H está en estado ionizado ($N(H^+) = N(H)$) y que $N_e = N(H^+)$. Entonces el radio obtenido es

$$R_i = \left(\frac{Q^*}{4N(H)^2 a_0} \right)^{1/3} \quad (11)$$

(donde se ha usado la aproximación $(3/\pi)^{1/3} \approx 1$) el cual es el radio de la esfera de hidrógeno ionizado, llamada esfera de Strömgren. Valores típicos de Q^* se listan en la tabla 1 [1]. Para el sistema conjunto se define un radio de Strömgren equivalente de la siguiente manera:

$$R = \left(\sum_{i=1}^n R_i^3 \right)^{1/3}, \quad (12)$$

el cual será usado como la escala de longitud.

El campo estelar de la estrella i tiene la siguiente expresión

$$J_{\nu_i}^*(\vec{r}) = \left(\frac{R_i^*}{2|\vec{r} - \vec{r}_i|} \right)^2 J_{\nu_i}^*(R_i^*) e^{-\tau_{\nu_i}(\vec{r})}, \quad (13)$$

donde \vec{r}_i es la posición de la estrella (considerada como un objeto puntual). El factor cuadrático es el factor de dilución geométrica de la radiación estelar y el factor exponencial da cuenta de la atenuación de la radiación estelar a causa de la absorción de la misma en la nebulosa.

En este modelo se realiza una simplificación en el problema del transporte radiativo al considerar que las absorciones se dan —dada su mayor abundancia— sólo por el H . Entonces, el espesor óptico a la frecuencia ν se escribe:

$$\tau_{\nu_i}(\vec{r}) = \alpha_{\nu}(H^0) \int_0^{|\vec{r} - \vec{r}_i|} N(H^0, \vec{r}') dr', \quad (14)$$

donde la integral es realizada a lo largo de la línea recta que parte de la estrella y termina en el punto de posición \vec{r} . De igual manera se plantea, como

TABLA 2

Parámetros de las secciones de fotoionización de H y O .

X^k	$a_1(10^{-18} \text{cm}^2)$	β_1	s	$\nu_1(H)/\nu_1(X^k)$
H	6,30	1,34	2,99	1,00
$OI(^4S)$	2,94	2,66	1,00	1,00
$OI(^2D)$	3,85	4,38	1,50	0,80
$OI(^2P)$	2,26	4,31	1,50	0,73
OII	7,32	3,84	2,50	0,39
$OIII$	3,65	2,01	3,00	0,25

una buena aproximación, que la densidad electrónica es igual a la densidad de hidrógeno ionizado:

$$N_e(\vec{r}) = N(H^+, \vec{r}). \quad (15)$$

Se normalizan las magnitudes del problema usando valores característicos de las mismas. Las posiciones normalizadas son dadas por las expresiones:

$$\vec{x} = \frac{\vec{r}}{R}, \quad v_i = |\vec{x} - \vec{x}_i|. \quad (16)$$

Las fracciones de H^0 y de otros elementos en distintos estados de ionización están dadas por:

$$\eta = \frac{N(H^0)}{N(H)},$$

$$\eta[X^k] = \frac{N(X^k)}{N(X^k) + N(X^{k+1})},$$

$$F[X^k] = \frac{N(X^{k+1})}{N(X^k)} = \frac{1 - \eta[X^k]}{\eta[X^k]}. \quad (17)$$

El espesor óptico característico del sistema puede definirse como

$$\tau_R = R N(H) \alpha_{\nu_1}(H^0), \quad (18)$$

Las secciones de fotoionización tienen una buena representación con la forma interpolante (Seaton, 1958; Burgess, 1960):

$$\alpha_{\nu} = a_1 \left(\frac{\nu}{\nu_1} \right)^{-s} \left[\beta_1 + (1 - \beta_1) \left(\frac{\nu}{\nu_1} \right)^{-1} \right], \quad \nu \geq \nu_1, \quad (19)$$

donde a_1 , β_1 y s son parámetros para cada especie considerada. En la tabla 2 se dan sus valores para el H y el O hasta el grado de ionización considerado en este trabajo. En la misma se dan los valores para

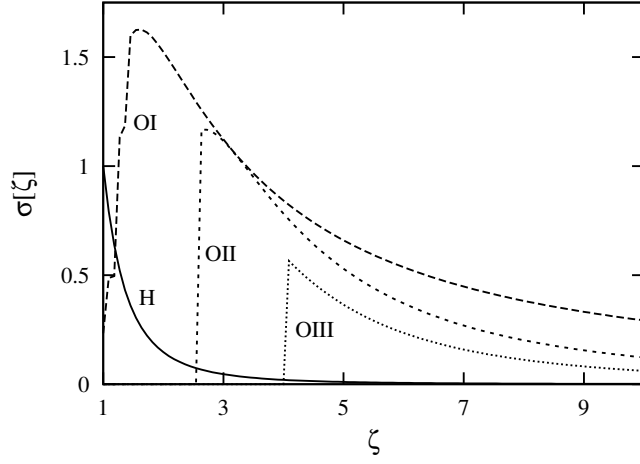
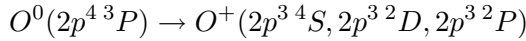


Figura 1. Secciones de fotoionización normalizadas del H y del O en sus distintos estados de ionización considerados.

tres casos de la ionización de OI correspondientes a los tres más importantes procesos para la radiación aprovechable; éstos son:



Tanto la frecuencia como las secciones de fotoionización son normalizadas a los valores de las mismas para el umbral de ionización del H :

$$\zeta = \frac{\nu}{\nu_1(H)}, \quad \zeta_1(X^k) = \frac{\nu_1(X^k)}{\nu_1(H)},$$

$$\sigma[H^0, \zeta] = \frac{\alpha_\nu(H^0)}{\alpha_{\nu_1}(H^0)}, \quad \sigma[X^k, \zeta] = \frac{\alpha_\nu(X^k)}{\alpha_{\nu_1}(H^0)}. \quad (20)$$

En la fig 1 se muestran estas secciones eficaces para el H y el O .

Con las definiciones dadas en las ecuaciones (17), (18) y (20), el espesor óptico correspondiente a la estrella i (ec. 14) toma la forma:

$$\tau_{\zeta i}(\vec{x}) = \tau_R \sigma[H^0, \zeta] \psi_i(\vec{x}), \quad \psi_i(\vec{r}) = \int_0^{v_i} \eta(\mu) d\mu. \quad (21)$$

El coeficiente de recombinación del H (Seaton, 1959) tiene la expresión

$$a(H^0, T_c) = 5,197 \times 10^{-14} \lambda_a^{1/2} \gamma_a \text{ cm}^3/\text{s},$$

$$\gamma_a = 0,4288 + \ln \lambda_a^{1/2} + \frac{0,469}{\lambda_a^{1/3}}, \quad \lambda_a = \frac{157890K}{T_c}; \quad (22)$$

y para el caso B, su expresión es (Hummer & Seaton, 1963):

$$b(H^0, T_c) = 1,627 \times 10^{-13} \lambda_b^{1/2} \gamma_b \text{ cm}^3/\text{s},$$

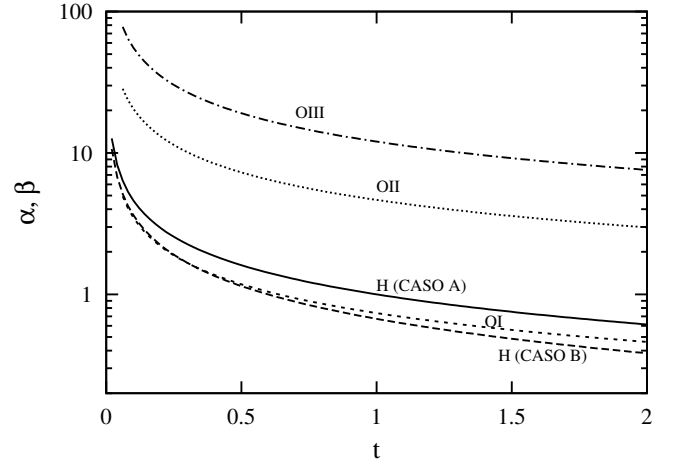


Figura 2. Coeficientes de recombinación normalizados del H y del O en sus distintos estados de ionización considerados y para una temperatura característica $T_0 = 5 \times 10^3 K$.

$$\gamma_b = 1 + 1,657 \log \lambda_b + \frac{0,584}{\lambda_b^{1/3}}, \quad \lambda_b = \frac{10^4 K}{T_c}. \quad (23)$$

La temperatura cinética se normaliza según

$$t = \frac{T_c}{T_0}, \quad (24)$$

y, entonces, los coeficientes de recombinación del H en los casos A y B son normalizados a sus valores en T_0 , $a_0 = a(H^0, T_0)$ y $b_0 = b(H^0, T_0)$, respectivamente:

$$\alpha[H^0, t] = \frac{a(H^0, T_c)}{a_0} = \frac{1}{t^{1/2}} \frac{\gamma_a(t)}{\gamma_a(t=1)};$$

$$\frac{a_0}{b_0} \beta[H^0, t] = \frac{b(H^0, T_c)}{b_0} = \frac{1}{t^{1/2}} \frac{\gamma_b(t)}{\gamma_b(t=1)}. \quad (25)$$

Para el caso de no-hidrogenoides se tiene la siguiente forma para el coeficiente de recombinación (Aldrovandi & Pequignot, 1973):

$$a(X^k, T_c) = A_r \left(\frac{10^4 K}{T_c} \right)^\mu + \frac{A_d}{T_c^{3/2} e^{\frac{T_d}{T_c}}} \left(1 + B_d e^{-\frac{T_1}{T_c}} \right), \quad (26)$$

donde el primer término corresponde a la recombinación radiativa y el segundo a la recombinación dielectrónica. Estos coeficientes se normalizan también al valor de a_0 :

$$\alpha[X^k, t] = \frac{a(X^k, T_c)}{a_0}. \quad (27)$$

En la tabla 3 se dan los valores de los parámetros para el caso del O hasta el máximo grado de ionización considerado y en la figura 2 se grafican los

TABLA 3

Parámetros de los coeficientes de recombinación del O para los estados de ionización considerados.

X^k	$A_r(10^{-12} \text{cm}^3/\text{s})$	μ	$A_d(10^{-3} \text{cm}^3 \text{K}^{3/2}/\text{s})$	$T_d(10^4 \text{K})$	B_d	$T_1(10^4 \text{K})$
OI	0,3	0,678	1,4	17	2,5	13,0
OII	2,0	0,646	1,4	17	3,3	5,8
$OIII$	5,1	0,666	2,8	18	6,0	9,1

coeficientes normalizados para el caso de una temperatura característica $T_0 = 5 \times 10^3 \text{K}$.

En lo que respecta al campo estelar, se adopta la forma de cuerpo negro:

$$J_{\nu_i}^*(R_i^*) \frac{d\nu}{\nu} = \frac{2h\nu_1(H)^3}{c^2} j_i^*(\zeta) d\zeta,$$

$$j_i^*(\zeta) = \frac{\zeta^2}{e^{\zeta/\zeta_i^*} - 1}, \quad \zeta_i^* = \frac{kT_i^*}{h\nu_1(H)} \cong \frac{1}{16} \left(\frac{T_i^*}{10^4 \text{K}} \right), \quad (28)$$

donde T_i^* es la temperatura del cuerpo negro que mejor ajusta el espectro energético de la estrella en cuestión.

Con todo ésto, las formas adimensionales del equilibrio de ionización están dadas por las expresiones:

$$\frac{1 - \eta[X^k]}{\eta[X^k]} (1 - \eta)\alpha[X^k, t] = G_0[X^k],$$

$$G_0[X^k] = \frac{\tau_R}{3} \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_i}{R} \right)^3 \frac{H_{0,i}[X^k]}{v_i^2}, \quad (29)$$

donde

$$H_{0,i}[X^k] = \frac{\int_{\zeta_1[X^k]}^{\infty} \sigma[X^k, \zeta] j_i^*(\zeta) e^{-\tau\zeta_i} d\zeta}{\int_1^{\infty} j_i^*(\zeta) d\zeta}, \quad (30)$$

4. BALANCE ENERGÉTICO

Se considera que la ganancia de energía térmica en la nebulosa está gobernada sólo por los procesos de fotoionización del H y que las pérdidas de la misma están determinadas sólo por los procesos de excitación colisionales de átomos e iones de elementos pesados. En particular, de todos ellos se escoge al O por tratarse de uno de los agentes de enfriamiento más eficientes en los sistemas nebulares. La ecuación del balance energético se obtiene,

entonces, igualando las expresiones para la ganancia y la pérdida de energía térmica. Como éstas son funciones de la temperatura cinética del gas, ésta puede ser obtenida de la misma para cada punto de una nebulosa gaseosa.

4.1. Ganancia por fotoionización del H

La ganancia de energía térmica por unidad de volumen y de tiempo en un dado punto de una nebulosa está dada por

$$\Gamma(H^0) = N(H^0) \int_{\nu_1}^{\infty} 4\pi\alpha_{\nu} J_{\nu} h(\nu - \nu_1) \frac{d\nu}{h\nu}. \quad (31)$$

Los electrones liberados en las fotoionizaciones estarán caracterizados por una temperatura cinética inicial, T_{in} . Luego, debido a las sucesivas colisiones sufridas por los mismos, se termalizarán, alcanzando a poseer una distribución Maxwelliana de velocidades caracterizada por la temperatura cinética del gas, T_c . Usando la ecuación del equilibrio de ionización, la energía cinética inicial promedio de los electrones libres está dada por la expresión:

$$\frac{3}{2} kT_{in} = \frac{\int_{\nu_1}^{\infty} 4\pi\alpha_{\nu} J_{\nu} h(\nu - \nu_1) \frac{d\nu}{h\nu}}{\int_{\nu_1(H)}^{\infty} 4\pi\alpha_{\nu} J_{\nu} \frac{d\nu}{h\nu}}. \quad (32)$$

4.2. Pérdida por excitación colisional

Como se mencionó, sólo se considera la pérdida de energía térmica por emisión excitada colisionalmente. En estos procesos, las colisiones de átomos e iones de elementos pesados con electrones libres compiten con la emisión espontánea en el poblamiento y despoblamiento de los niveles metaestables de los mismos. Sea X^k el átomo X en el estado de ionización k con M_k niveles de importancia considerados. La ecuación del equilibrio estadístico para el nivel n se escribe:

$$N_n \left[\sum_{n'=1}^{n-1} A_{nn'} + N_e \sum_{n' \neq n}^{M_k} q_{nn'} \right] = \sum_{n'=n+1}^{M_k} N_{n'} A_{n'n} + N_e \sum_{n' \neq n}^{M_k} N_{n'} q_{n'n}. \quad (33)$$

El miembro izquierdo da cuenta de todos los procesos que despueblan el nivel n por unidad de volumen y de tiempo: por emisión espontánea en el primer término, y por desexcitación colisional en el segundo. El miembro derecho, da el número de procesos que pueblan el nivel n por unidad de volumen y de tiempo: con emisión espontánea en el primer término, y con excitaciones colisionales en el segundo. $A_{nn'}$ es el coeficiente de emisión espontánea y $q_{nn'}$ es el coeficiente para los procesos colisionales, el cual, tiene las siguientes expresiones como función de la temperatura cinética [1,8]:

$$q_{n'n} = \frac{8,63 \times 10^{-6} \gamma_{nn'}}{T_c^{1/2} w_{n'}},$$

$$q_{nn'} = \frac{w_{n'}}{w_n} q_{n'n} e^{-\chi_{nn'}/kT_c} \quad (n < n'), \quad (34)$$

donde $\gamma_{nn'}$ es el coeficiente de intensidad del proceso y w_n es el peso estadístico del nivel n ($w_n = 2j_n + 1$, donde j_n es el número cuántico asociado al momento angular total).

Además de (34) se tiene la ecuación de vínculo:

$$\sum_{n=1}^{M_k} N_n(X^k) = N(X^k), \quad (35)$$

que da el número total de partículas de la especie X^k por unidad de volumen.

Sea $x_n = N_n(X^k)/N(X^k)$ la población relativa del nivel n y $\chi_{nn'} = \chi_{n'n} > 0$ la diferencia de energía entre los niveles n y n' . Entonces, la pérdida de energía térmica por unidad de volumen y de tiempo debida a la excitación colisional de X^k está dada por:

$$P_C(X^k) = N_e N(X^k) \sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \chi_{n'n} [x_n q_{nn'} - x_{n'} q_{n'n}]. \quad (36)$$

4.3. Modelo para el balance energético

Dada la complejidad del problema de la obtención de las poblaciones x_n para M_k niveles de importancia, se postula la aproximación con un problema equivalente de dos niveles: Sean s e i los

TABLA 4

Términos (en orden creciente de la energía) para los distintos estados de ionización del oxígeno considerados.

O^0	3P_2	3P_1	3P_0	1D_2	1S_0	—
O^+	$^4S_{3/2}$	$^2D_{5/2}$	$^2D_{3/2}$	$^2P_{3/2}$	$^2P_{1/2}$	—
O^{+2}	3P_0	3P_1	3P_2	1D_2	1S_0	5S_2
O^{+3}	$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$	$^4P_{1/2}$	$^4P_{3/2}$	$^4P_{5/2}$	—

índices que denotan a los niveles equivalentes de mayor y menor energía de la dada especie X^k , respectivamente. En ese caso (36) toma la forma:

$$P_C(X^k) = N_e N(X^k) \chi_{si}^T \frac{q_{is}}{1 + N_e \frac{q_{si}}{A_{si}} \left(1 + \frac{q_{is}}{q_{si}}\right)}, \quad (37)$$

donde

$$\chi_{si}^T = \sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \chi_{n'n}, \quad (38)$$

$$A_{si} = \frac{1}{\chi_{si}} \sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} A_{n'n} \chi_{n'n}, \quad (39)$$

$$q_{si} = \frac{1}{\chi_{si}} \sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} q_{n'n} \chi_{n'n}, \quad (40)$$

y

$$\frac{q_{is}}{q_{si}} = \Omega_{is} e^{-\chi_{is}/kT_c}, \quad (41)$$

con

$$\Omega_{is} = \frac{\sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \frac{\chi_{n'n} \gamma_{n'n}}{w_n}}{\sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \frac{\chi_{n'n} \gamma_{n'n}}{w_{n'}}} \quad (42)$$

y

$$\chi_{is} = \frac{\sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \frac{\chi_{n'n} \gamma_{n'n}}{w_n}}{\sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \frac{\gamma_{n'n}}{w_{n'}}}. \quad (43)$$

Sean

$$f(X^k) = \frac{N(X^k)}{N(X)} \quad \text{y} \quad A(X) = \frac{N(X)}{N(H)} \quad (44)$$

la fracción de partículas del elemento X en el estado de ionización k y la abundancia del elemento X

TABLA 5

Parámetros de las funciones $W(O^k, \eta, t)$ para $T_0 = 5 \times 10^3 K$, $N(H) = 10^2 cm^{-3}$ y $A(O) = 10^{-3}$.

O^k	Ω_k	D_k	Q_k	ε_k
O^0	1,00	7,63	$1,8 \times 10^{-6}$	4,43
O^+	0,87	37,91	$3,1 \times 10^{-5}$	4,85
O^{+2}	1,26	226,50	$2,3 \times 10^{-8}$	5,93
O^{+3}	1,35	65,15	$1,0 \times 10^{-9}$	3,07

respecto de la del H , respectivamente. Entonces, la pérdida por excitación colisional toma la forma:

$$P_{EC} = N(H) \sum_X A(X) \sum_{k=0}^{M(X)} f(X^k) [P_C(X^k)/N(X^k)], \quad (45)$$

donde la primera suma se extiende hasta el máximo orden de ionización considerado para el elemento X , $M(X)$, y la segunda se extiende a todos los elementos considerados como agentes de enfriamiento.

En este trabajo se considera como único agente de enfriamiento al oxígeno en sus cuatro primeros estados de ionización. Con ésto y con la normalización introducida en la sección anterior, la ecuación del balance energético, que resulta de igualar (45) con (31), es:

$$\frac{1 - \eta}{\eta} \frac{C(\eta, t)}{t^{1/2}} = G_1[H^0],$$

$$G_1[H^0] = \frac{\tau_R}{3} \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_i}{R} \right)^3 \frac{H_{1,i}[H^0]}{v_i^2}, \quad (46)$$

con

$$H_{1,i}[H^0] = \frac{\int_1^\infty \sigma[H^0, \zeta] j_i^*(\zeta) (\zeta - 1) e^{-\tau \zeta^i} d\zeta}{\int_1^\infty j_i^*(\zeta) d\zeta} \quad (47)$$

y

$$C(\eta, t) = \sum_{k=0}^3 f(O^k) W(O^k, \eta, t), \quad (48)$$

donde

$$W(O^k, \eta, t) = \frac{D_k e^{-\varepsilon_k/t}}{1 + (1 - \eta) \frac{Q_k}{t^{1/2}} (1 + \Omega_k e^{-\varepsilon_k/t})}, \quad (49)$$

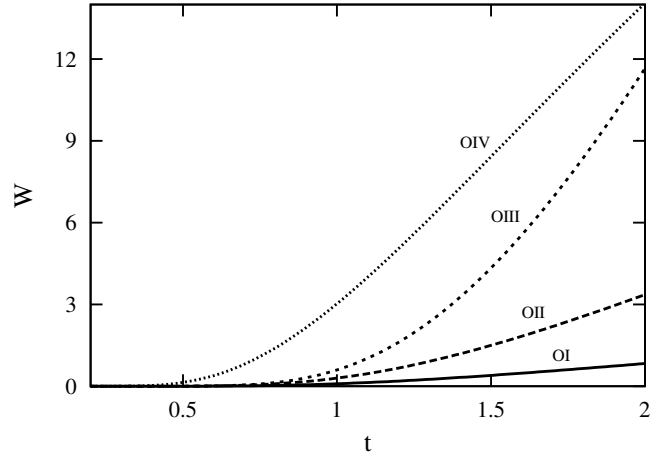


Figura 3. Funciones $W(O^k, \eta, t)$ para $T_0 = 5 \times 10^3 K$, $N(H) = 10^2 cm^{-3}$ y $A(O) = 10^{-3}$.

siendo

$$D_k = \frac{4A(O)}{\gamma_a(1)} \chi_{is}(O^k) \left(\sum_{n=1}^{M_k-1} \sum_{n'=n+1}^{M_k} \frac{\gamma_{n'n}}{w_n} \right)_{O^k}, \quad (50)$$

donde debe reemplazarse $\gamma_a(1)$ por $\gamma_b(1)$ para el caso B,

$$\Omega(O^k) = \Omega_{is}(O^k), \quad \varepsilon_k = \frac{1,44 \chi_{is}(O^k)}{T_0} \quad (51)$$

y

$$Q_k = \frac{N(H)}{T_0^{1/2}} \left(\frac{q_{si}}{A_{si}} T_c^{1/2} \right)_{O^k}. \quad (52)$$

En estas expresiones adimensionales debe darse $N(H)$ en cm^{-3} , T_0 en K y χ_{is} en cm^{-1} .

Se toma como máximo orden de ionización del oxígeno al tercero. Los términos correspondientes considerados para cada estado de ionización se muestran en la tabla 4. La elección de estos términos, así como los valores de las probabilidades de transición, $A_{nn'}$, de las diferencias de energía entre los mismos, $\chi_{nn'}$, y de los coeficientes colisionales, $\gamma_{n'n}$, son tomados del trabajo de C. Mendoza (1982). Los valores de los parámetros de (50), (51) y (52) obtenidos con estos datos son mostrados en la tabla 5 para los valores de los parámetros nebulares $T_0 = 5 \times 10^3 K$, $N(H) = 10^2 cm^{-3}$ y $A(O) = 10^{-3}$. En el cálculo de los mismos se ha considerado, por simplicidad, que los coeficientes colisionales no varían con la temperatura cinética; así, para el O^0 , O^+ y O^{+2} , se han tomado los valores de $\gamma_{n'n}$ correspondientes a una $T_c = 5 \times 10^3 K$,

mientras que para el O^{+3} se han tomado los valores correspondientes a $T_c = 10^4 K$.² En la figura 3 se grafican las funciones $W(O^k, \eta, t)$ usando los datos de la tabla 5. Dados los pequeños valores del parámetro Q_k , la dependencia de estas funciones con η ($0 \leq \eta \leq 1$) es despreciable en todos los casos.

5. INTEGRALES EN FRECUENCIA

En esta sección se suprime el subíndice i que denota a las estrellas para facilitar la notación. Definiendo

$$y = \frac{\zeta}{\zeta_1[X^k]}, \quad t^* = \frac{T^*}{10^4 K}, \quad a^* = \frac{16\zeta_1[X^k]}{t^*}, \quad (53)$$

y para $t^* < 5$, las integrales (30) y (47) se pueden expresar como:

$$H[X^k] = \frac{\zeta_1[X^k]^3}{\frac{a_1[H]}{a_1[X^k]} \frac{e^{-a^*}}{a^*} \left(1 + \frac{2}{a^*} \left(1 + \frac{1}{a^*}\right)\right)} \int_1^\infty (y-1)^r g(y) dy,$$

$$g(y) = \sigma[X^k, y] y^2 e^{-\tau\sigma[H, y] - a^* y},$$

$$\tau = \tau_R \psi, \quad (54)$$

donde $r = 0$ para (30), $r = 1$ para (47) y,

$$\sigma[X^k, y] = y^{-s[X^k]} \left(\beta_1[X^k] + (1 - \beta_1[X^k])y^{-1} \right), \quad (55)$$

En la figura 4 se grafica la función del integrando de (54) para el caso de (30) aplicada al H con $t^* = 4$ para distintos valores del espesor óptico τ y con su máximo normalizado a la unidad. Para valores de τ menores que $\tau \sim 3$, la función es monótonamente decreciente, mientras que para valores mayores el máximo aparece en el espectro y a partir de $\tau \simeq 10$, la función se asemeja a una gaussiana. Similar comportamiento se tiene para el caso

²Según los datos presentados por C. Mendoza para $\gamma_{n'n}$, este coeficiente tiene una muy lenta variación con T_c para los iones O^+ , O^{+2} y O^{+3} , no sufriendo sus valores casi ningún cambio en un amplio rango de temperatura. Para estos casos se adopta el valor dado en tabla correspondiente al menor valor de T_c ($T_c = 5 \times 10^3 K$ para el O^+ y el O^{+2} , y $T_c = 10^4 K$ para el O^{+3}). En el caso del O^0 se observa una variación significativa en los valores de $\gamma_{n'n}$, de hasta dos órdenes de magnitud en el rango que va desde $500 K$ hasta $2 \times 10^4 K$. Sin embargo, para este átomo se adopta el valor del coeficiente colisional a la temperatura típica $T_c = 5 \times 10^3 K$ ya que su importancia se daría para las bajas temperaturas en la delgada región de transición entre la región HII y la HI , la cual no es objeto de un estudio detallado en este trabajo.

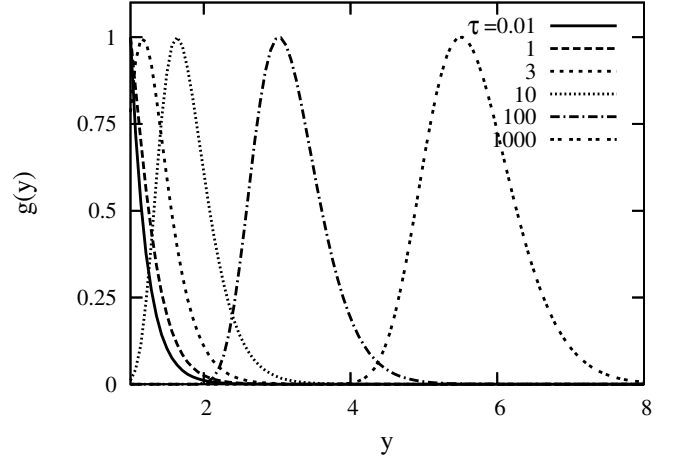


Figura 4. Función $g(y)$ de (54) para el caso de (30) aplicada al H con $t^* = 4$ (el máximo está normalizado a la unidad).

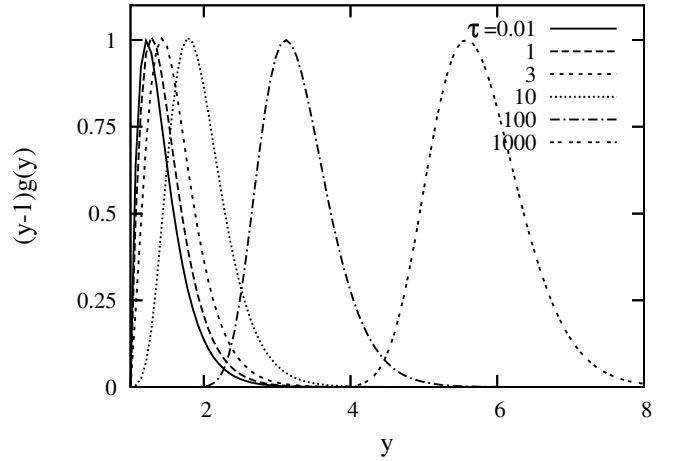


Figura 5. Función $(y-1)g(y)$ (ec. 54) para el caso de (47) aplicada al H con $t^* = 4$ (el máximo está normalizado a la unidad).

del oxígeno en sus distintos estados de ionización excepto en que el valor de τ correspondiente a la aparición del máximo varía algo para cada estado respecto del caso del H . En la figura 5, se grafica $(y-1)g(y)$ para el caso de (47), también con $t^* = 4$. Aquí, a diferencia de la figura anterior, el máximo siempre está presente. Sin embargo, los rangos donde el espectro es apreciable son aproximadamente los mismos que en el caso de (30).

Las integrales fueron realizadas usando cuadraturas de Gauss-Legendre con diez puntos de muestreo [14]. Para lograr una mejor precisión con este método es necesario definir adecuadamente los límites de integración, para que dentro de los cuales se tenga casi toda la contribución de la función a integrar. Para ello se adoptaron los siguientes cri-

terios: Si $\tau < 3$ el rango de integración es $[1, 25/a^*]$, modificándose el límite superior con la adición de términos $1/a^*$ si fuese necesario. Si $\tau \geq 3$ se ajusta una gaussiana a $g(y)$ de manera que coincidan los máximos correspondientes. El punto de máximo del integrando fue encontrado con buena aproximación mediante iteraciones analíticas dando el siguiente resultado:

$$y_m = \frac{A_0}{4} \left[3 + \left(1 - \frac{B_0}{a^* y_0} \right)^{-1} \right],$$

$$y_0 = \left(\frac{3\tau}{a^*} \right)^{1/4},$$

$$A_0 = y_0 \left[\beta_1[H] + \frac{4}{3} (1 - \beta_1[H]) y_0^{-1} \right]^{1/4},$$

$$B_0 = 2 - s[X^k] - \left(\frac{y_0}{\beta_1[X^k]^{-1} - 1} + 1 \right)^{-1}. \quad (56)$$

Con este máximo, los límites de integración elegidos para la integral de (54), $[y_1, y_2]$, están dados por:

$$y_1 = \max \left\{ 1, \frac{-3}{(-c)^{1/2}} + \left(y_m - \frac{b}{2c} \right) \right\},$$

$$y_2 = \frac{5}{(-c)^{1/2}} + \left(y_m - \frac{b}{2c} \right), \quad (57)$$

donde

$$a = \ln g(y_m), \quad b = \frac{d \ln g(y_m)}{dy}, \quad c = \frac{1}{2} \frac{d^2 \ln g(y_m)}{dy^2}. \quad (58)$$

A fin de comprobar que la precisión obtenida es la adecuada, se realizaron también las mismas integrales usando el método trapezoidal con un error del 0,1% [14]. En este método es conveniente trabajar con un intervalo finito de integración, por lo que más bien se utilizó como variable a $x = 1/y$ en el rango de integración $0 \leq x \leq 1$. En la figura 6 se muestra la desviación porcentual entre los resultados para las integrales por el método de cuadraturas y el trapezoidal para el rango de valores del espesor óptico y para $t^* = 4$. Esta desviación es a lo sumo del orden del 1%, valor aceptable que permite el cálculo eficiente de las integrales en frecuencia con cuadraturas de Gauss-Legendre. Similares resultados son obtenidos para otros valores del parámetro de temperatura estelar t^* .

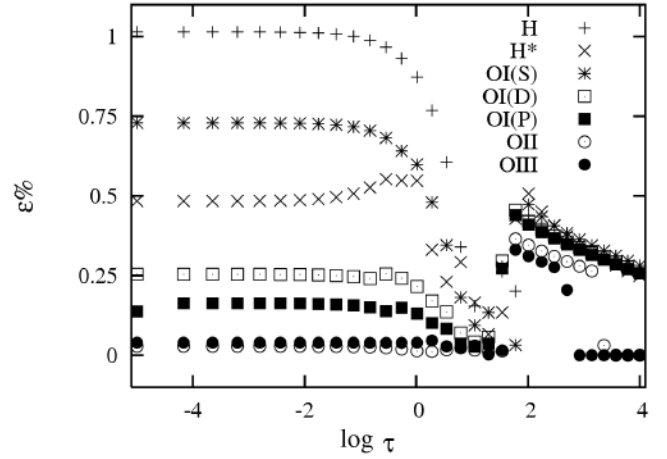


Figura 6. Comparación de los métodos de cuadraturas de Gauss-Legendre y trapezoidal de las integrales en frecuencia (54) para el caso $t^* = 4$ en la forma de una desviación porcentual de los resultados por uno y otro método en el rango de espesores ópticos considerado. H^* corresponde al caso de la integral en (47) y las demás al caso de la integral en (30).

6. MÉTODO DE RESOLUCIÓN

Se plantea un método de aproximaciones sucesivas para la resolución conjunta de las ecuaciones, siendo el objetivo el hallar las fracciones de ionización, la temperatura cinética y los espesores ópticos como funciones de la posición. Para ello se escribe la ecuación (29) para el hidrógeno en la siguiente forma:

$$\frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{G_0[H^0]}{(1 - \eta)\alpha[H^0, t]} = p(\vec{x}), \quad (59)$$

Para el oxígeno, las fracciones relativas de ionización, usando (29), son

$$F[O^k] = \frac{K_k}{\eta}$$

$$K_k = (1 - \eta) \frac{\alpha[H^0, t] G_0[O^k]}{\alpha[O^k, t] G_0[H^0]}, \quad (60)$$

y con éstas, las fracciones absolutas de ionización del oxígeno se obtienen de las siguientes expresiones:

$$f(O^0) = \left(1 + F[O^0] \left(1 + F[O^+] \left(1 + F[O^{+2}] \right) \right) \right)^{-1}$$

$$f(O^k) = f(O^{k-1}) F[O^{k-1}], \quad k = 1, 2, 3. \quad (61)$$

Con estas definiciones, la función $C(\eta, t)$ en (48) toma la forma explícita:

TABLA 6

Parámetros de los modelos calculados para el caso de una estrella excitatriz en una nebulosa de H y O limitada por ionización, correspondientes a los resultados mostrados en la figura 7. El radio aproximado de la esfera de Strömngren, R , fue obtenido para la temperatura cinética $T_c = 5 \times 10^3 K$.

modelo	t^*	$N(H) [cm^{-3}]$	$A(O)$	$R [pc]$	τ_R
a (caso A)	4	10^2	10^{-3}	2,78	5404
b (caso A)	4	10^3	10^{-3}	0,6	11600
c (caso A)	4	10^2	10^{-2}	2,78	5404
d (caso B)	4	10^2	10^{-3}	2,78	5404
e (caso A)	3	10^2	10^{-3}	0,84	1632
f (caso A)	4,8	10^2	10^{-3}	3,9	7575

$$C(\eta, t) = W_3 Z(\eta, t)$$

$$Z(\eta, t) = \frac{\frac{W_0}{W_3} \eta^3 + K_0 \left(\frac{W_1}{W_3} \eta^2 + K_1 \left(\frac{W_2}{W_3} \eta + K_2 \right) \right)}{\eta^3 + K_0 (\eta^2 + K_1 (\eta + K_2))}, \quad (62)$$

donde se ha simplificado la notación con $W_k = W(O^k, \eta, t)$.

Ahora, dado que el término que involucra Q_k en (49) es despreciable frente a la unidad para $t \gg (Q_k(1 - \eta))^2$ (véanse los pequeños valores de Q_k en la tabla 5), la temperatura puede ser obtenida, combinando (46) con (29), usando:

$$\frac{\varepsilon_3}{t} = \ln \left(\frac{D_3 Z(\eta, t)}{(1 - \eta)t^{1/2} \alpha[H^0, t]} \frac{G_0[H^0]}{G_1[H^0]} \right) \quad (63)$$

Entonces el proceso iterativo para la resolución es el siguiente: Se parte con una nebulosa isoterma, $t = 1$, y completamente ionizada, $\eta = 0$. Con estos valores en los miembros derechos de (21), (59) y (63) se obtienen las primeras aproximaciones $\tau_i^{(1)}(\vec{x})$, $\eta^{(1)}(\vec{x})$ y $t^{(1)}(\vec{x})$. Introduciendo estos nuevos valores en los lados derechos de (21), (59) y (63) se obtienen los nuevos resultados $\tau_i^{(2)}(\vec{x})$, $\eta^{(2)}(\vec{x})$ y $t^{(2)}(\vec{x})$, y así sucesivamente, repitiéndose el proceso hasta alcanzar la precisión deseada.

Los cálculos fueron realizados en FORTRAN utilizando reticulados uniformes en la región HII cuyo tamaño fue estimado previamente. Las operaciones fueron realizadas para cada celda de la red, obteniendo los valores de las magnitudes físicas en cada iteración. Esta elección resulta muy conveniente, sobre todo en el cálculo del espesor óptico de la integral (21), que fue realizado sumando las contribuciones $\eta(\vec{x}) \Delta v$ (donde Δv es igual o del orden

del ancho de cada celda) a lo largo de la línea recta desde la estrella en cuestión hasta la posición de la celda considerada.

7. RESULTADOS

7.1. Una estrella excitatriz (una dimensión)

Se obtuvieron seis modelos para el caso unidimensional, con simetría esférica, de una estrella excitatriz central en una nube de hidrógeno y oxígeno con densidad uniforme. Las regiones HII se consideraron limitadas sólo por ionización, es decir, se consideró en cada caso que la extensión del material a ser ionizado era ilimitada. Los resultados son mostrados en la figura 7 y los parámetros de los modelos en la tabla 6. Los modelos se eligieron variando la densidad de hidrógeno, $N(H)$, la abundancia relativa del oxígeno, $A(O)$, y la temperatura estelar relativa, t^* . Además se consideró el caso A en los modelos calculados, a excepción de uno de ellos en el que se realizó el cálculo para el caso B a fin de analizar las diferencias con el anterior.

En cuanto al cálculo numérico, para cada modelo se tomaron 1000 celdas desde la estrella hasta el borde de la nebulosa. Luego de 40 iteraciones, se vio la convergencia de cada modelo con un error relativo máximo del 0,1 % entre la última y la penúltima iteraciones. En realidad, la discrepancia entre estas iteraciones fue mucho menor a lo largo de casi toda la nebulosa, alcanzando el valor mencionado sólo en unas pocas celdas al final de la misma, cuando la fracción de hidrógeno ionizado ya había caído notablemente.

En todos los modelos, el comportamiento de la fracción de hidrógeno ionizado es el mismo: se tiene una región de hidrógeno casi completamente ionizada hasta el radio de Strömngren. En las inmedia-

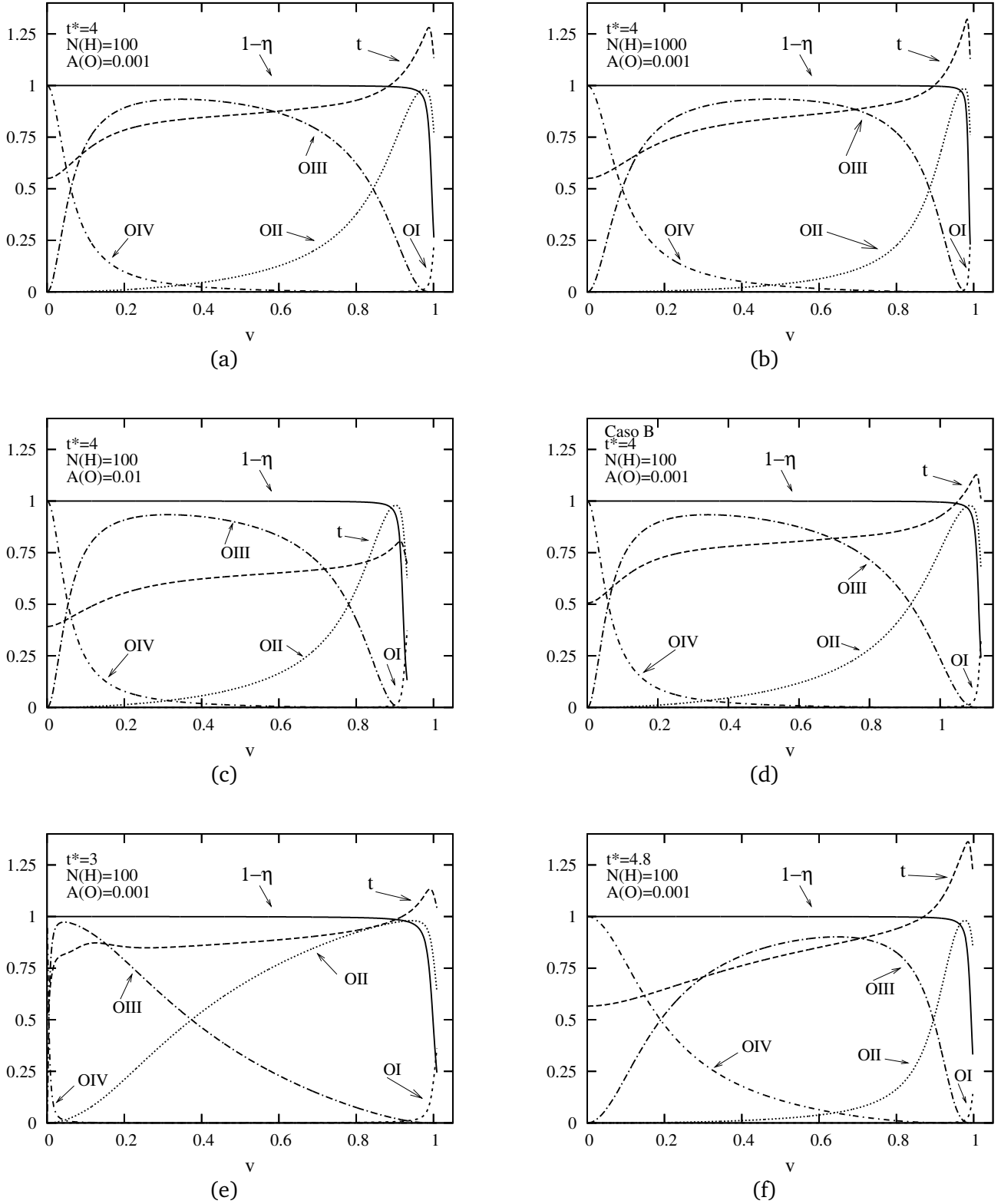


Figura 7. Resultados para las fracciones de ionización y la temperatura cinética (en unidades de $T_0 = 5 \times 10^3 K$) para seis modelos nebulares consistentes de una estrella excitariz inmersa en una nebulosa de H y O limitada por ionización. Los parámetros de los mismos son listados en la tabla 6. La abcisa es la variable radial en unidades del radio de Strömgen calculado para la temperatura cinética $T_c = 5 \times 10^3 K$. Excepto el modelo (d), que corresponde al caso B, todos los demás corresponden al caso A.

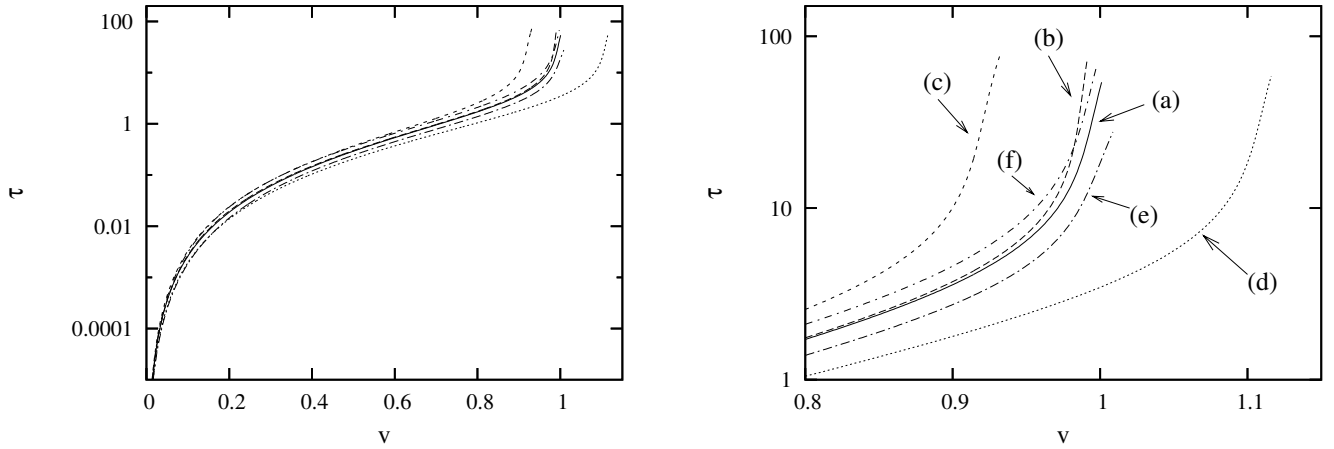


Figura 8. Resultados para el espesor óptico correspondiente a los seis modelos presentados en la tabla 6 y la figura 7.

ciones de este radio, $v = 1$ en la figura 7, la caída de la fracción de HII es muy brusca, esto a causa de una caída brusca de la radiación capaz de ionizar H por la absorción y la dilución de esta radiación.

Por su lado, las estructuras de ionización del oxígeno son similares en los seis modelos pero se presentan diferencias al variar los parámetros: La fracción de OI sólo es apreciable en el borde de la región HII , o bien, lo que se llamará simplemente región de transición $HII-HI$, donde, al igual que la fracción de hidrógeno neutro, comienza a crecer rápidamente hacia el exterior de la región HII . La fracción de OII , en cambio, crece monótonamente desde las regiones más cercanas a la estrella central, alcanzando un máximo en la región de transición y luego decayendo bruscamente a la misma tasa en que crece la fracción de OI . Tomando como referencia los modelos con una estrella central de $T^* = 40 \times 10^3 K$, el modelo (e), con temperatura estelar menor, $T^* = 30 \times 10^3 K$, presenta una mayor cantidad de OII a lo largo de toda la región HII , mientras que en el modelo (f), con temperatura estelar mayor, $T^* = 48 \times 10^3 K$, sucede lo contrario, pero no de manera tan notoria como en el anterior caso. En lo que respecta a la fracción de $OIII$ y para todos los modelos excepto el (e), la cantidad de estos iones es dominante en la región intermedia entre la región cercana a la estrella y la de transición, haciendo que éstos sean los más importantes enfriadores en la mayor parte de la región HII . En el caso del modelo (e), la labor de enfriamiento es compartida por el $OIII$ y el OII . En lo que se refiere a la fracción de OIV , ésta es monótonamente decreciente desde la región cercana a la estrella hacia el exterior, y su importancia se da sólo en las regio-

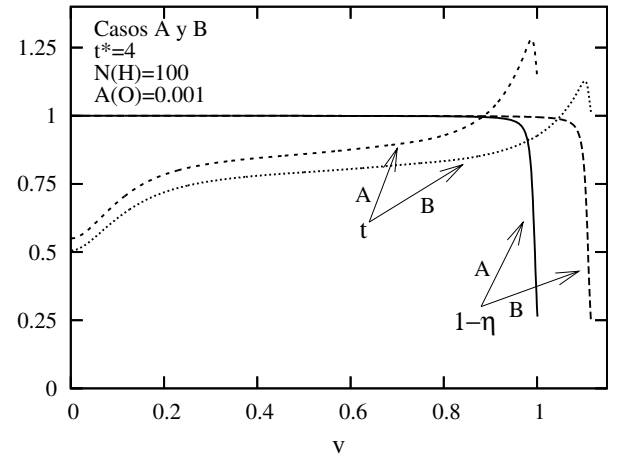


Figura 9. Comparación entre los resultados para la fracción de ionización del H y la temperatura cinética de los casos A y B de los modelos (a) y (d), respectivamente, los cuales son presentados en la tabla 6 y las figuras 7 y 8. Los parámetros estelar y nebular son los mismos, la diferencia se da en que el modelo (a) es calculado para el caso A y el (d) para el caso B.

nes cercanas a la misma. La caída de esta fracción es más rápida en el modelo (e), con una estrella relativamente más fría, mientras que es más lenta en el modelo (f), donde la estrella es relativamente más caliente, lo cual era de esperarse debido a la menor y mayor cantidad de fotones capaces de ionizar al oxígeno en uno y otro caso, respectivamente.

En lo que se refiere al comportamiento de la temperatura cinética, t , éste es aproximadamente similar en los seis modelos, con un crecimiento monótono desde la estrella hasta la región de transición y con una caída brusca en esa región al pasar a la región HI . En todos los casos se tiene un me-

TABLA 7

Parámetros de los modelos calculados para el caso de dos estrellas excitatrices en una nebulosa de H ($N(H) = 10^2 \text{ cm}^{-3}$) y O ($A(O) = 10^{-3}$) limitada por ionización, correspondientes a los resultados mostrados en las figuras 10—15. Los radios aproximados de Strömngren, R_1 y R_2 , fueron obtenidos para la temperatura cinética $T_c = 5 \times 10^3 K$. Las posiciones estelares, \vec{x}^* , están dadas en unidades del radio de Strömngren equivalente, R .

modelo	t_1^*	t_2^*	$R_1 [pc]$	$R_2 [pc]$	$R [pc]$	τ_R	celdas	\vec{x}_1^*	\vec{x}_2^*
i (caso A)	4,0	4,0	2,78	2,78	3,51	6809	310 × 219	(0,95, 0,95)	(1,75, 0,95)
ii (caso A)	4,8	4,0	3,90	2,78	4,33	8399	310 × 255	(1,06, 1,06)	(1,83, 1,06)

nor valor de la temperatura en la región central, cercana a la estrella, donde la abundancia del OIV es mayor, indicando que este ión es más eficiente para el enfriamiento de la nube. Por el contrario, los valores de la temperatura y de su tasa de crecimiento con la variable radial, son mayores en las regiones un poco anteriores a la de transición, mostrando que en éstas el $OIII$, cuya abundancia y tasa de crecimiento de la misma es mayor, es menos efectivo para el enfriamiento. En la región de transición, la temperatura alcanza un máximo y luego decae abruptamente, lo cual es debido a que las fotoionizaciones del H , que contribuyen a la energía térmica del medio vía la energía cinética de los electrones liberados, se acaban abruptamente en esa región, pues los fotones capaces de producir ionizaciones fueron consumidos por la absorción y la dilución. Aparte del efecto de la distinta eficiencia del oxígeno en diferentes estados de ionización sobre el comportamiento de la temperatura, también están presentes los efectos de la imperceptible disminución de la fracción de hidrógeno ionizado y el de la absorción selectiva de la radiación (véanse las ecuaciones (62) y (63)). Este último efecto origina un endurecimiento de la radiación ionizante debido a la forma de la sección de fotoionización del hidrógeno (figura 1), que da preferencia a la absorción de fotones de bajas frecuencias. De esta manera, a medida que la radiación ionizante viaja desde la estrella hacia mayores radios, cada vez va quedándose con sus fotones más y más energéticos, los cuales al ser absorbidos por fotoionización, dan lugar a electrones libres también cada vez más energéticos, que contribuyen a su vez a un mayor aumento de la temperatura del medio.

En la figura 8 se grafican los resultados para el espesor óptico como función de la distancia a las estrellas. En las regiones centrales los valores de τ son muy pequeños pero su crecimiento es rápido hasta $v \approx 0,1$. Desde esta distancia hasta $v \approx 0,9$, τ au-

menta en dos órdenes de magnitud, pero lo hace de forma relativamente lenta. A partir de $v \approx 0,9$, cuando $\tau \sim 1$, el espesor óptico comienza a crecer muy rápidamente, alcanzando valores muy grandes en la región de transición, haciendo que en estas regiones externas la nube sea ópticamente muy espesa.

La figura 9 presenta la comparación entre los resultados de los casos A y B (modelos (a) y (d)). Lo que se obtiene es que el tamaño de la región HII en el caso B es mayor a la del caso A, lo cual es consecuencia de que en el B se considera que todos los fotones difusos capaces de ionizar al H son absorbidos en la nebulosa, es decir se tiene una otra fuente de ionización respecto al caso A que hace que la región HII sea mayor en tamaño. La temperatura cinética tiene similar comportamiento en ambos casos, pero en el caso B sus valores son menores que en el caso A, como consecuencia de que el coeficiente de recombinación para el caso B es menor que el del caso A (véanse figura 2 y ec. (63)).

7.2. Dos estrellas excitatrices (dos dimensiones)

Se calcularon dos modelos, cuyos parámetros se muestran en la tabla 7 y los resultados en las figuras 10—15. La diferencia entre ellos está sólo en los valores de la temperatura superficial estelar relativa, $t^* = 4$ para ambas estrellas en el modelo i y $t_1^* = 4,8$ y $t_2^* = 4$ para el modelo ii. En ambos casos se tomaron 40 iteraciones con un error máximo del 1% entre las últimas iteraciones sucesivas.

En la figura 10 se grafica la fracción de ionización del H , que viene dada por la envolvente superior de los puntos que representan sus valores en cada celda de la red. De igual manera que en el caso de una estrella, se tiene una abrupta caída de la ionización de este elemento debido a la absorción y a la dilución. Las esferas de Strömngren de cada estrella, que son representadas por circunferencias en dicha figura, nos indican que fuera de la región de

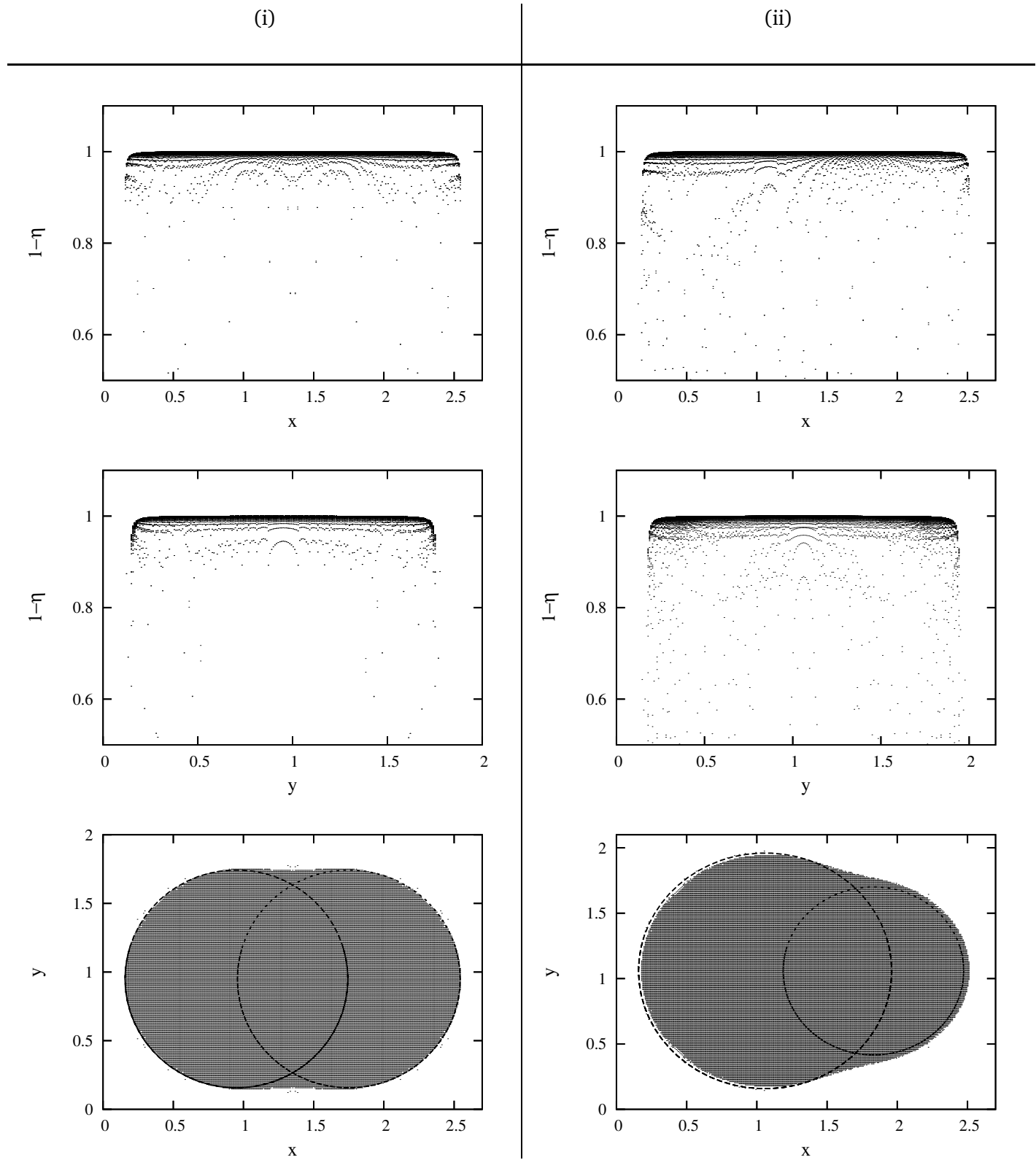


Figura 10. Fracción de ionización del H , $1 - \eta = N(HII)/N(H)$, para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömgren equivalente, R , y se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo. En el caso de las proyecciones sobre el plano x - y , las superficies de las esferas de Strömgren de las estrellas están representadas por circunferencias.

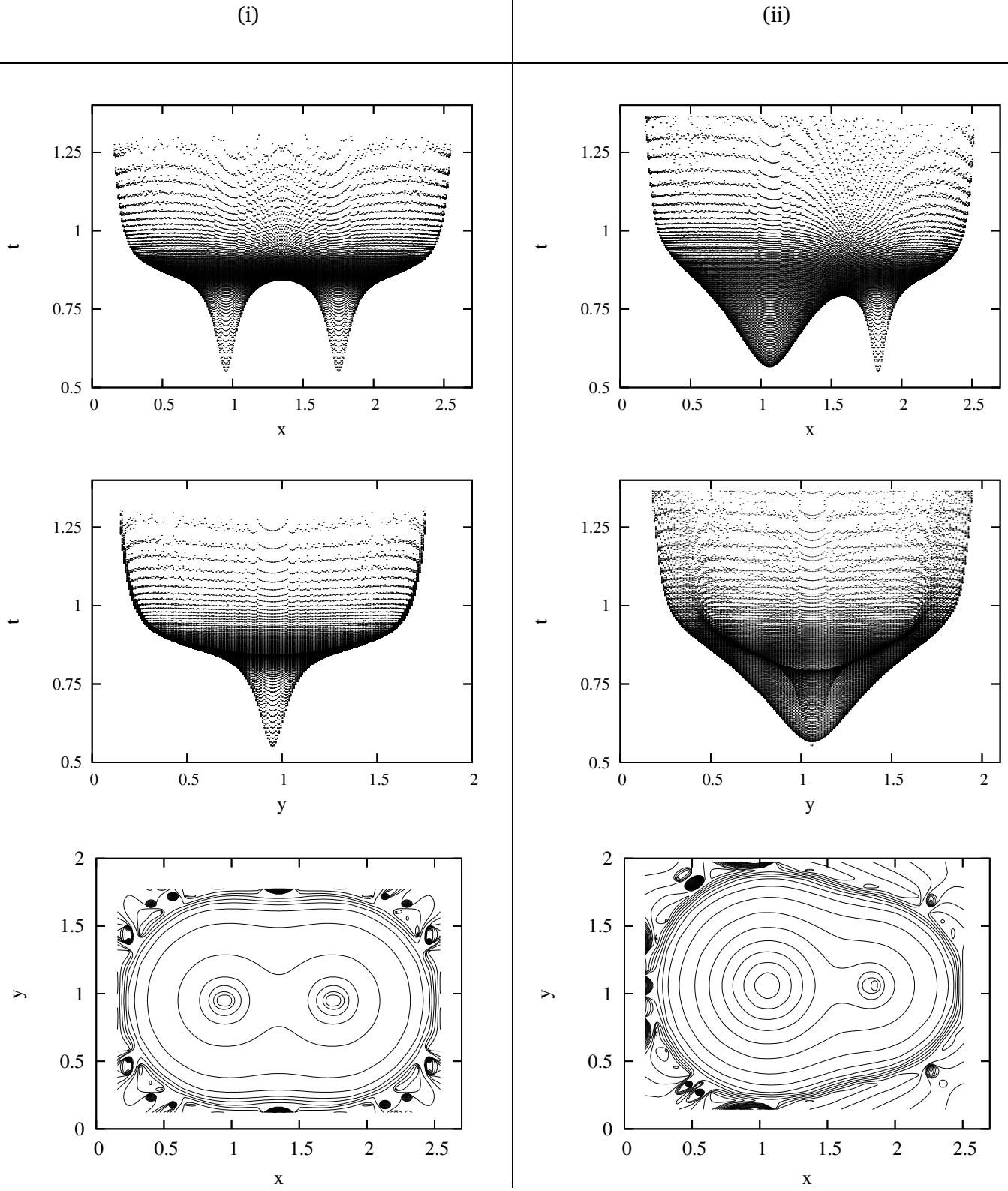


Figura 11. Temperatura cinética (en unidades de $T_0 = 5 \times 10^3 K$) para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R . Se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo y los contornos de nivel en el plano x - y .

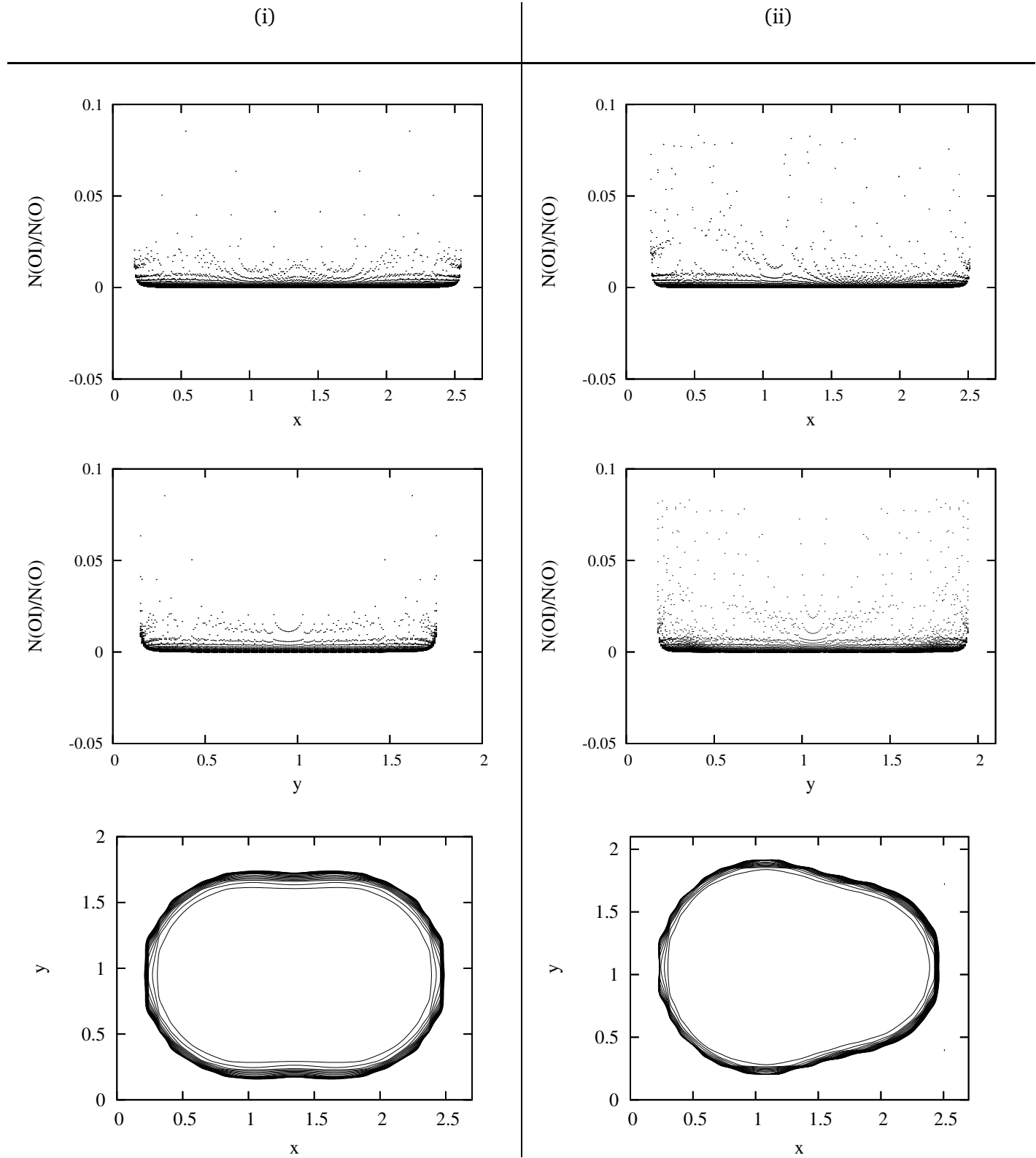


Figura 12. Fracción de ionización del OI para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R . Se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo y los contornos de nivel en el plano $x-y$.

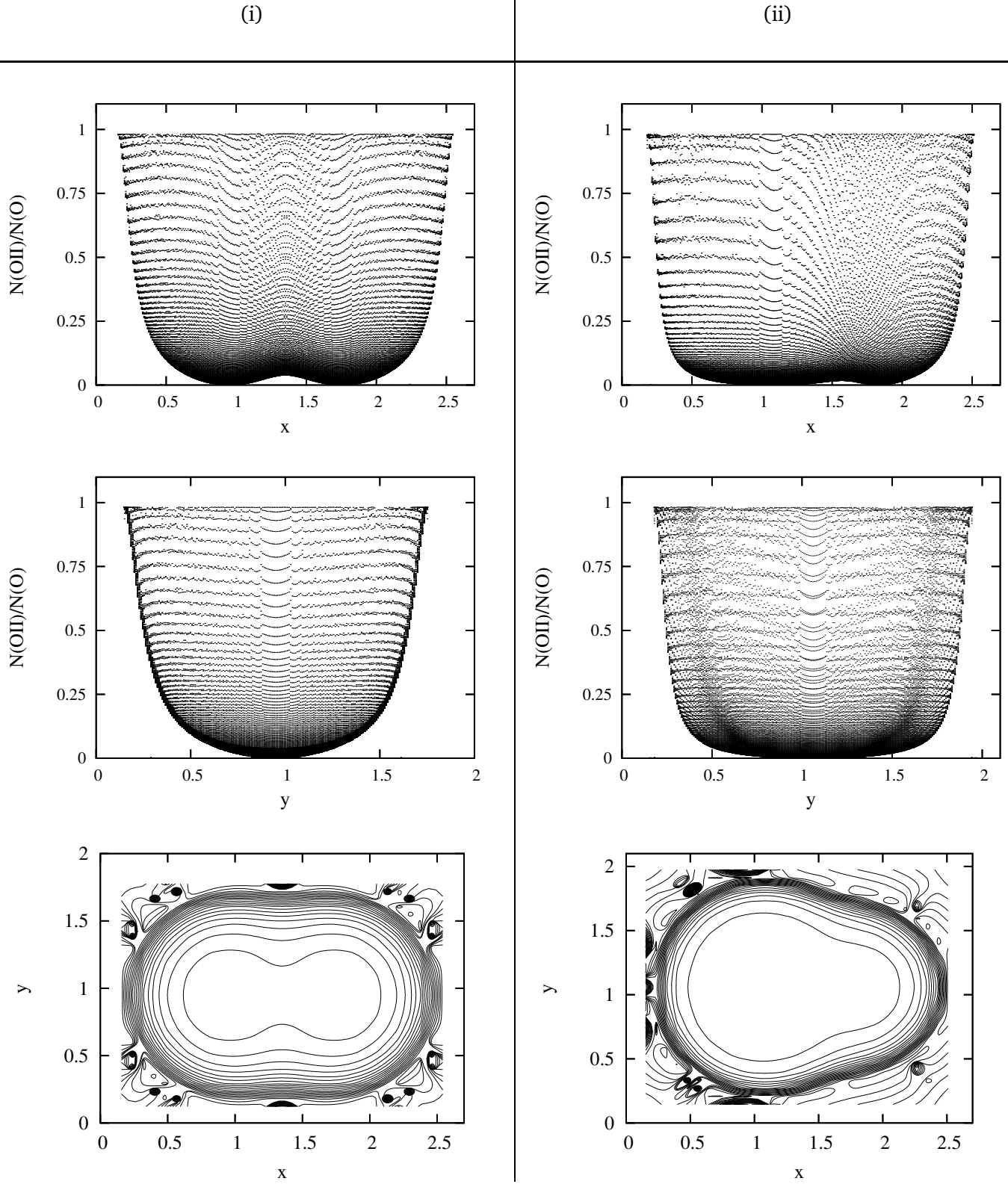


Figura 13. Fracción de ionización del OII para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömberg equivalente, R . Se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo y los contornos de nivel en el plano x - y .

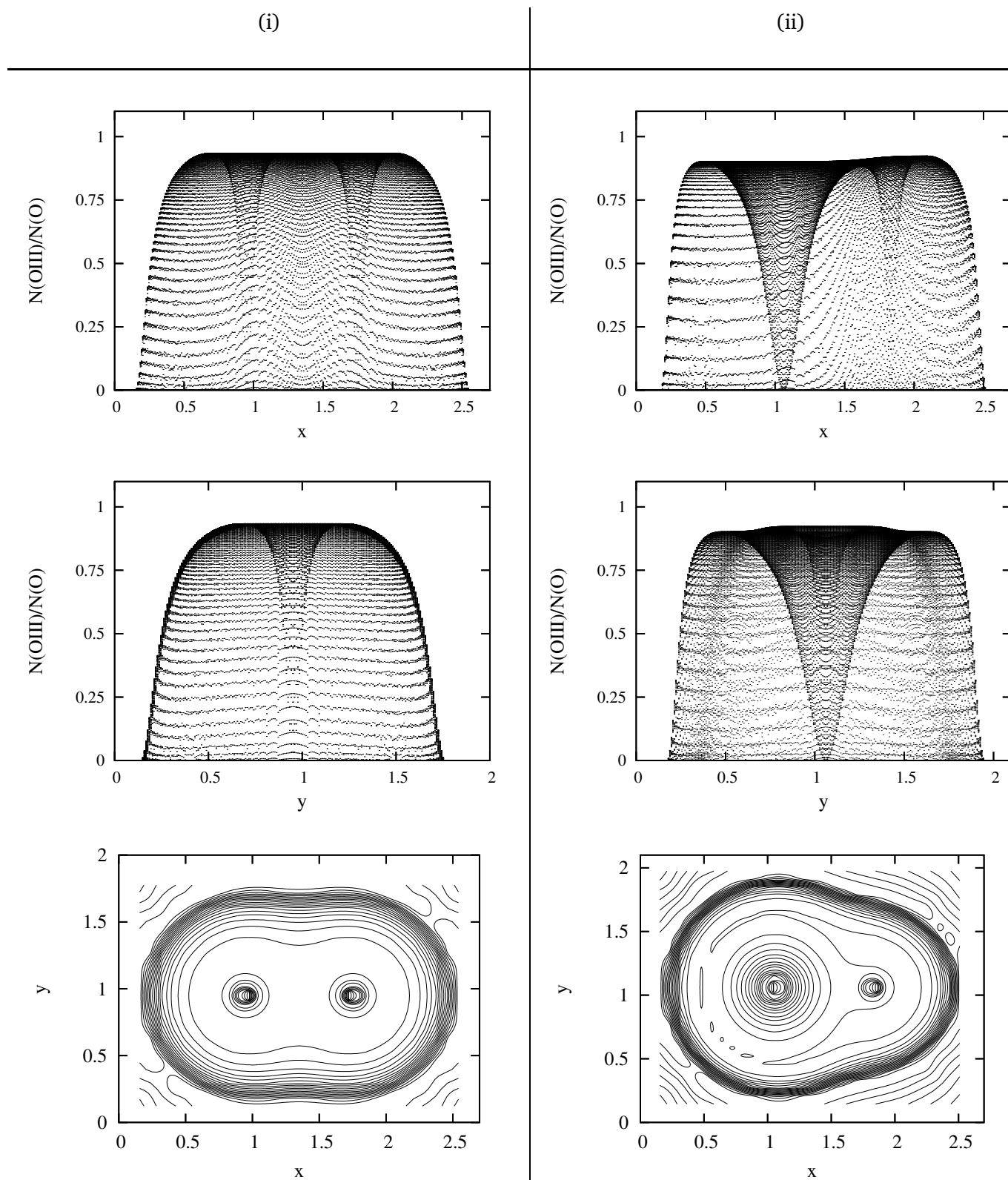


Figura 14. Fracción de ionización del $OIII$ para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R . Se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo y los contornos de nivel en el plano $x-y$.

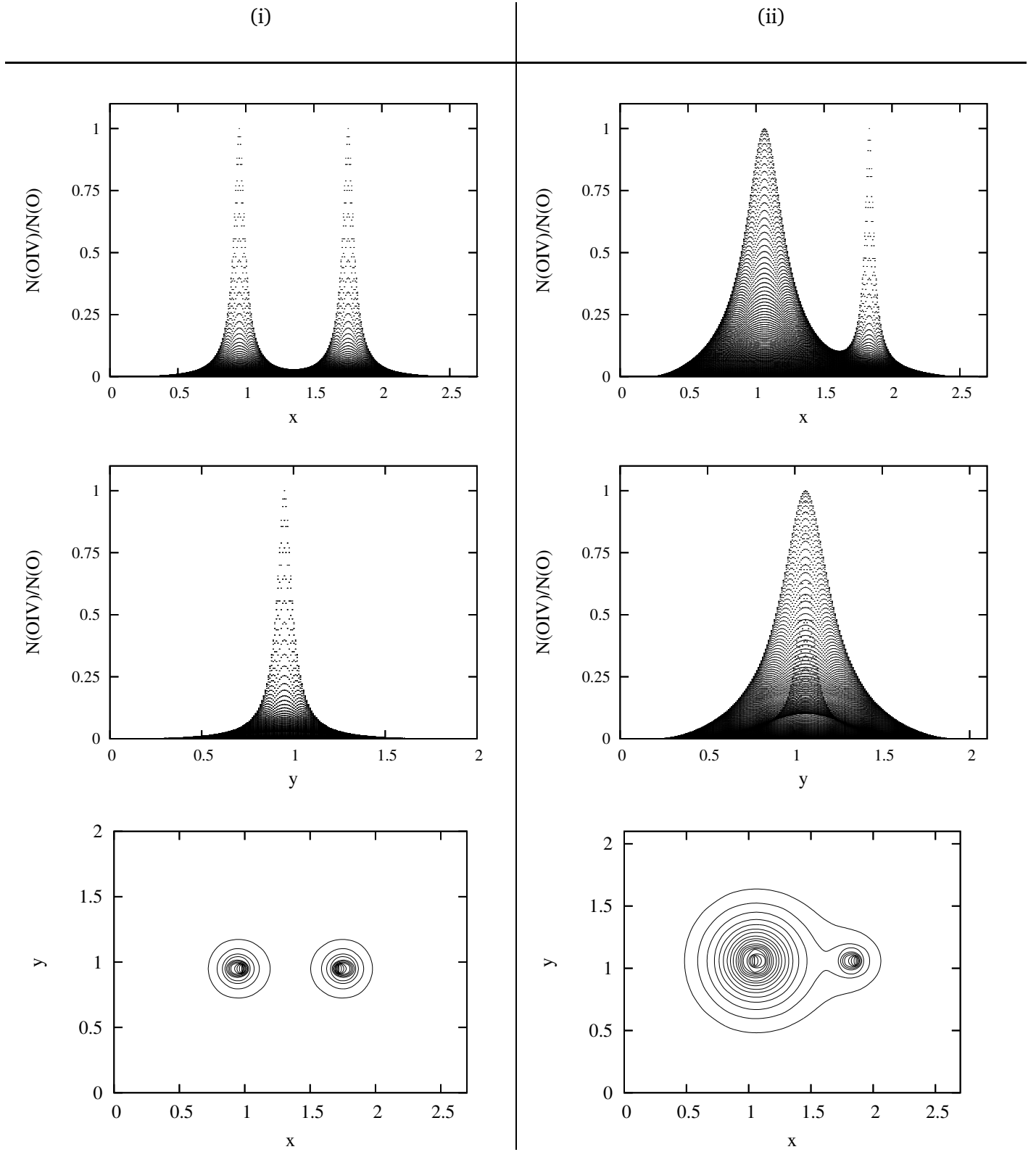


Figura 15. Fracción de ionización del *OIV* para los modelos i y ii (tabla 7). Los ejes x y y están dados en unidades del radio de Strömgren equivalente, R . Se presentan los valores de esta magnitud en las celdas del arreglo y los contornos de nivel en el plano x - y .

TABLA 8

Parámetros del modelo (caso A) calculado para el caso de tres estrellas excitatrices en una nebulosa de H ($N(H) = 10^2 \text{ cm}^{-3}$) y O ($A(O) = 10^{-3}$) limitada por ionización, correspondientes a los resultados mostrados en las figuras 16—25. Los radios aproximados de Strömrgren, R_1 , R_2 y R_3 , fueron obtenidos para la temperatura cinética $T_c = 5 \times 10^3 K$. Las posiciones estelares, \vec{x}^* , están dadas en unidades del radio de Strömrgren equivalente, R .

t_1^*	t_2^*	t_3^*
4,8	4,0	3,5
$R_1 [pc]$	$R_2 [pc]$	$R_3 [pc]$
3,90	2,78	2,06
$R [pc]$	τ_R	celdas
4,48	8692	$150 \times 98 \times 114$
\vec{x}_1^*	\vec{x}_2^*	\vec{x}_3^*
(1,18; 1,18; 1,18)	(2,29; 1,18; 1,18)	(1,90; 1,18; 1,73)

intersección de éstas la estructura de ionización es similar a la que se obtendría si no existiera una estrella compañera, mientras que una desviación de la estructura aparece en la regiones un poco más externas a los puntos de intersección de las circunferencias, hasta donde se extiende la región HII. Por otro lado, debe señalarse que fuera de la región de intersección no hay coincidencia entre las circunferencias que representan a las esferas de Strömrgren y los bordes de las regiones HII, coincidencia que existe en los modelos de la sección anterior. Esta diferencia es debida a que el número de celdas sobre cada eje en los presentes modelos es menor, lo que origina mayores errores de redondeo en el cálculo del espesor óptico; errores que son apreciables sólo en las regiones cercanas al borde de la región HII, donde una mayor resolución es necesaria para la obtención de la estructura. Respecto de este punto, las pruebas realizadas muestran que la mejor forma de lograr una mayor precisión es aumentar el número de celdas y no tanto así el número de iteraciones.

La figura 11 muestra los comportamientos de la temperatura cinética según los ejes x y y . Cuando se grafica t versus x ó y , su comportamiento viene dado por la envolvente inferior de los puntos que representan sus valores en todas las celdas. La diferencia con los casos de una sola estrella excitatriz se da en la región intermedia de las dos estrellas,

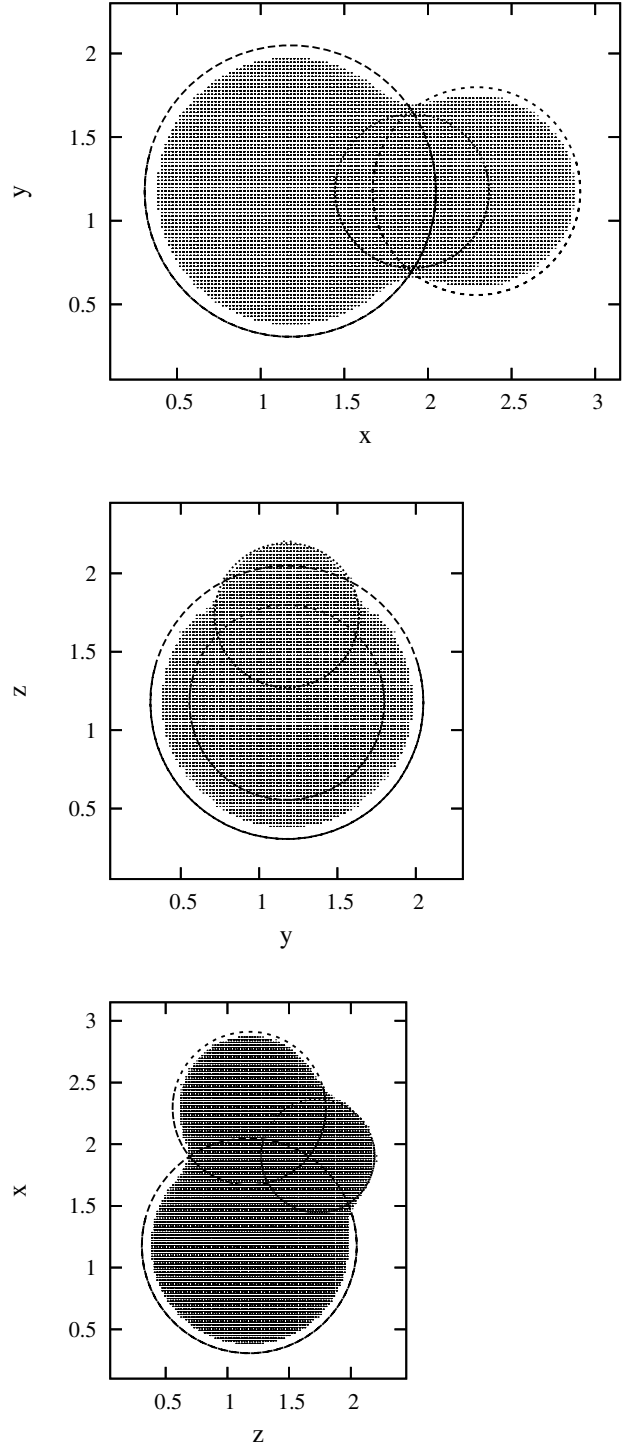


Figura 16. Estructuras de la región HII correspondiente al modelo de la tabla 8 vistas como proyecciones sobre los tres planos cartesianos. Los ejes están en unidades del radio de Strömrgren equivalente, R , y las esferas de Strömrgren de las tres estrellas son representadas por circunferencias.

donde la temperatura cinética alcanza un máximo local. De igual manera con las fracciones de ionización del oxígeno, que se presentan en las figuras

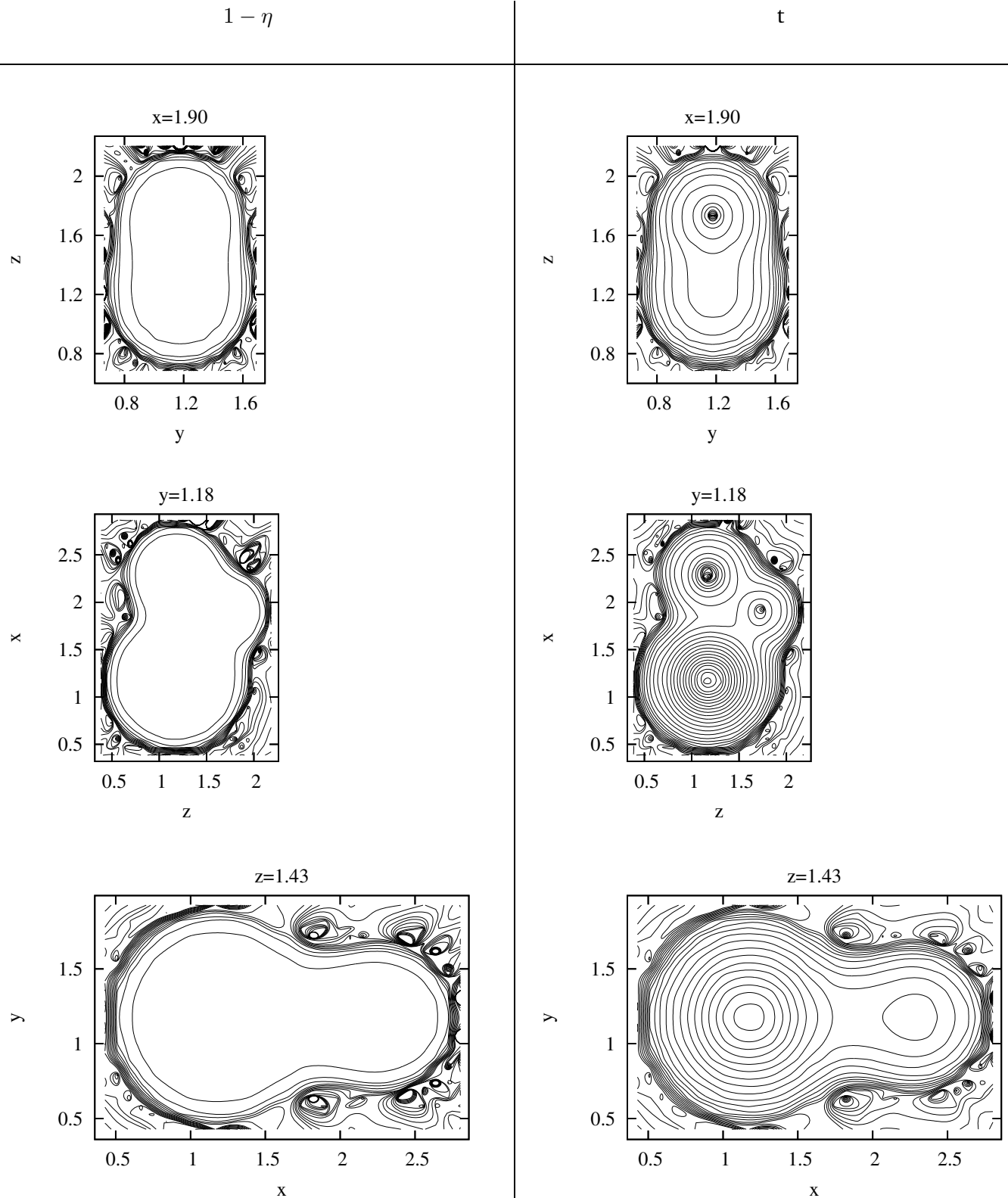


Figura 17. Contornos de nivel para la fracción de ionización del H y la temperatura cinética t en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R .

12—15, donde los comportamientos en las regiones externas a la de intersección de las esferas de Strömgen son similares a los casos de una sola estrella de la figura 7, mientras que en la de intersec-

ción, las fracciones de ionización varían en forma continua alcanzando máximos y mínimos locales en casi todos los casos.

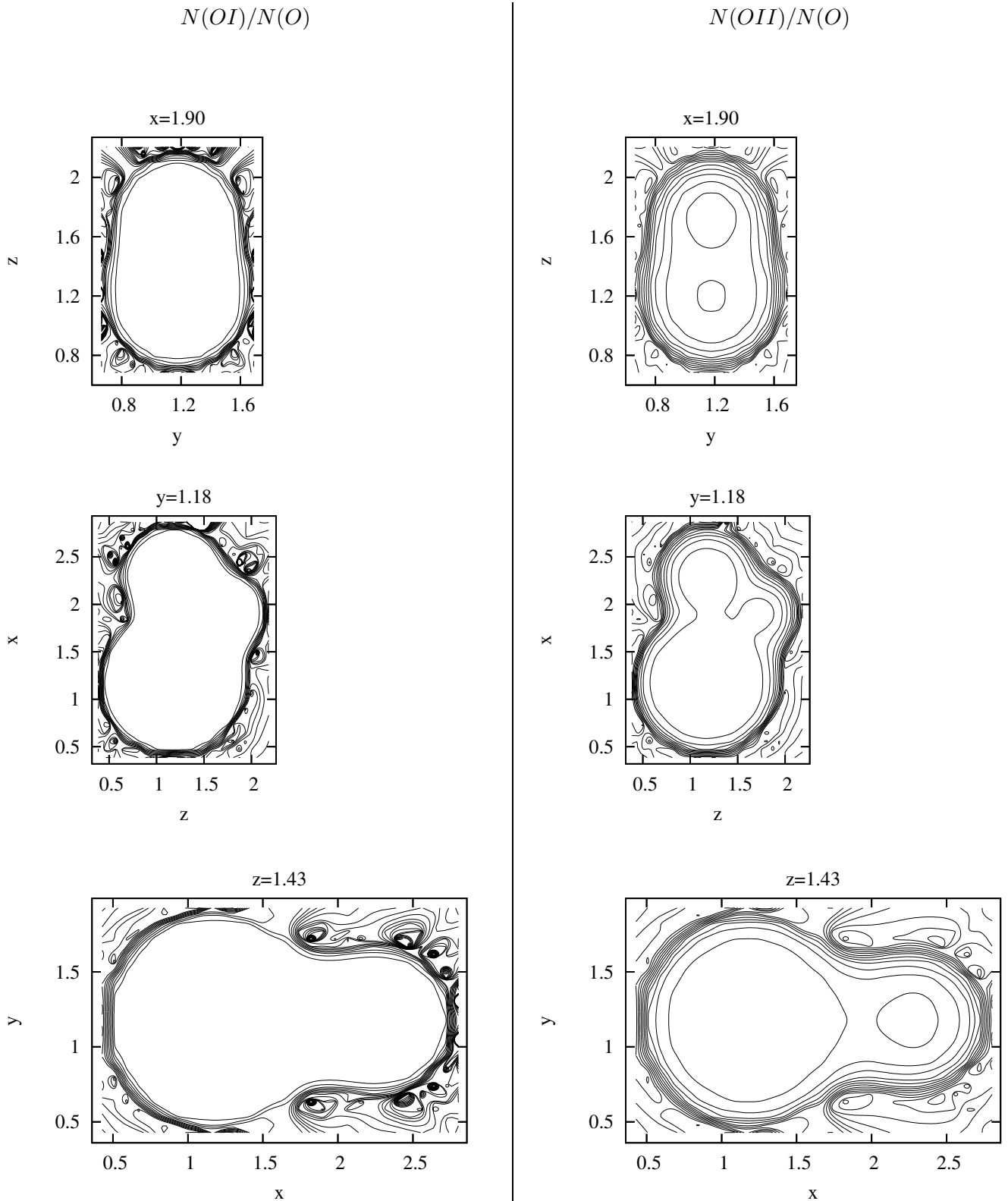


Figura 18. Contornos de nivel para las fracciones del OI y del OII en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R .

7.3. Tres estrellas excitatrices (tres dimensiones)

En este caso se ha calculado un modelo cuyos parámetros se listan en la tabla 8 y los resultados se muestran en las figuras 16—25. De la misma forma

que en los modelos anteriores, se realizaron 40 iteraciones y la discrepancia máxima alcanzada entre las últimas iteraciones fue del 1%. En la figura 16 se muestran las proyecciones de la estructura de la

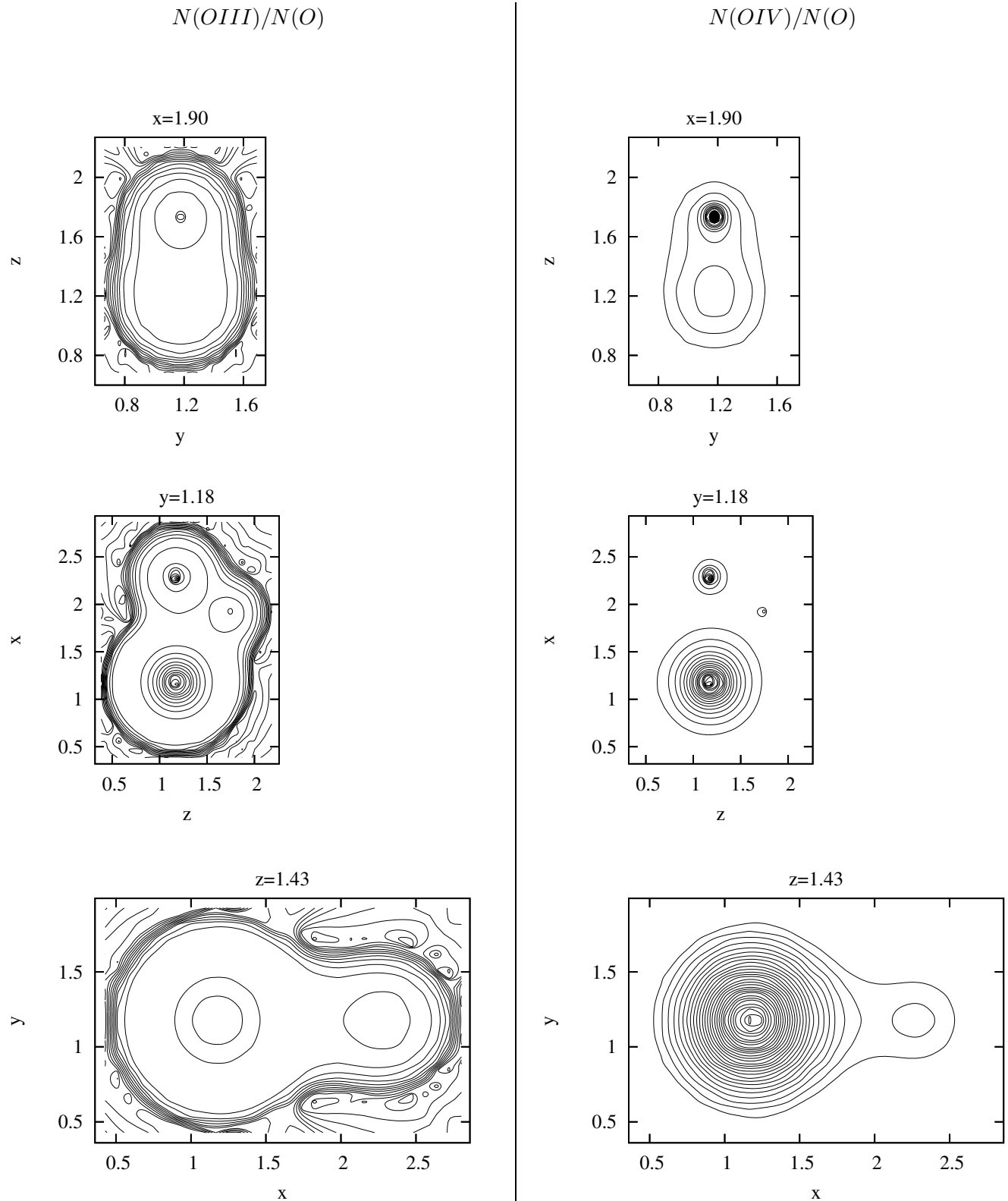


Figura 19. Contornos de nivel para las fracciones del $OIII$ y del OIV en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömberg equivalente, R .

región HII encontrada en los tres planos cartesianos. En ellas se representan con circunferencias las esferas de Strömberg de las estrellas consideradas. Como se puede ver en esta figura, dichas circunfe-

rencias no coinciden del todo con la región HII pero esto es debido, como en el modelo de dos estrellas, a que el número de celdas sobre cada eje es significativamente menor al del caso de una sola estrella,

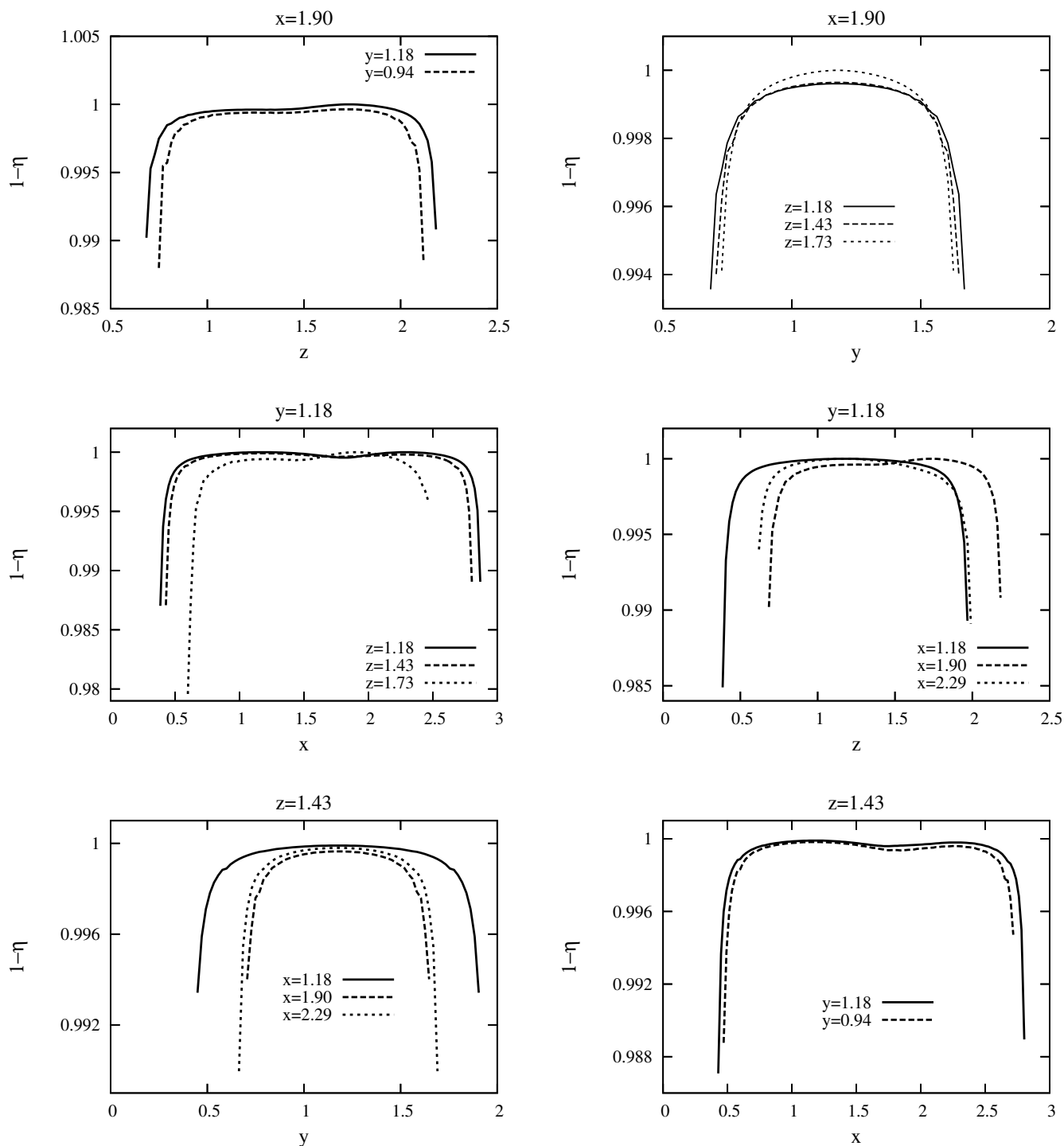


Figura 20. Fracción de ionización del H en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R .

presentándose, entonces, errores de redondeo que son importantes sólo en la delgada región de transición entre las regiones HII y HI.

Aquí la conclusión es la misma que en la sección anterior: las regiones alejadas a la región de intersección de las esferas de Strömgen de las tres estrellas presentan similar comportamiento estruc-

tural al que se tendría si se éstas se estudiasen separadamente; mientras que en la mencionada región de intersección, las estructuras de ionización y de la temperatura cinética son modificadas de manera que en ella estas magnitudes alcanzan máximos y mínimos locales. En este caso, los fotones estelares tienen chance de penetrar en regiones más lejanas

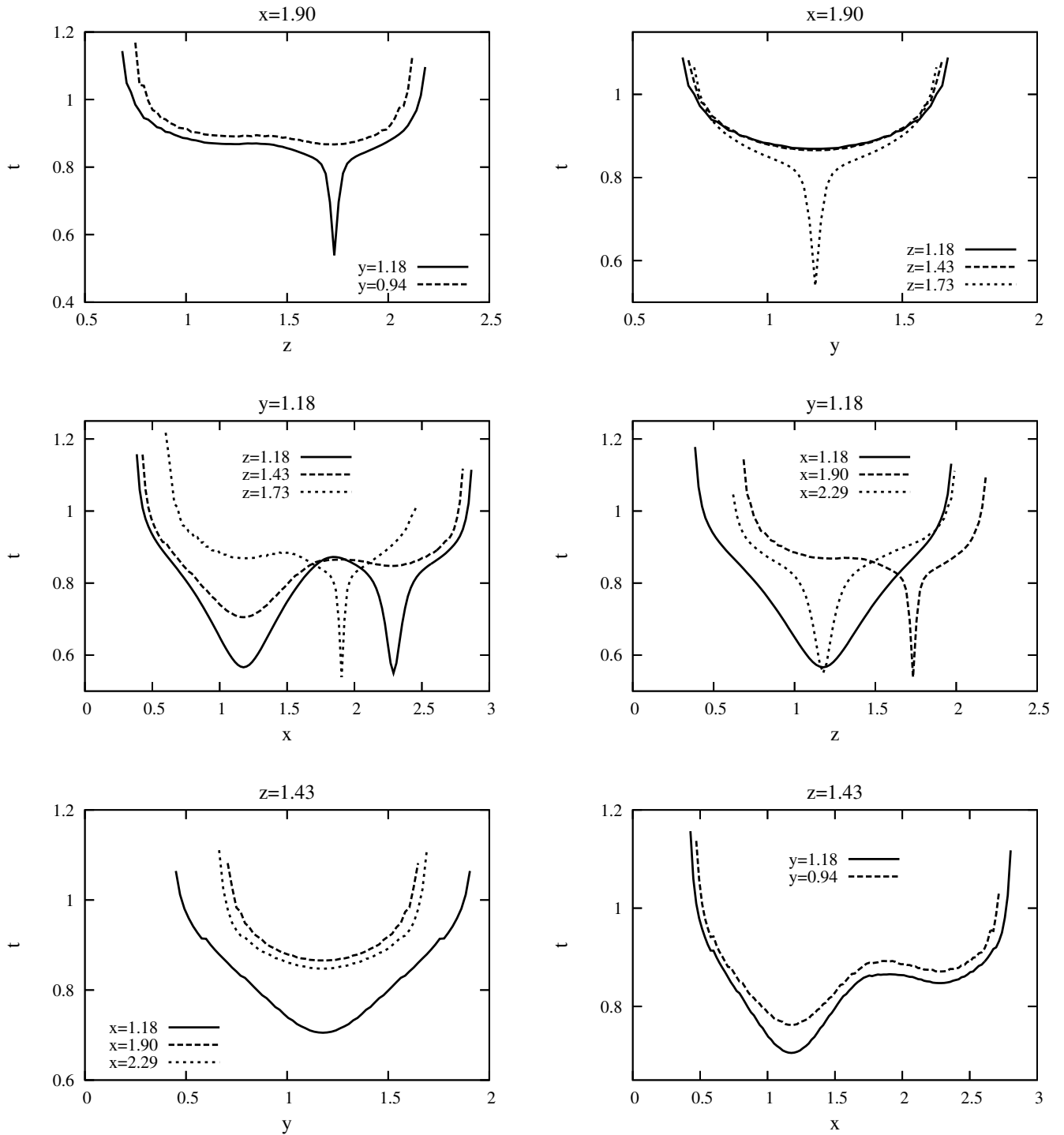


Figura 21. Temperatura cinética t (en unidades de $T_0 = 5 \times 10^3 K$) en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömberg equivalente, R .

a su fuente, pero no tanto como para llegar a afectar la estructura de las partes más exteriores de la región HII resultante.

8. SUMARIO Y CONCLUSIONES

Se han estudiado las condiciones físicas en las nebulosas gaseosas para poder elegir los procesos

adecuados para ser incluidos en un modelo realista de regiones HII con más de una estrella excitatriz. Con tal fin, se ha elegido una nebulosa modelo compuesta sólo por hidrógeno y oxígeno; el primero regula los procesos de fotoionización y calentamiento y el segundo, los procesos de enfriamiento. Se han construido y normalizado las ecuaciones

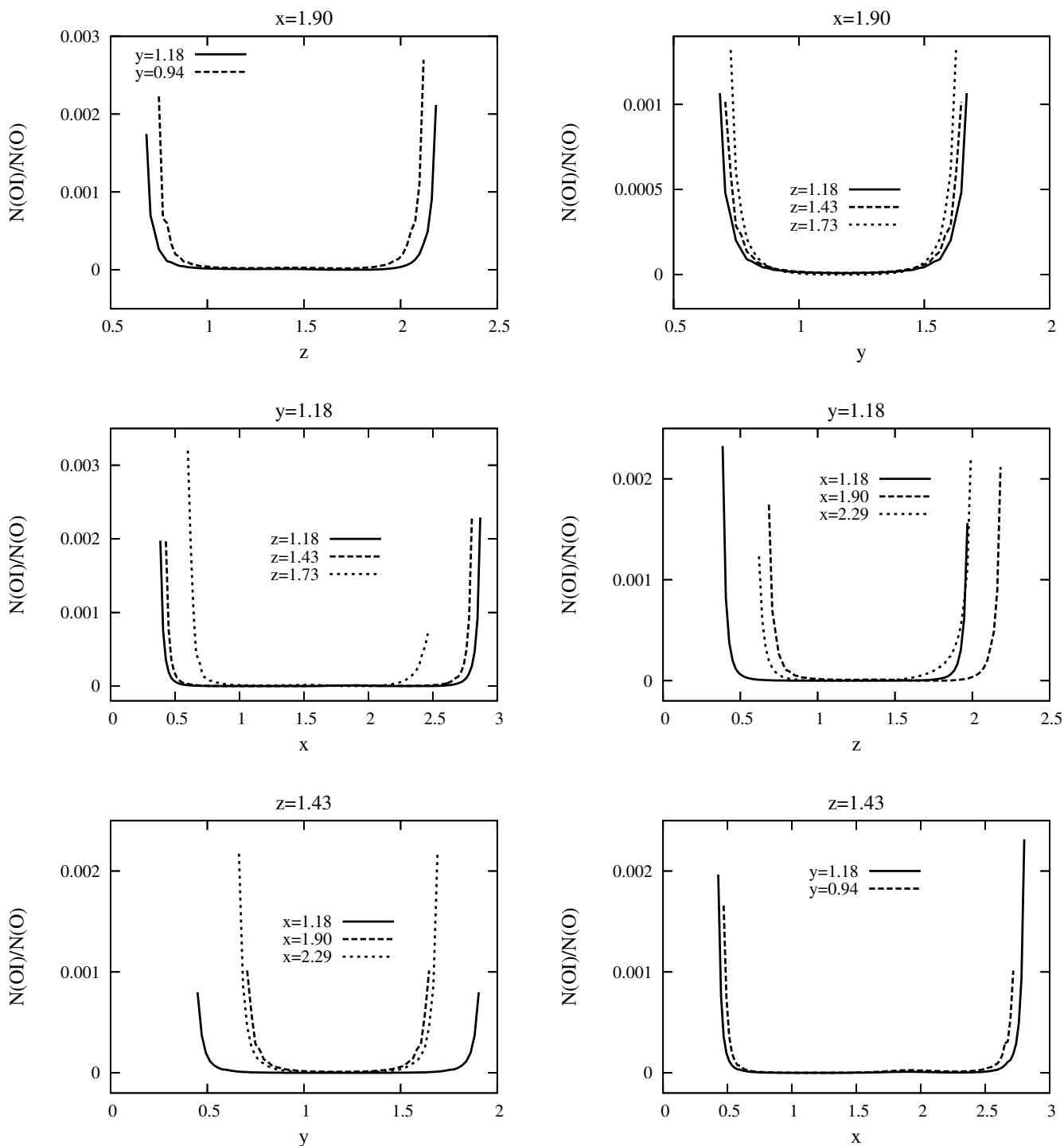


Figura 22. Fracción de ionización del OI en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömberg equivalente, R .

que gobiernan el equilibrio de ionización, el balance energético y el transporte radiativo de energía, y a la vez, se han estudiado las secciones eficaces de ionización así como los coeficientes de recombinación del H y del O . Para el balance energético se ha considerado que la ganancia de energía térmica se debe a la fotoionización del H y que la pérdida

se debe a la excitación colisional del O en sus distintos estados de ionización (se ha tomado hasta el tercer orden de ionización de este elemento). Para la excitación colisional, a fin de simplificar el modelo, se ha realizado una aproximación de dos niveles para cada átomo o ión del O , lo cual ha permitido la construcción de una función de enfriamiento

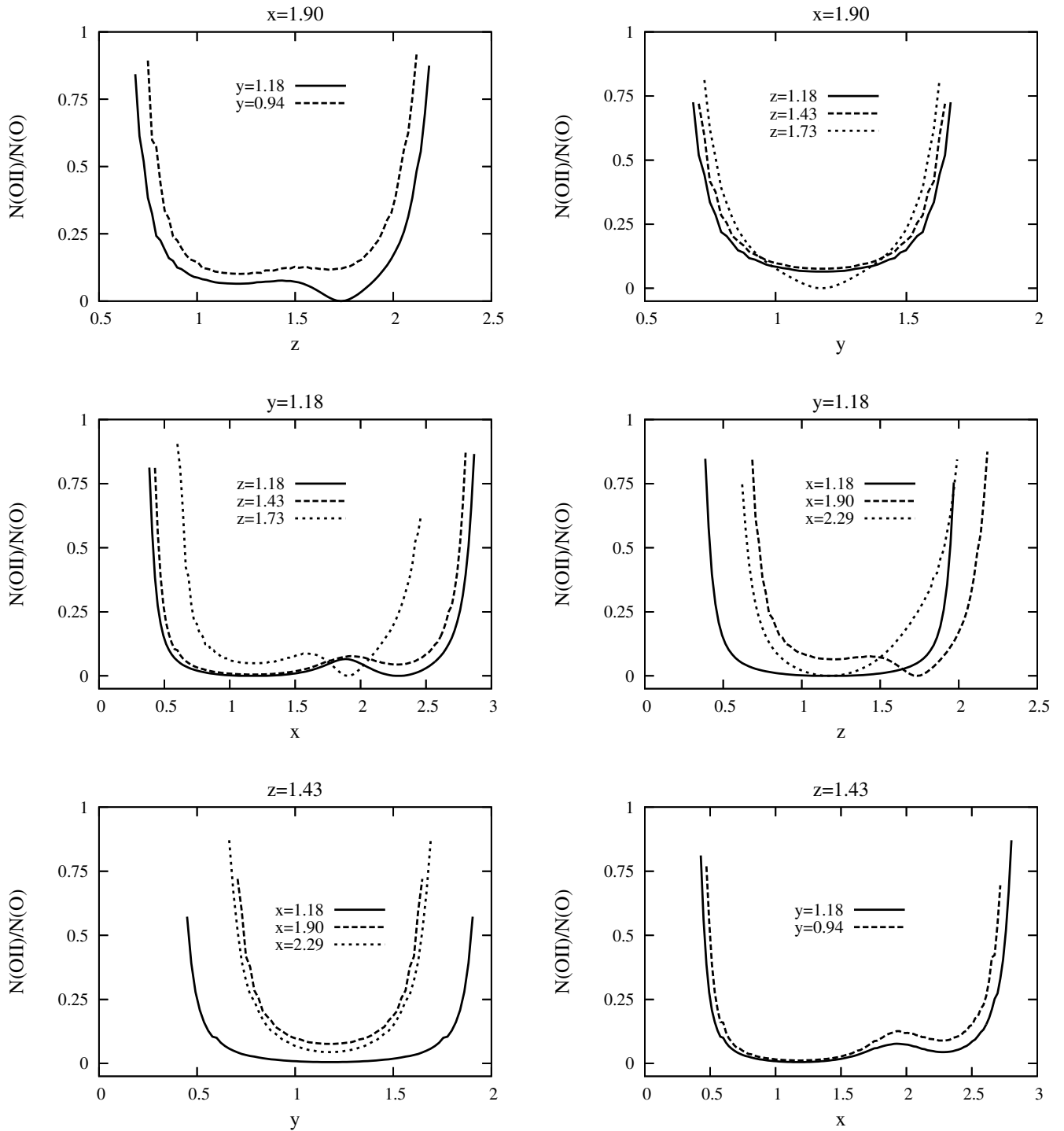


Figura 23. Fracción de ionización del *OII* en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R .

cómoda para ser tratada analíticamente. El problema del transporte radiativo ha sido resuelto sin considerar el campo de radiación difusa originado en la nebulosa, pero si se han tomado en cuenta los casos extremos de nebulosas ópticamente delgadas y ópticamente gruesas para la radiación difusa, elección que ha facilitado realizar la evaluación de las

integrales en frecuencia y por ende, la obtención de expresiones sencillas para las fuentes de electrones libres y de energía térmica de los mismos. En estas integrales se ha tomado el modelo de cuerpo negro para el espectro emergente de las estrellas excitatrices en el rango de temperaturas típico de las estrellas asociadas a las regiones HII, y el cálculo

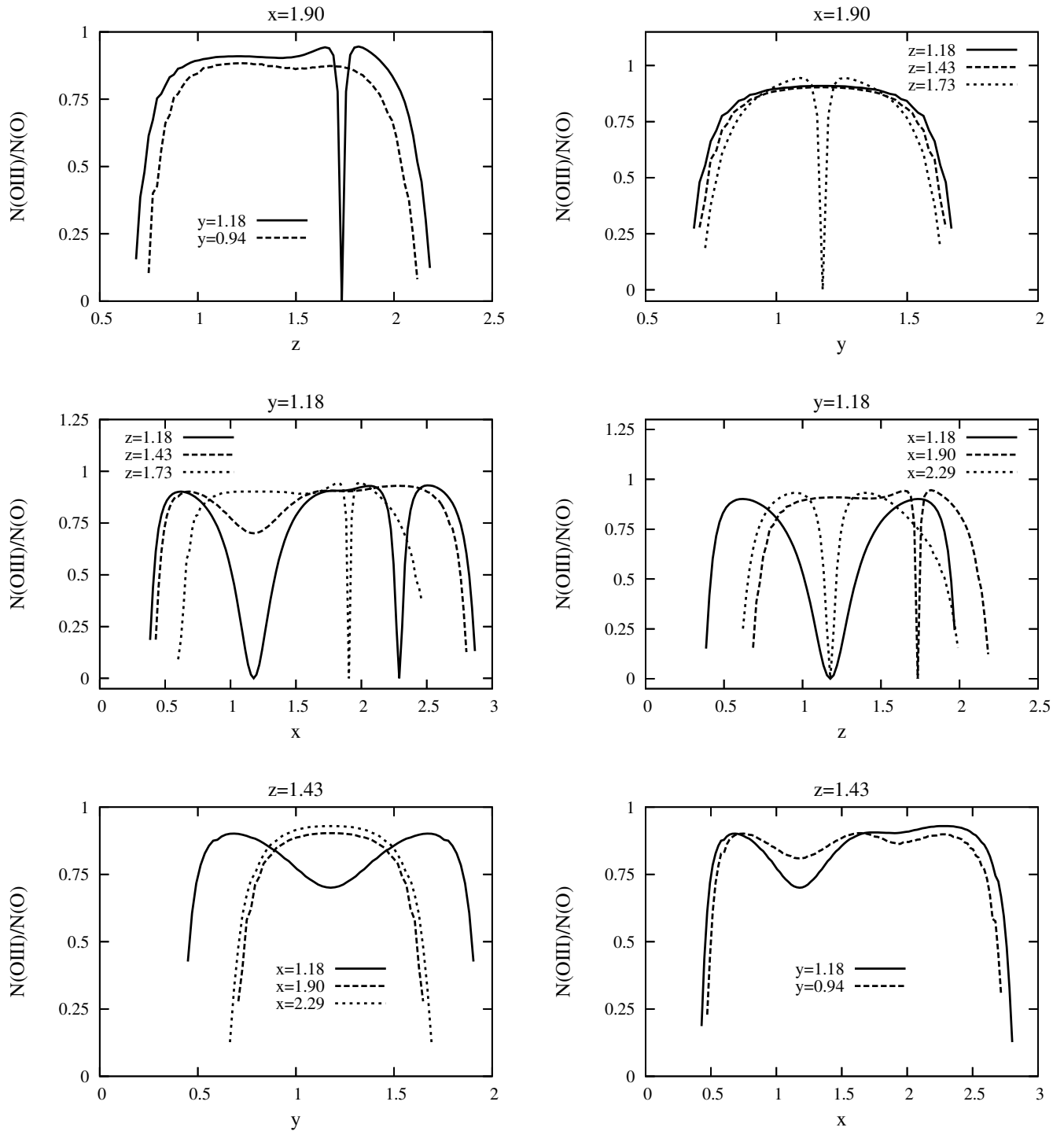


Figura 24. Fracción de ionización del OIII en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgen equivalente, R .

lo del espesor óptico ha sido realizado usando una red cartesiana de celdas donde en cada una de ellas todas las magnitudes físicas involucradas eran calculadas en un proceso iterativo hasta lograr la convergencia. Las magnitudes físicas relevantes obtenidas con este método han sido las fracciones de ionización del hidrógeno y del oxígeno en sus distin-

tos estados de ionización —es decir, las estructuras de ionización en una nebulosa— y la temperatura cinética, todas ellas como funciones de la posición.

Al comparar los resultados obtenidos con los que se muestran en las referencias [11,12] se encuentra un muy buen acuerdo, indicando que las principales aproximaciones realizadas en este tra-

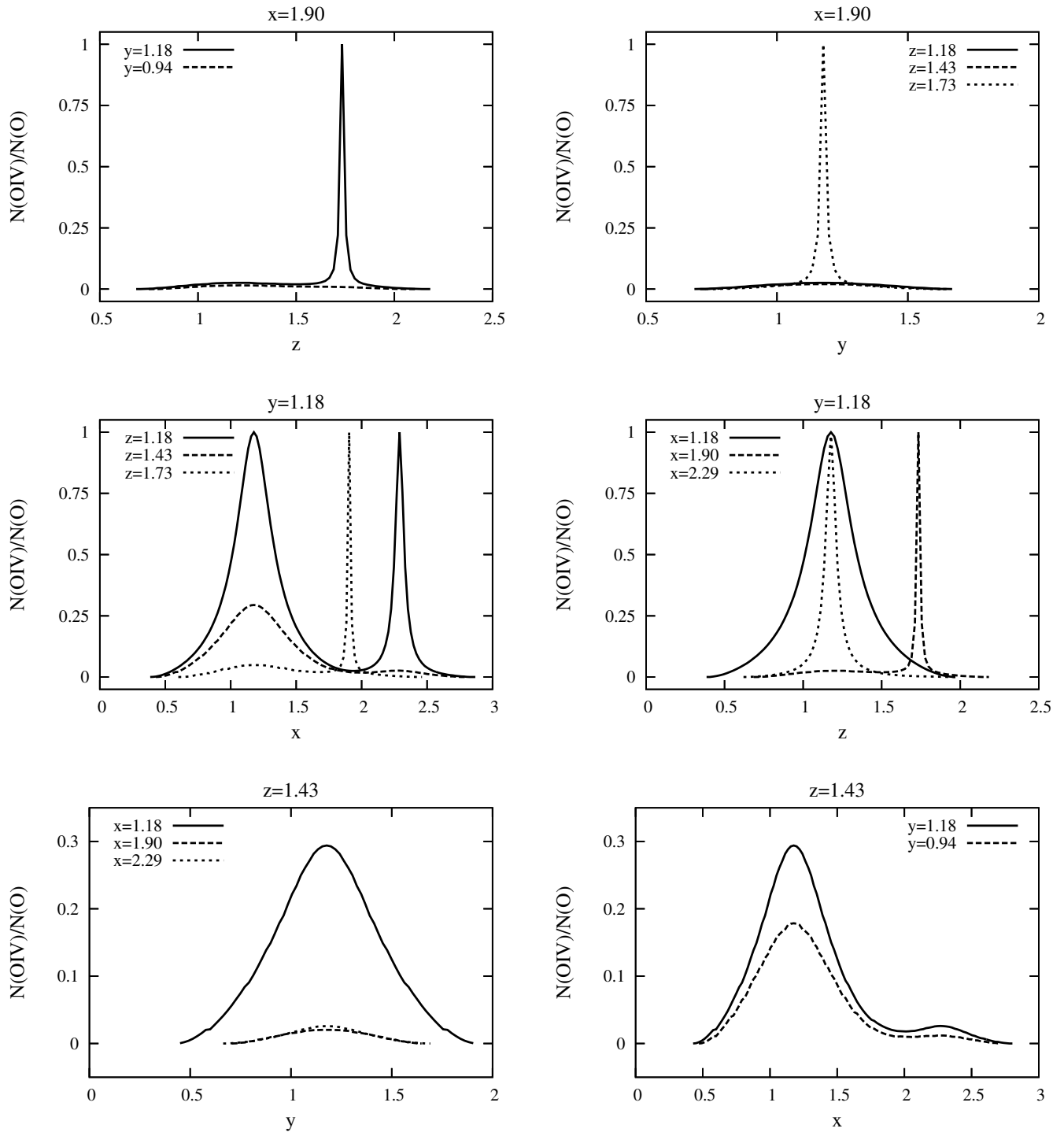


Figura 25. Fracción de ionización del *OIV* en el modelo de tres estrellas excitatrices (tabla 8). Los ejes están dados en unidades del radio de Strömgren equivalente, R .

bajo, a saber, el no considerar un campo de radiación difusa y el haber realizado una aproximación de dos niveles para los estados cuantificados de las partículas, podrían ser razonables para un estudio no tan detallado de nebulosas gaseosas. En lo que respecta a la precisión de los resultados, el método iterativo de cálculo de las magnitudes físicas en

un arreglo de celdas muestra ser muy eficiente, sobre todo en el cálculo del espesor óptico, que puede ser realizado de manera muy sencilla sumando las contribuciones al mismo de las distintas celdas a lo largo del camino hacia la estrella en cuestión. Es evidente, como lo muestran las pruebas realizadas, que la precisión es mayor si mayor es el número

de celdas considerado y ésto al margen del número de iteraciones realizado. Sin embargo, aun para relativamente bajos números de celdas, la precisión es muy buena en el interior de las regiones HII resultantes, presentándose los mayores errores en sus bordes, donde los espesores ópticos crecen abruptamente y los cambios significativos de las demás magnitudes también se dan en pequeñas escalas espaciales.

Cuando se aplica el modelo a una nebulosa con una estrella excitatriz, los resultados presentan los rasgos característicos encontrados en la literatura para estos sistemas [1,2,11,12]. En el caso del estudio de una nebulosa con más de una estrella excitatriz, que ha sido el objetivo principal en este trabajo, se ha aplicado el modelo a sistemas de dos y tres estrellas excitatrices, y las conclusiones que se han podido obtener acerca de la estructura de ionización y de la temperatura cinética son las siguientes: Las diferencias con el caso de una nebulosa con una sola estrella se dan principalmente en las regiones que comprenden las regiones de intersección de las esferas de Strömgen de las estrellas consideradas y las cercanas a ellas. En estas regiones, las fracciones de ionización y la temperatura cinética se presentan como funciones continuamente diferenciables de la posición, alcanzando máximos y mínimos locales. Fuera y suficientemente lejos de dichas regiones de intersección, el comportamiento de estas funciones es similar al que se tendría para una estrella si no estuviesen presentes las vecinas. La explicación de este resultado se lo encuentra en la superposición de los campos de radiación estelares, que da lugar a un mayor número de fotones capaces de lograr la ionización en la región de intersección mencionada y sus aledaños: fotones que en ausencia de otros

provenientes de estrellas vecinas tendrían su número atenuado por la absorción, pueden ahora viajar a mayores distancias debido a que el espesor óptico no alcanza valores suficientemente grandes por el sólo hecho de que el hidrógeno se mantiene casi completamente ionizado con ayuda de los fotones de las otras estrellas. Es entonces que la dilución geométrica de la radiación juega el papel importante en la atenuación, de otro modo la estructura en regiones suficientemente alejadas de la de intersección se vería afectada notoriamente, lo cual no ha sido observado en los resultados obtenidos.

REFERENCIAS

- [1] Osterbrock, D.E., "Astrophysics of Gaseous Nebulae" (1974).
- [2] Aller, L.H., "Physics of Thermal Gaseous Nebulae", D. Reidel Publishing Company (1987).
- [3] Spitzer L., "Physical Processes in the Interstellar Medium", Wiley, John & Sons, Incorporated (1978).
- [4] Seaton, M.J., Rev.Mod.Phys., 30, 979 (1958).
- [5] Burguess, A. & Seaton M.J., M.N.R.A.S., 120, 121 (1960).
- [6] Seaton M.J., M.N.R.A.S., 119, 81 (1959).
- [7] Hummer, D.G. & Seaton, M.J., M.N.R.A.S., 125, 437 (1963).
- [8] Mendoza, C., Simp. I.A.U. 103 (1982).
- [9] Aldrovandi, S.M.V. & Pequignot, D., Astr.Ap.25 No 1 (1973).
- [10] Simp. I.A.U., números 34,76.
- [11] Rubin, R.H., Ap.J., vol 153 (1968).
- [12] Stasinska, G., Astr.Ap., suppl. 32, 429 (1978).
- [13] Shu, F.H., "The Physics of Astrophysics, Vol I: Radiation", University Science Books (1982).
- [14] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., "Numerical Recipes in FORTRAN", Second Edition, Cambridge University Press (1992).
- [15] Sobelman, I.I. "Atomic Spectra and Radiative Transitions", Springer Verlag (1979).

MITOS Y VERDADES ACERCA DEL CAMBIO CLIMÁTICO EN BOLIVIA

Marcos Andrade

*Laboratorio de Física de la Atmósfera
Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física
Universidad Mayor de San Andrés*

RESUMEN

Los recientes desastres naturales han llamado la atención de los medios de comunicación hacia los posibles efectos del cambio climático en Bolivia. Muchos de los desastres fueron atribuidos al calentamiento global, a El Niño o al agujero de ozono, entre otros. El presente artículo trata de identificar la posible relación de los desastres naturales observados o predichos con estos fenómenos así como aclarar, cuando así sea pertinente, algunos conceptos para evitar confusiones e interpretaciones erróneas. En este sentido se toman diez aseveraciones relativamente comunes y se las analiza en términos de su consistencia científica para tratar de separar mitos y verdades del cambio climático en Bolivia.

Descriptores: meteorología — física de la atmósfera — calentamiento global — agujero de ozono

ABSTRACT

Due to the recent natural disasters Bolivian media have paid attention to the possible effects of climate change in Bolivia. Many of those disasters have been linked to global warming, El Niño, or the ozone hole among others. The aim of this paper is to identify the possible relationship between the observed or predicted natural disasters with those phenomena as well as to clarify, when appropriate, some key concepts in order to avoid confusion or erroneous interpretations. In these sense, ten common statements related to the possible effects of climate change in Bolivia are examined in terms of their scientific consistency in order to separate myth from truth.

Key words: meteorology — atmosphere physics — global warming — ozone hole

1. INTRODUCCIÓN

Debido a los recientes desastres naturales y a una rápida difusión de las consecuencias de los mismos, el tema de los cambios climáticos globales se ha tornado un tema de moda en los distintos medios de prensa. Por este motivo se escriben y dicen cosas que a veces son confusas, no tienen sustento científico o simplemente están erradas.

El presente artículo pretende puntualizar algunos aspectos relacionados con la problemática del cambio climático en Bolivia, tratando de mostrar algunos hechos que a veces se interpretan erróneamente o afirmaciones que son, cuando menos, cuestionables. Algunas de estas ideas se manifestaron a través de entrevistas de prensa, radio y televisión, en tanto que otras fueron recogidas de conversa-

ciones con gente de diferentes localidades del país, diversas condiciones económicas y diversos niveles de educación.

2. CAMBIOS CLIMÁTICOS

El clima, entendido como el “conjunto de condiciones atmosféricas que caracterizan una región” (Real Academia Española), es un sistema altamente no-lineal en el que la atmósfera, los océanos, tierra y seres que habitan los mismos interactúan de forma compleja. Aquí “no-lineal” significa que grandes cambios en algún componente del sistema pueden ocasionar cambios mínimos en el sistema global o, por el contrario (y más preocupante) pequeños cambios en ciertas partes componentes del sistema pueden ocasionar grandes cambios en todo

el sistema, que parece ser el caso del sistema que define el clima de la Tierra.

Para hablar de “cambios climáticos” se debe definir claramente qué es “comportamiento normal” en un sistema que de por sí sufre todo tipo de fluctuaciones debidas a fenómenos naturales internos (erupciones volcánicas, por ejemplo) y externos (variaciones en la cantidad de energía emitida por el Sol, por ejemplo). Para ello es necesario tener un registro de datos climáticos globales lo más extenso posible. Si bien hay algunas medidas de varios de estos parámetros de forma continua desde hace más de dos siglos, las mismas fueron tomadas en lugares puntuales, con preferencia en el hemisferio Norte y sobre la superficie terrestre. Por tanto, la densidad y calidad de datos globales variaron mucho en los últimos dos siglos. Medidas realmente globales recién pudieron ser realizadas con el advenimiento de satélites desde mediados de la década de los 70. Tres décadas de datos globales no son suficientes para entender a cabalidad variaciones más lentas en el clima de la Tierra, sin que esto signifique que como humanidad no conozcamos lo suficiente para establecer ciertas conclusiones. De hecho, a la fecha existen indicios muy fuertes que muestran que están ocurriendo cambios en el clima mundial.

Basados en mediciones de muchos años se sabe que, al menos en los últimos 100 años, y especialmente en los últimos 20-30 años, se ha observado un incremento de la temperatura media del planeta. Esto ha sido interpretado como un cambio climático global. Pero, ¿cuál es la causa de este hecho? ¿Serán estos cambios producto de variaciones naturales del clima? O, por el contrario, ¿serán producto de modificaciones a nuestro planeta debido a la actividad humana? ¿Es ésta una tendencia irreversible? El consenso actual en la comunidad científica es que los cambios que se observan y proyectan hacia futuro están ligados a la actividad humana, tal como es la liberación de carbono a la atmósfera. De hecho, en el último reporte del Panel Internacional en Cambio Climático (IPCC, por sus siglas en inglés) se dice de manera clara que “el calentamiento es inequívoco y la mayor parte de él es muy probablemente (90%) debido al incremento de gases de efecto invernadero” [1]. Así, en el mundo científico existe una alta certeza que este cambio es real y que es producto de actividades antropogénicas. La discusión está centrada ahora en los posibles efectos que el clima del planeta pueda sufrir a cercano y mediano plazo, la posibilidad de

que dichos cambios sean irreversibles, y qué se puede hacer para aminorar los posibles efectos negativos de dicho cambio. Muchos de los “mitos” surgen de la complejidad del tema y a la falta de entendimiento que dichas proyecciones hacia futuro llevan asociadas una incertidumbre relacionada con el conocimiento del presente (de ninguna manera perfecto) y del modelo escogido para describir el sistema. Esto no quiere decir que los estudios que se hacen sean inservibles, solamente significa que debemos tener cuidado al “acusar” de todo lo que sucede al calentamiento global.

3. MITOS Y VERDADES

3.1. *Eventos puntuales son una “prueba” del calentamiento global (mito)*

Es común que ante cualquier evento extremo tal como una inundación, sequía, etc. se atribuya el mismo al calentamiento global (claro que cuando ocurre algo como El Niño o La Niña, estos últimos son los “únicos culpables” de todo lo observado). Un evento que es utilizado como ejemplo de las consecuencias del cambio climático hasta por algunas reparticiones gubernamentales es la granizada que ocurrió en la ciudad de La Paz el 19 de febrero del 2002, que desafortunadamente cobró la vida de mucha gente. Ese día se dieron condiciones meteorológicas especiales para que en poco tiempo hubiera una intensa lluvia sobre la ciudad de La Paz, la cuál provocó que muchas calles se convirtieran, literalmente, en ríos. Pero, ¿puede afirmarse sin lugar a duda que dicha lluvia se debió al calentamiento global? No existe un estudio que muestre que fenómenos similares (lluvias intensas) no hayan ocurrido antes o que la frecuencia de los mismos hubiera aumentado. Por la naturaleza espacial muy localizada de las lluvias es difícil de realizar tal estudio, sea con instrumentos de tierra o a bordo de satélites. De hecho, la lluvia de marras, aunque fue la más intensa que se haya registrado en la ciudad de La Paz¹, no fue necesariamente la más dañina en términos económicos aunque si en vidas humanas.

Relacionado con un evento extremo “puntual”, un hecho meteorológico que ocurrió fuera del país y que recibió mucha atención tanto por los daños causados como por las implicaciones y predicciones relacionadas con el cambio climático es el huracán Katrina que ocurrió el año 2005 en los Estados Unidos. Ese huracán fue catalogado de grado 5,

¹ Comunicación personal del meteorólogo Félix Trujillo del SENAMHI

el máximo en la intensidad de daño, e impactó de lleno a la ciudad de New Orleans localizada al sur de los Estados Unidos. Los daños causados por el huracán fueron de consideración pero el mayor desastre vino del hecho de que un sistema de represas se rompió en algunos casos a las pocas horas de ocurrido el fenómeno meteorológico. Como resultado de las cuantiosas pérdidas materiales y en vidas, la discusión se reavivó acerca de la relación que pudiera existir entre Cambios Climáticos y eventos extremos ligados a éstos. Algunos estudios [2] afirman que la intensidad de los huracanes (no su frecuencia) se ha incrementado en las últimas décadas al mismo tiempo que la temperatura del océano se ha incrementado cerca de 0.5°C . Algunos ven estos dos hechos como una clara prueba de cambios climáticos y eventos extremos. Otros estudios [3], sin embargo, indican que sería prematuro decir que este incremento en la temperatura del océano (cambio climático) está directamente asociado con eventos extremos como Katrina. En este sentido, el incremento observado en la intensidad de los huracanes podría ser resultado de variaciones naturales no entendidas todavía y no como efecto directo de la actividad humana.

A pesar de esta discusión, Katrina es un buen ejemplo de lo que podrían ser las consecuencias del calentamiento global. Inclusive el ex-vice presidente norteamericano Al Gore presenta a este huracán como ejemplo de lo que pasaría en el planeta producto del calentamiento global en su película “An inconvenient truth”. Y aunque hay todavía discusión entre los científicos acerca de si se puede atribuir de forma tan clara y directa este fenómeno —y la destrucción asociada al mismo— al cambio climático que se vive, está claro que este caso es una buena ilustración de los posibles efectos que el cambio climático podría causar en el planeta. Al respecto, el IPCC señala [4]: “Mientras un huracán individual no puede ser atribuido al cambio climático, este puede servir para ilustrar las consecuencias para los servicios ecosistémicos si la intensidad y/o frecuencia de tales eventos se incrementa en el futuro”.

Por todo lo dicho anteriormente, es difícil asociar directamente eventos extremos aislados con cambios climáticos globales (y peor con cambios climáticos locales). Sin embargo, dicho eso, es importante remarcar que hay evidencia tanto directa como indirecta a nivel global que muestra que “algo” está pasando y que probablemente varios de los eventos extremos que se observan están relaciona-

dos con el calentamiento de la superficie terrestre. Un solo evento no prueba que el calentamiento global esté sucediendo. Sin embargo, la gran cantidad de cambios, más allá de la variabilidad observada en el pasado, sugieren de manera muy fuerte que el calentamiento global es real y que las consecuencias pueden ser muy duras para países como Bolivia.

3.2. *El calentamiento global producirá un incremento de temperatura similar en todo el territorio boliviano (mito)*

Una idea equivocada pero relativamente común expresa que el calentamiento global debe manifestarse necesariamente de igual forma (similar incremento) en todas partes. Alguna gente se muestra a veces sorprendida cuando el análisis de los datos muestra regiones en las cuales la temperatura podría decrecer. Como se mencionó anteriormente, el sistema que gobierna el clima es un sistema altamente no-lineal. Esto implica que mientras en algunos lugares la temperatura podría elevarse en otros podría reducirse (debido a mayor nubosidad, por ejemplo, o al uso de suelo en la región [5]). Esto puede producirse, naturalmente, aun cuando la temperatura promedio en la región o país se incrementa. En ese sentido, un incremento en la temperatura media del planeta no implica que necesariamente la temperatura promedio de regiones frías, como el altiplano, por ejemplo, se haga más benigna para el ser humano.

3.3. *Una elevación de la temperatura en el altiplano debido al calentamiento global favorecerá la producción agrícola a largo plazo (mito y verdad)*

Una de las razones que se señala para sostener esta afirmación está relacionada al acortamiento del ciclo de crecimiento, lo que permitiría “evitar” las heladas típicas del invierno andino. Si bien esto es un hecho razonable, y de hecho se ha observado que en los últimos años la producción de quinua ha crecido a lugares en los cuales no se lo hacía por el extremo frío, no se toma en cuenta, sin embargo, la disponibilidad de agua en la región altiplánica. Los estudios relacionados con los glaciares andinos muestran [6] un rápido retroceso de los mismos en los últimos años. Aun más, dado que los glaciares actúan como reservorios de agua en la temporada seca, la desaparición de los mismos sería catastrófica para el ecosistema andino y los posibles cultivos

que allá pudieran aparecer producto de un eventual incremento de la temperatura. Adicionalmente, aun si la provisión de agua no fuera un problema, no todas las especies vegetales son capaces de adaptarse a los altos niveles de radiación ultravioleta recibidos en el Altiplano boliviano.

3.4. *Las inundaciones en el oriente se incrementaron por causa del calentamiento global (mito y verdad)*

No hay evidencia de que eso sea así, aunque tampoco evidencia de que el calentamiento no tenga que ver con las inundaciones. Si bien eventos extremos como sequías y lluvias torrenciales son una predicción del IPCC [7], reportes del Servicio Meteorológico de Bolivia sugieren que si bien hubieron inundaciones en la región del Beni los últimos tres años en los que tuvimos un año sin Niño o Niña, un año con Niño (cuando normalmente se esperan sequías [8][9]) y el último con una Niña relativamente intensa (cuando si se esperan precipitaciones por encima de la media), estos desastres se debieron principalmente (no exclusivamente) a avances de la frontera agrícola en las zonas altas de Bolivia. El desbosque en zonas altas que tradicionalmente retenían gran parte del agua producto de las lluvias permitiría ahora a dichas aguas llegar sin dificultades a zonas tradicionalmente problemáticas. Adicionalmente, las mencionadas inundaciones se verían reforzadas por el rápido deshiele de los glaciares andinos que alimentan los ríos del área amazónica. Aunque faltan estudios más extensos para confirmar esta explicación, la misma es coherente con resultados obtenidos utilizando modelos climáticos globales. El más preocupante de estos resultados, tanto por las consecuencias para el país como por la seriedad de la institución que realizó el estudio, muestra que la Amazonia podría, literalmente, secarse convirtiéndose en el lapso de aproximadamente un siglo en una tundra [10]. Dado el rol que esta región juega en el clima regional, un cambio de este orden tendría efectos devastadores en el clima de Bolivia, y no solamente en la región oriental del país.

3.5. *El agujero de ozono y el calentamiento global están directamente relacionados (mito)*

El agujero de ozono y el calentamiento global no están directamente relacionados. Estos dos problemas ambientales son esencialmente dos problemas diferentes. Mientras el calentamiento se debe prin-

cipalmente al acumulamiento de gases de efecto invernadero en la atmósfera, principalmente dióxido de carbono y metano, el denominado agujero de ozono está más bien relacionado a la destrucción del ozono estratosférico (aproximadamente el 90 % del ozono presente en la atmósfera se encuentra en la estratosfera [11]). Esta destrucción se produce bajo condiciones especiales en las zonas polares del planeta. En particular, la Antártica es la región donde cada primavera se produce una destrucción masiva de ozono estratosférico. Las condiciones especiales a las que se hace alusión son la existencia del vórtice polar, que es una barrera de vientos alrededor del polo sur que se forma en el invierno austral que prácticamente imposibilita el intercambio de masas de aire [12]. Este vórtice se forma en invierno. Además, las extremadamente bajas temperaturas, del orden de -80°C (más bajas que las medidas en el polo norte), ayudan a la formación de las denominadas nubes polares estratosféricas que contribuyen a remover compuestos de nitrógeno de la atmósfera por deposición y sedimentación. Esta “desnitrificación” contribuye de manera importante a la posterior existencia de moléculas de cloro libres las cuales a su vez son las que destruyen las moléculas de ozono [13]. Como puede inferirse de esta corta explicación, el proceso de destrucción de la capa de ozono es complejo y requiere de condiciones muy especiales. Por esa razón el famoso “agujero de ozono”, al menos con la intensidad y extensión que se oye en los medios, solamente se produce en la Antártica. En el hemisferio Norte, en las zonas polares, se han observado eventos de corta duración donde la pérdida de ozono, si bien notable, nunca ha alcanzado los niveles observados en el hemisferio sur [14]. De acuerdo con esto, los datos tanto de tierra como de satélite, muestran que en latitudes como las de Bolivia, el ozono prácticamente no ha sufrido cambio, y si existió una disminución de la capa de ozono ésta no pasó del orden del 1 % por década [15]. Existe evidencia sin embargo, que muestra una tendencia negativa en las llamadas medias latitudes (región comprendida entre 25° y 60° tanto en el hemisferio norte como en el sur). En estas regiones, durante la década de los 80 y 90, se reportó una declinación de la columna de ozono del orden de 3-4 % por década (es decir, 0.3-0.4 % anuales en promedio) [16]. Si bien existieron eventos aislados en los cuales masas de aire pobre en ozono penetraron a regiones que se encuentran en las medias latitudes, estos eventos nunca fueron de larga duración y menos compara-

bles al “agujero de ozono” de la Antártica.

En todo caso, lo que debería quedar muy claro es que los actores principales del problema del adelgazamiento de la capa de ozono juegan un papel directo mínimo en el “otro” problema, el del calentamiento global. A pesar de esto, inclusive películas “holliwoodenses” caen en la confusión de relacionar el agujero de ozono con el calentamiento global. Algunas publicaciones en periódicos locales, basados en entrevistas a autoridades locales, también dicen que “el incremento de la radiación ultravioleta (como producto de la reducción de la capa de ozono) contribuye al efecto invernadero” [17]. Esto es claramente un error. Primero porque la radiación ultravioleta solamente contribuye con un 5% a toda la radiación que recibimos del sol a nivel de la superficie [18]. Si quitásemos toda la atmósfera, esa cantidad se incrementaría a aproximadamente 8%. Obviamente es altamente improbable que esto suceda en los siguientes miles de años (al menos por causas naturales), por tanto el incremento en la cantidad de radiación solar relacionada al calentamiento de la superficie debida a la reducción de la capa de ozono, especialmente en la zona tropical y de medias latitudes, es prácticamente despreciable.

Sin embargo, es importante mencionar algunos hechos que pueden contribuir a la confusión mencionada. Primero, el ozono troposférico, especialmente aquel que se halla cerca de la superficie, es un gas de efecto invernadero que absorbe la radiación infrarroja re-emitada por la tierra en la banda de los $9.6 \mu\text{m}$. Su contribución al calentamiento global es relativamente importante [1] aunque comparativamente menor que la del metano y del dióxido de carbono. Segundo, el ozono superficial es un gas contaminante dañino para la salud humana. Dado que este gas juega un rol muy importante en la química atmosférica a este nivel, se hace mucho énfasis en su estudio y control a nivel urbano. Finalmente, debido a que la temperatura en la estratosfera y los patrones de circulación a ese nivel también pueden verse afectados por el calentamiento global, el problema de la capa de ozono puede estar relacionado de manera indirecta con el primero [19], por ejemplo porque las reacciones químicas que conducen a la destrucción del ozono estratosférico dependen de la temperatura la cual a su vez se podría ver influenciada por el cambio climático. Esta relación entre ambos problemas es, sin embargo, de segundo o tercer orden, de importancia.

3.6. *La reducción de la capa de ozono (agujero de ozono) afecta a Bolivia (mito)*

De la explicación anterior se puede inferir claramente que el famoso agujero de ozono no afecta a nuestro país. Medidas realizadas en tierra por el LFA muestran que el ozono estratosférico se ha mantenido prácticamente constante durante los últimos 10 años. Es más, datos de satélite muestran que el ozono estratosférico sobre el área boliviana no ha cambiado más allá de la variabilidad natural desde 1979, año en el que se inició el monitoreo de la capa de ozono a nivel global.

3.7. *La intensidad de radiación ultravioleta se está incrementando debido al calentamiento global (mito)*

Datos de instrumentos situados en el LFA, en La Paz, muestran que no existen tendencias ni positivas ni negativas en la intensidad de radiación ultravioleta recibida sobre nuestra región que sean estadísticamente significativas. Si bien matemáticamente es posible encontrar tendencias distintas de cero, estas tendencias dependen del periodo de estudio y están más bien relacionadas con la variación natural de la RUV antes que con causas relacionadas a destrucción de la capa de ozono o a efectos indirectos del calentamiento global. Sin embargo, es posible pensar en al menos un posible mecanismo que pueda ligar el calentamiento global con la intensidad de RUV recibida en la región boliviana. En general, la nubosidad modula fuertemente la RUV que llega a la superficie terrestre [20]. Si debido al calentamiento global la nubosidad disminuye en ciertas zonas del planeta, entonces mayor cantidad de radiación solar (y por tanto ultravioleta) llegaría a la superficie terrestre. Dado que la RUV es naturalmente alta en el territorio boliviano, y aun más alta en la zona de los Andes [21], esto podría tener importantes consecuencias en términos de salud humana, ecosistemas y materiales.

3.8. *La contaminación atmosférica urbana contribuye de forma significativa al calentamiento global (verdad)*

Esta aseveración estuvo en entredicho en los últimos años debido a que se discutió si el dióxido de carbono, principal gas de efecto invernadero, era o no un contaminante atmosférico. La típica definición del término contaminación atmosférica dice que la misma es “la inyección humana en la atmósfera de elementos químicos, material particu-

lado o biológico que causa daño o molestias a humanos u otros organismos y/o daña el medio ambiente”². Dado que el CO₂ es un elemento necesario para la fotosíntesis de las plantas y no dañino directamente para la salud humana se arguyó que este gas no era un contaminante. Sin embargo, inclusive la corte de justicia de los Estados Unidos reconoció el año 2007 [22] que el dióxido de carbono es un contaminante dado que daña el medio ambiente a través del calentamiento global. Dado que uno de los mayores contribuyentes a la contaminación atmosférica en las ciudades es la combustión de combustibles fósiles, está claro que la contaminación atmosférica urbana contribuye significativamente al calentamiento global.

Ahora bien, aparte del CO₂, los gases relacionados con la polución urbana más importantes son el ozono superficial, los óxidos de nitrógeno y el monóxido de carbono. De todos estos elementos, el único relacionado de manera directa con el efecto invernadero es el ozono superficial. La contribución del monóxido de carbono está relacionada principalmente a su capacidad de producir metano y radicales oxhidrilos, elementos importantes en el efecto invernadero y en la química atmosférica respectivamente.

3.9. *Los chaqueos reducen el calentamiento global (verdad y mito)*

Esta es una verdad a medias. Los *chaqueos* o quema deliberada de biomasa producen como resultado gran cantidad de partículas de carbono producto de la combustión. Este humo está volumétricamente compuesto, en gran medida, por partículas menores a 1 μm (aunque puede llegar hasta el orden 1 mm con fuegos muy intensos) [23] que pueden ser transportadas grandes distancias. Estas partículas en suspensión en el aire, que de manera genérica reciben el nombre de aerosoles, interactúan química y radiativamente con la atmósfera y la radiación que incide sobre ella. Aunque cualitativamente las propiedades de las partículas producidas por los *chaqueos* están bien entendidas, el efecto que estos y otros aerosoles de origen antropogénico y natural puedan tener sobre el clima no está todavía claramente entendido. Algunos tipos de aerosoles, como los sulfatos, producto de erupciones volcánicas por ejemplo, tienen el efecto de enfriar la superficie terrestre [24] mientras que otros, como el carbón negro [25], más bien ab-

sorben energía y refuerzan el efecto invernadero. El efecto sobre el clima de este tipo de partículas en suspensión es aun más complicado pues existen efectos directos, como son aquellos relacionados con el enfriamiento o calentamiento de la superficie terrestre, o indirectos como son aquellos relacionados con la formación de nubes.

Sin embargo, la quema de material vegetal no solamente produce humo sino libera a la atmósfera una gran cantidad de carbono y otros gases de efecto invernadero [23]. Si bien el humo puede llevar a corto plazo a un enfriamiento de la atmósfera es probable que a largo plazo el efecto de los gases de efecto invernadero liberados a la atmósfera produzca un efecto neto de calentamiento [26]. Y es que en realidad el humo y otras partículas producto de actividad antropogénica pueden estar inhibiendo, al reflejar radiación solar por ejemplo, el calentamiento global, produciendo así un efecto “positivo” sobre el clima actual. El problema es que, conforme se hacen esfuerzos para mejorar la calidad del aire que respiramos, dejamos a la atmósfera libre de cualquier “escudo” que re-emita radiación solar hacia el espacio. Esto podría acelerar dramáticamente el efecto invernadero a corto plazo [27].

3.10. *Podemos predecir los efectos del cambio climático de una manera muy precisa en cualquier región del país (mito)*

Es relativamente común el escuchar proyecciones acerca los efectos del calentamiento global en el planeta como si estas fueran verdades casi incontestables. En particular no se hace mención de las incertidumbres asociadas a estas predicciones. Si bien es cierto que los modelos que se usan para estudiar el clima del futuro sugieren claramente la probabilidad de incremento de eventos extremos (sequías e inundaciones por ejemplo) es todavía muy difícil el poder saber de manera precisa los efectos locales, especialmente en una región como la boliviana, debido a la topografía y falta de un registro preciso de información climática.

En ese sentido es interesante revisar informaciones que aparecen en medios de prensa locales. A modo de ejemplo podemos usar declaraciones publicadas en el periódico paceño La Razón³. En los mencionados artículos se hacen las siguientes aseveraciones:

a) “El 2004, la temperatura se incrementó en 0,4 grados centígrados. El 2010 se elevará en 0,6

² Adaptado de http://en.wikipedia.org/wiki/Air_pollution

³ Enero 2 y Febrero 16 del 2005.

grados, el 2020 en 0,9 y el 2030 en 1,2 grados centígrados, si no es más, puesto que la medición se hizo en base del crecimiento poblacional, económico y al consumo de energía que sobrepasaron lo esperado.”.

b) Los futuros efectos en el país están espacialmente bien localizados. Por ejemplo, el artículo del 2 de enero dice que “En el norte, la tendencia será a incrementar las precipitaciones, en el sur y el Chaco se acentuarán las sequías. En la región de Santa Cruz se presentarán inundaciones y vientos fuertes”.

c) Los cambios en la extensión de los bosques secos tropicales y bosques semihúmedos subtropicales serían significativos. El artículo del 2 de enero dice que para “el 2036 el bosque húmedo subtropical se reducirá en un 71,52%”.

Debido a la complejidad antes mencionada, cualquier predicción acerca del futuro del clima del planeta debe hacerse utilizando modelos matemáticos de los procesos físicos, químicos y biológicos involucrados. Dado que es imposible conocer con absoluta precisión todas las variables que influyen el comportamiento del sistema y que no todos los procesos son entendidos a cabalidad, los datos proporcionados al modelo a “tiempo cero” (al inicio del análisis) tienen cierto grado de incertidumbre. Claramente, al ser el sistema que gobierna el clima un sistema no-lineal, estas incertidumbres, aun pequeñas, podrían conducir (y muchas veces así sucede efectivamente) a predicciones muy distintas, aun para un mismo modelo.

Con estas dos consideraciones en mente, es claro que los resultados presentados en los puntos a) y c) deberían ser proporcionados con un grado de incertidumbre (aunque en a) se menciona implícitamente que existe un error, sin decir cual sería el mismo). Por ejemplo, se debería decir que el incremento probable de la temperatura se encuentra entre 0.7°C y 1.1°C si la estimación del modelo fuera 0.9°C y la respectiva incertidumbre fuera 0.2°C. Tal como se expresan los resultados del estudio, utilizando algún modelo matemático seguramente, se sugiere que los mismos tienen una alta precisión (un error tan pequeño que ni se lo menciona).

El otro aspecto asociado a estos modelos es que típicamente la incertidumbre en las predicciones es mayor en términos espaciales. Es decir, los modelos proporcionan resultados significativamente distintos para regiones o puntos específicos, aunque los resultados sean parecidos cuando se promedian en regiones mucho más grandes (por ejemplo bandas

latitudinales o por hemisferios). Esto significa que, hoy por hoy, nuestra habilidad de predecir cuales serán los cambios específicos en determinadas regiones es muy limitada o requieren, cuando menos, una validación profunda de los modelos que se usan para realizar dichas predicciones. Las conclusiones expresadas en b) merecen, por tanto, una explicación más profunda y que se mencione la incertidumbre asociada. ¿Cuán probable es que ese escenario ocurra?

El grado de incertidumbre es muy importante para poder establecer políticas relacionadas a los efectos del cambio climático en Bolivia. Cuanta más certeza se tenga acerca de los efectos puntuales sobre el país mejor se podrán utilizar los recursos destinados a paliar esos efectos, e inversamente, cuanto más grande sea la incertidumbre científica mayor la incertidumbre en cuanto a la eficacia de las medidas ha adoptarse.

4. CONCLUSIONES

El estudio del clima terrestre ha demostrado ser un problema formidable que requiere información temporal y espacial lo más completa posible —cosa que no es fácil de encontrar para Bolivia— y un enfoque multidisciplinario y riguroso desde el punto de vista científico. A pesar de eso, la comunidad científica ha avanzado estableciendo de manera clara que “las observaciones muestran que la superficie de la Tierra se está calentando” y que “gran parte del calentamiento observado durante los últimos 50 años se ha producido probablemente por un aumento de concentraciones de gases de efecto invernadero debido a actividades humanas” [1].

Ahora bien, dada la complejidad del problema, los posibles efectos del calentamiento global en un país como Bolivia, y la dificultad debido a la topografía y extensión de su territorio, es imperioso trabajar de forma coordinada y mancomunada entre instituciones que realicen investigación científica, universidades principalmente, instituciones que trabajan en temas meteorológicos, el Servicio Nacional de Meteorología por ejemplo, y entidades que puedan sugerir acciones y políticas sobre la base de los resultados de estos estudios, el Programa Nacional de Cambios Climáticos, en este caso. Los resultados de esa investigación coordinada podrán ayudar a definir políticas de acción más certeras en temas de adaptación y mitigación ante los posibles efectos negativos que el cambio climático produzca en Bolivia.

REFERENCIAS

- [1] Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Solomon, S., D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K.B. Averyt, M. Tignor and H.L. Miller (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- [2] K. A. Emanuel, Increasing destructiveness of tropical cyclones over the past 30 years, *Nature*, **436**, 686-688, 2005.
- [3] R. A. Pielke Jr., Landsea C., Mayfield M., Laver J., and Pasch R., Hurricanes and Global Warming, *Bulletin of the American Meteorological Society*, **86**, 1571-1575, 2005.
- [4] Nicholls, R.J., P.P. Wong, V.R. Burkett, J.O. Codignotto, J.E. Hay, R.F. McLean, S. Ragoonaden and C.D. Woodroffe, 2007: Coastal systems and low-lying areas. Climate Change 2007: Impacts, Adaptation and Vulnerability. Contribution of Working Group II to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, M.L. Parry, O.F. Canziani, J.P. Palutikof, P.J. van der Linden and C.E. Hanson, Eds., Cambridge University Press, Cambridge, UK, 315-356.
- [5] Kalnay E., Impacts of urbanization and land surface changes on climate trends, *International Association for Urban Climate*, **27**, 2008.
- [6] Francou, B., M. Vuille, P. Wagnon, J. Mendoza, and J.-E. Sicart, Tropical climate change recorded by a glacier in the central Andes during the last decades of the twentieth century: Chacaltaya, Bolivia, 16°S, *J. Geophys. Res.*, **108**, 4154, 2003.
- [7] IPCC, 2007: Climate Change 2007: Impacts, Adaptation and Vulnerability. Contribution of Working Group II to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, M.L. Parry, O.F. Canziani, J.P. Palutikof, P.J. van der Linden and C.E. Hanson, Eds., Cambridge University Press, Cambridge, UK, 976pp.
- [8] Vuille, M. and Keimig, F., Interannual Variability of Summertime Convective Cloudiness and Precipitation in the Central Andes Derived from ISCCP-B3 Data, *J. Clim.*, **17**, 3334-3348, 2004.
- [9] Garraud, R., Multiscale Analysis of the Summertime Precipitation over the Central Andes, *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 901-921, 1999.
- [10] Cox P.M., Betts R. A., Collins M., Harris P. P., Huntingford C., and Jones C. D., Amazonian forest dieback under climate-carbon cycle projections for the 21st century, *Theor. Appl. Climatol.*, **78**, 137-156, 2004.
- [11] Holton, J. R., P. H. Haynes, M. E. McIntyre, A. R. Douglass, R. B. Rood, and L. Pfister, Stratosphere-troposphere exchange, *Reviews of Geophysics*, **33**, 403-439, 1995.
- [12] Nash, E.R., P.A. Newman, J.E. Rosenfield, and M.R. Schoeberl, An objective determination of the polar vortex using Ertel's potential vorticity, *J. Geophys. Res.*, **101**, 9471-9478, 1996.
- [13] Schoeberl, M. R., and D. L. Hartmann, The dynamics of the stratospheric polar vortex and its relation to springtime ozone depletion, *Science*, **251**, 46-52, 1991.
- [14] Koch, G., H. Wernli, J. Staehelin, and T. Peter, A Lagrangian analysis of stratospheric ozone variability and long-term trends above Payerne (Switzerland) during 1970-2001, *J. Geophys. Res.*, **107**, 4373, 2002.
- [15] Sahai, Y., V. W. J. H. Kirchhoff, N. M. P. Lerne, and C. Casaccia, Total ozone trends in the tropics, *J. Geophys. Res.*, **105**, 19,823-19,828, 2000.
- [16] Staehelin, J, N. R. P. Harris, C. Appenzeller, and J. Eberhard, Ozone trends: A review, *Reviews of Geophysics*, **39**, 231-290, 2001.
- [17] La Prensa, 16 de Septiembre, 2002.
- [18] Andrade M. & R. Forno (eds) "Naturaleza y Efectos de la Radiación Ultravioleta y la Capa de Ozono". Memorias del Simposio Internacional *Naturaleza y Efectos de la RUV y la Capa de Ozono*, Septiembre, 1996, La Paz.
- [19] Hartmann D. L., J. M. Wallace, V. Limpasuvan, D. W. J. Thompson, and J. R. Holton, Can ozone depletion and global warming interact to produce rapid climate change?, *PNAS*, **97**, 1412-1417, 2000.
- [20] McKenzie R. L., P. J. Aucamp, A. F. Bais, L. O. Björnd and M. Ilyase, Changes in biologically-active ultraviolet radiation reaching the Earth's surface, *Photochemical & Photobiological. Sciences*, **6**, 218-231, 2007.
- [21] Zaratti, F., Forno, R. N., García Fuentes, J. & Andrade, M. F., Erithemally-weighted UV variations at two high-altitude locations, *J. Geophys. Res.*, **108**, 4263, doi:10.1029/2001JD000918, 2003.
- [22] <http://news.bbc.co.uk/2/hi/americas/6519923.stm>
- [23] Reid J. S., R. Koppmann, T. F. Eck, and D. P. Eleuterio, A review of biomass burning emissions part II: intensive physical properties of biomass burning particles, *Atmos. Chem. Phys.*, **5**, 799-825, 2005.
- [24] Robock, A., Pinatubo eruption: The Climatic Aftermath, *Science*, **295**, 1242 - 1244, 2002.
- [25] Dickerson, R. R., M. O. Andreae, T. Campos, O. L. Mayol-Bracero, C. Neusuess, and D. G. Streets, Analysis of black carbon and carbon monoxide observed over the Indian Ocean: Implications for emissions and photochemistry, *J. Geophys. Res.*, **107**, 8017, doi:10.1029/2001JD000501, 2002.
- [26] Jacobson M.Z., The Short-Term Cooling but Long-Term Global Warming Due to Biomass Burning, *Journal of Climate*, **17**, 2909-2926, 2004.
- [27] Ramanathan V., C. Chung, D. Kim, T. Bettge, L. Buja, J. T. Kiehl, W. M. Washington, Q. Fu, D. R. Sikka, and M. Wild, Atmospheric brown clouds: Impacts on South Asian climate and hydrological cycle, *PNAS*, **102**, 5326-5333, 2005.

MODELO DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS EN UN SISTEMA CONFINADO DE ESFERAS CARGADAS

F. Ghezzi¹, R. Grieve², D. Sanjinés¹, X. H. Zheng²

¹Universidad Mayor de San Andrés, Carrera de Física
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635
La Paz–Bolivia

²Queen's University Belfast, Dept. Pure & Appl. Phys.
Belfast BT7 1NN, United Kingdom

RESUMEN

Se reporta los resultados experimentales en un sistema de varias esferas metálicas pequeñas que reposan sobre la placa inferior de un capacitor de placas paralelas cuadradas; el sistema de esferas está confinado lateralmente por un contorno cuadrado cargado eléctricamente que impide que las esferas se dispersen en 2D. El objetivo de este trabajo surge de una gran y creciente evidencia de datos experimentales sobre fases condensadas en 2D que aún carece de un modelo teórico definitivo que permita interpretar tales resultados (por ejemplo, el proceso de liquefacción en 2D). En este trabajo se desarrolló un sistema de validación para establecer las interacciones entre esferitas cargadas y el contorno de confinamiento. La investigación comprendió el montaje experimental, su calibración y la adquisición de datos. Se muestra que el modelo de interacción coulombiano es razonable para interpretar los resultados experimentales de este trabajo, aunque también es posible una interacción dipolar debido a la formación de cargas imagen en los platos del capacitor.

Descriptores: problemas de contorno en electrostática; transiciones de fase; técnicas computacionales.

ABSTRACT

We report the experimental results of a system of several millimeter-size metallic spheres lying over the lower plate of a parallel plate square capacitor; the spheres are laterally confined by a square metallic electrically charged boundary which prevents the spheres from being dispersed in 2D. The large and growing evidence of experimental data of condensed phases in 2D still lacks a definitive theoretical model that permits the interpretation of such data (for example the process of melting in 2D). In this work we have developed a validation system to establish the interactions among the spheres and the confining boundary. The research involved the experimental set up, its calibration and data gathering. We show that the Coulombian interactions model is reasonable for interpreting the experimental data in this work, although a dipole interaction is also possible due to the formation of image charges on the capacitor plates.

Key words: boundary value problems in electrostatics; phase transitions; computational techniques.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los intentos más tempranos para modelar fases condensadas en escalas casi macroscópicas fue llevado a cabo por Bragg [1]. Este modelo consistió de islas flotantes de burbujas de aire creadas sobre la superficie de una solución jabonosa. La estructura resultante fue evolucionando temporalmente hasta convertirse en una red triangular perfecta. Ya que las burbujas tienen simetría esférica, la red triangular es consistente con un sistema en ausencia de vibraciones térmicas (0 K). Además, estos sistemas permiten la observación de defectos en la estructura cristalina, tal como lo señaló Friedel [2]. Bernal propuso un sistema similar consistente de esferas metálicas idénticas confinadas dentro de un volumen irregular, de donde obtuvo estructuras amorfas similares a las de un líquido simple [3]. Pierański adaptó un simulador mecánico de esferas metálicas a fin de demostrar los conceptos básicos de las fases cristalinas y líquidas. Tomando fotografías de larga exposición, Pierański pudo visualizar los estados sólido y líquido del sistema cuando éste era afectado por un cambio de volumen. Pierański también utilizó este sistema para observar la estructura de las dislocaciones y de la coexistencia de las fases líquida y sólida en presencia de la gravedad inclinando paulatinamente el sistema a partir de la horizontal.

Blonder [4] propuso un modelo de esferas metálicas milimétricas que se pueden mover libremente sobre el plato inferior de un capacitor de placas paralelas. Al aplicar alto voltaje DC al capacitor las esferas adquieren la misma carga y en consecuencia se repelen. Blonder sugirió que este sistema podría usarse para modelar sistemas acoplados electrostáticamente en 2D. Pouligny, Malzender, Ryan y Clark [5] desarrollaron más el modelo a fin de estudiar el proceso de licuefacción en 2D. Entre otras novedades, utilizaron un motor para simular el efecto de la temperatura con un carácter gaussiano. Saint Jean *et al.* [6][7][8] desarrollaron independientemente un sistema similar al de Blonder para investigar las configuraciones del estado base y de estados metaestables en sistemas de Wigner en 2D con un número de partículas entre 2 y 30.

Resumiendo: existe un gran y creciente volumen de datos experimentales sobre el estudio de fases condensadas en 2D. Los sistemas utilizados para realizar dichos experimentos varían de diferentes maneras: la escala del sistema, las partículas

que constituyen los sistemas, las interacciones entre partículas, el confinamiento externo y los potenciales del sustrato (plato inferior del capacitor), el tipo de fuerza que induce la transición de fase y las restricciones impuestas en la observación cuantitativa del sistema en su conjunto. El desarrollo de nuevos modelos es esencial para ampliar nuestro entendimiento y conocimiento del proceso de licuefacción en 2D.

En este artículo reportamos los resultados de nuestros experimentos en un sistema de esferas metálicas que reposan y se pueden mover libremente sobre el plato inferior (sustrato) de un capacitor de placas paralelas de forma cuadrada; el sistema de esferas está confinado lateralmente por un contorno cuadrado cargado eléctricamente que impide que las esferas se dispersen en 2D. Nuestros resultados estarán sujetos a diferentes interpretaciones en tanto no estemos seguros acerca de la naturaleza de la fuerza repulsiva entre las esferas. De hecho, la falta de un modelo confiable sobre la naturaleza de la interacción entre esferas cargadas, aún es una cuestión abierta y ha provocado diferentes opiniones en los trabajos mencionados anteriormente.

En efecto, durante estos últimos años se han propuesto varios modelos teóricos con diferentes tipos de interacciones, como ser: Coulomb, Coulomb apantallada, Lennard-Jones, dipolar, logarítmica y de esfera dura. Estos modelos conducen a diferentes resultados en términos del mecanismo de licuefacción [9][10][11]. Mostraremos que la interacción coulombiana es la que nos parece más razonable en el experimento reportado en este trabajo, y para ello utilizaremos un goniómetro a fin de verificar experimentalmente la plausibilidad de dicha interacción. El montaje más simple comprende a dos esferas, pero resulta inadecuado debido a la relativamente grande fuerza de fricción. Así pues, decidimos medir la fuerza repulsiva en un arreglo de varias esferas asistidos por un método computacional que permite medir la deformación del arreglo debido a un gradiente gravitacional. Los efectos debidos al contorno que encierra al arreglo de esferas se toman en cuenta por una técnica especial.

2. INTERACCIÓN DIPOLAR

En un capacitor como el que se muestra en la Fig. 1, el campo eléctrico separa por inducción las cargas positiva y negativa de una esfera metálica. Así, debido al tamaño finito de las esferas, la distan-

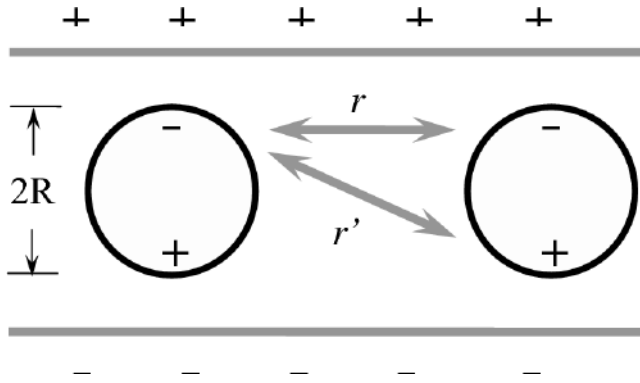


Figura 1. Interacción dipolar.

cia r entre cargas del mismo signo resulta ser menor que la distancia r' entre cargas de signo opuesto. En consecuencia, la fuerza repulsiva asociada a r domina sobre la fuerza atractiva asociada a r' dando como resultado una interacción que, bajo una aproximación razonable, contiene un término dominante de fuerza dipolar repulsiva que será menor que la repulsión coulombiana (que no está contrabalanceada por fuerzas atractivas).

La fuerza dipolar entre las dos esferas de la Fig. 1 se expresa como

$$f_D = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r^2 + 4R^2) - r^2}{r^2(r^2 + 4R^2)}, \quad (1)$$

donde Q es la cantidad de carga polarizada (no de carga neta), que está indicada por '+' o por '-' dentro de las esferas; R es el radio de cada esfera y r es la distancia entre los centros de las esferas. La fuerza de Coulomb entre dos esferas idénticas separadas por la misma distancia r está dada por

$$f_M = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}, \quad (2)$$

donde Q es la carga neta en cada esfera. Como ya se sabe, f_D es menor que f_M .

El mecanismo de inducción que da lugar a la fuerza dipolar no requiere el contacto físico de las esferas con el plato inferior del capacitor. Sin embargo, cuando se interpuso una plancha aislante sobre este plato inferior, separando así las esferas del plato conductor, la fuerza repulsiva entre las esferas fue mucho menor, por lo que aparentemente la interacción dipolar por sí sola no es adecuada a fin de explicar la verdadera naturaleza de la interacción entre las esferas.

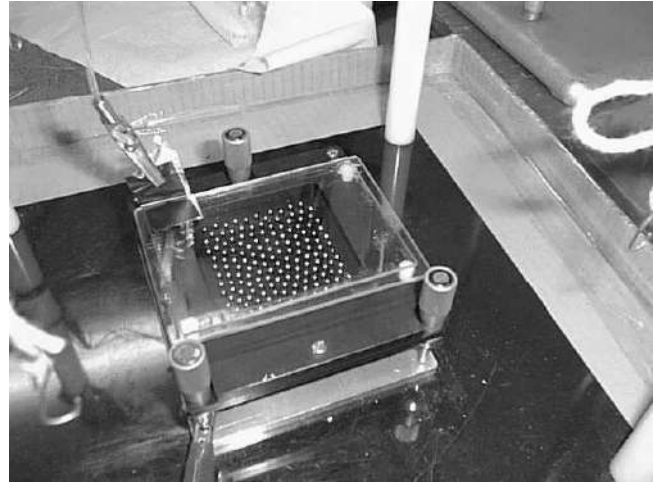


Figura 2. Montaje experimental del goniómetro.

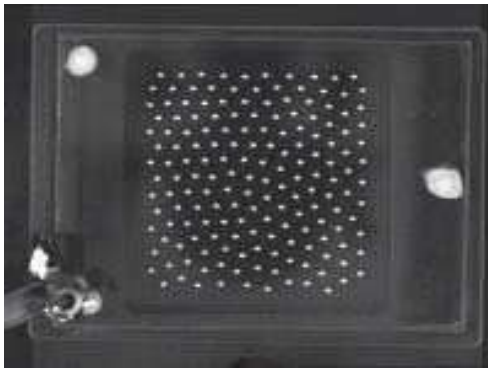
3. EL GONIÓMETRO

En el goniómetro de la Fig. 2 se utiliza un marco de confinamiento cuadrado. Tres tornillos micrométricos permiten controlar la inclinación del sustrato, lo que añade una fuerza $mg\sin\theta$ sobre cada esfera del arreglo, donde θ es el ángulo del sustrato con respecto a la horizontal. Así, el cambio de la estructura global del arreglo de esferas permite medir con precisión la fuerza de Coulomb al ser ésta contrarrestada por la fuerza de gravedad una vez que el arreglo llega a su configuración de equilibrio.

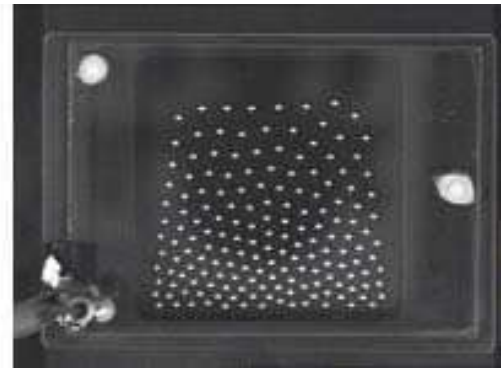
En principio sólo se requeriría dos esferas para medir por éste procedimiento la fuerza de Coulomb. Y de hecho así se hizo al comienzo: una esfera se mantenía fija mientras la otra se movía a lo largo de un carril rectilíneo. No obstante, los resultados de este procedimiento fueron desechados debido a los efectos de la fricción que resultan significativos cuando no están contrarrestados como ocurre en un arreglo de muchas esferas.

4. PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN

En un típico experimento para medir la fuerza de Coulomb se utilizaron 169 esferas puestas adentro de un capacitor con un contorno cuadrado de confinamiento (Fig. 3(a)). El arreglo resultante de esferas se distorsiona cuando el nivel del capacitor se inclina a partir de la horizontal. El ángulo de inclinación varía en incrementos de aproximadamente $0,01^\circ$, hasta que algunas de las esferas en la parte inferior están muy cerca entre sí. Luego el proceso se invierte de manera reversible hasta que de nuevo el sistema está horizontal.

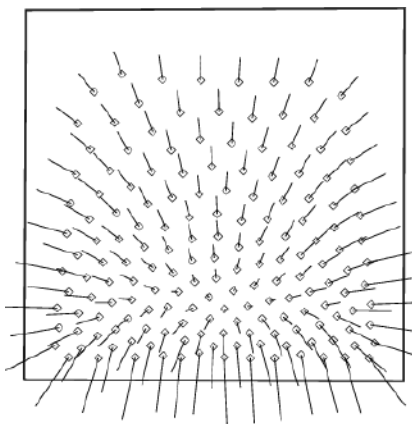


(a)

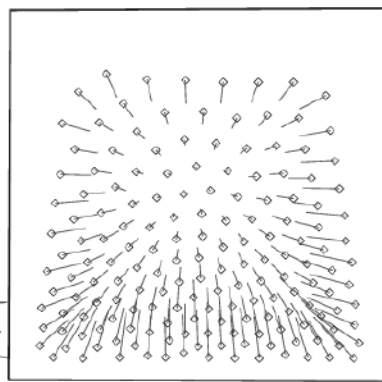


(b)

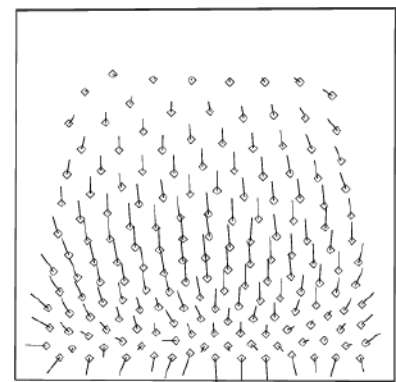
Figura 3. Efectos debidos a la gravedad y a la fuerza repulsiva de Coulomb: (a) configuración de esferas sobre un plano horizontal; (b) configuración distorsionada debido a la inclinación del plano del arreglo.



(a)

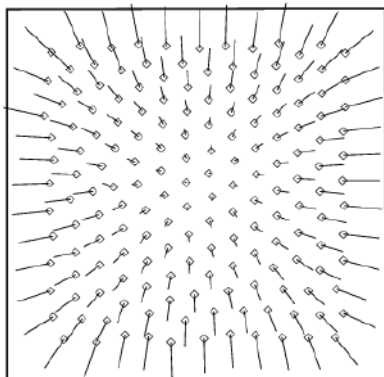


(b)

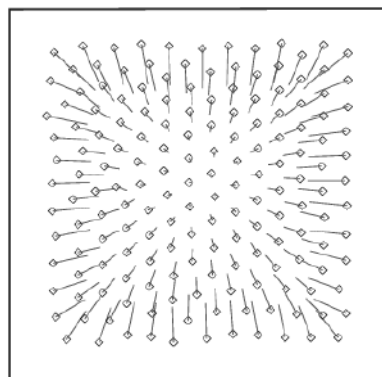


(c)

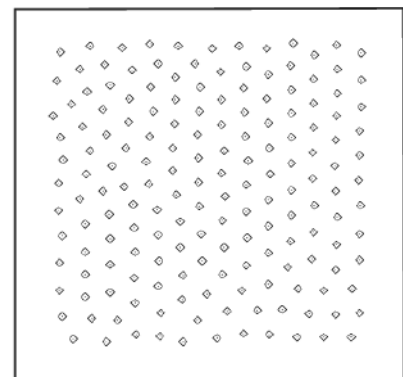
Figura 4. Arreglo de esferas en un plano inclinado: (a) campo de fuerza repulsiva coulombiana; (b) campo de fuerza de confinamiento; (c) campo de fuerza residual. En cada caso el campo de fuerza se indica por líneas cuya longitud es proporcional a la magnitud de la fuerza y cuya dirección corresponde a la del vector fuerza.



(a)



(b)



(c)

Figura 5. Arreglo de esferas en un plano horizontal: (a) campo de fuerza repulsiva coulombiana; (b) campo de fuerza de confinamiento; (c) campo de fuerza residual nulo que indica el estado de equilibrio como efecto combinado de la fuerza repulsiva y la fuerza de confinamiento.

Luego, en cada uno de los 12 a 13 pasos durante la inclinación, se toma una fotografía digital (imagen CCD) al la que se aplica un algoritmo que permite calcular la posición de cada esfera; de aquí ya se puede calcular la fuerza de interacción de Coulomb. Aunque solo bastarían dos configuraciones de esferas (una de ellas debe ser la correspondiente a la horizontal), en este trabajo hemos utilizado información de todas las configuraciones correspondientes a los diferentes pasos de inclinación a fin de obtener una curva de ajuste confiable para la fuerza de Coulomb.

Como se aprecia en la Fig. 3(a), la fuerza de repulsión entre las esferas está balanceada (una vez tomado en cuenta en efecto del contorno de confinamiento), mientras que en la Fig. 3(b) la nueva configuración de las esferas refleja el efecto de la gravedad. Así pues tenemos que la expresión

$$\sum_{j=1}^{169} \mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}'_i + mg \sen \theta = 0 \quad (3)$$

representa a la fuerza total que actúa en la i -ésima esfera ($i = 1, 2, \dots, 169$). En (3) \mathbf{f}'_i es la fuerza de confinamiento sobre la i -ésima esfera, mientras que $mg \sen \theta$ es la componente del peso. Ya que suponemos una interacción de Coulomb, ésta está dada por

$$\mathbf{f}_{ij} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3}, \quad (4)$$

donde Q es la carga neta en cada esfera y \mathbf{r}_{ij} es el desplazamiento entre la i -ésima y la j -ésima esferas.

En nuestra convención, la dirección de y está definida a lo largo de la pendiente de inclinación. La componente x de \mathbf{f}_{ij} no es relevante en el cálculo de la fuerza de Coulomb. Calculamos luego la componente y de \mathbf{f}_{ij} para cada esfera según (4). Sustituyendo el resultado en (3), donde el valor de $mg \sen \theta$ se puede determinar con precisión, podremos entonces estimar el valor de Q . Numéricamente este valor varía un poco entre esferas, por lo que tomaremos un valor promedio de Q en este trabajo.

5. EQUILIBRIO DE FUERZAS

No podemos usar (3) a fin de calcular la fuerza de Coulomb a menos que se conozca la fuerza de confinamiento \mathbf{f}'_i debida al contorno que contrarresta la fuerza repulsiva de Coulomb.

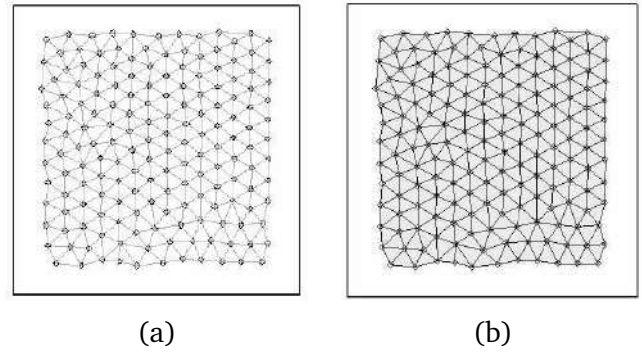


Figura 6. (a) red triangular; (b) elementos triangulares (sombreado gris).

En la Fig. 4(a) se ilustra los valores de la fuerza de Coulomb $\sum_j \mathbf{f}_{ij}$ calculada según (4), que se compara con la fuerza de confinamiento \mathbf{f}'_i mostrada en la Fig. 4(b). La diferencia entre la fuerza de Coulomb y la fuerza de confinamiento es lo que denominamos “fuerza residual”; esta fuerza residual contrarresta la gravedad, como se muestra en la Fig. 4(c). Podemos ver que el campo de fuerza residual calculada así no es uniforme, probablemente debido a algún error numérico al estimar la fuerza de confinamiento.

La fuerza de confinamiento medida en un nivel horizontal está libre del efecto de la gravedad. Calculamos entonces la fuerza repulsiva de Coulomb entre esferas como se muestra en la Fig. 5(a). Las fuerzas se balancean en torno al centro del arreglo de esferas, pero se incrementa hacia el exterior del arreglo. Invertimos entonces esta fuerza repulsiva tomándola como la fuerza que confina las esferas en sus posiciones. Aparentemente, esta fuerza de confinamiento no debe cambiar al inclinar el arreglo; en efecto, medimos esta fuerza en todas las 169 posiciones del arreglo para todos los ángulos de inclinación del arreglo. Si los 169 valores así medidos de la fuerza repulsiva pudieran, de alguna manera, extrapolarse a través de todo el arreglo, entonces podríamos aislar el efecto de la gravedad cuando el arreglo se inclina.

6. RED DE EXTRAPOLACIÓN LINEAL

La Fig. 6(a) muestra una red triangular con 169 nodos indicando las posiciones de las esferas cuando el arreglo está horizontal y donde se conoce la fuerza de confinamiento. Deseamos pues extrapolar los valores de la fuerza al área limitada por la red que está sombreada en gris en la Fig. 6(b). Por simplicidad suponemos que la fuerza de confinamiento varía linealmente en la región gris (extrapolación

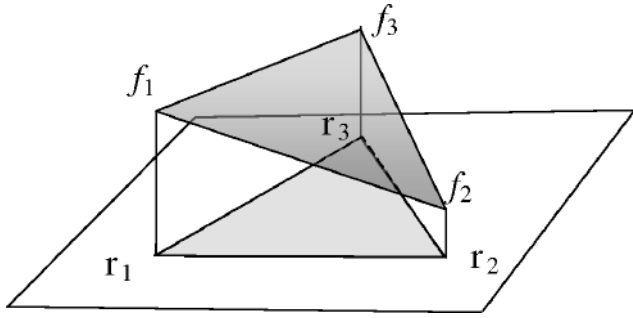


Figura 7. Extrapolación lineal de f_i definida en \mathbf{r}_i ($i = 1, 2, 3$).

lineal).

En la Fig. 7 se muestra un elemento simple de la red. Los nodos de este elemento están ubicados en las posiciones \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 y \mathbf{r}_3 . Los vectores de las fuerzas correspondientes a estos nodos son (f_1, g_1) , (f_2, g_2) y (f_3, g_3) (por claridad sólo se muestran las componentes x de las fuerzas en la Fig. 7). Los valores de las fuerzas que resultan de la extrapolación lineal yacen sobre la región sombreada en gris, y se calcularon de acuerdo a:

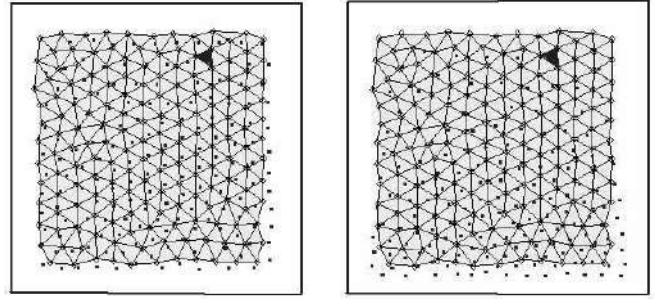
$$f = Ax + By + C, \quad (5a)$$

$$g = Dx + Ey + F, \quad (5b)$$

donde (f, g) son las componentes de la fuerza definida en las coordenadas (x, y) de la región triangular. Así, las seis constantes A, B, C, D, E y F se determinan por los seis valores de f y g dados en los nodos.

Una vez que el arreglo se inclina, las esferas se mueven a partir de sus posiciones nodales, tal como se muestra en la Fig. 8. Sustituyendo las nuevas coordenadas en (5) obtenemos la fuerza de confinamiento. Sin embargo, ya que las constantes en (5) corresponden a cada elemento triangular particular, debemos conocer en cuál elemento se encuentra la esfera. Identificamos el triángulo en el que la esfera se encuentra por medio de un procedimiento numérico automático. Para una cierta esfera (disco gris en la Fig. 9) calculamos tres “ángulos de prueba” de acuerdo a

$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r})|}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}| |\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}|}, \\ \text{sen } \beta &= \frac{|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r})|}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}| |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}|}, \\ \text{sen } \gamma &= \frac{|(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r})|}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}| |\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}|}, \end{aligned} \quad (6)$$



(a)

(b)

Figura 8. Coordenadas de las esferas (puntos negros) sobre un plano inclinado relativo a la red: (a) $\theta = 0,40^\circ$; (b) $\theta = 0,69^\circ$.

donde r es la coordenada de la esfera. En nuestro algoritmo r está fija mientras variamos \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 y \mathbf{r}_3 a medida que el programa barre todos los elementos triangulares de la red. Si $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$ entonces la esfera debe hallarse dentro del triángulo que se está examinando en ese momento.

En la Fig. 8 algunas esferas se encuentran afuera de los elementos triangulares. Cada una de estas esferas estará asociada con aquel elemento triangular que asegure un valor máximo para $\alpha + \beta + \gamma$, y éste es el que estará más próximo a la esfera. En este caso (5) aún es válida en términos de la extrapolación lineal, aunque la intensidad de la interacción estará de alguna forma subestimada.

7. MODELO PARA LA FUERZA REPULSIVA

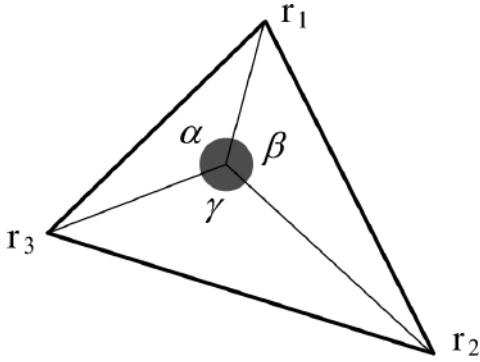
En esta sección propondremos un modelo simple para representar analíticamente la fuerza repulsiva entre esferitas de radio R .

En el capacitor mostrado en la Fig. 10 el electrodo superior está cargado a un potencial $V_0 \sim 5000\text{V}$, mientras que el electrodo inferior y el contorno lateral están “aterrizados” (potencial nulo). Si consideramos la variación lineal $V(y)$ del potencial entre los electrodos en ausencia de esferitas dentro del capacitor, tenemos que

$$V(y) = \frac{y}{H} V_0, \quad (7)$$

donde H es la separación entre los electrodos y y es la altura a partir del electrodo inferior. Supongamos que el potencial dado por (7) con $0 < y < 2R$ corresponde al de una carga neta Q distribuida uniformemente sobre la superficie de la esfera de radio R , para la cual

$$V' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (8)$$

Figura 9. Triángulo con tres ángulos de prueba α , β y γ .

es el potencial. Entonces, si admitimos que $V(y) = V'$, de (7) y (8) se encuentra que la carga neta de la esferita —como función de la altura y — debe ser

$$Q = 4\pi\epsilon_0 V_0 \frac{y}{H} R, \quad (9)$$

lo que conduce a

$$f_M = 4\pi\epsilon_0 V_0^2 \left(\frac{y}{H}\right)^2 \left(\frac{R}{r}\right)^2, \quad (10)$$

que es la fórmula para la fuerza repulsiva coulombiana entre dos esferas separadas por una distancia r , donde el valor de y debe ser ajustado experimentalmente.

8. RESULTADOS

A fin de calcular el valor de y en (10) graficamos nuestros datos experimentales en la Fig. 11. Aquí hemos reemplazado a (10) con

$$F = \left(\frac{R}{y}\right)^2 f_M = 4\pi\epsilon_0 V_0^2 \left(\frac{R}{H}\right)^2 \left(\frac{R}{r}\right)^2, \quad (11)$$

que conduce, a través de (3), a la fuerza residual normalizada, esto es, la componente y del término $\sum_j \mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}'_i$ que contrarresta a la componente gravitacional a lo largo de la pendiente del arreglo. El ajuste lineal de los datos de las Figs. 11(a) y 11(b) da como resultado

$$y = 1,947x - 0,592, \quad (12a)$$

$$y = 1,982x + 0,120, \quad (12b)$$

respectivamente.

En la Fig. 11(a) comenzamos a partir del nivel horizontal del arreglo hasta un cierto nivel máximo de inclinación. Los resultados se indican con marcas en forma de cuadrado. Luego reducimos la inclinación hasta que el arreglo de nuevo esté al nivel

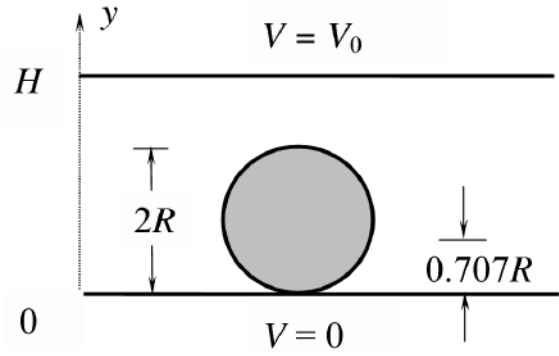


Figura 10. Esfera dentro de un capacitor.

horizontal. Los resultados en este caso se indican con marcas en forma de rombo. Los datos de la Fig. 11(b) corresponden a las mismas mediciones. La diferencia entre las Figs. 11(a) y 11(b) surge del uso de diferentes redes de referencia (ver Fig. 6) para medir la fuerza de confinamiento del contorno. La red usada en la Fig. 11(a) se tomó de la primera imagen CCD del experimento, mientras que la red usada en la Fig. 11(b) se tomó de la última imagen CCD; en ambos casos el arreglo está a nivel horizontal. Usando (11) y (12) podemos suponer razonablemente que $(R/y)^2 = 2$ (dentro del error experimental), por lo que tenemos

$$F = 2\pi\epsilon_0 V_0^2 \left(\frac{R}{H}\right)^2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad (13)$$

como la expresión para la fuerza repulsiva de Coulomb entre esferas. La fórmula (13) significa que el potencial generado por la carga neta de la esfera es igual al potencial del capacitor a una altura $y = 0,707 R$ (Fig. 10).

Medimos asimismo la fuerza de Coulomb usando esferas de 5 mm . Los resultados se muestran en la Fig. 12. En este caso, la ecuación (12) se reemplaza por

$$y = 2,059x + 5,239, \quad (14)$$

y de nuevo se obtiene $(R/y)^2 \sim 2$, lo que confirma la validez de (13).

9. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se ha desarrollado un sistema de validación para encontrar las interacciones entre esferitas cargadas confinadas dentro de un contorno rectangular; el montaje experimental, su calibración y la toma de datos fueron parte de este trabajo. Para este propósito fue necesario elaborar un algoritmo específico que nos permita interpretar las configuraciones espaciales de esferitas en términos de sus interacciones.

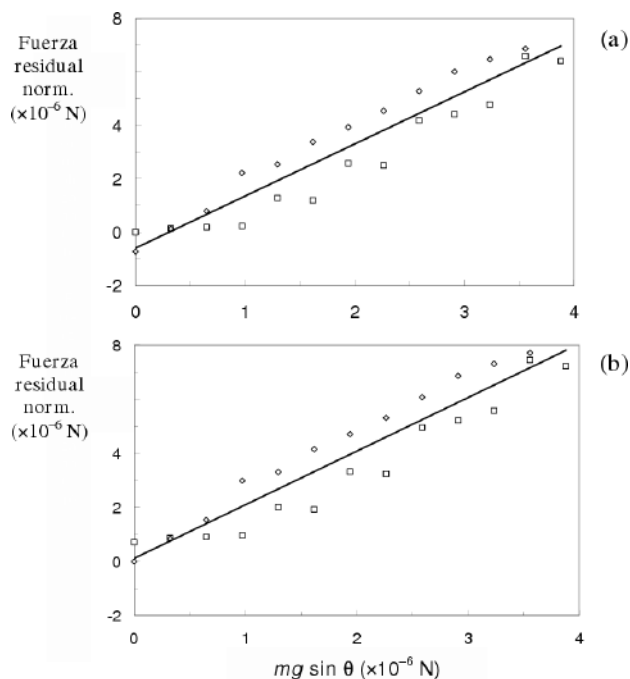


Figura 11. Fuerza residual de Coulomb normalizada vs. componente de la gravedad (para esferas de 2 mm). Las marcas cuadradas corresponden a la inclinación ascendente y las marcas romboidales corresponden a la inclinación descendente. (a) datos referidos al primer nivel; (b) datos referidos al segundo nivel. Las líneas sólidas corresponden al ajuste lineal de los datos.

Debe mencionarse que aún persiste una cierta ambigüedad en varias áreas de interés actual en la física sobre el carácter y comportamiento precisos de la interacción entre esferas y entre el contorno de confinamiento a corta distancia. La interacción dipolar que se sugiere en algunos trabajos previos como posible forma de interacción fue excluida en este trabajo. Sin embargo, suponemos que una forma diferente de interacción dipolar es muy posible debido a la formación de cargas imagen en los platos del capacitor, lo que ya se sugiere en el trabajo pionero de Blonder [4]. Esto motiva un mayor ímpetu hacia el estudio detallado del carácter de las interacciones entre esferitas y se sugiere como tema de motivación para trabajos futuros, por ejemplo, en lo referido a la investigación sobre los mecanismos de liquefacción.

Finalmente, hemos mostrado que el modelo de interacción coulombiano es razonablemente ade-

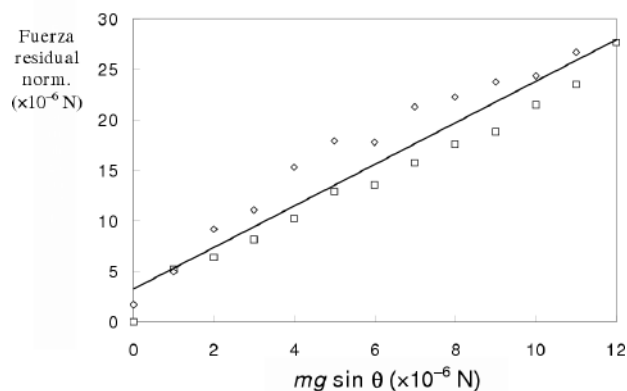


Figura 12. Fuerza residual de Coulomb normalizada vs. componente de la gravedad (para esferas de 5 mm). Las marcas cuadradas corresponden a la inclinación ascendente y las marcas romboidales corresponden a la inclinación descendente.

cuado para interpretar las interacciones entre esferitas y el contorno de confinamiento. Esperamos que este modelo pueda ser útil para otros experimentos donde se incluye a la temperatura como un parámetro de control. Esperamos además que este modelo se pueda implementar para propósitos educativos.

REFERENCIAS

[1] Bragg L., Nye J. F.; *Proc. R. Soc. London* **190**, 474 (1979).
 [2] Friedel J.; *Dislocations* (Pergamon, New York, 1964).
 [3] Bernal J. D.; *On Liquids: Structure, Properties, Solid Interactions*, pp. 25-47; ed. Hugnel T. J., Elsevier, Armserdam (1965).
 [4] Blonder G. E.; *Bull. Am. Phys. Soc.* **30**, 5403 (1985).
 [5] Pouligny B., Malzender R., Ryan P., Clark N. A.; *Phys. Rev. B* **42**, 988 (1990); Malzender, *Ph D Thesis* (1990).
 [6] Saint Jean M., Even C., Guthmannn C.; *Europhys. Lett.* **55** (1), 45 (2001).
 [7] Saint Jean M., Guthmann C.; *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, 13653 (2002).
 [8] Saint Jean M., Guthmann C., Coupier G.; *Eur. Phys. J. B* **39**, 61 (2004)
 [9] Zheng X. H., Earnshaw J. C.; *Europhys. Lett.* **41** (6), 635 (1998).
 [10] Ryzhovand V. N., Tareyeva E.E.; *Physica A* **314**, 396-404, (2002).
 [11] Schweigert I.V., Schweigert V.A., Peeters F.M.; *Phys. Rev. Lett.* **82**, 5293 (1999).

MODELO MONTE CARLO PARA IRRADIANCIA RELATIVA UV-B

V. M. Peñafiel¹

Carrera de Física, FCPN (UMSA)
La Paz, Bolivia

RESUMEN

Se ha logrado modelar el perfil de irradiancia solar ultravioleta usando el método Monte Carlo como simulador de la dispersión de fotones en una atmósfera esférica y homogénea. Hipotéticamente, se considera que la irradiancia relativa (adimensional y normalizada a la unidad) está asociada principalmente a la dispersión de Rayleigh y a la geometría atmosférica en tanto que la magnitud irradiativa requeriría un tratamiento más detallado (y la inclusión de otros fenómenos, como la absorción de fotones).

Se detalla el fundamento teórico usado para los algoritmos de cómputo, los cuales son lo suficientemente flexibles como para permitir “experimentos” con variación de los parámetros principales; incluyendo también una atmósfera exponencial, orientada, sobre todo, al análisis comparativo.

Descriptor: método Monte Carlo — simulación computacional — física de la atmósfera

ABSTRACT

A simulation of the ultraviolet solar irradiance profile, studying the dispersion of photons in a spherical and homogeneous atmosphere, was realized using the Monte Carlo method. Hypothetically, relative irradiance (dimensionless and normalized to the unit) has been principally associated with Rayleigh’s dispersion theory and atmospheric geometry. A more detailed analysis of the radiative magnitude is required (and the inclusion of other phenomena, such as photon absorption).

The present study describes the theoretical framework used in the calculation of the algorithms. The data is sufficiently versatile allowing for comparative analysis experiments that vary the principal parameters and include factors such as an exponential atmosphere.

Key words: Monte Carlo method — computer simulation — atmosphere physics

1. INTRODUCCIÓN

Una característica interesante de las mediciones de irradiancia solar (en cielo claro) es su curva de ajuste (Fig. 1), cuya expresión compacta (no polinómica) [1]

$$I(t) = a'(t - b)^2(c - t)^2 e^{-d'(t-e)^2}$$

admite la forma (que facilita notablemente el ajuste recursivo por mínimos cuadrados)

$$I(t) = \left[a(t - b)(c - t)e^{-d(t-e)^2} \right]^2. \quad (1)$$

Excepto el de a , los valores de los parámetros no varían significativamente en el ajuste para la irradiancia relativa (con la unidad como máximo).

Muy evidentemente, se trata de una gaussiana modificada con un polinomio de cuarto grado para forzar la anulación de sus extremos (el exponente cuadrático externo resulta esencial para mejorar la bondad de ajuste, especialmente en la proximidad de los mismos). No es importante si ésta es la única representación posible del perfil de los datos; la verdadera utilidad de la ec. (1) radica en que puede reemplazar a los datos experimentales cuando se trate de compararlos con datos simulados.

¹Email: vmiguel@fiums.a.edu.bo

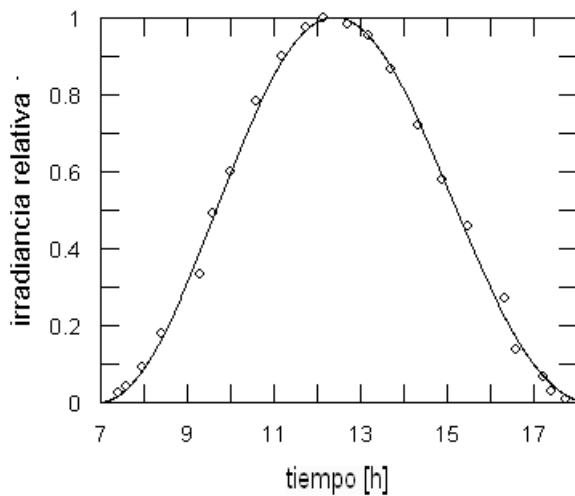


Figura 1. Curva de ajuste para la irradiancia relativa UV-B correspondiente a un día claro (10/5/98). Datos: Laboratorio de Física de la Atmósfera IIF, CF, FCPN (UMSA).

El propósito del presente trabajo es, justamente, el de producir puntos “experimentales” mediante el conteo de fotones incidentes en el lugar de observación, luego de pasar por un esquema dispersivo puramente elástico (Rayleigh) en la atmósfera terrestre convenientemente modelada.

Se pretende que el algoritmo general sea suficientemente flexible, de modo que permita el ensayo de diversas condiciones, dispersivas y geométricas, y la comparación directa de sus resultados con una curva del tipo (1) ajustada a mediciones efectivas.

2. GEOMETRÍA

Para todos los casos, la primera tarea es la ubicación de la fuente (el Sol) en un sistema de referencia adecuado y en tiempo local del observador.

En el sistema de coordenadas centrado en la Tierra pero fijo en el espacio $\{\mathbf{e}'\}$, la dirección de los rayos solares sólo depende de la inclinación de la eclíptica

$$\vec{S}' = \cos \delta \hat{e}'_y + \sin \delta \hat{e}'_z,$$

donde δ está calculada para cada día del año t_d mediante

$$\delta = 0,41 \sin[\Omega(t_d - 80)],$$

siendo $\Omega = 2\pi/365,25$). El sistema de coordenadas $\{\mathbf{e}\}$ centrado y fijo a la Tierra con el eje z orientado hacia el zenit del lugar de observación (latitud φ y

longitud λ) está relacionado con el anterior por la transformación $\mathbf{e}' = \mathbf{R}\mathbf{e}$, en la cual \mathbf{R} es la matriz

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} -\sin \phi & \cos \phi \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi & \sin \phi \sin \lambda & \sin \phi \cos \lambda \\ 0 & \cos \lambda & -\sin \lambda \end{pmatrix}$$

con $\phi = \omega(t - t_0)$ el ángulo horario ($\omega = \pi/12$, velocidad angular de la rotación terrestre y $t_0 = 6$). Entonces, la dirección de los rayos solares, desde el punto de vista del observador, está dada por el vector

$$\vec{S} = S_x \hat{e}_x + S_y \hat{e}_y + S_z \hat{e}_z \quad (2)$$

cuyas componentes, teniendo en cuenta que $\vec{S}' = \mathbf{R}\vec{S}'$ y en términos del tiempo solar t , son

$$\begin{aligned} S_x(t) &= \cos \delta \sin \phi \\ S_y(t) &= -\cos \delta \sin \lambda \cos \phi + \sin \delta \cos \lambda \\ S_z(t) &= -\cos \delta \cos \lambda \cos \phi - \sin \delta \sin \lambda. \end{aligned} \quad (3)$$

El tiempo solar aparente se calcula, en términos del tiempo de reloj t_r , usando las correcciones

$$t = t_r - t_L - E_t, \quad (4)$$

donde $t_L = \Delta\varphi/15 = 8,07/15$ es la corrección por longitud y

$$E_t = 7,67 \sin(\Omega\Delta t) - 9,87 \sin(2\Omega t_d - 81\pi/90)$$

es la ecuación del tiempo con $\Delta t = t_d - 355$ ($t_d = 1$ para el primero de enero).

Como se ve, el sistema de referencia y la dirección inicial instantánea de los fotones respecto de éste, quedan completamente determinados una vez que la posición del observador se especifica a través de su latitud y longitud (16.54S y 68.07O para este trabajo). Para cada fecha del año, el perfil de irradiancia relativa estará representado por el número de fotones incidentes en el lugar de observación en función del tiempo de reloj (en horas).

3. DISPERSIÓN

Sin embargo, una parte significativa de los fotones inciden después de ser desviados, una o varias veces, por las moléculas de aire. El recuento total, por tanto, debe ser el resultado de un esquema dispersivo que —en este caso— se supondrá completamente elástico.

El método Monte Carlo para la dispersión de Rayleigh comprende el sorteo de tres variables: el

recorrido libre l y los ángulos azimutal ϕ_f y zenital θ_f en el sistema local del fotón.

Cuando la dirección está determinada, el recorrido resulta de la inversión de la distribución probabilística acumulativa para la densidad de Lambert-Beer, esto es:

$$\xi = \int_0^l \exp(-\beta x) dx = 1 - e^{-\beta l}$$

cuya inversa, teniendo en cuenta que ξ y $1-\xi$ tienen distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$ es

$$l = -\frac{1}{\beta} \ln(\xi), \quad (5)$$

expresión que se usa para determinar el recorrido después de cada interacción fotón - molécula.

La distribución para el ángulo zenital (en el sistema local del fotón) es uniforme; por tanto, el sorteo de esta variable procede según

$$\phi_f = 2\pi\xi. \quad (6)$$

Finalmente, la distribución probabilística para el ángulo zenital, derivada de la sección eficaz diferencial para la dispersión de Rayleigh, puede ser escrita, para los fines actuales, en la forma

$$\xi = \int_0^{\theta_f} \frac{3}{4} [1 + \cos^2(\vartheta)] \sin(\vartheta) d\vartheta$$

la cual, haciendo $u = \cos \theta_f$ proporciona la ecuación cúbica

$$\xi = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(3u + u^3),$$

o bien, si $x(\xi) = 4 - 8\xi$,

$$u^3 + 3u + x(\xi) = 0.$$

Esta ecuación admite una solución real para u en función del número aleatorio ξ , inmediatamente utilizable para el sorteo del coseno del ángulo zenital, a saber:

$$u = \left(\frac{y-x}{2}\right)^{1/3} - \left(\frac{y+x}{2}\right)^{1/3}, \quad (7)$$

siendo $y(\xi) = \sqrt{x(\xi)^2 + 4}$.

El sorteo de las tres variables es simultáneo pero, obviamente, el valor del número aleatorio ξ es elegido independientemente para cada una de ellas.

4. MONTE CARLO INVERSO

Teniendo en cuenta la notoria simetría de la sección eficaz en la dispersión de Rayleigh, el proceso puede ser ejecutado partiendo del punto de observación en todas las direcciones previamente seleccionadas; tomando como exitosas aquellas para las cuales la trayectoria final del fotón apunta en dirección de la fuente.

Este mecanismo admite dispersión simple o múltiple, según el esquema algorítmico que sea planteado de inicio, junto con otras condiciones como la altura y densidad atmosféricas.

La rutina de cálculo empieza, por tanto, fijando la dirección inicial de los fotones mediante un ángulo zenital en el intervalo $0^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ$ y uno azimutal $0^\circ \leq \phi_i \leq 359^\circ$ en pasos $\Delta\theta_i$ y $\Delta\phi_i$. El vector cartesiano del fotón es, entonces,

$$\vec{F} = \cos \phi_i \sin \theta_i \hat{e}_x + \sin \phi_i \sin \theta_i \hat{e}_y + \cos \theta_i \hat{e}_z. \quad (8)$$

Un primer sorteo del recorrido según (5), por otra parte, permite determinar el radio

$$r = \sqrt{l^2 + R^2 + lR \cos \theta_i} \quad (9)$$

y la altura

$$h = r - R \quad (10)$$

donde R es el radio de la Tierra. Ahora, representando con H la altura máxima de la atmósfera y con ε el diámetro aparente del disco solar ($\approx 0,5^\circ$), cuando $h \geq H$ se ensaya la dirección del fotón: si satisface

$$\vec{S} \cdot \vec{F} \geq \cos \varepsilon, \quad (11)$$

el número de fotones incidentes, N , incrementa en una unidad; contrariamente, el proceso termina y se procede nuevamente con (8).

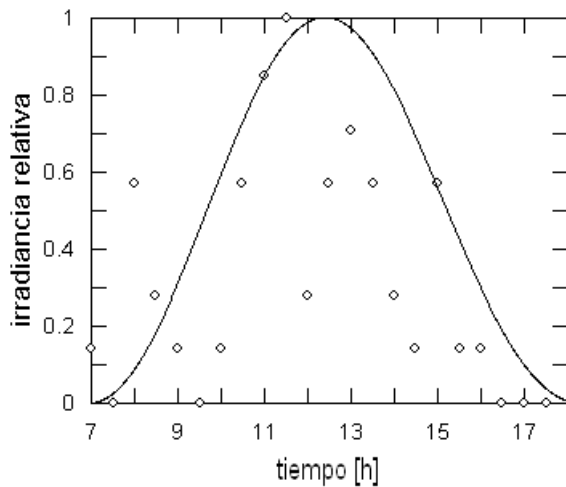
Si $h < H$, el sorteo de las variables l , ϕ_f y u , siguiendo lo descrito en la sección anterior, conduce a un nuevo cálculo del radio mediante

$$r = \sqrt{l^2 + R^2 + lRu}, \quad (12)$$

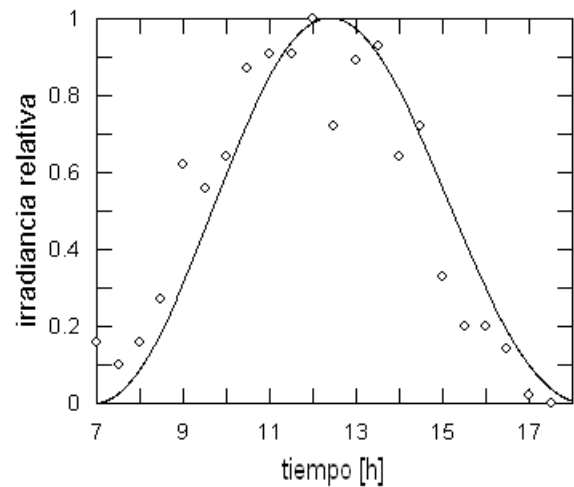
la altura $h = r - R$ y el nuevo vector direccional del fotón (en términos de u y de $v = \sin \theta_f = \sqrt{1 - u^2}$),

$$\vec{F} = \cos(\phi_f) v \hat{e}_x + \sin(\phi_f) v \hat{e}_y + u \hat{e}_z. \quad (13)$$

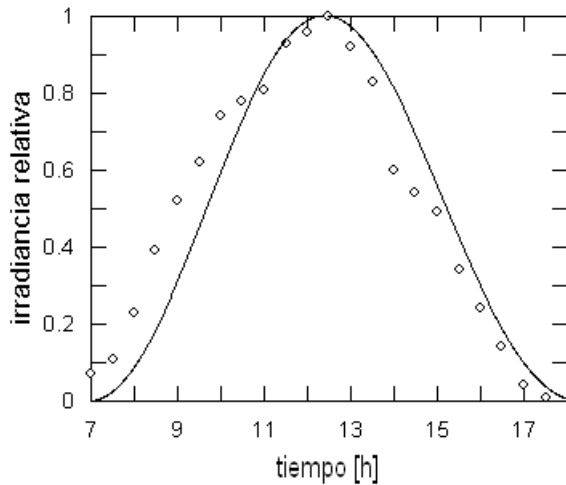
Es fácil comprobar que los ensayos para h y para $\vec{S} \cdot \vec{F}$ proceden como antes. Cuando $h < H$, el sorteo de (l, ϕ_f, u) y los ensayos posteriores deben ser repetidos y corresponden a la dispersión múltiple del fotón.



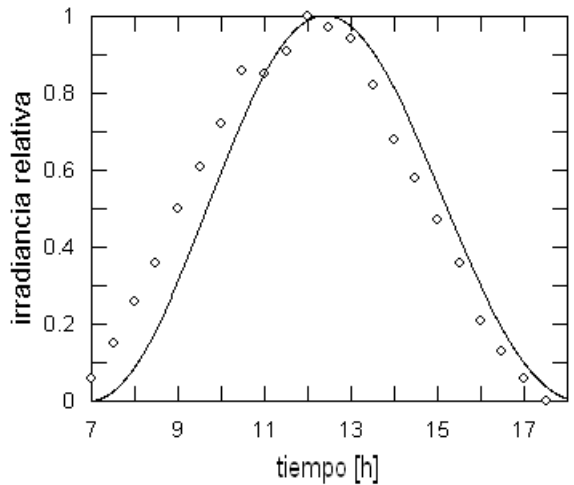
2a. Curva de la Fig. 1 comparada con la distribución relativa de 50 eventos favorables (de 32760 en total y máximo=7; un fotón por cada dirección inicial).



2b. Curva de la Fig. 1 comparada con la distribución relativa de 533 eventos favorables (de 327600 en total, máximo=48; 10 fotones por cada dirección inicial).



2c. Curva de la Fig. 1 comparada con la distribución relativa de 4841 eventos favorables (total=3276000, máximo=424; 100 fotones por cada dirección inicial).



2d. Curva de la Fig. 1 comparada con la distribución relativa de 50229 eventos favorables (total=32,76 × 10⁶, máximo=4330; 1000 fotones por cada dirección inicial).

Figura 2.

También es posible la repetición completa del algoritmo descrito para n fotones en cada determinada dirección y cada intervalo Δt de tiempo (digamos, cada media hora desde la del levante hasta la del ocaso). Así, tomando $\Delta\theta_i = \Delta\phi_i = 1^\circ$, el número total de fotones ensayados será $32760n$ para cada valor del tiempo de reloj t_r .

5. RESULTADOS

El sorteo de los números ξ para las variables (5), (6), y (7) se hizo usando una rutina adaptada del “Mersenne Twister” [2] para el ensamblador de 32

bites. Como toda simulación de tipo Monte Carlo, es natural que los resultados mejoran proporcionalmente a la cantidad de repeticiones del experimento (aleatorio). La serie de figuras 2a, ..., 2d ilustra claramente la evolución de los eventos favorables hacia una configuración muy semejante a la de la figura 1. Éstas corresponden al cómputo sobre el modelo más simple de una atmósfera esférica y homogénea con altura $h = 10$ [km] y coeficiente de extinción $\beta = 0,132$ [km⁻¹], calculada de

$$\beta = \frac{8\pi^3(n^2 - 1)^2}{3N\lambda^4}$$

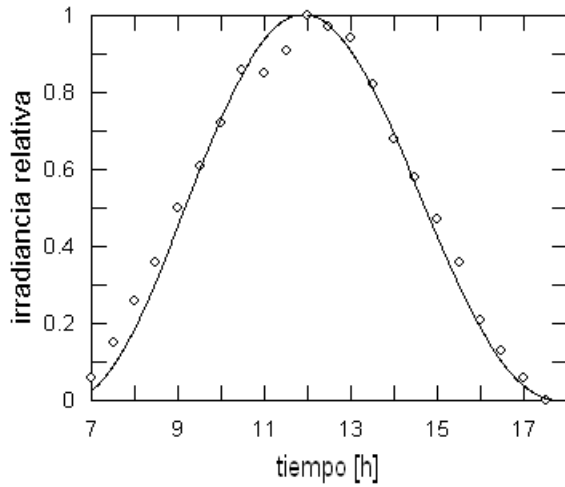


Figura 3. Comparación corregida entre la curva y los datos de la Fig. 2d. La corrección consiste en un desplazamiento de 1/2 hora hacia la izquierda.

con $n = 1 + 2,735 \times 10^{-4}$, $N = 2,687 \times 10^{25} [m^{-3}]$ (número de Loschmidt) y $\lambda = 298 [nm]$.

En esta atmósfera, los fotones sufren dispersión múltiple desde la superficie atmosférica hasta el punto de observación (en realidad, por la simetría ya mencionada, se utiliza el método Monte Carlo inverso, descrito en la sección anterior: los fotones salen del punto de observación y se dispersan en la atmósfera hasta encontrar, eventualmente, la dirección de la fuente).

La figura 2d resume el resultado neto del procedimiento; excepto por el desplazamiento temporal, es aceptablemente comparable con la curva experimental para la misma fecha (10 de mayo, $t_d = 130$). De hecho, la curva corrida en media hora hacia la derecha que aparece en la figura 3, contrastada con la curva de ajuste de la Fig. 4 mediante la diferencia porcentual entre sus parámetros característicos ($100(a_e - a_s)/a_e$, etc.), rinde la tabla siguiente:

<i>Coeffs.</i>	<i>Experim.</i>	<i>Simulada</i>	<i>Var. (%)</i>
<i>a</i>	0,03124	0,02631	15,8
<i>b</i>	6,45579	5,74225	11,1
<i>c</i>	17,82398	17,98983	-0,93
<i>d</i>	0,00950	0,00920	3,2
<i>e</i>	11,09898	12,33685	-11,2

La curva experimental corregida y la curva de ajuste a los datos simulados concuerdan, pues, casi en un 85%. Desafortunadamente, no ha sido posible encontrar una explicación convincente para el retraso de los puntos simulados en los gráficos 2; sin embargo, éste no afecta —según se ha visto— al perfil

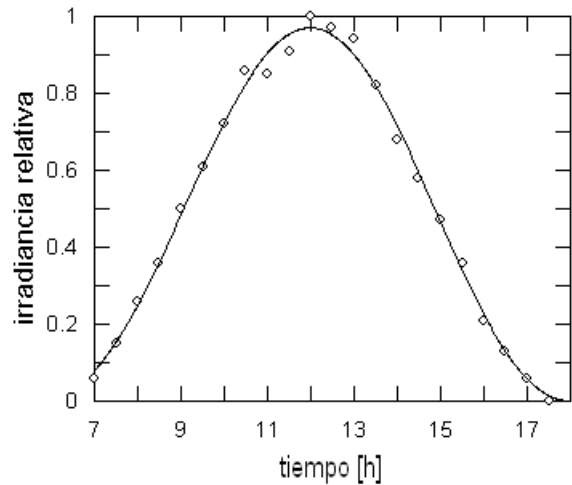


Figura 4. Ajuste de una curva tipo (1), por mínimos cuadrados, a los datos de la Fig. 2d.

de la irradiancia relativa simulada.

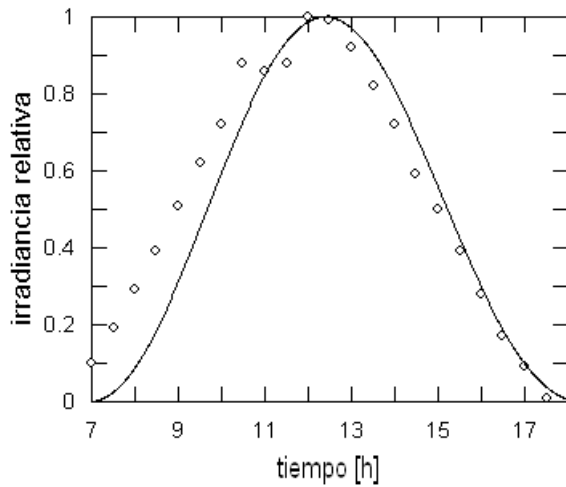
Finalmente, tampoco el aumentar el tamaño de la atmósfera —en cuyo caso el factor de atenuación debe ser una función de la altura— parece contribuir con una mejora sustancial en el modelo. Así, tomando

$$\beta = \beta_0 e^{-\alpha z},$$

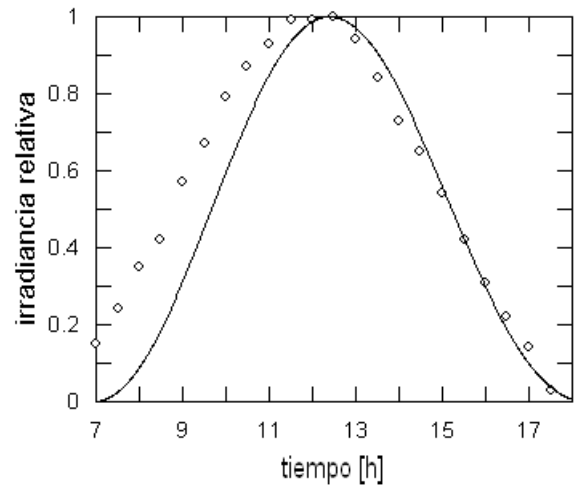
$\alpha = 1/8,4 [km^{-1}]$ y $\beta_0 = 0,132 [km^{-1}]$ (valores correspondientes al ajuste manual a los de la densidad para una atmósfera estándar [4]), el algoritmo se modifica de manera que el valor de β en (5) es recalculado para cada sorteo de la variable l siempre que $h < H$. El resto del procedimiento se mantiene como en el caso anterior.

El efecto numérico de tales modificaciones se muestra en las figuras 5a, ..., 5d. Las apreciables fluctuaciones estadísticas y el crecimiento del número de fotones dispersados en comparación con el de los directos (reflejada en la altura de los puntos extremos en los gráficos), se explica fácilmente por la disminución —registrada— de eventos favorables cuando se incluyen sucesivamente la estratosfera y mesosfera a la troposfera, para la misma cantidad de fotones iniciales totales.

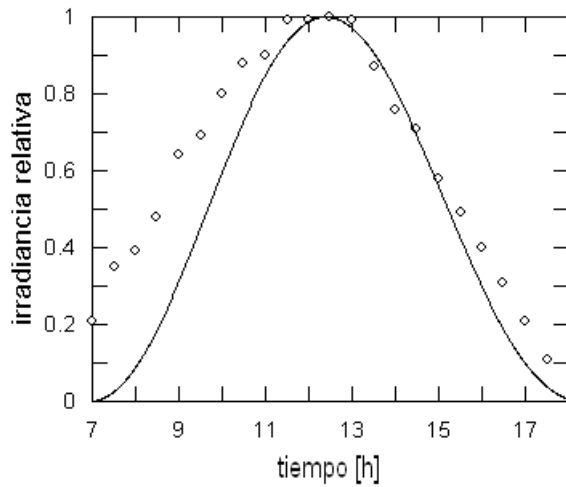
La manera de mejorar estos rendimientos es, pues, un fuerte incremento en el número de fotones iniciales y, seguramente, en un sorteo más sofisticado del salto dispersivo en términos de una integral de probabilidad acumulativa con coeficiente de extinción $\beta(z)$ variable con la altura. Pero este esquema hace a los tiempos de cómputo innecesariamente prohibitivos, porque el propósito de este



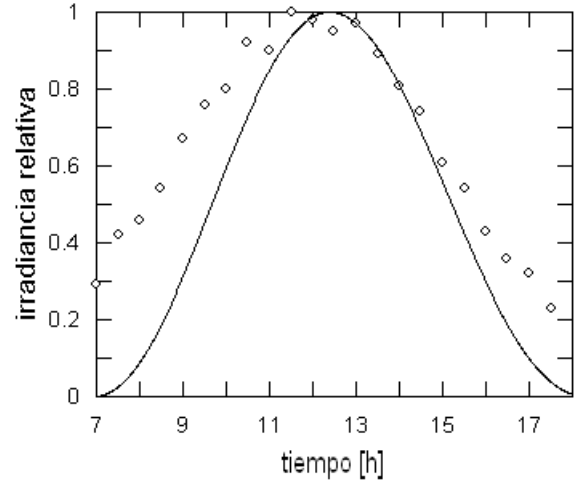
5a. Distribución relativa de 49123 eventos favorables (total= $32,76 \times 10^6$, máximo=4075) para atmósfera exponencial ($H = 10 \text{ km}$).



5b. Distribución relativa de 35016 eventos favorables (total= $32,76 \times 10^6$, máximo=2704) para atmósfera exponencial ($H = 20 \text{ km}$).



5c. Distribución relativa de 21904 eventos favorables (total= $32,76 \times 10^6$, máximo=1561) para atmósfera exponencial ($H = 50 \text{ km}$).



5d. Distribución relativa de 16793 eventos favorables (total= $32,76 \times 10^6$, máximo=1112) para atmósfera exponencial ($H = 100 \text{ km}$).

Figura 5.

trabajo no es el de reproducir los resultados experimentales (Fig. 1.), sino sólo el de la *forma* de sus alturas relativas durante la trayectoria diurna de la fuente.

6. CONCLUSIONES

Dejando de lado cuestiones algo sofisticadas, como la real naturaleza del fenómeno dispersivo de fotones en la atmósfera terrestre o modelos muy detallados acerca de la composición de ésta, aún es pertinente la investigación acerca de las propiedades más inmediatas de ciertos modelos atmosféricos. Principalmente porque el formalismo matemático asociado a estos modelos es simple y

permite el montaje de experimentos algorítmicos muy eficientes (factibles en equipos personales de computación).

Así, el propósito de reproducir numéricamente el *perfil* experimental de la irradiancia relativa, se logra mediante un algoritmo sencillo pero suficiente para simular las posibles trayectorias de los fotones en una atmósfera esférica y elástica. El hecho de que las distribuciones probabilísticas acumulativas para todas las variables sean invertibles ciertamente contribuye mucho a tal resultado.

Esto es, la esfericidad de la atmósfera terrestre y elasticidad (dispersión de Rayleigh) de las interacciones entre fotones y moléculas de aire son, pues,

las dos propiedades suficientes para explicar la forma de la curva (1).

Hay dos implicaciones inmediatas: por tratarse de un proceso fundamentalmente estocástico, parece improbable que el perfil en cuestión pueda ser susceptible de una deducción teórica (la idea para este trabajo surgió de un intento en ese sentido); por otra parte, las técnicas asociadas a la transferencia radiativa harían poco adecuadas las refinaciones del algoritmo aquí empleado con el propósito de modelar, por ejemplo, las irradiancias absolutas [4].

REFERENCIAS

- [1] Peñafiel V. M., *Ajuste Analítico Sobre Mediciones UV-B en Cielo Claro*, Rev. Bol. Fis. 7 I, 63 (2001).
- [2] Matsumoto M. y Nishimura T., *Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator*, ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, 8 3–30 (1998).
- [3] U. S. Committee on Extension to the Standard Atmosphere, *U.S. Standard Atmosphere, 1976*, NOAA, NASA, USAF, Washington D.C., (1976).
- [4] Emde C., Meyer J., Rozanov A., Rozanov V., and Burrows J. P., *Influences of horizontal atmospheric inhomogeneities on radiative transfer modelling*, EGS 2001: 26-th General Assembly, 25–30 March, Nice, France (2001).

MEDICIÓN DE VELOCIDADES DE FLUIDOS POR EFECTO DOPPLER

Boris Alberto López Zubieta¹

Carrera de Física—UMSA
La Paz—Bolivia

RESUMEN

Este artículo describe el diseño y construcción de un anemómetro láser con equipos, instrumentos e insumos existentes en los laboratorios de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA).

El anemómetro láser permite medir velocidades de fluidos, sean estos líquidos o gaseosos, sin interferir en la dinámica de estos. Su principio de funcionamiento se basa en la interferencia producida por partículas suspendidas en el fluido que dispersan la onda electromagnética proveniente de un haz láser.

A pesar de las grandes limitaciones experimentales y tecnológicas propias de los laboratorios del país, el resultado fue exitoso.

Descriptores: dinámica de fluidos — dispersión de ondas electromagnéticas — procedimientos de laboratorio

ABSTRACT

The present article describes the design and construction of an laser anemometer using the equipment and instrumentation of laboratories at the Universidad Mayor de San Andrés (UMSA). The laser anemometer allows for the measurement of fluid speeds, liquid or gaseous, without interfering with its dynamics. Its principle of operation is based on the interference produced by particles suspended in the fluid that disperse the electromagnetic wave produced by the laser. In spite of the experimental and technological limitations of our laboratories, the result was successful.

Key words: fluid dynamics — dispersion of electromagnetic waves — laboratory procedures

1. INTRODUCCIÓN

En 1964 Yeh y Cummins [18] idearon un arreglo experimental que permitía medir velocidades de fluidos sin interferir en la dinámica de este. Ésto se logró gracias a la aparición de los primeros láseres, que proporcionan una fuente de luz casi monocromática altamente coherente, y también a la aplicación de conceptos de interferencia, que permitieron medir la señal luminosa dispersada por las partículas en suspensión, las cuales deben insertarse al fluido. En una primera aproximación, la velocidad de las partículas coinciden con la velocidad del fluido.

Entre las múltiples ventajas de este equipo está la de no requerir calibración, no depende la

medición de la posición espacial del detector y principalmente, no interfiere con la dinámica del fluido.

La descripción de la construcción de un equipo de medición de velocidades de fluidos por efecto Doppler (LDA por sus siglas en inglés, *Laser Doppler Aneometry*) con componentes existentes en el país es parte del objetivo de este artículo.

Este trabajo es la tesis de grado del autor de este resumen, que fue realizada en el laboratorio de óptica de la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés, en La Paz Bolivia.

2. UN POCO DE TEORÍA

El desplazamiento en la frecuencia por efecto Doppler a escala astronómica es fácilmente visible y da una prueba inequívoca de la expansión del

¹Email: pulsonocturno@hotmail.com

universo. A escala terrestre, las más altas velocidades típicas de fluidos resultan en corrimientos insignificantes con relación a la frecuencia de la luz ($\approx 10^{15}$ Hz), no habiendo sido posible medir este cambio directamente por algún tipo de detector. Esto cambió en los últimos tiempos con la invención del espectrómetro óptico de alta resolución, pero este equipo sólo es aplicable a fluidos con velocidades supersónicas. Para velocidades subsónicas es necesario recurrir a técnicas de interferencia como ser la del heterodinado.

La interacción entre ondas planas y partículas esféricas refractantes fue abordada por Mie en 1908, a partir de la electrodinámica cuántica clásica de Maxwell y Lorentz.

Cuando una onda electromagnética plana incide con la superficie de una partícula en movimiento de diámetro mayor que su longitud de onda, se genera una onda esférica de frecuencia distinta a la original, esto debido al efecto Doppler [1][8][13][14][16][17][18].

Ahora, debemos considerar a dos ondas electromagnéticas planas procedentes de distintas regiones del espacio, con igual frecuencia y con un ángulo α entre los frentes de onda. El par de ondas incide sobre la superficie de una partícula modelo [1], y por la teoría de Mie, se generan un par de ondas eléctricas esféricas. Este par de ondas tiene un segundo corrimiento Doppler debido a que ahora el receptor (partícula) se convierte en emisor en movimiento respecto al detector.

El receptor o detector sólo puede medir la intensidad, que es el cuadrado del valor absoluto del campo eléctrico de la onda, entonces, el detector en este caso mide la suma de las intensidades del par de ondas esféricas que interactuaron con la partícula. La suma de estas intensidades es posible de visualizar con algún tipo de graficador, como una señal de voltaje con modulación periódica. Esta modulación es de interés, ya que contiene la información de la velocidad de la partícula [1][8][16].

La frecuencia de modulación es también denominada frecuencia Doppler y es uno de los parámetros importantes para la detección de la señal dispersada por la partícula, los otros parámetros son la visibilidad o calidad de la señal y la intensidad.

La ecuación que liga la frecuencia de modulación con la velocidad de la partícula es de fácil deducción utilizando sencillas consideraciones físicas [1][8][18]:

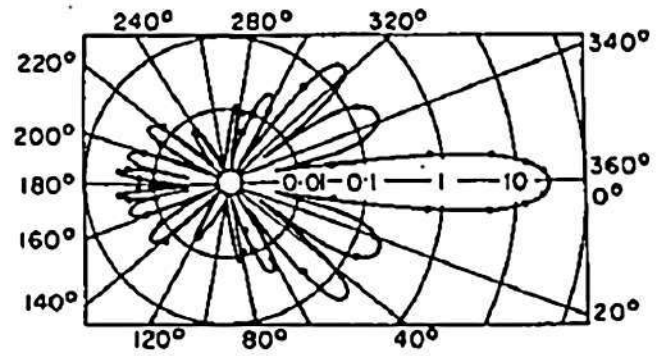


Figura 1. Diagrama polar de intensidades de Mie para dos ondas incidentes sobre una única partícula. Las ondas provienen del lado izquierdo de la gráfica, con un ángulo α entre los haces.

$$\nu_D = \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)}{\lambda} v_y, \quad (1)$$

donde ν_D es la frecuencia Doppler; α es el ángulo que existe entre los haces que inciden sobre la partícula; λ es la longitud de onda de la onda incidente; v_y es la velocidad de la componente normal a la bisectriz del ángulo α sobre el plano que contiene a los dos haces.

El otro parámetro mencionado es la visibilidad o calidad de la señal [1] y está definida por una relación de máximos y mínimos de la intensidad que llega al detector. Desarrollando la relación mencionada se llega a una ecuación que contiene los vectores polarización de las ondas eléctricas y sus intensidades:

$$\eta = \frac{2\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 \sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (2)$$

Observando la ecuación (2), se puede ver que para que la visibilidad sea máxima (ideal $\eta = 1$), los vectores de polarización deben ser paralelos, entonces, perpendiculares al plano que contiene los dos haces incidentes sobre la partícula, y además, las intensidades recibidas tienen que ser iguales.

En la región de cruce de los haces se genera un elipsoide de revolución, muy similar a una "sandía", de perfil de intensidad gaussiano. Utilizando la definición de diámetro de un haz láser para definir el volumen de medida de la zona de intercepción como aquél cuya intensidad en la periferia es $1/e^2$ veces la intensidad en el centro del haz. En el caso del volumen de medida, la intensidad máxima será la suma de las intensidades de los dos haces, el elipsoide tendrá su eje mayor en la línea que de-

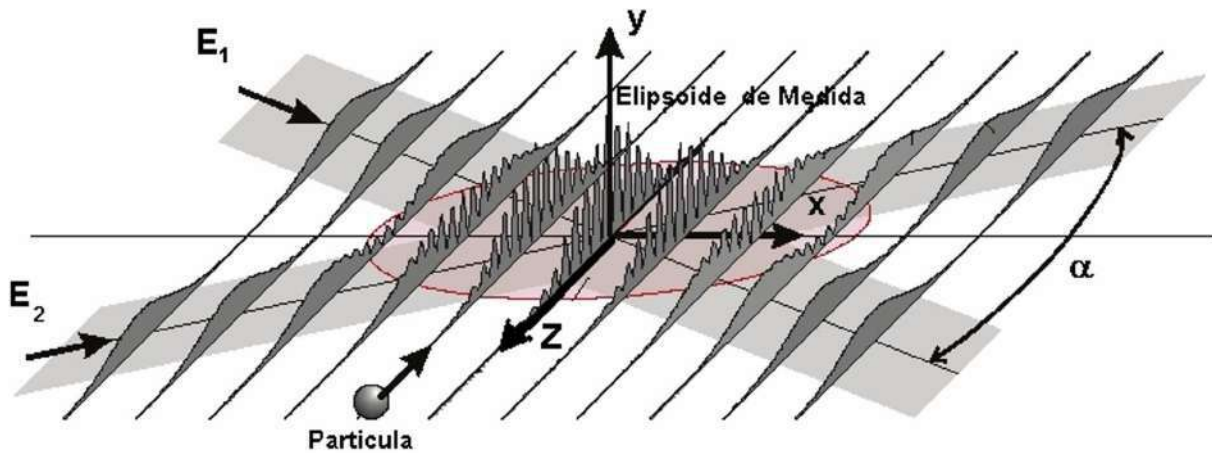


Figura 2. Elipsoide de medida generado por la interferencia de dos ondas eléctricas E_1 y E_2 . En el área de interferencia se producen regiones de luz (crestas) y sombra (valles). La gráfica es un diagrama de intensidades que muestra la estructura gaussiana de los haces incidentes y del elipsoide de medida. Una partícula que pasa por esta región provoca una ráfaga de “explosiones” de luz.

fine la bisectriz del ángulo formado por los haces incidentes o el eje óptico del sistema.

Por esa razón, la señal buscada tendrá dos componentes, una de baja frecuencia o pedestal, que tiene, como dijimos, la estructura gaussiana del haz, que es imprescindible filtrar, y una segunda de alta frecuencia, que es la señal buscada, que tiene forma de un paquete de ondas, también llamado *Bursts* o “explosiones”.

Por otro lado existen otros aspectos que considerar y están relacionados con la localización espacial del detector y con el tamaño de la partícula que incide sobre el volumen de medida.

Como mencionamos antes, Mie describió la interacción de partículas de tamaño similar a la longitud de onda incidente sobre ella. Uno de los resultados importantes de su trabajo fue que la intensidad de la radiación dispersada era función del ángulo de observación. La obtención de las gráficas que describen esta situación son excesivamente complejos para los fines de este texto.

Lo que nos interesa de estas gráficas es que la máxima intensidad dispersada está en dirección del haz incidente ($\theta = 0^\circ$) y por el contrario existe un mínimo para la dirección opuesta ($\theta = 180^\circ$). En caso de tratarse de partículas metálicas, la situación se invierte. Este resultado es muy importante en la configuración del equipo, ya que existen tres técnicas básicas: Dispersión hacia adelante, dispersión hacia atrás y dispersión fuera del eje, que serán abordadas un poco más adelante.

3. MODELO DE FRANJAS DE INTERFERENCIA

Este es un modelo alternativo al modelo clásico expuesto en párrafos anteriores, pero es capaz de explicar de una manera intuitiva los principales aspectos de esta técnica. Paradójicamente en la deducción de las ecuaciones no interviene el efecto Doppler.

Este modelo sólo es utilizable para el caso de dos ondas eléctricas interceptándose sobre partículas suspendidas en el fluido.

La utilidad de este modelo radica en que permite obtener parámetros importantes, como ser las dimensiones del volumen de medida y el número de franjas de interferencia que se genera en el volumen de medida [1][2].

En el volumen de medida generado se forman regiones de luz y sombra (figura 2). Al pasar una partícula por una región de luz se produce un destello o *Bursts* que llega al detector y por el contrario, si pasa por una región de sombra, no existe señal, lográndose de esta forma una secuencia de destellos de frecuencia igual al lado derecho de (1), con v_y como la componente de la velocidad de la partícula perpendicular a las franjas de interferencia.

Cada franja tiene una intensidad distinta a la franja precedente, debido a la estructura gaussiana del elipsoide. Este fenómeno produce una variación temporal en la intensidad de la señal que llega al detector.

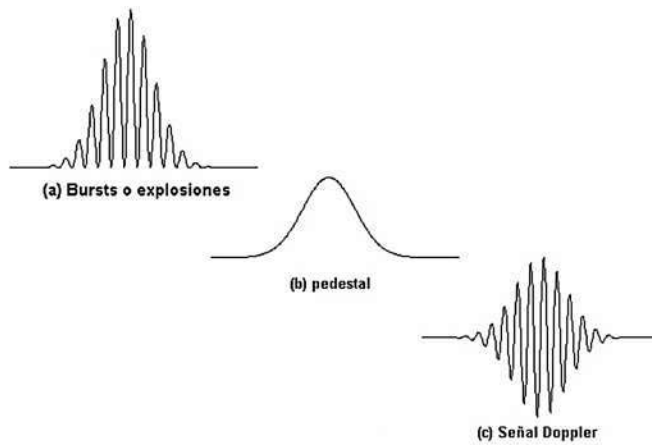


Figura 3. Muestra de las señales que intervienen en la detección (a) “explosiones” o *Bursts* (b) Señal de baja frecuencia o “pedestal” (c) Señal de alta frecuencia o “señal Doppler”.

4. PARTÍCULAS DE DOPADO

Como fue descrita anteriormente, esta técnica de medición de velocidades de fluidos es posible gracias a la dispersión de la luz sobre las partículas sembradas al fluido de estudio, provocando el heterodinado en la superficie del detector o en un divisor de onda.

Las partículas, por consecuencia, tienen que tener un tamaño adecuado para que se pueda cumplir la aproximación de que la velocidad de las partículas es la velocidad del fluido.

El límite inferior del tamaño de las partículas lo marca la potencia del láser y la localización espacial del detector [1][8].

El límite superior lo marca la teoría de Bassett [1], que describe el arrastre unidimensional de partículas esféricas con velocidad no necesariamente igual a la velocidad de la partícula en cuestión.

5. PROCESAMIENTO DE LA SEÑAL

Como se describió antes, la señal que nos interesa contiene dos componentes de frecuencias distintas, la señal eléctrica en forma de corriente originada en el detector tiene la forma de la figura 3a; una de ellas es de baja frecuencia, que llamamos pedestal (figura 3b) y la otra señal es de alta frecuencia y también denominada frecuencia Doppler, que es la que nos interesa. En la frecuencia de la señal Doppler esta la información que necesitamos.

Es importante eliminar la señal pedestal ya que no contiene información que nos sirva y es perjudicial porque modula a la señal Doppler, provocando distorsión de la onda que proviene del volumen de

medida.

Para este fin, son utilizados filtros electrónicos pasa banda en la señal de salida del detector.

Una vez eliminado el pedestal existen varias formas de procesar la señal Doppler y extraer el valor de la frecuencia.

Se debe analizar a la hora de elegir el método de análisis las propiedades del fluido, la velocidad máxima, la velocidad media, el espectro de energía, la velocidad instantánea, y la disponibilidad de equipo y componentes.

Podemos mencionar los siguientes métodos de procesamiento de señal [1][14][17][16]:

Análisis Espectral: Esta técnica registra la señal proveniente del detector y partiendo de la descomposición de armónicos, se halla la frecuencia Doppler.

Seguidor de Frecuencias: Se basa en un circuito electrónico que sigue los cambios en la frecuencia de la señal entrante y proporciona como resultado un voltaje proporcional a la frecuencia Doppler.

Banco de Filtros: Consiste en una batería de filtros pasa banda colocados en paralelo que permiten obtener una estima en tiempo real del espectro de la señal Doppler.

Correlación de Fotones: Esta es una técnica que se aplica sólo en situaciones extremas (baja intensidad, fluidos sin dopado, medidas a larga distancia). Consiste básicamente en medir las fluctuaciones respecto del tiempo medio de llegada de los fotones individuales. El periodo de la función de autocorrelación temporal del número de fotones corresponde a la frecuencia Doppler.

Contadores de Periodos: Este es el sistema más difundido. Consiste en medir el tiempo que tarda la señal en completar un número de ciclos prefijado.

6. DETALLES DE CONSTRUCCIÓN

Existen tres métodos para captar la señal dispersada por las partículas del fluido. Estos son: Método de haz referencia, método heterodino simétrico y método heterodino diferencial.

El primero se basa en la interferencia producida entre una onda electromagnética dispersada por el dopado y una segunda onda que incide directamente sobre el detector. Este tipo de montaje dejó de ser utilizado por sus elevados problemas técnicos en la década de los 70.

El segundo método utiliza un único haz enfocado en una pequeña región donde pasa el fluido dopado. La onda esférica generada en la interac-

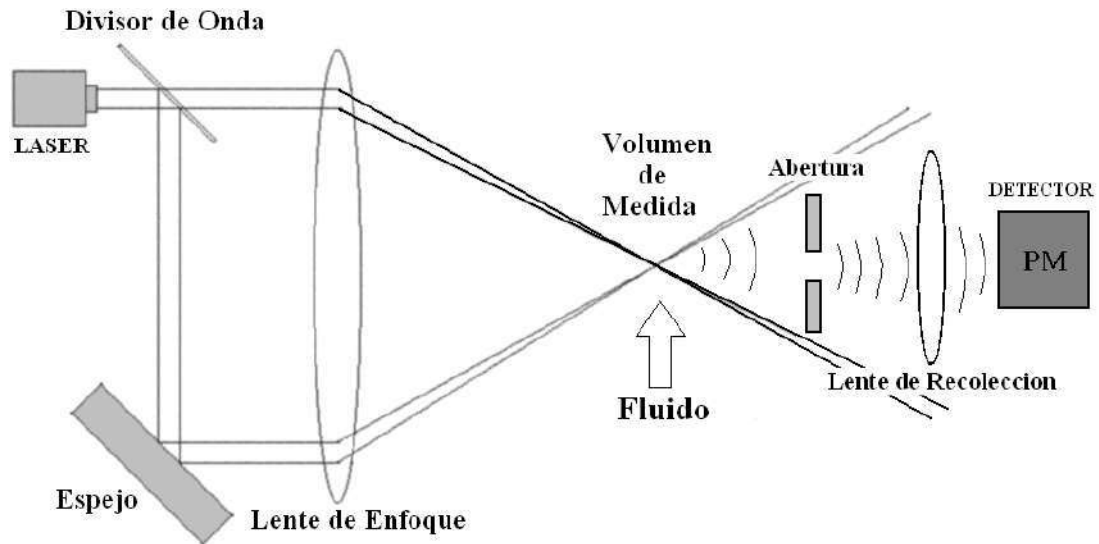


Figura 4. Sistema tipo “dispersión hacia adelante”. El detector está frente al volumen de medida. La abertura permite el ingreso de solamente la luz dispersada proveniente del volumen de medida. Este sistema es ideal por su elevado aprovechamiento de la intensidad de luz dispersada.

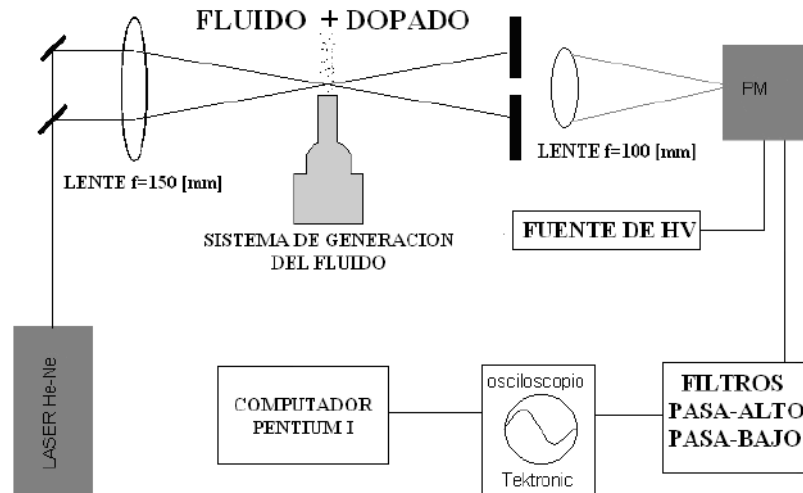


Figura 5. Diagrama de bloques del montaje final.

ción de una partícula del fluido con el láser ingresa por un par de ranuras existentes en la máscara que está localizada frente al detector. Estas dos nuevas ondas son concentradas por el lente de enfoque sobre la superficie del detector donde se produce el heterodinado.

Finalmente está el sistema heterodino diferencial. La teoría descrita en este artículo es apropiada para este sistema, pero es posible extenderla sin problema a los demás métodos.

Este último método a la vez se subdivide en tres mecanismos de detección. Estos son: Dispersión hacia adelante, dispersión hacia atrás y dispersión hacia fuera.

El método de dispersión hacia adelante permite

el máximo aprovechamiento en la potencia del haz láser, ya que el detector está en el eje óptico del sistema.

En el método de dispersión hacia atrás, como su nombre lo indica, el detector está en la misma dirección de donde provienen los haces. Requiere de dopado especial (partículas metálicas, gotas de aceite) y láseres muy potentes.

Finalmente está el modo de dispersión fuera del eje. El detector está en una región distinta del eje óptico del sistema. No es comúnmente utilizada en velocimetría láser, pero sí en otras técnicas derivadas de ésta, como ser la DPA.

Este es un intermedio entre los dos métodos descritos anteriormente y su ventaja radica en que per-

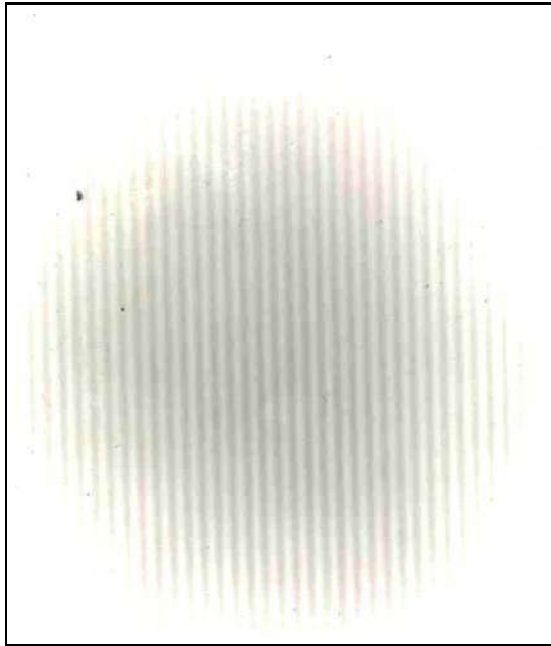


Figura 6. Fotografía de las franjas de interferencia logradas sobre papel fotográfico con una hora de exposición. (Laboratorio de óptica de la Carrera de Física de la UM-SA.)

mite reducir el volumen de medida con el uso de filtros espaciales [1], generando una alta resolución espacial.

Para este trabajo contamos con un láser He-Ne de $1mW$ de potencia, no polarizado. Este láser es de baja potencia y la literatura recomienda utilizar uno de por lo menos $5mW$, con polarización lineal.

No se conocen trabajos hechos con láseres de las características señaladas, muy baja potencia y sin polarización.

De los dos problemas limitantes que poseía el láser utilizado, el más drástico fue el de la polarización, ya que para lograr que la onda se transforme en una onda polarizada se tuvieron que usar técnicas de polarización por reflexión que redujeron aun más la potencia de la onda electromagnética dispersada.

La contribución de este trabajo a la técnica LDA es justamente este hecho. Que es posible utilizar la dispersión de una onda de muy baja potencia y aun así generar el fenómeno de interferencia en la región de medición y lograr medir por medio de esta interferencia la velocidad de un fluido dopado sin recurrir a técnicas caras y extremas descritas anteriormente.

Por estas razones y por la simplicidad en el montaje óptico, se escogió para el montaje el sistema heterodino diferencial en su modo de dispersión hacia

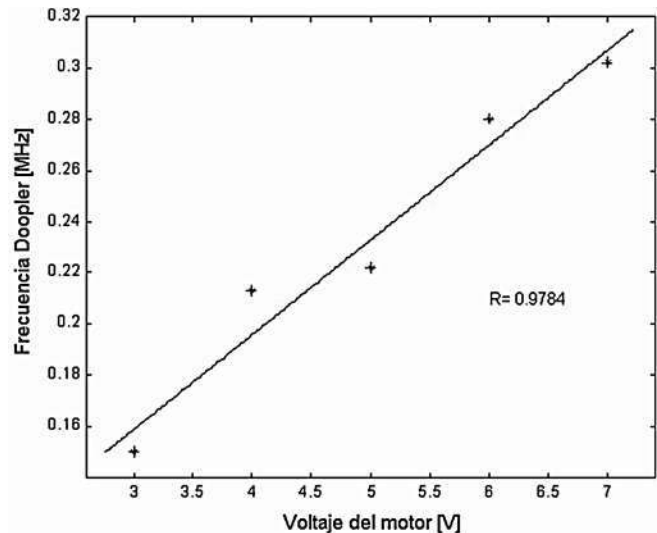


Figura 7. Muestra gráfica del desplazamiento de la frecuencia en función del voltaje suministrado al motor.

adelante, para aprovechar al máximo la potencia del láser.

El detector es un tubo fotomultiplicador marca Hamamatsu, modelo R1512 de elevada ganancia ($\sim 10^6$).

También se utilizó un divisor de onda marca Leybold de 58/43, que no es el divisor de onda más apropiado pero se acerca al ideal de 50/50.

También se utilizaron espejos ópticos de un interferómetro Michelson-Morley.

Los lentes de enfoque y recolección fueron tomados del inventario de la Carrera de Física.

Finalmente se utilizó un osciloscopio marca Tektronic modelo 305.

Este equipo elimina gran parte de circuitos electrónicos que se requerirían para digitalizar la señal para luego ser analizados por una computadora [20].

Para los filtros pasa banda [8][1] fueron utilizados amplificadores operacionales de alta frecuencia marca National Instrument modelo LM7171 y LM 7161.

Una vez concluido el montaje del equipo (figura 5), se debe comprobar la existencia del fenómeno de interferencia en el volumen de medida, esto se logra colocando un lente de distancia focal pequeña ($\sim 5mm$) en el volumen de medida y proyectando la imagen a una pantalla. El resultado fue exitoso (figura 6); la inexistencia de las franjas de interferencia hubiera detenido este trabajo permanentemente.

Fueron construidos diferentes mecanismos para generar un fluido laminar con partículas suspendi-

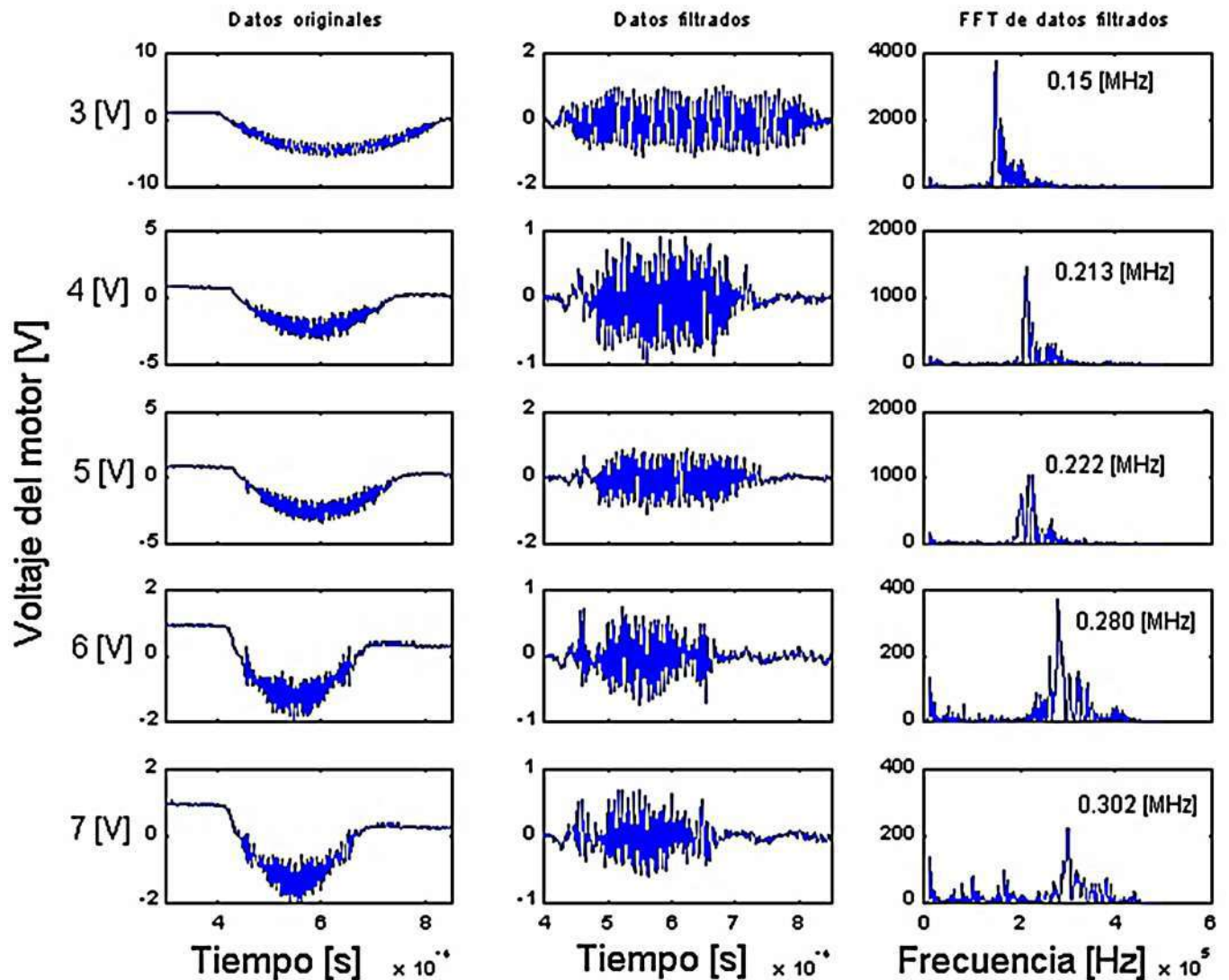


Figura 8. Cada fila de cuadros corresponde a un voltaje de ventilador. La primera columna de cuadros son datos “crudos” que proceden de los filtros electrónicos, la segunda columna de cuadros muestra datos filtrados y la tercera columna de cuadros corresponde a la FFT de los datos filtrados. Se puede apreciar la existencia de la señal “pedestal” y el corrimiento de frecuencia en función del cambio de voltaje del motor.

das en el fluido. Dio muy buenos resultados una caja adherida a un ventilador unido a un tubo con adelgazamiento, similar a un tubo de Venturi. Para forzar la laminaridad del fluido se colocó un sistema de bombillas. Como partículas en suspensión, se utilizaron las del producto de la combustión de incienso floral en varilla de entre 0,1 a 2 μm de diámetro.

Debido a la falta de un equipo alternativo de medición de velocidades se recurrió a la siguiente solución:

Hallamos la dependencia de la velocidad angular del motor del túnel de viento en función del voltaje suministrado a éste. La dependencia es lineal, entonces es de esperar que el corrimiento en

la frecuencia de la señal en función al cambio en el voltaje suministrado al motor también sea lineal.

7. RESULTADOS

Después de variados intentos se logró el corrimiento en la frecuencia en función del cambio de la velocidad del fluido, figura 7, y también la estructura esperada de la señal en forma de *Bursts*.

La tabla 1 muestra los datos de la frecuencia Doppler en correspondencia con la variación en el voltaje del ventilador más la velocidad calculada del fluido por la ecuación (1).

La figura 8 muestra la señal procedente del fotomultiplicador, su respectivo filtrado y análisis espectral. Nótese el corrimiento en función al cambio

TABLA 1

Parámetros del modelo de referencia.

Voltaje de Motor [V]	Frecuencia Doppler [MHz]	Velocidad de Fluido [m/s]
3	0.150	0.60
4	0.213	0.90
5	0.222	0.94
6	0.280	1.19
7	0.302	1.27

en la velocidad angular del motor, y por consiguiente, el incremento en la velocidad del fluido.

8. CONCLUSIONES

El objetivo general de este trabajo era:

Construir y caracterizar un medidor de velocidades de fluidos por efecto Doppler.

Pero también existían objetivos secundarios, los cuales eran:

—Generar franjas de interferencia en el volumen de medida.

—Lograr la estructura de *Bursts* o “explosiones” en la señal eléctrica, causadas por el heterodinado de la señal dispersada por las partículas sembradas al fluido.

—Y finalmente, demostrar el corrimiento en la frecuencia de la señal dispersada por los sólidos en suspensión en función al cambio de la velocidad del fluido.

Los tres objetivos secundarios fueron cumplidos de forma satisfactoria y por consiguiente se logró cumplir con el objetivo general del trabajo, lográndose el resultado esperado.

REFERENCIAS

- [1] Pastor J. V., *Movimiento del Aire en Motores Diesel de Inyección Directa*, Servicio de Publicaciones Universidad Politécnica de Valencia, 1997.
- [2] Tocho J. O., *Láser y Óptica en Ingeniería*, Centro de investigaciones Ópticas, 1982.
- [3] Hecht E., *Óptica*, Serie Schaum, McGraw-Hill, 1988.
- [4] *Catálogo General de Física*, Leybold Didactic, 1997.
- [5] Demtröder W., *Laser Spectroscopy*, Springer-Verlag, 1981.
- [6] Hecht-Zajac, *Óptica*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.
- [7] Hamamatsu, *Photomultiplier Tubes And Assemblies*, Hamamatsu, 1998.
- [8] Santos D. V. J., Tobías O. J., *Velocimetría Láser Doppler*, Informe Técnico, 1987.
- [9] Holman J. P., *Experimental Methods for Engineers*, McGraw-Hill, 1994.
- [10] Edminister J. A., *Circuitos Eléctricos*, Serie Schaum, McGraw-Hill, 1983.
- [11] Alonso M., Finn E., *Física I, II*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.
- [12] Brigham E. O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, 1974.
- [13] Arai N., *Laser Anemometer Measurements in the Flowfield Around Two Bodies*, Tokio Noko University, 1984.
- [14] Yoshida S., Tashiro Y., *LDA Probe for Water Flow Measurement*, Hokkaido University, 1981.
- [15] Butcher P. N., Cotter D., *The Elements of Nonlinear Optics*, Cambridge University Press, 1998.
- [16] Devenport W. J., *Laser Doppler Anemometry*, 1995.
- [17] Dantec Dynamics, *Laser Doppler Anemometry: Introduction to Principles and Applications*, Dantec Dynamics A/S,
- [18] Yeh Y., Cummins H. Z., *Localized Fluid Flow Measurements With an He-Ne Laser Spectrometer*, Applied Physics Letters, 1964.
- [19] Westphal W. H., *Tratado de Física*, Labor S. A., 1964.
- [20] López Z. B. A., *Medición de Velocidades de Fluidos por Efecto Doppler*, Biblioteca de la Carrera de Física, UMSA, 2003.

ENSAYO DE DIRECCIÓN DE ARRIBO AL METEORITO CAÍDO EL 15 DE SEPTIEMBRE DE 2007 EN CARANCAS-PERÚ

Ricaldi Yarvi Edgar¹, Miranda Pedro², Vallejos Victor²

¹Instituto de Investigaciones Físicas, UMSA

²Planetario Max Schreier, UMSA

La Paz-Bolivia

RESUMEN

El 15 de septiembre de 2007 a horas 16:40(UT) se produjo la caída de un meteorito. El impacto ha creado un cráter de 13 m de diámetro y 5 m de profundidad. Sus coordenadas son 16°39'52" S y 69°02'39" W, la elevación del lugar es de 3825 msnm, y se sitúa en el municipio de Carancas, territorio peruano, cerca la frontera con Bolivia. En el presente artículo se realizan dos ensayos posibles para determinar la dirección de arribo del meteorito. Para un cálculo numérico se recurre a la información proporcionada por el Observatorio San Calixto que ha registrado el evento en su estación de infrasonido en territorio boliviano.

Descriptores: meteoritos — registro y procesamiento de datos

ABSTRACT

On September 15, 2007, at 16:40 (UT) 2007 a meteorite impacted Earth producing a crater of 13 m - diameter and 5 m - depth. Located at the coordinates 16°39'52" S and 69°02'39" W, and local altitude of 3825 m asl in the municipality of Carancas in Perú, close to the border with Bolivia. In the present article two possible tests were carried out to determine the direction of precedence of the meteorite. Data of the event registered by the San Calixto observatory's infrasound station in Bolivia was obtained to carry out numerical calculations.

Key words: meteorites — observation and data reduction techniques

1. INTRODUCCIÓN

Los meteoroides son materia rocosa o ferrosa que caen del cielo, los cuales, cuando impactan en la tierra se llaman meteoritos. Éstos formaban parte del cinturón de asteroides, o de una de las nubes de asteroides llamados "Trojanos más alejados" y que están cercanos a Júpiter. El cambio de órbita puede ser provocado por choques o impactos entre ellos. Los meteoroides orbitaron muchos años (miles o millones) antes de encontrarse con la tierra que órbita a una velocidad de 30 Km/s alrededor del sol. El ingreso puede ser por cualquier dirección.

Las tres cuartas partes de asteroides visibles desde la tierra pertenecen al tipo C, conocidos como condritos carbonáceos. Se considera que son los materiales más antiguos del sistema solar, con una composición que refleja a las primitivas nebulosas solares. Así, a diferencia de la Tierra y de la Luna,

nunca se han reblandecido o recalentado desde que se formaron [4].

Cuando un meteorito ingresa en nuestra atmósfera tiene una energía inicial $E = mv^2/2$. El choque con el aire provoca su deceleración (disminuye su velocidad). La fricción con el aire (además de que la presión atmosférica se incrementa al disminuir la altura) provoca un incremento de su temperatura hasta alcanzar puntos de evaporación. En consecuencia, la masa disminuye y crea un frente de onda llamada onda de choque de alta presión. Según [1] se estima una velocidad mínima crítica v_k de 10 Km/s y la masa evaporada de tierra durante el impacto es mayor que $M_k = m(v/v_k)^2$. El límite de energía requerido para pulverizar el terreno es menor que la de su vaporización y la masa expulsada excede a la pulverizada, y se produce el cráter. En consecuencia, los meteoritos sobrevivientes que impactan la tierra tienen velocidades altas,

CRATER HUANOCOLLO

Victor Vallejos

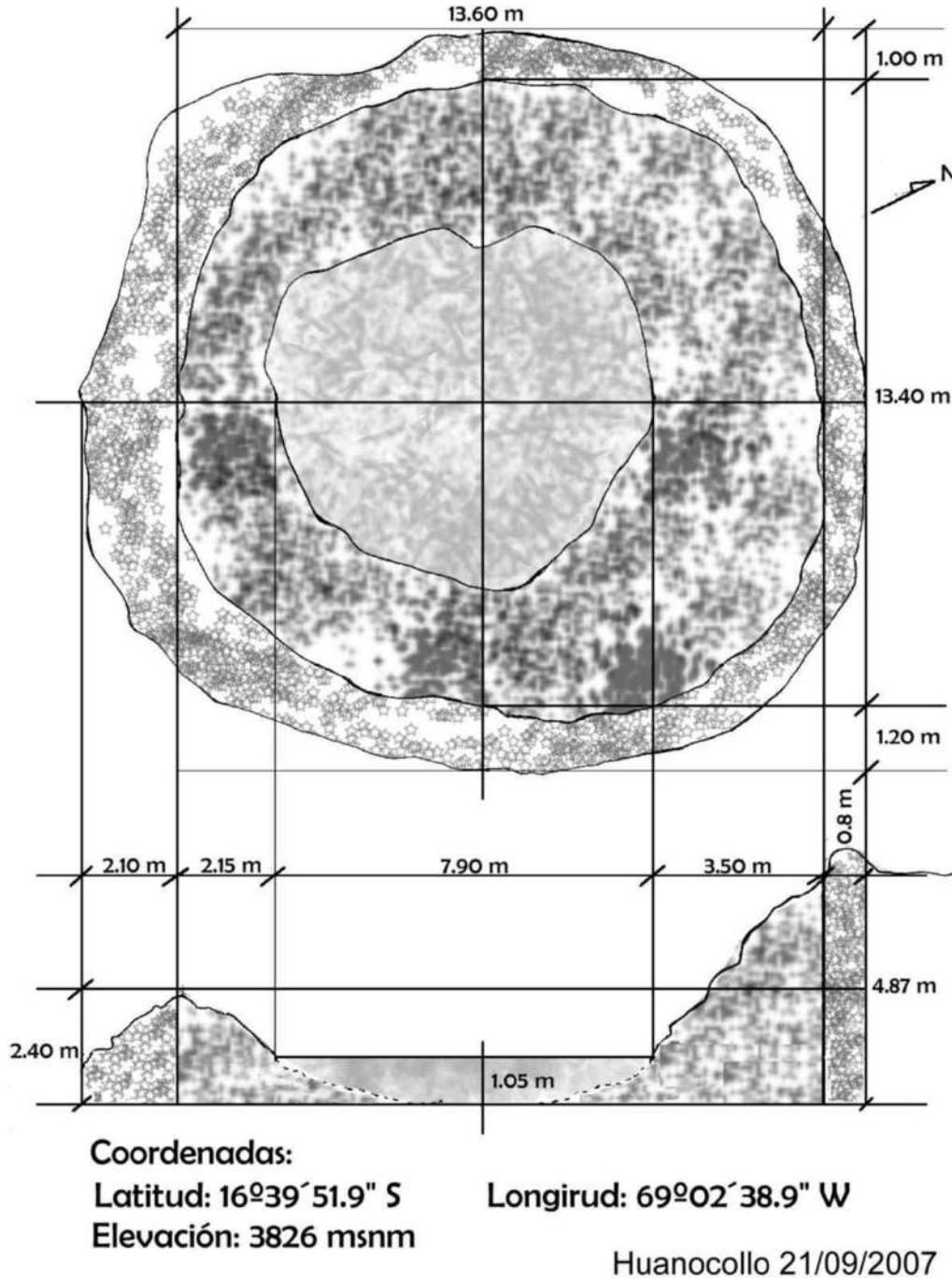


Figura 1. Dimensiones del Cráter Carancas, inicialmente identificado como Cráter Huanocollo.

de otro modo éstos se evaporarían en el aire, esto ocurre con los meteoroides.

La velocidad de ingreso del meteoroides varía entre 12 y 72 Km/s , dependiendo de la dirección [3]. Muchos son frágiles y explotan en la superficie, otros, más consistentes, sobreviven hasta llegar a la tierra. Se clasifican en tres grupos: rocosos, fe-

rosos y la mezcla de éstos.

Como es de esperar durante su ingreso, las alteraciones en la atmósfera pueden ser varias: movimiento de viento, sonidos por fricción o explosión (pulverización), vaporización e incremento de temperatura.

2. DATOS DEL METEORITO

En fecha 17 de septiembre se ha visitado el cráter producido por el meteorito y se midieron sus coordenadas. Éstas corresponden a $16^{\circ}39'52'' S$ y $69^{\circ}02'39'' W$. La elevación del lugar es de 3825 msnm . Su dimensión está entre 13 y 15 m de diámetro, la parte más elevada del labio está en el Noroeste, como se observa en la figura 1.

La información recabada de los medios escritos indica que los comunarios manifiestan haber visto una estela de humo e incluso fuego, la cual terminó en una explosión; luego verificaron la existencia del cráter. Una persona situada a trescientos metros del evento vio todo el fenómeno, mientras que otros, después del impacto, pudieron todavía distinguir la estela de humo.

3. LOS REGISTROS DE INFRASONIDO EN BOLIVIA

El Observatorio San Calixto (OSC) de la ciudad de La Paz, Bolivia, tiene instalada una estación de observación de infrasonido localizada en $16,22^{\circ} S$ y $68,46^{\circ} W$, denominada I08BO. Los escasos datos proporcionados por su directora son: hora de un primer pulso, 16 : 44 : 22, y de un segundo a horas 16 : 44 : 42, ambos presumiblemente son del mismo evento.

3.1. Las fases de onda registradas

Las horas proporcionadas por el OSC corresponden a dos frentes de onda distintos, para nuestro análisis se les identificará por t_1 y t_2 . La diferencia de tiempo entre ambos resulta de 20 segundos. Tómese en cuenta que tanto ondas sonoras como infrasonicas se transmiten por el aire con la misma velocidad, 340 m/s , diferenciándose únicamente por sus diferentes bandas de frecuencia.

Surgen dos casos de análisis debido a suposiciones que se plantean:

Primero, que el meteorito ha viajado evaporándose hasta llegar al punto de impacto, donde se ha pulverizado definitivamente por explosión y ha formado un cráter.

Segundo, que el meteorito explotó mucho antes de llegar a la tropósfera y pocos segundos después el fragmento mayor se ha pulverizado al formar el cráter. Esta detonación, análoga a la de los truenos, se asemeja a la de los bólidos detonantes.

A continuación presentamos los siguientes ensayos:

3.1.1. Caso 1

Las primeras llegadas corresponden al cono del *frente de onda de fuente supersónica* (creado por el meteorito que se mueve a velocidades superiores a la del sonido), uno de cuyos puntos toca a los sensores infrasonicos en el tiempo indicado en el primer arribo t_1 . Las segundas llegadas corresponden al *frente de onda infrasonica* producida por el impacto del meteorito con la superficie de la tierra (punto considerado como fuente de onda). En el sensor corresponde a t_2 .

3.1.2. Caso 2

Los meteoroides, al contacto con la alta atmósfera, pueden explotar y hasta pulverizarse en el espacio [1][2] creando una gama de sonidos que viajan por el aire, las de alta frecuencia son absorbidas y las de baja frecuencia sobreviven hasta llegar al detector infrasonico. Como en nuestro caso la caída es casi vertical, tenemos:

Las primeras llegadas (t_1) corresponden al *frente de onda infrasonica* producida por el impacto del meteorito con la superficie de la tierra (punto considerado como fuente de onda). Las segundas llegadas (t_2) corresponden a la explosión en el espacio, aproximadamente a 70 Km de altura [2].

En las figuras 2 y 3 se muestran las ilustraciones para ambos casos.

4. DIRECCIÓN DE ARRIBO DEL METEORITO

Realizando las medidas de distancia con las coordenadas arriba indicadas y con la ayuda de *google earth* (disponible en internet), encontramos la distancia del punto de impacto al OSC.; la misma resulta de 80 Km , correspondiente a X en la figura 2.

4.1. Caso 1

Haciendo referencia a la figura 2, el tiempo que viaja la onda de impacto la distancia X es:

$$t_x = \frac{X}{v_s} = \frac{80}{0,34} \text{ s} = 235,29 \text{ s} = 0 : 3 : 55,29 \quad (1)$$

y el tiempo que le tomó a la onda producida en el aire es:

$$t_h = t_x - 20 \text{ s} = 215,29 \text{ s} \quad (2)$$

Por tanto la distancia h resulta:

$$h = v_s \times t_h = 73,2 \text{ Km} \quad (3)$$

En consecuencia, el ángulo de incidencia es:

$$\phi = \arcsen\left(\frac{h}{x}\right) = 66,2^\circ, \quad (4)$$

la distancia recorrida por el meteorito es:

$$m = X \times \cos(66,2^\circ) = 80 \text{ Km} \times 0,4 = 32 \text{ Km}, \quad (5)$$

y la hora verdadera del impacto resulta:

$$t_i = t_2 - t_x = 16 : 44 : 42 - 00 : 03 : 55 = 16 : 40 : 47 \quad (6)$$

Con la distancia h podríamos proyectar una altura Z , e incluso definir las coordenadas horizontales de acimut y altura, ésto no es posible por falta de mayores datos.

4.2. Caso 2

Haciendo referencia a la figura 3, el tiempo que le tomó a la onda del impacto es la misma que el caso anterior $t_x = 235,29 \text{ s}$, mientras que el tiempo que le tomó a la onda de la primera explosión, que es ahora el segundo pulso, es:

$$t_H = t_x + 20 \text{ s} = 255,29 \text{ s}. \quad (7)$$

Por tanto la distancia H resulta:

$$H = v_s \times t_H = 86,8 \text{ Km}. \quad (8)$$

Para calcular el ángulo ϕ usamos las recomendaciones de [2] y tomamos la distancia M aproximadamente a X , de donde obtenemos una altura aproximada de 73 Km . En consecuencia el ángulo de incidencia es:

$$\phi = 2 \times \arcsen\left(\frac{H/2}{x}\right) = 65,03^\circ. \quad (9)$$

Como se puede observar, este ángulo es aproximado.

La hora verdadera del impacto será, entonces:

$$t_i = t_1 - t_x = 16 : 44 : 22 - 00 : 03 : 55 = 16 : 40 : 23 \quad (10)$$

5. CONCLUSIONES

Observando los cálculos realizados para ambos casos, tenemos para el primero un ángulo de incidencia aproximado de $66,2^\circ$ (visto desde el plano terrestre) y el impacto a horas $16 : 40 : 47$, no pudiendo ajustar los acimuts con certeza. Sin embargo, la dirección de arribo de las ondas de impacto son de Suroeste hacia Noreste.

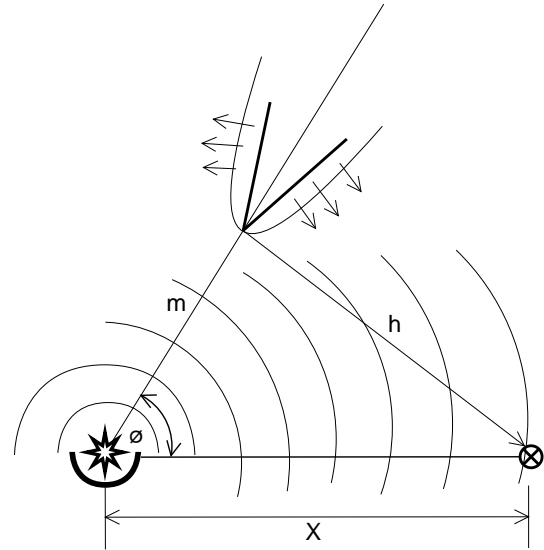


Figura 2. Ilustración del movimiento del sonido con explosión en el impacto.

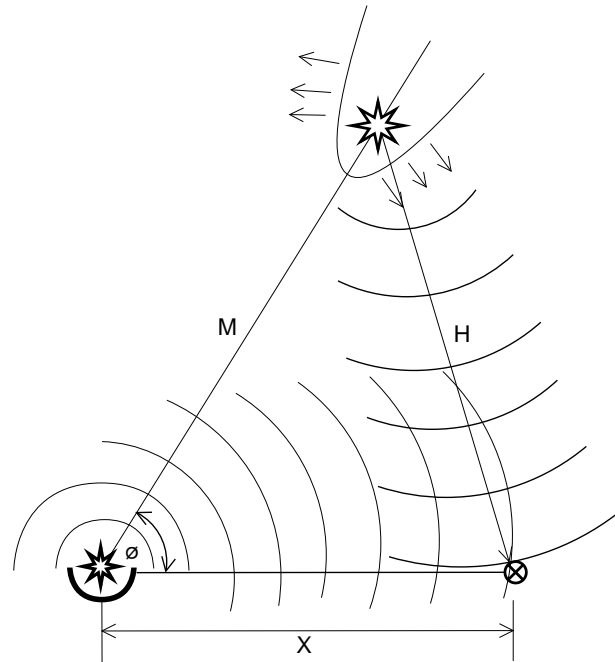


Figura 3. Ilustración del movimiento del sonido con explosión en el aire.

En el segundo caso, el ángulo ϕ es de $65,03^\circ$ —tomando la consideración de meteoroides explosivos—, la explosión fue a una distancia H de $86,8 \text{ Km}$ o a 73 Km de altura sobre la superficie y el impacto a horas $16 : 40 : 23$.

En estos dos ensayos simples hemos ilustrado la forma de calcular preliminarmente una dirección de arribo. Sin embargo, no son concluyentes, puesto que hacen falta más datos para los acimuts.

Este trabajo despierta la necesidad de buscar un

mecanismo independiente de detección de puntos de impacto para el estudio de meteoritos u otras fuentes de infrasonidos.

La estructura del cráter muestra un ángulo preferencial que se puede incorporar al análisis, muestra características de una caída casi vertical de Sur-este a Noroeste, dando validez al modelo adoptado.

REFERENCIAS

- [1] Zel'dovich Ya. B., Raizer Yu. P. *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Academic Press, 1967.
- [2] <http://www.imo.net/fireball/meteorites>, International Meteor Organization (IMO), 2007.
- [3] Zeilik M., Gregory S. A., *Astronomy & Astrophysics*, Saunders College Publishing, 1998.
- [4] *Microsoft Encarta 2006*.

ESTUDIO DE RAYOS-X Y MICROSCÓPICO AL METEORITO CARANCAS, CAÍDO EL 15 DE SEPTIEMBRE DE 2007

Pedro Miranda¹, Mario Blanco², Hugo Alarcón², Elena Gorinova²

¹Planetario Max Schreier, Carrera de Física, FCPN—UMSA

²Instituto de Investigaciones Geológicas y del Medioambiente (IGEMA),
Carrera de Geología, UMSA

RESUMEN

Se realiza el estudio de caracterización elemental de pequeños fragmentos de un meteorito caído el día 15 de septiembre de 2007 a horas 16:44:20 UTC en la cercanía de la localidad de Huanocollo, Prov. Carancas del territorio peruano, en las coordenadas $16^{\circ}39'52'' S$ y $69^{\circ}02'32'' W$, y a una altura 3825 m.snm . Para este fin fueron realizados diversos análisis de difracción y fluorescencia de RX (Rayos X), así como análisis minerográfico y petrográfico. Los resultados permiten concluir que la muestra analizada corresponde a un meteorito de tipo condrito.

Descriptores: meteoritos — ciencia de materiales — técnicas de caracterización

ABSTRACT

A study was carried out to obtain a characterization of the mineralogical and petrographic properties of small fragments from a fallen meteorite found on the 15th September, 2007 at 4:44:20 PM UTC close to the locality of Huanocollo, within the Carancas Province of Perú at the coordinates $16^{\circ}39'52'' S$ and $69^{\circ}02'32'' W$, and an altitude of 3825 m asl . The results obtained from the analysis of the diffraction and fluorescence of X-rays and other analyses show that the sample corresponds to a chondrite meteorite.

Key words: meteorites — materials science — characterization techniques

1. INTRODUCCIÓN

El día 15 de septiembre del 2007 cayó un meteorito en una zona despoblada cerca la localidad de Desaguadero en la provincia Carancas del Perú. En la zona del impacto se formó un cráter de 15 m de diámetro y 5 m de profundidad. Alrededor del cráter se encontraron infinidad de fragmentos del meteorito, desde partículas del tamaño del polvo hasta fragmentos mayores como un guijarro. La importancia de conocer las características químicas, mineralógicas y petrográficas de este cuerpo extraterrestre motivó al Planetario Max Schreier de la Carrera de Física y al Instituto de Investigaciones Geológicas y del Medio Ambiente, ambos dependientes de la Universidad Mayor de San Andrés, a realizar un estudio de fragmentos (aprox. 10 g) de materiales recogidos de la zona del impacto,

utilizando métodos de DRX (difracción de RX) y FRX (fluorescencia de RX), así como un estudio petrográfico y minerográfico en secciones delgadas y pulidas.

2. ANÁLISIS

Los resultados obtenidos de estos estudios se incluyen en las subsecciones siguientes. En la primera se describe el estudio de DRX y FRX, en tanto que en la segunda se presenta el estudio petrográfico y minerográfico.

La interpretación de los registros obtenidos por FRX muestra contenido importante en elementos *Fe-Ni-Co*, característica destacable en meteoritos tipo “siderito”, además de otros elementos cuya relación es muy típica con rocas ultrabásicas/básicas, notable en meteoritos tipo “condrito”.

Los análisis por DRX demuestra la presencia de minerales ferromagnesianos y pequeñas cantidades de cuarzo, lo cual es coherente con el análisis químico.

Respecto a los análisis petrográfico y mine-ragráfico, el estudio ha permitido definir la presen-cia de muchos minerales ferromagnesianos, confir-mando también por este medio el carácter de me-teorito de la muestra.

No se realizó el análisis químico, a falta de una microsonda para caracterizar el tipo de aleación de *Ni* y *Fe* (*Electrón Prove Microana-lisys*, EPMA). Tampoco los de análisis de isótopos ^{119}Xe , ^{129}I , ^{26}Al , ^{26}Mg ni ^{129}I ; con éstos se obser-varía el inicio de condensación de sustancias sólidas en el sistema solar.

2.1. INFORME DEL LABORATORIO DE RAYOS X (FRX - DRX)

Solicitante:	Planetario Max Schreier (Ing. Pedro Miranda)
Tipo de análisis:	FRX-DRX
Número de muestras:	Una
Tipo de muestra:	Fragmentos de Meteorito
Operador:	Mario Blanco Cazas
Fecha:	La Paz, sept. 20 de 2007

2.1.1. Descripción macroscópica de la muestra

La muestra analizada ha sido identificada como Meteorito Huanocollo. La muestra se presenta en estado de polvo y fragmentos pequeños. De modo general, el color es gris verdoso y de aspecto granular. Algunos fragmentos, que alcanzan un tamaño máximo de 0,5 cm, son de aspecto totalmente metálico. La muestra tiene una susceptibilidad magnética muy alta.

2.1.2. Preparación de la muestra

Se ha intentado moler lo más posible esta mues-tra a objeto de homogeneizar el tamaño de grano. Sin embargo, la presencia de fragmentos metálicos en tamaños mayores a 0,2 ó 0,3 mm lo impide, por ello, la muestra para el análisis por FRX fue pre-parada directamente con este material entregado. Por su parte, el material usado para el análisis de DRX fue previamente tamizado en malla 60 antes de moler la muestra.

2.1.3. Condiciones de operación de los equipos

El equipo de fluorescencia (FRX) es marca Ri-gaku con tubo de cromo, generándose radiación X primaria a 50 kV y 25 mA. La separación de longi-tudes de onda para determinar la presencia de ele-mentos pesados se realizó con un cristal de *LiF* en un registro corrido de 10° a 65° bajo un sistema computarizado; en tanto que los elementos ligeros, incluyendo al *Ti* y *Ca*, se los registró de forma ma-nual con cristales *ADP*, *ADDT.Ge* y *TAP* en ran-gos puntuales característicos de cada uno de los ele-mentos de interés y con 30 mA. En todos los casos se utiliza una escala máxima en el registrador de 4000 cuentas por segundo con velocidad de barrido del goniómetro de 4°/min y avance del papel de 20 mm/min.

El equipo de Difracción (DRX) es de marca Rigaku Geigerflex que utiliza un tubo generador de Ra-yos X de *Cu* con filtro de *Ni*, dando radiación *K* alfa del *Cu* con longitud de onda de 1,54178 Å. Las con-diciones de operación del equipo son las siguientes: Radiación generada a 30 kV y 10 mA, velocidad de barrido del goniómetro de 2°/min, escala máxima de detección en el registrador de 2000 cuentas por minuto, *SLITS* 1 – 0,15 mm – 1, rango de registro de 2° hasta 60° con intervalo de tiempo de registro constante e igual a 2 s.

2.1.4. Resultados

El gráfico de la figura 1 muestra los resultados de la interpretación del espectro de Difracción de Rayos X, en la que se ha determinado la presencia de compuestos, según se describe en la parte inferior del gráfico. Los espectros de fluorescencia mos-trados en las figuras 2 y 3 presentan a los elementos identificados en la muestra analizada. En principio, el sector corrido entre 10° y 65° obtenido con dis-persión de cristal *LiF* y el gráfico anexo presentan los espectros de los elementos ligeros, incluyendo *Ti* y *Ca*, para estas mismas muestras.

Sobre la base de estos gráficos se ha confeccio-nado una tabla general de elementos presentes en la muestra ordenados de acuerdo a su abundancia relativa (tabla 1). En la valoración estimativa de los contenidos se ha tomado en cuenta la intensidad de los picos registrados y con ello se han agrupado los elementos encontrados en categorías denomi-nadas MAYORITARIOS cuando se estima que están en cantidades mayores al 2%; MINORITARIOS si se encuentran entre 0,1 y 2%; y TRAZAS si su presen-cia está en proporciones muy reducidas con canti-

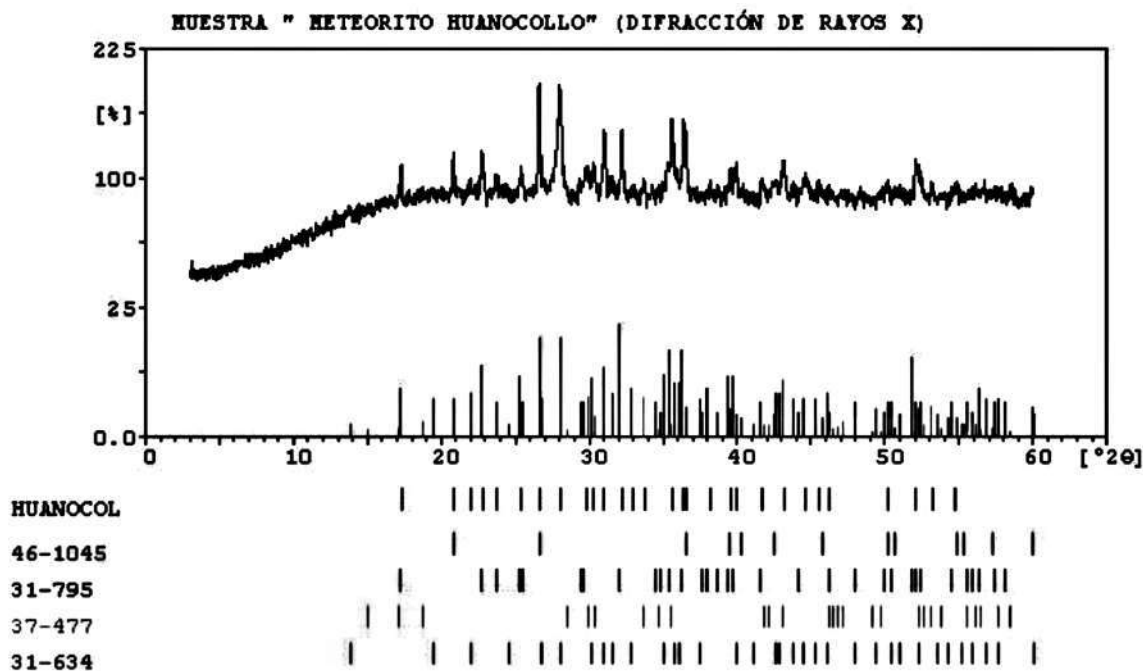


Figura 1. DRX - Difracción de Rayos X.

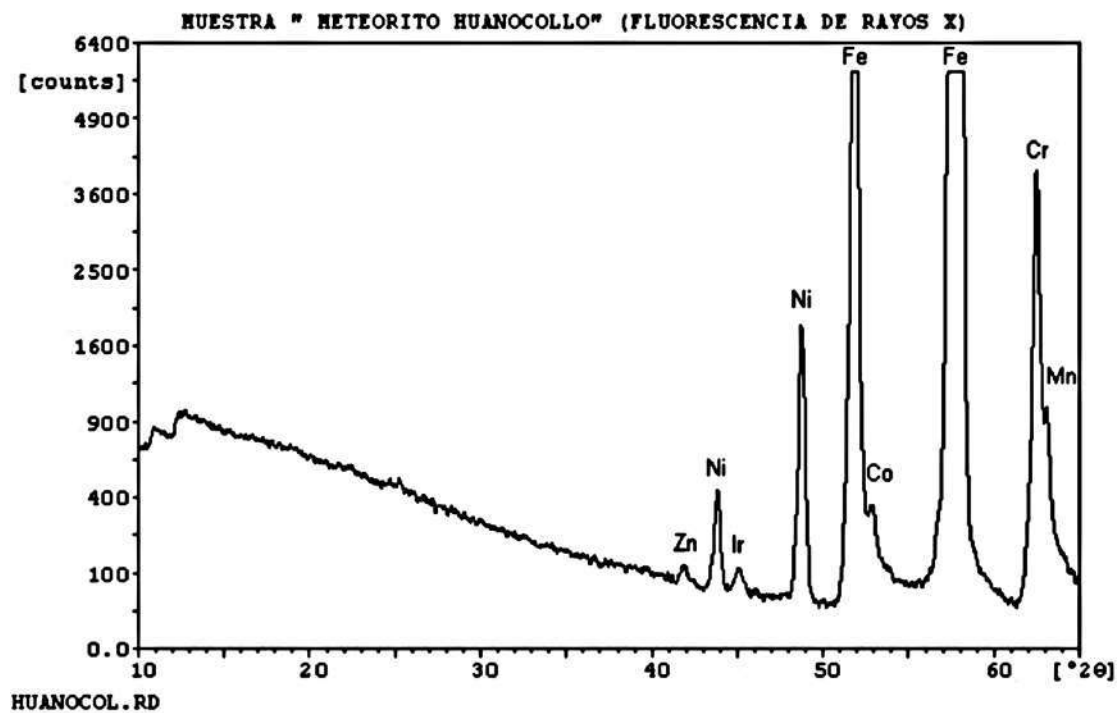


Figura 2. FRX - Fluorescencia de Rayos X.

dades inferiores al 0,1 %. Los resultados correspondientes se muestran en la tabla 2.

2.1.5. Conclusiones del estudio FRX - DRX

Por los análisis de FRX y DRX en la muestra identificada como Meteorito Huanocollo, se conclu-

ye lo siguiente¹:

1.- La composición de elementos de la muestra analizada tiene relaciones típicas que corresponden a un meteorito de un tipo intermedio entre los **metálicos** (conocidos como **SIDERITOS**) y los **rocosos** (a veces llamados **CONDRIOTOS**).

¹Mario Blanco Cazas, INVESTIGADOR del IGEMA.



Figura 3. Registro de elementos ligeros, incluyendo Ti y Ca, obtenidos manualmente con dispersión por diferentes cristales.

2.- Una de las caracterizaciones de composición elemental de los meteoritos del tipo **SIDERITOS** es la presencia de *Fe*, *Ni*, *Co*, y trazas de *Ir*, elementos que han sido identificados en las muestras analizadas.

3.- Las relaciones cuantitativas entre elementos denominados **formadores de Rocas** (entre ellos, *Si*, *Al*, *K*, *Ca*, *Mg*, *P*, etc.) que se observan en la muestra analizada, según la experiencia del Laboratorio de Rayos X del IGEMA, no es compatible con rocas que normalmente se encuentran en la superficie de la tierra. Estas relaciones podrían eventualmente corresponder a materiales que se encontraran mucho más al interior de la tierra, es decir, podrían esperarse en materiales del manto. Por tanto, es posible suponer que la muestra analizada, contiene minerales de tipo **ULTRABÁSICO** o **BÁSICO**.

4.- Tres de los cuatro minerales identificados corresponden a compuestos de *Fe*. Ésto es de esperar si se considera que la composición elemental mayoritaria del meteorito es principalmente de hierro. Sin embargo, no es posible determinar si los minerales detectados fueron formados antes o después del impacto del meteorito. La presencia de **CUARZO** entre los minerales identificados hace pensar que ésta se debe a una **CONTAMINACIÓN**

TABLA 1

Minerales identificados con DRX. Los números entre paréntesis corresponden a los registros o *Fichas de Registro APD* de minerales. Son utilizados como *estándares* de comparación en el proceso de interpretación.

CUARZO	SiO_2 (46-1005)
FOSTERITA FERRITA	$(Mg,Fe)_2 SiO_3$ (31-795)
TROILITA	2H (<i>FeS</i>) (37-477)
FERROSILITA	$(Fe,Mg) SiO_3$ (31-634)

TABLA 2

Elementos detectados con FRX y estimación de contenidos.

Nota: El elemento *Cr*, también registrado, corresponde a radiaciones del tubo de Rayos X, por lo que no es posible determinar su posible presencia en la muestra.

MAYORITARIOS (> 2%)	<i>Fe</i> , <i>Si</i> , <i>Ca</i> , <i>Ni</i> , <i>Mg</i>
MINORITARIOS (0,1 – 2%)	<i>K</i> , <i>Al</i> , <i>Mn</i> , <i>P</i> , <i>Ti</i> , <i>Co</i>
TRAZAS (< 0,1%)	<i>Ir</i> , <i>Zn</i> , <i>Na</i>

de la muestra en el momento del impacto.

5.- En resumen, la composición elemental y mineralógica de la muestra analizada sugiere que el meteorito era un cuerpo formado por un gran núcleo de *Fe-Ni-Co*, englobado en un material rocoso de composición muy básica.

2.2. ANÁLISIS PETROGRÁFICO Y MINERAGRÁFICO

Instituto de Investigaciones Geológicas y del Medio Ambiente, UMSA

Solicitante: Planetario Max Schreier
(Ing. Pedro Miranda)

Número de muestras: 1

Estudio realizado por: Ing. Hugo Alarcón B.[†]
Ing. Elena Gorinova[‡]

[†]Docente titular de Yacimientos Minerales Metálicos (UMSA).

[‡]Docente titular de Mineralogía (UMSA).

2.2.1. Análisis minerográfico (estudio microscópico)

La sección pulida de un fragmento del meteorito a sido observada mediante luz polarizada con el microscopio de reflexión, determinándose los minerales o metales mostrados en la tabla 3.

TABLA 3

Componentes mineralógicos y porcentajes aproximados.

TAENITA (aleación de Fe con Ni)	25 - 30 %
Mackiwanita-vallerita (Fe,Ni,Cr) ₉ S ₈ *	8 - 10 %
Fase no identificada	< 1 %
Roca	< 1 %

* Esta fase puede también ser denominada como TROILITA y/o PIRROTINA CÓSMICA, dependiendo de sus elementos químicos y naturaleza con relación a su origen.

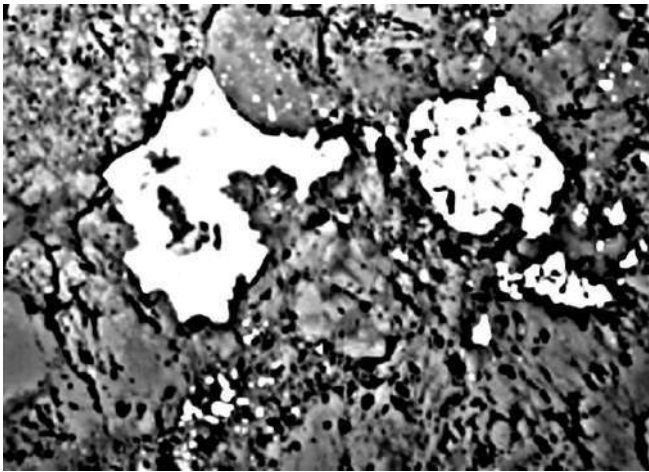


Figura 4. Fragmentos de taenita y troilita incluidos en la roca ultrabásica. Aumento: 100 X.

2.2.2. Descripción general de la muestra

La muestra esta constituida básicamente por una matriz de roca, la cual incluye fragmentos de taenita y troilita, de dimensiones milimétricas la primera y dimensiones menores a 0,5 mm la segunda, existiendo además partículas diseminadas en la roca con dimensiones muy variadas en el rango de 50 a 200 μ y menores a los 20 μ (Fig. 4).

2.2.3. Taenita

Se presenta en partículas anhedrales con brillo metálico de color blanco. Generalmente presenta inclusiones de silicatos y, en cantidades menores, de troilita. La taenita parece estar parcialmente reemplazada por la roca y de esta manera los cristales presentan formas irregulares (Fig. 5).

TABLA 4

Composición mineralógica de la muestra.

Ortopiroxeno	70 - 73 %
Olivino	5 - 6 %
Condrita	2 - 3 %
Fotosilicato	0.5 %
Minerales metálicos	8 - 10 %
Óxidos e hidróxidos de Fe	3 - 4 %
Vidrio	5 - 7 %

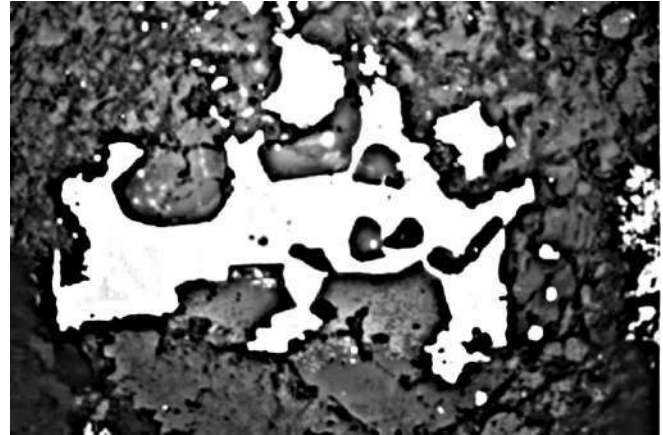


Figura 5. Cristales de taenita con forma irregular, resultado del reemplazamiento parcial de la roca. Aumento: 200 X.

2.2.4. Troilita

La troilita corresponde a otra fase de mineral en la muestra, es de color rosado y fuertemente anisotrópico, muy semejante a la pirrotina. La bibliografía caracteriza este mineral como Mackiwanita-Vallerita, una serie isomorfa de sulfuro de hierro con hierro, níquel, cromo y cobalto, pero puede ser denominado troilita cuando tiene un origen cósmico o también pirrotina cósmica. La troilita aparece como inclusiones en la roca y también como inclusiones en la taenita (Fig. 6).

2.2.5. Fase no identificada

Una tercera fase no identificada aparece como inclusiones en la taenita. Esta fase es de color gris claro, isotrópica y podría tratarse de magnetita (Fig. 7).

2.2.6. Roca

La roca se caracteriza por presentar cristales de silicatos y pasta muy fina, y ha sido caracterizada como una peridotita en el análisis petrográfico.



Figura 6. Inclusión de troilita en taenita, indicando un solo origen de ambas fases. Ambas incluidas en la roca. Aumento: 200 X.

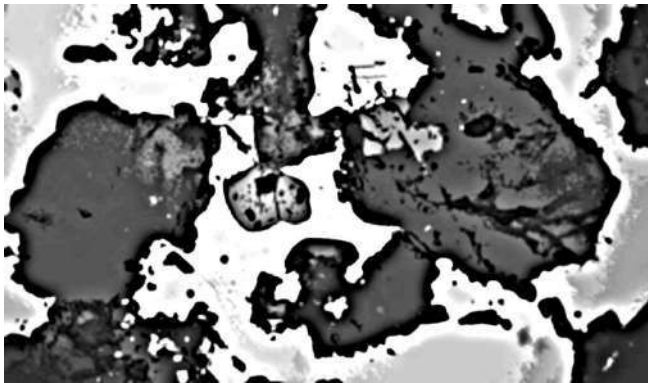


Figura 7. Fase no identificada que aparece como inclusiones en la taenita y silicatos. Aumento: 200 X.

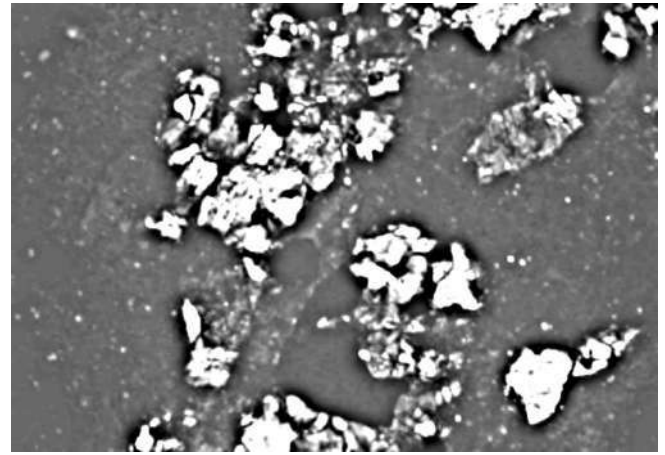
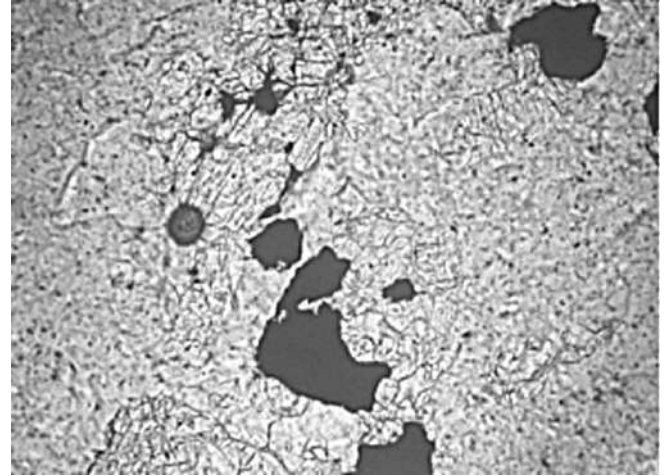


Figura 8. Ortopyroxeno (variedad bronsita) mostrando exfoliación perfecta. Foto superior: nícoles paralelos; foto inferior: nícoles cruzados. Aumento: 400 X.

2.2.7. Conclusiones de los análisis petrográfico y minerográfico

Los estudios tanto de petrografía como minerografía en la muestra podrían indicar que la misma corresponde a un meteorito del tipo **CONDRIITO**. La muestra se caracteriza por la predominancia de fase lítica sobre la fase metálica (condrita pallasita o siderolita), con textura heteroacumulada composición mineralógica mostrada en la tabla 4.

El ortopyroxeno, probablemente representado por la variedad bronsita, se encuentra con formas anhedrales, a veces de aspecto fibroso. Muestra exfoliación perfecta, numerosas fracturas y textura de *printfingers*. Los tamaños son heterogéneos, variando entre partículas finas de hasta de $450\text{ m}\mu$ de largo (Fig. 8).

El olivino con formas anhedrales subredondeados, rellena esporádicamente los espacios entregranulares de ortopyroxenos y generalmente aparece como cúmulos en la roca. Los tamaños de olivinos son homogéneos entre 70 y $100\text{ m}\mu$ de diámetro. Se observan leves rasgos de alteración, probablemente

se trata de idingstita. (Fig. 9).

En cantidad muy reducida aparece el fitosilicato (mica máfica) de aspecto escamoso finísimo, cuya exacta identificación requiere el estudio bajo la microsonda.

Es evidente la presencia de condritas con formas esferolíticas, rellenas por una sustancia finísima de aspecto escamoso-fibroso distribuida en forma radial (Fig. 10).

La fase metálica aparece como inclusiones y disseminaciones en la roca.

Se observa la aparición de vidrio, formado por impacto de meteorito.

2.2.8. Identificación de la muestra

Los estudios realizados permiten concluir que la muestra corresponde a un meteorito-condrito de tipo pallasita (siderolita) con fase predominantemente lítica, representada por peridotita (variedad ortopyroxenita olivínica).

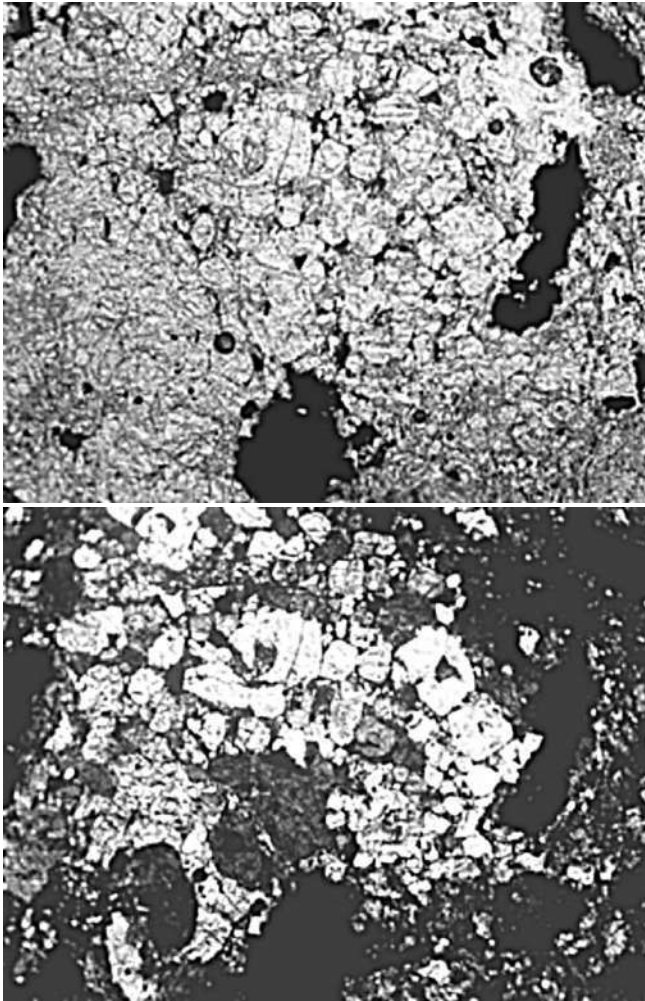


Figura 9. Cúmulos de olivino en la roca peridotítica. Foto superior: nícoles paralelos; foto inferior: nícoles cruzados. Aumento: 200 X.

3. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este estudio permiten concluir que las muestras analizadas corresponden a un cuerpo extraterrestre, conocido como meteorito de composición "siderito-condrito".

Los componentes identificados, fosferita férrica, troilita, ferrosilita y *Fe-Ni-Co* muestran las diferencias con los que existen en la superficie de la tierra y se identifican como materiales Altamente Básicos.

De los análisis mineragráficos se concluye que la muestra contiene variedades mineralógicas exóticas, como taenita (aleación *Fe-Ni*), troilita, mackiwanita y otras, lo cual permite caracterizar

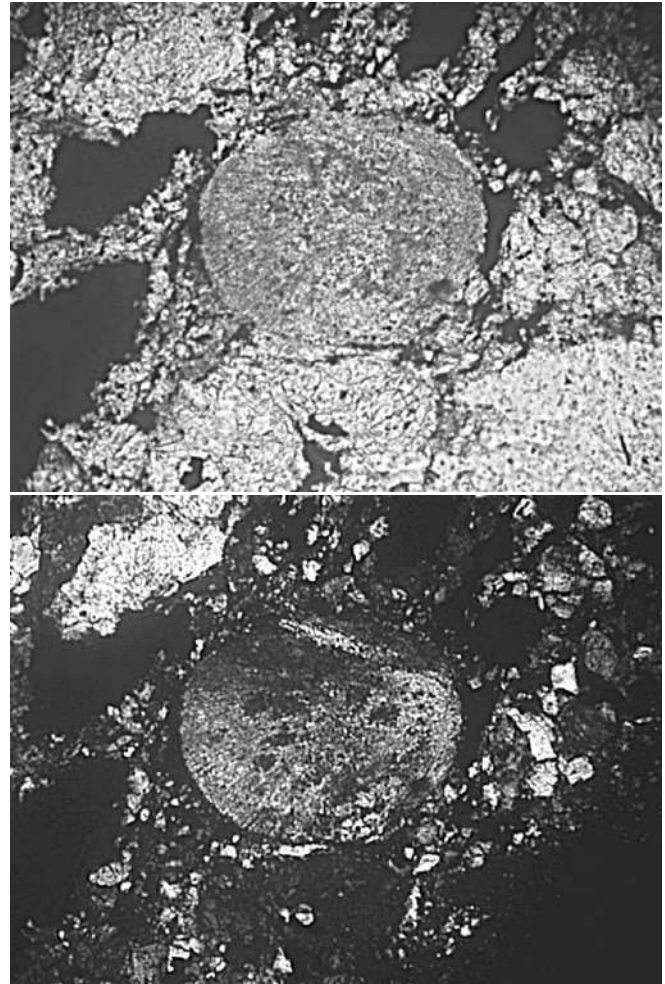


Figura 10. Conditos con formas esféricas que aparecen en la roca. Foto superior: nícoles paralelos; foto inferior: nícoles cruzados. Aumento: 400 X.

al meteorito estudiado como un Meteorito Condrítico de tipo pallasita (siderolita) con una fase predominante lítica, representada por peridotita.

REFERENCIAS

- [1] Schumman W., *Mineralien, Edelsteine, Gesteine, Erze*, BLV Verlagsgesellschaft, Munchen 'Bern Wien (1986).
- [2] Ulyanov A. A., *Meteoritics, Meteorites and Constitutive Minerals*, Sorovsky Obrasovabilniy Zhurnal, tomo 7, N2, www.issep.rssi.ru, (2001).
- [3] Smith D. G. (editor), *The Cambridge Encyclopedia of Earth Sciences*, pag. 55-56 (1981).
- [4] *Expert Phillips Pan Analytical* (para interpretación de difractogramas) (2007).

INTERCOMPARACIÓN DE LOS REGISTROS DE LOS OBSERVATORIOS DE VILLA REMEDIOS Y PATACAMAYA

Ricaldi Yarvi Edgar, Miranda Loza Pedro

*Instituto de Investigaciones Físicas
Universidad Mayor de San Andrés*

RESUMEN

Los registros magnéticos del observatorio de Villa Remedios (*REM*), obtenidos con equipo digital moderno, y los registros del observatorio de Patacamaya (*PTY*), obtenidos con equipo analógico antiguo, instalados en sitios diferentes, fueron sometidos al análisis de espectros de amplitudes y frecuencias, practicados en registros de intervalos de tiempo cada vez menores, hasta aproximarnos a la frecuencia máxima de $0,0083Hz$, que es la permitida por el instrumento. Las correlaciones realizadas nos permiten estimar que el observatorio antiguo dispone de sensores (agujas magnéticas suspendidas) más sensibles que los del observatorio moderno (bobinas, que trabajan en modo *Flux Gate*). Sin embargo, cabe informar que los registros del observatorio moderno están sometidos a un rígido control y a un mínimo número de fuentes de error. La automatización del observatorio antiguo, y su puesta en funcionamiento en el mismo punto en que se encuentra localizado el observatorio moderno, permitiría resolver esta controversia.

Descriptores: geomagnetismo — procedimientos de laboratorio — registro y procesamiento de datos

ABSTRACT

The magnetic records of the observatory of Villa Remedios (*REM*), obtained from modern digital equipment, and those of the observatory of Patacamaya (*PTY*), obtained from old analogical equipment, installed in different locations were submitted to a spectral analysis of amplitudes and frequencies. The analysis involved recording ever shorter time intervals until reaching the instruments maximum frequency of $0,0083Hz$. The correlations realized indicate that the old observatory has sensors (pendent magnetic needles) that are more sensitive than those of the modern observatory (coils of the Flux Gate type). However, the records of the modern observatory are subject to rigid control and minimal sources of error. The automation of the old observatory and its functioning in the same place as the modern one would allow to solve this controversy.

Key words: geomagnetism — laboratory procedures — observation and data reduction techniques

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de inter-comparación de registros producidos por dos observatorios localizados en dos puntos distintos sobre la superficie de la tierra se lo realiza con la finalidad de calificar a uno de estos sistemas de instrumentos de medición como el más sensible. Tarea delicada, puesto que los mismos están sometidos a:

(1) La influencia de fuentes locales cercanas a uno de los puntos y lejano al otro, lo que provocaría diferencias entre sus registros.

(2) La distancia que los separa también implica diferencias debido a la estructura curvada simétrica del Campo Magnético Principal (CMP), la que puede ser considerada estacionaria para intervalos de tiempo de observación no muy grandes.

TABLA 1

Localización de los observatorios de Villa Remedios y Patacamaya.

Observatorio	Latitud(UA)	Longitud(UA)	Altura (m snm)
Villa Remedios	$-16^{\circ}46'12''$ ($-16^{\circ}, 770$)	$68^{\circ}10'12''$	3884
Patacamaya	$-17^{\circ}15'57''$ ($-17^{\circ}, 258$)	$67^{\circ}57'07''$	3789
Diferencia (UA)	$00^{\circ}29'45''$	$00^{\circ}13'05''$	95
Diferencia (Km)	53	24	

Distancia de separación en línea recta: 58 Km.

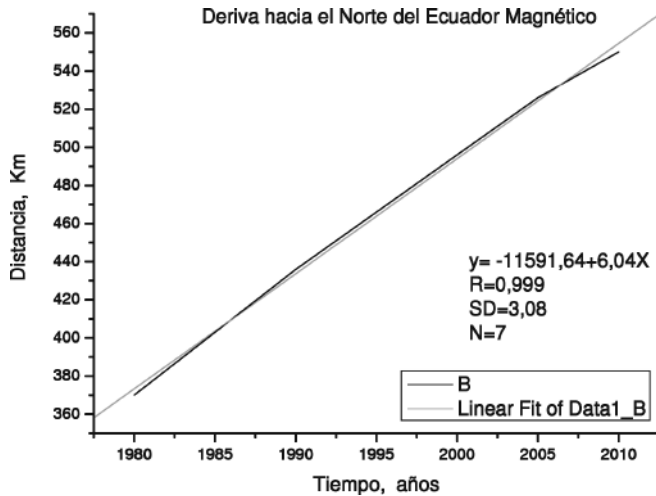


Figura 1. Deriva hacia el norte del Ecuador Magnético.

(3) Las variaciones temporales registradas por ambas estaciones tendrían que ser semejantes debido a que la distancia de separación entre ambas no es demasiado grande en dimensiones geográficas.

(4) Finalmente, habrían diferencias en los registros debido a las características particulares de principios de construcción de cada uno de los instrumentos que se están utilizando en cada estación y los procedimientos de procesamiento de la información.

2. LOCALIZACIÓN DE LAS ESTACIONES REGISTRADORAS

De la tabla 1 se infiere que el Observatorio de Patacamaya se encuentra localizada a:

58 Km al suroeste de Villa Remedios,

53 Km al sur de Villa Remedios.

24 Km al oeste de Villa Remedios.

En términos geográficos, las posiciones de ambos observatorios son fijas, pero en términos de coordenadas magnéticas no. En los últimos tiempos

se ha verificado una deriva del Ecuador Magnético hacia el Norte (ver Fig.1), que también determina una variación de los valores registrados tanto del Campo Magnético Principal (CMP) como de las Fuentes Locales (FL) en función del tiempo.

Por esta razón, el análisis de datos de esta intercomparación se realiza para registros correspondientes a un intervalo de tiempo pequeño, un año (el 2003-2004), para ser considerados estacionarios.

3. INSTRUMENTOS INSTALADOS EN CADA OBSERVATORIO

3.1. El Observatorio de Patacamaya

Corresponde a un arreglo óptico-mecánico (Variógrafos La Cour). Los sensores actúan a manera de galvanómetros: se trata de agujas magnéticas suspendidas por hilos de oro, cobre o bronce de bajo coeficiente de torsión a las cuales se les ha adherido unos espejos de 0,5cm de lado, sobre las que se reflejan los rayos de luz provenientes de una fuente localizada en una posición fija a una cierta distancia. La luz reflejada es dirigida a un área horizontal del registrador óptico, también dispuesto en una posición fija a una distancia adecuada de los sensores. Conforme la posición de las agujas imantadas cambia debido a las variaciones del campo magnético de la tierra, el rayo de luz reflejada por el espejo se mueve en uno y otro sentido sobre el área horizontal asignado, incidiendo en el papel fotográfico asentado sobre el tambor del registrador que gira con una velocidad constante (1,5cm/h). De esta manera, los rayos de luz que inciden sobre el papel fotográfico producen las trazas que corresponden a cada una de las componentes del campo magnético de la tierra, H , D y Z , y en nuestro caso éstas están acompañadas de las trazas de la variación de la temperatura del ambiente de registro y del tiempo (la hora), producto que recibe el nombre de Magnetograma (diario).

TABLA 2

Resultados experimentales y estimaciones de las diferencias de los valores de campo magnético por efecto de la distancia de separación de los observatorios de Patacamaya y Villa Remedios.

Componente	Experimental (nT)	modelo DEG (nT)	modelo IGRF (nT)
F_{PTY}		24122,00	23805,83
F_{REM}		23982,98	23896,78
ΔF	82,9	139,00	90,95
H_{PTY}		20486,28	23428,23
H_{REM}		20540,62	23584,68
ΔH	142,6	54,34	156,45

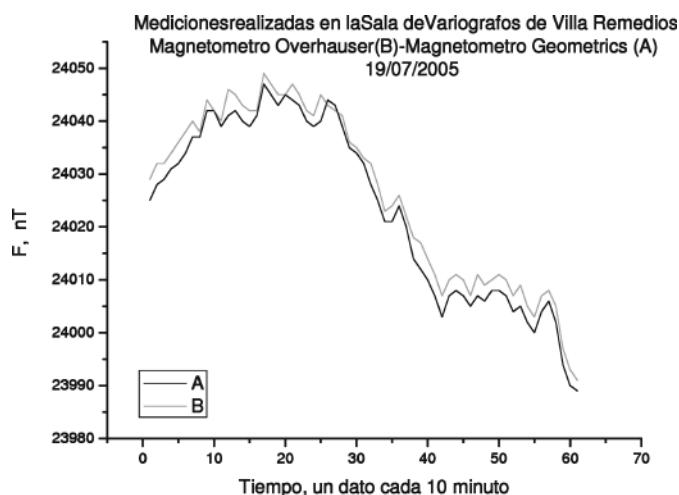


Figura 2. Registros de F de los magnetómetros *Geometrics* y *Overhauser* en un mismo punto, Villa Remedios.

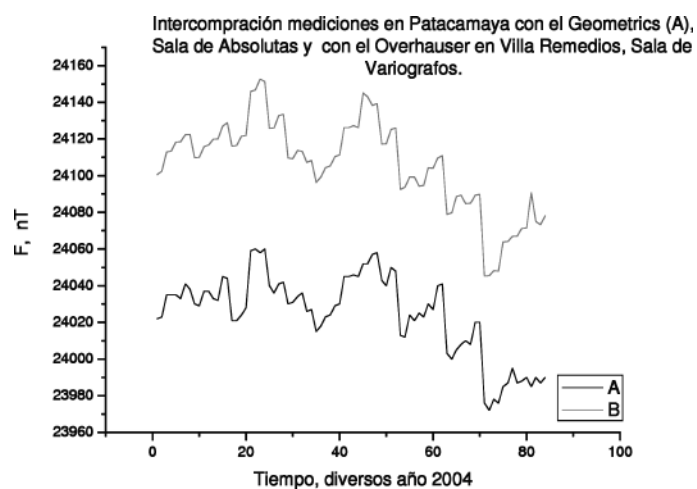


Figura 4. Registros de F de los magnetómetros *Geometrics* en Patacamaya y *Overhauser* en Villa Remedios.

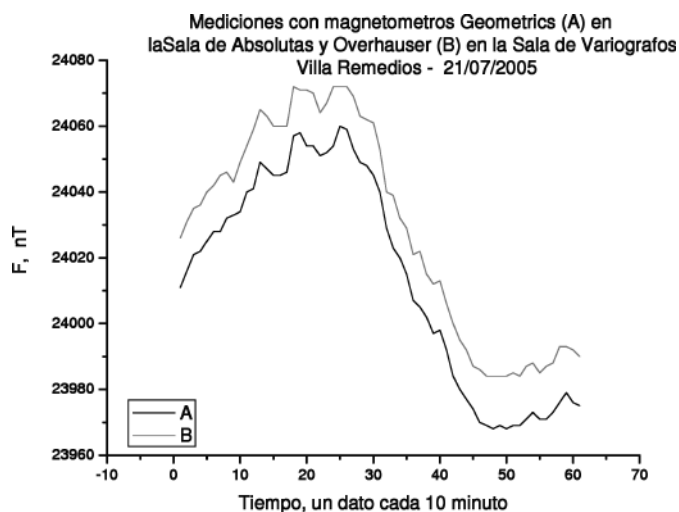


Figura 3. Registros de F de los magnetómetros *Geometrics* y *Overhauser* instalados en distintos puntos de Villa Remedios.

Los magnetogramas son procesados fotográficamente, revelados, fijados y secados. Luego son pro-

cesados con ayuda de tableros de digitización para producir los correspondientes archivos numéricos brutos, los que a continuación son corregidos hasta producir los archivos numéricos de datos calificados ya útiles para su utilización en trabajos de ingeniería e investigación.

Los datos en este caso están sujetos a varias fuentes de error:

- Variación de la temperatura del recinto de registro.
- Calidad del reloj mecánico que controla el movimiento rotacional del tambor de registro a velocidad constante.
- Calidad del reloj de control del tiempo de los magnetogramas.
- Calidad de definición de la línea de traza en el magnetograma.
- Calidad del proceso de corrección de los niveles de referencia por el personal técnico.
- Calidad del proceso de digitización por el personal técnico.

— Calidad de las etapas de control de los procesos.

3.2. Observatorio de Villa Remedios

Corresponde a un arreglo sofisticado de sensores de carácter electrónico. Se trata de bobinas que trabajan a modo *Flux Gate*, modelo FGE, construido por la *Danish Meteorological Institute*, de tres componentes, X , Y , Z y F , proveniente de un magnetómetro fijo *Overhauser*. Se calcula H y acompañan los registros del tiempo obtenidos con un GPS. Los datos son registrados por un adquisidor de datos (*Data Logger*) FLARE plus de la *British Geological Survey*. Los registros de este observatorio parecen totalmente controlados, por tanto, son rígidos y están sujetos a un mínimo de fuentes de error, siendo la más significativa la variación de la temperatura del recinto de registro.

4. PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Se refiere a la estrategia de estudio de los registros de ambos observatorios en consideración, el de Patacamaya y el de Villa Remedios, que nos permita discernir cual de los dos es más sensible.

Como los registros son la intensidad del campo magnético en función del tiempo (serie temporal), el estudio de los mismos podrá ser abordado después de resolver los siguientes problemas:

- (1) Efecto de la Distancia de Separación espacial (EDS) de los observatorios, que luego de haber sido resuelto permite el análisis de los eventos periódicos del campo magnético terrestre, asumiendo la hipótesis de que ambos observatorios se encuentran localizados en el mismo punto. El que pueda observar un mayor número de las más altas frecuencias (menores periodos) es tomado como el más sensible.
- (2) El contenido espectral (CSR) de ambos observatorios es uno de los principales objetivos de este trabajo. El espectro de frecuencias general del comportamiento del campo magnético de la tierra es bastante amplio. Con la finalidad de viabilizar la estrategia adoptada, inicialmente se limita la extensión de los registros a un periodo de un año, una frecuencia de $3 \times 10^{-9} Hz$, con la finalidad de evitar la consideración de cambios notables del Campo Magnético Principal (CMP), como los fenómenos de Deriva hacia el Norte del Ecuador Magnético (DNEM),

Deriva hacia el Oeste de los Campos No Dipolares (DOCND), y la Variación Secular (VS). El Campo Magnético Principal resultante, en estas condiciones, puede ser considerado estacionario y puede servir como nivel de referencia.

El límite superior es la frecuencia de Nyquist, en nuestro caso de un valor igual a $0,0083 Hz$, que corresponde a un periodo de 2 minutos, puesto que ambos observatorios sintetizan un dato por minuto.

Como interesan las altas frecuencias, para simplificar el trabajo se toman muestras aun más pequeñas, de 6 días, representativas de cada estación del año. Esto nos permite inspeccionar frecuencias en el rango de $10^{-5} Hz$ (1 día) a $0,0083 Hz$ (2 minutos).

- (3) El nivel de correlación entre los registros de Patacamaya y Villa Remedios, del cual esperamos recibir alguna información adicional.
- (4) Estudio de Registros Residuales (RR). Es un proceso similar al de la aplicación de filtros de paso alto o paso de altas frecuencias. Consiste en la construcción de Registros Residuales como resultado de sustraer a cada registro su correspondiente Registro Promedio.

Estos Registros Residuales son recortados en intervalos de tiempo iguales a la mitad del inicial, a partir de los cuales se construye su promedio. De la resta de este promedio a los recortes se originan nuevos registros residuales los mismos que a su vez son recortados en intervalos de tiempo iguales a la mitad de los últimos. Se construye su promedio móvil, se calculan sus respectivos registros residuales, y así sucesivamente. Los intervalos de inspección son: 6 días, 1 día, 12 horas, 6 horas, 3 horas, 1 hora, 30 minutos, 45 minutos y 22 minutos.

Si definimos $v(t)$ como la serie de valores experimentales, $w(t)$ como la serie de valores que definen una variación regular dentro de cierto período de tiempo T , y $g(t)$ como el residuo de la resta de los valores experimentales y la variación regular, tenemos:

$$g(t) = v(t) - w(t). \quad (1)$$

La variación regular en primera instancia puede ser aproximada tomando el promedio de varios, N , recortes del gran registro, de igual periodo T , garantizando que haya continuidad entre ellos, el que

TABLA 3

Contenido espectral de los registros.

Debajo de fecha se tiene el siguiente formato: mes—día inicial (dos dígitos)-día final (dos dígitos).

Estación	Fecha	Periodo							
		2,3 día	1 día	18 horas	12 horas	8 horas	6 horas	4 horas	3 horas
PTY	02-0106	*	*	*	*	*	*	*	*
	05-1722	*	*	*	*	*	*	*	*
	07-0510	*	*	*	*	*	*	*	—
	11-1318	—	*	—	*	*	*	*	—
REM	02-0106	*	*	*	*	*	—	—	—
	05-1722	*	*	—	*	—	*	—	—
	07-0510	*	*	—	*	*	*	—	—
	11-1318	—	*	—	*	*	*	*	—

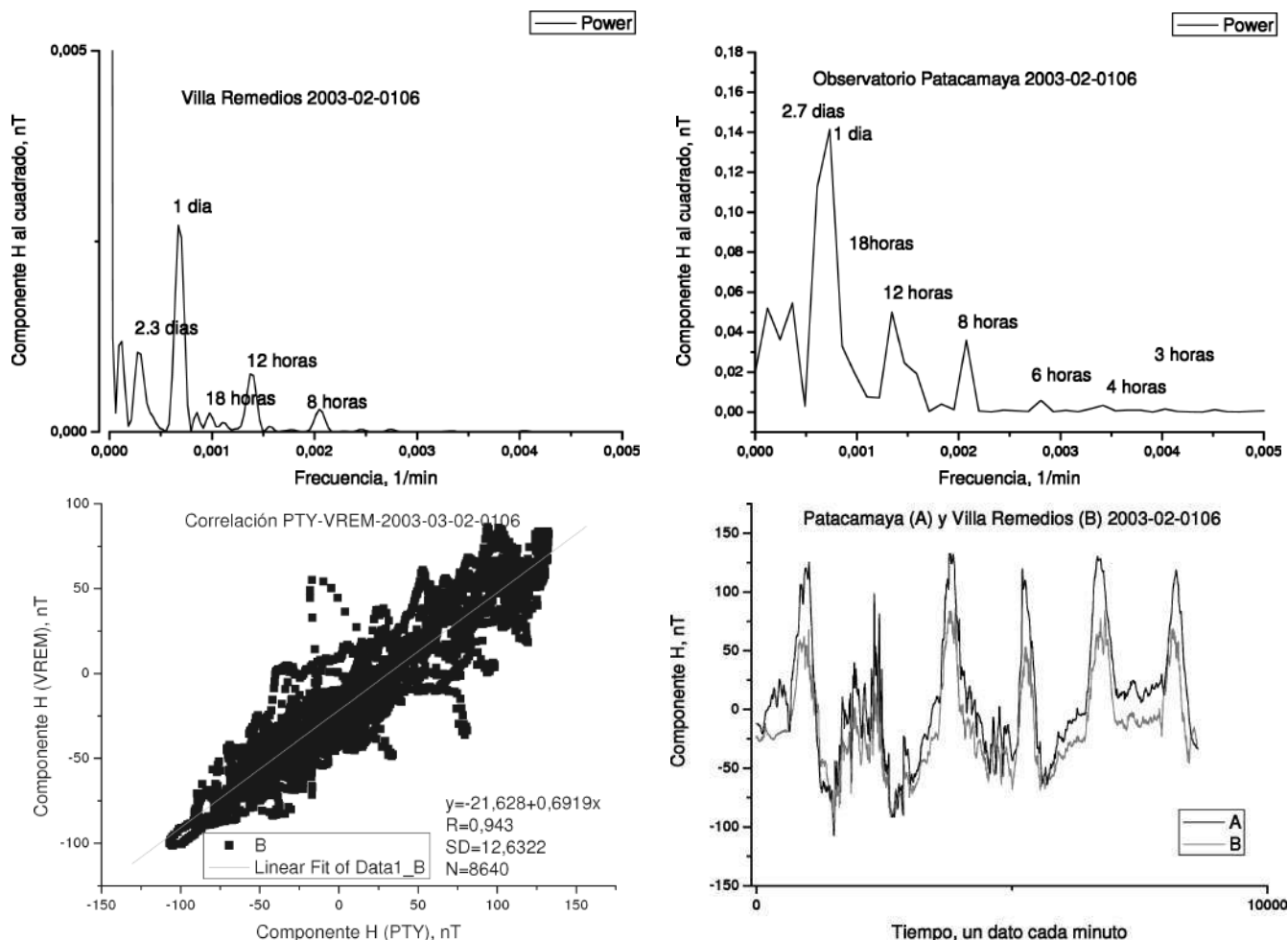


Figura 5.

se puede calcular por la siguiente fórmula:

$$\bar{v}(t) = \frac{v(t + (n + 1)T)}{N} \quad (2)$$

Cuanto más grande sea N , la variación regular

queda determinada con menor error.

Entonces podemos utilizar la fórmula

$$g(t) = v(t) - \bar{v}(t). \quad (3)$$

TABLA 4

Resultados de la correlación entre los registros de *PTY* (*X*) y *REM* (*Y*). Debajo de fecha se tiene el siguiente formato: mes—día inicial (dos dígitos)-día final (dos dígitos).

Año	Fecha	Ecuación	Coefficiente
2003	02-0106	$Y = -21,628 + 0,680 X$	0,948
	05-1722	$Y = -50,000 + 0,724 X$	0,976
	07-0510	$Y = -17,520 + 0,650 X$	0,976
	11-1318	$Y = -80,850 + 0,660 X$	0,916

Pendiente promedio: 34°

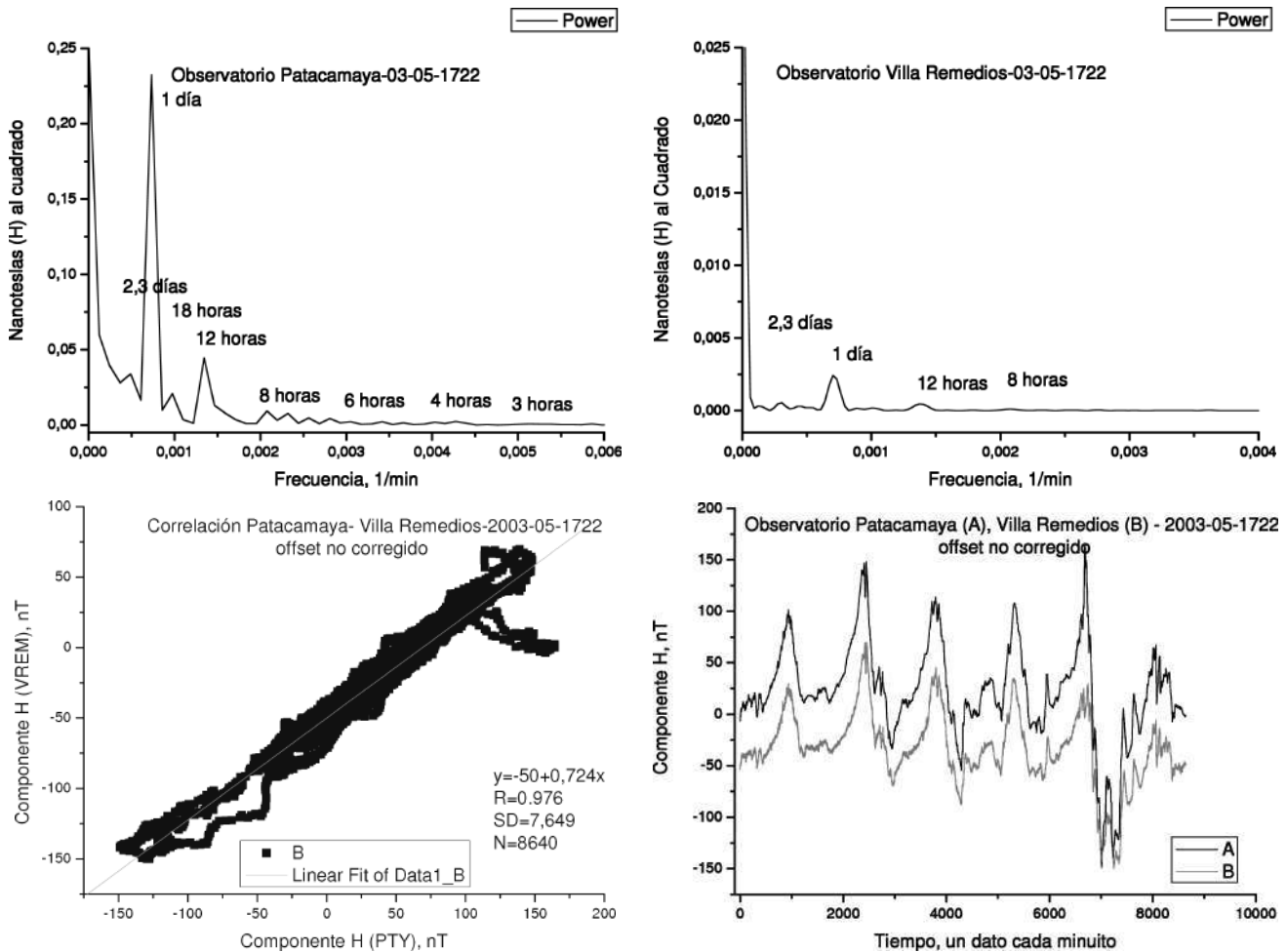


Figura 6.

Luego tomamos $v(t) = g(t)$ y repetimos el procedimiento, pero esta vez para un periodo menor de nuestro interés. Ésto resulta en un procedimiento de filtración de frecuencias bajas para ir a inspeccionar frecuencias cada vez más altas.

El estudio de los valores promedios de los datos de estos intervalos de tiempo nos proporciona

información de sus espectros de amplitudes, rangos de amplitud, como de su espectro de frecuencias, las frecuencias correspondientes a estos intervalos de tiempo.

La inter-comparación de estos valores nos proporciona nuevos criterios para la calificación de uno de los observatorios como el más sensible.

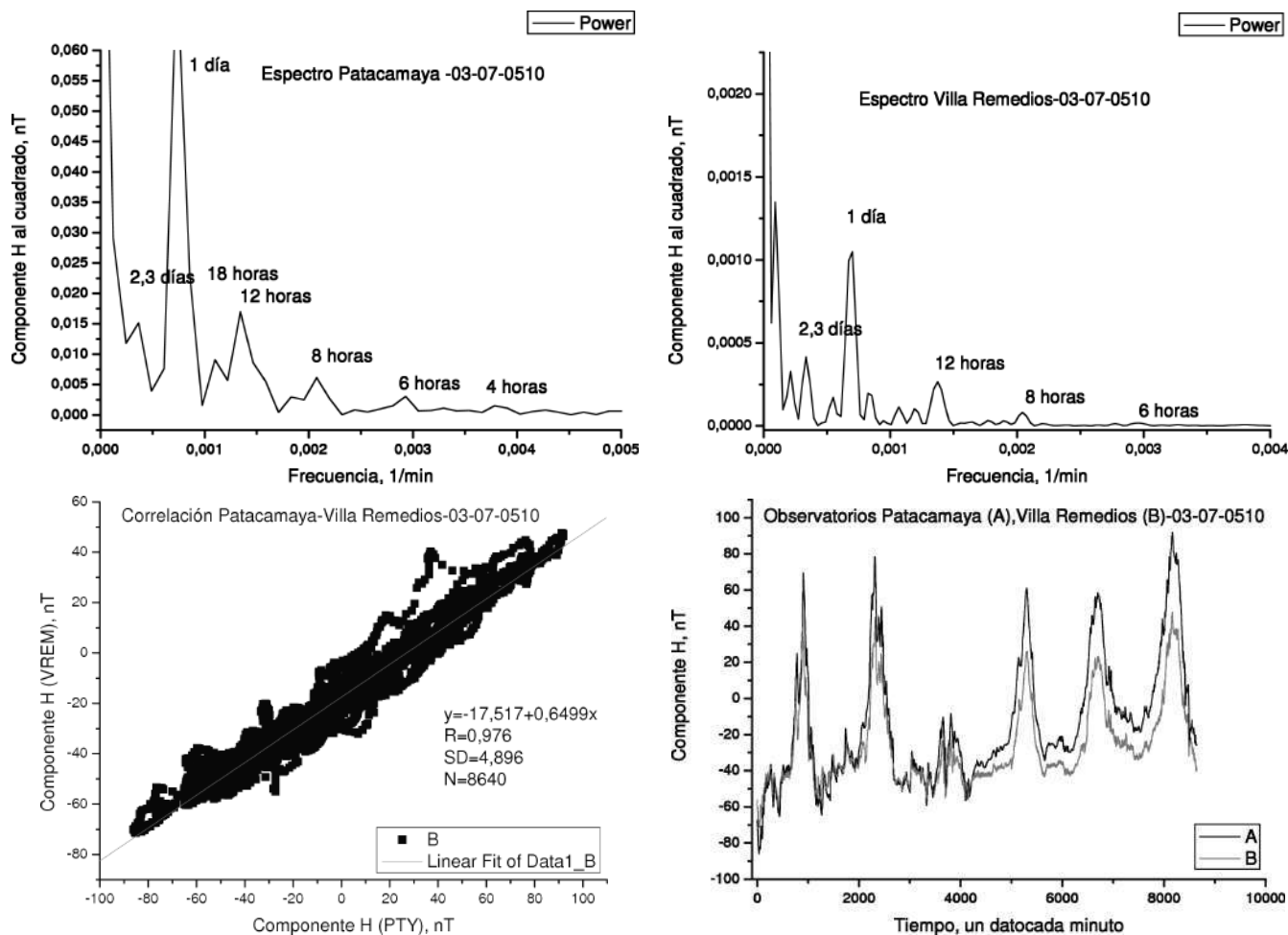


Figura 7.

5. EFECTO DE LA DISTANCIA DE SEPARACIÓN DE LOS OBSERVATORIOS EN LOS VALORES DEL CAMPO MAGNÉTICO

Para analizar este efecto se realizaron mediciones de inter-comparación con dos Magnetómetros de Protones (MP), uno un *Geometrics* móvil y el otro un *Overhauser* fijo. Se midió el valor absoluto de la intensidad del campo total, F .

(A) Las mediciones realizadas simultáneamente con los magnetómetros de protones, el *Geometrics* y el *Overhauser*, ambos localizados en la misma Sala de Variógrafos del Observatorio de Villa Remedios, produjo los resultados de la Fig. 2. Los registros medidos permitieron determinar que ambos magnetómetros producen datos similares con una diferencia de $(2,6 \pm 0,6) nT$, que se constituye en error sistemático de un instrumento respecto del otro. Consideramos al *Overhauser* como el de referencia debido a su juventud y mayor calidad tecnológica.

(B) Cuando el *Geometrics* fue instalado en la Sa-

la de Valores Absolutos y el *Overhauser* en la sala de variógrafos del mismo Observatorio de Villa Remedios, éstos permitieron la producción de los resultados de la Fig. 3. Este registro permite observar un trabajo similar de ambos instrumentos, produciendo una diferencia de $(14,8 \pm 0,8) nT$, debido fundamentalmente a la distancia de separación de las salas en consideración.

(C) Finalmente el magnetómetro *Geometrics* fue instalado en la Sala de Valores Absolutos del Observatorio de Patacamaya y el magnetómetro *Overhauser* se mantuvo en la Sala de Variógrafos del Observatorio de Villa Remedios. Los registros arrojaron los resultados de la Fig. 4. De la que se pudo determinar una diferencia de $81,3 nT$ y un error mayor, que consideramos ocasionado por fuentes locales, con registros de mayor valor para el observatorio de Villa Remedios.

Corrigiendo distancias entre las Salas de Valores Absolutos y las Salas de Variógrafos de ambos observatorios, finalmente tenemos una diferencia promedio de $\Delta F = 82,9 nT$ entre ambos

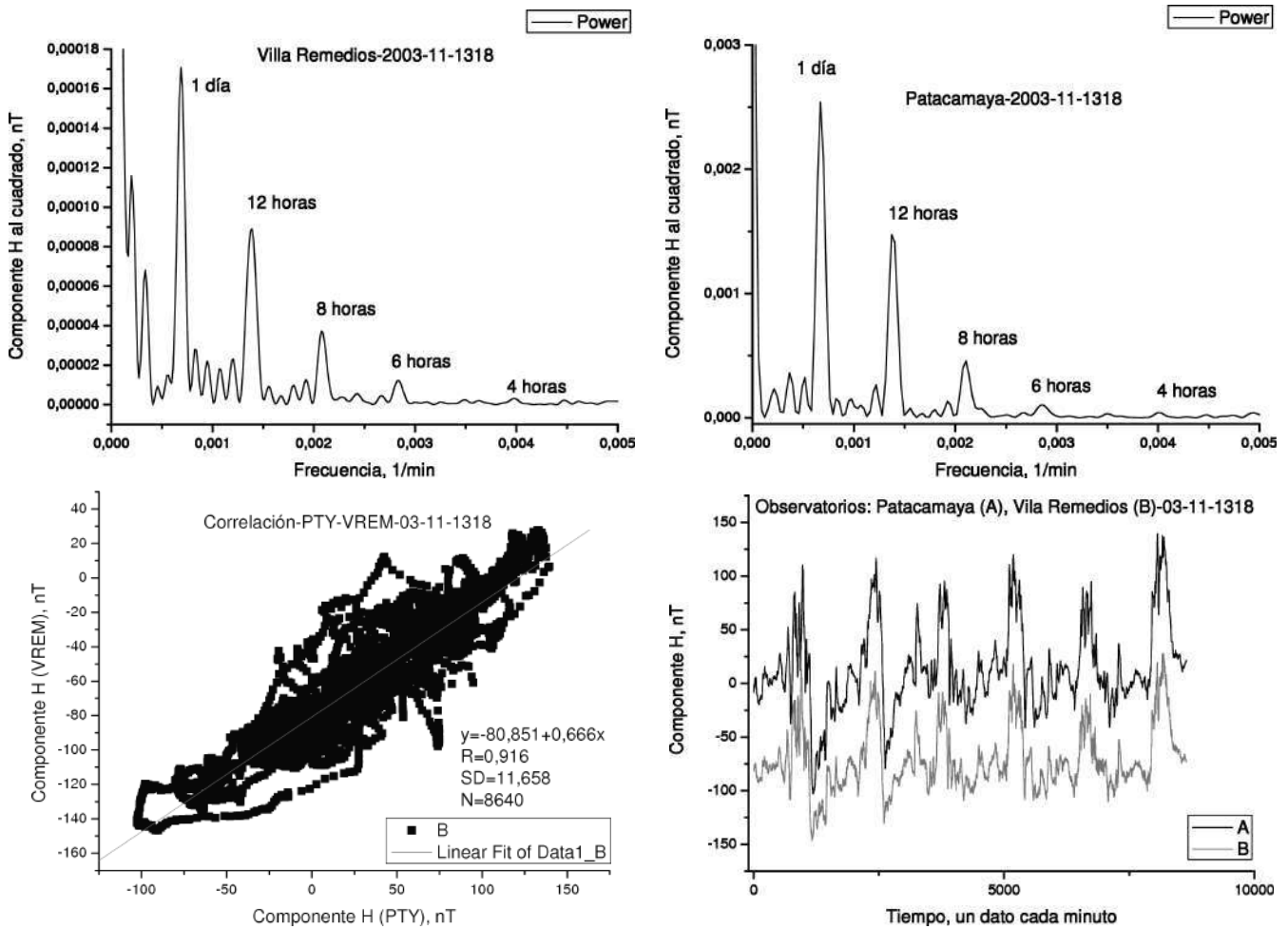


Figura 8.

observatorios.

Como es la componente H la que a continuación es objeto de estudio, por ser la más sensible a las variaciones del campo magnético a estas latitudes, para ésta se determinó una diferencia $\Delta H = 142,6 \text{ nT}$.

Estos valores inicialmente fueron estimados utilizando modelos que aproximan el Campo Magnético Principal (CMP) de la tierra, cuyos resultados se muestran en la tabla 2. Los valores experimentales se refieren a los encontrados en el trabajo de intercomparación realizado con los magnetómetros *Geometrics* y *Overhauser*, indicado líneas arriba.

El modelo **Dipolo Axial Geocéntrico** (DEG), que es uno de los más sencillos, fue aplicado considerando los siguientes valores:

—Momento Dipolar Magnético de la tierra para el año 2005, $M = 5,5477 \times 10^{15} \text{ Tm}^3$.

—Radio de la tierra, $r_e = 6371 \times 10^3 \text{ m}$, y

—Latitudes geográficas, $\lambda_{REM} = 16,7700$, para Villa Remedios, y $\lambda_{PTY} = 17,2658$, para

Patacamaya.

Las componentes del campo magnético de la tierra fueron calculadas aplicando las siguientes fórmulas:

$$H = \frac{M}{r_e^3} \cos \lambda,$$

$$Z = \frac{2M}{r_e^3} \sin \lambda,$$

$$F = \frac{M}{r_e^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}. \quad (4)$$

El modelo **IGRF** (*Internacional Geomagnetic Reference Field*), o de *Campo Magnético de Referencia Internacional (CMRI)*, permite el ajuste del campo magnético de la tierra a nivel superficie por Armónicos Esféricos (AE). Los cálculos fueron realizados por el *National Geophysical Data Center* de Boulder, Colorado, Estados Unidos de Norte América.

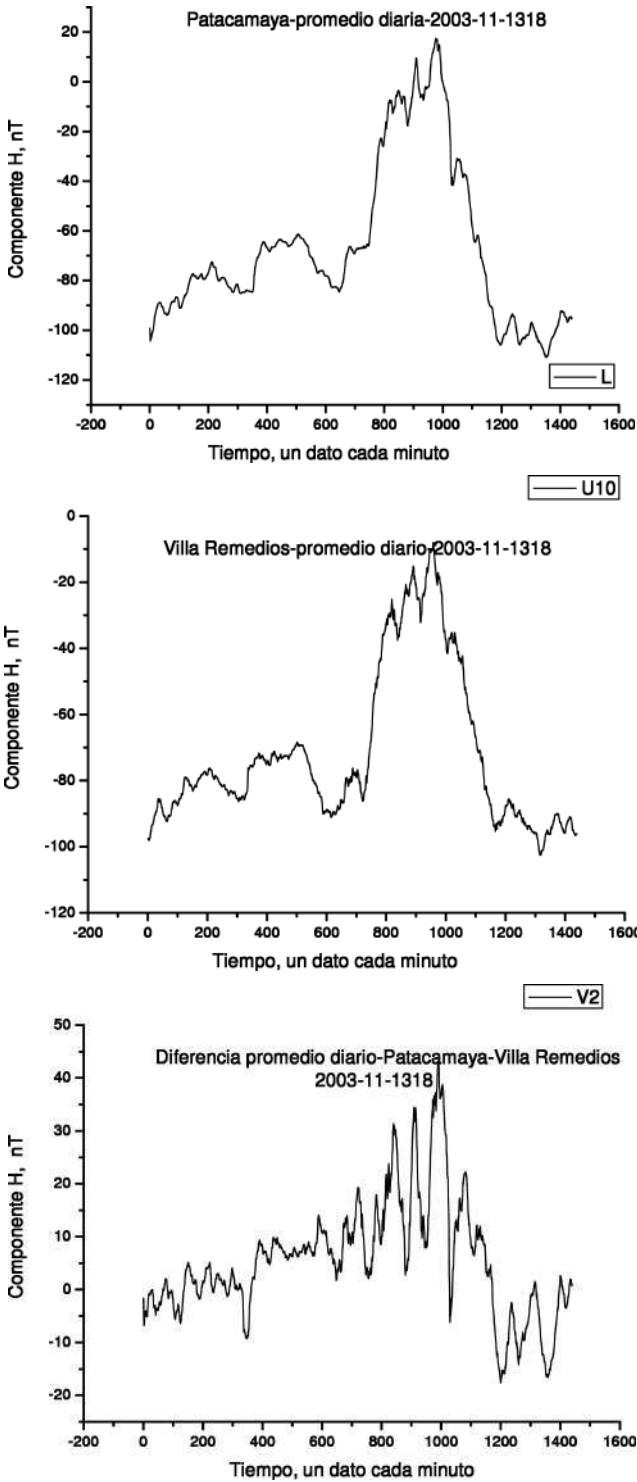


Figura 9.

El potencial sobre la superficie de la tierra es la suma de los potenciales que se producen debido a fuentes situadas al interior de la tierra, V_i , y el potencial debido a fuentes situadas fuera de la superficie de la tierra, V_e . En la superficie de la tierra el campo producido por las fuentes externas es muchísimo más pequeño que el de las fuentes internas, y por lo general es excluido. El potencial de las fuentes internas es calculado por la expresión matemática:

$$V_i = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos \theta) [g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sen m\lambda] \quad (5)$$

Solución que está dada en coordenadas esféricas r, θ, λ , donde r es el radio aquí, desde el centro de la tierra, θ es la colatitud medida desde el polo norte y λ es la longitud medida hacia el este a partir del meridiano de Greenwich. $P_n^m(\cos \theta)$ son las funciones de Legendre asociadas normalizadas. g_n^m y h_n^m son los coeficientes armónicos esféricos de Gauss que describen el campo en los puntos (r, θ, λ) .

Las componentes del vector campo magnético están definidas como:

$$X = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta},$$

$$Y = -\frac{1}{r \sen \theta} \frac{\partial V}{\partial \lambda},$$

$$Z = \frac{\partial V}{\partial r}. \quad (6)$$

Como se puede observar en la tabla 2, los resultados del modelo CMRI son los que más se aproximan a los valores experimentales.

Sumando estos valores experimentales a los datos de Patacamaya, es como si ambos sistemas de instrumentos estuvieran instalados en Villa Remedios, y a la inversa, restando estos valores a los datos de Villa Remedios, es como si ambos sistemas estuvieran instalados en Patacamaya.

Esta diferencia entre valores de ambos observatorios puede ser considerada como un error sistemático debido solamente al hecho de que ambos sistemas de medición están separados por una determinada distancia. Sin embargo, las diferencias de los registros pueden surgir de fuentes locales de campo magnético y de la naturaleza de los sistemas de instrumentos de medición.

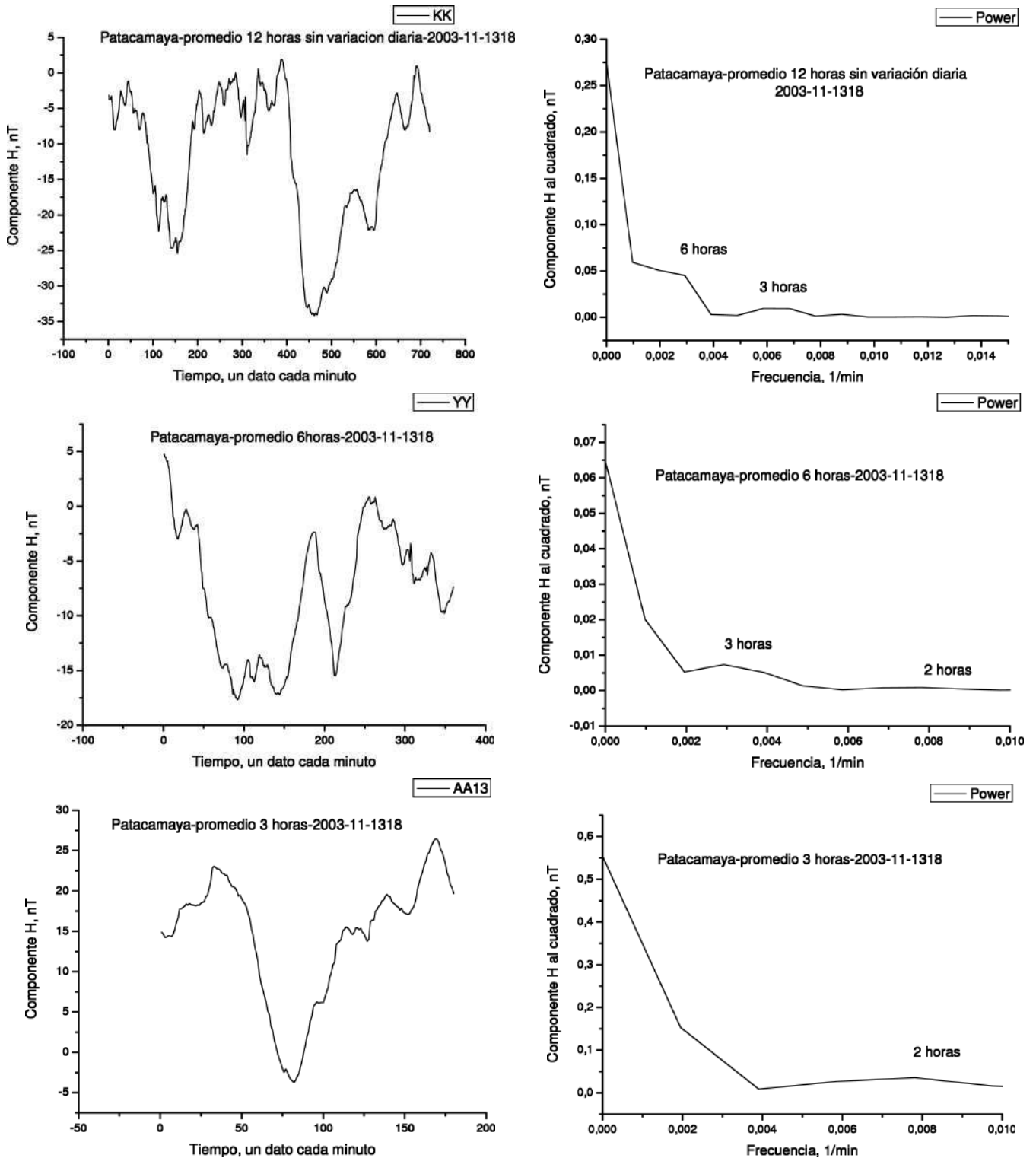


Figura 10.

6. CONTENIDO ESPECTRAL Y CORRELACIÓN DE LOS REGISTROS DE PATACAMAYA Y VILLA REMEDIOS

Con la finalidad del análisis de los aspectos de esta sección, se utilizan los registros correspondientes a la componente horizontal, H , de los meses de

Febrero (Verano), Mayo (otoño), Julio (Invierno) y Noviembre (Primavera), representativas de los registros del año 2003, debido a que ésta es la más sensible a las variaciones de campo magnético a estas latitudes terrestres.

Antes de su utilización, los registros de ambos

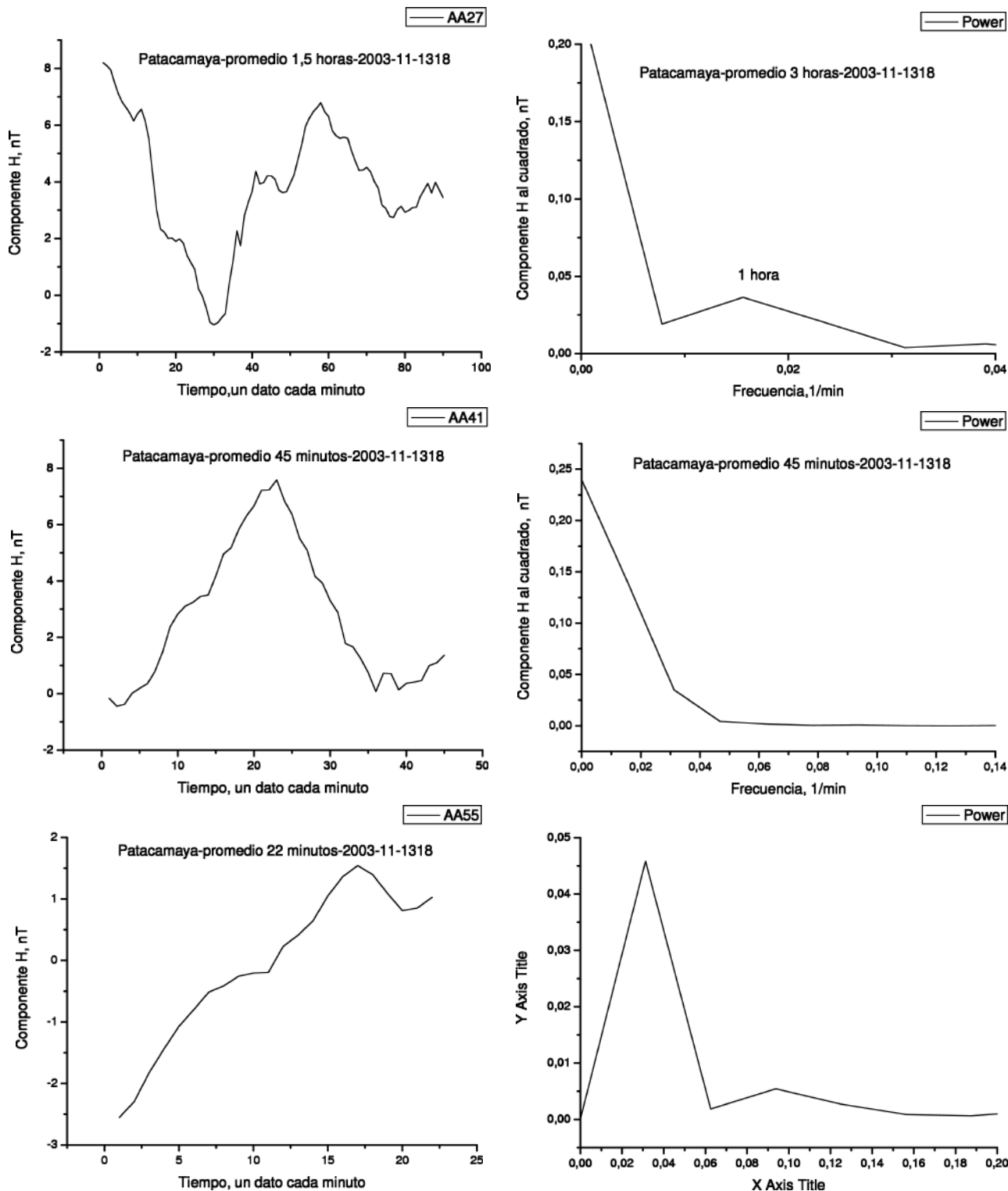


Figura 11.

observatorios fueron sometidos a un proceso de cambio de representación numérica digital —del binario al ASCII—, control de la línea base, control del tiempo, continuidad de los registros y eliminación de macro variaciones no periódicas (tormentas magnéticas, principalmente). En las figuras

5—8 se presentan gráficas que muestran los resultados de los procedimientos realizados.

De la tabla 3 se puede inferir que el Observatorio de Patacamaya es el que observa un mayor número de eventos de frecuencias altas (periodos menores), que acompañan al campo magnético de

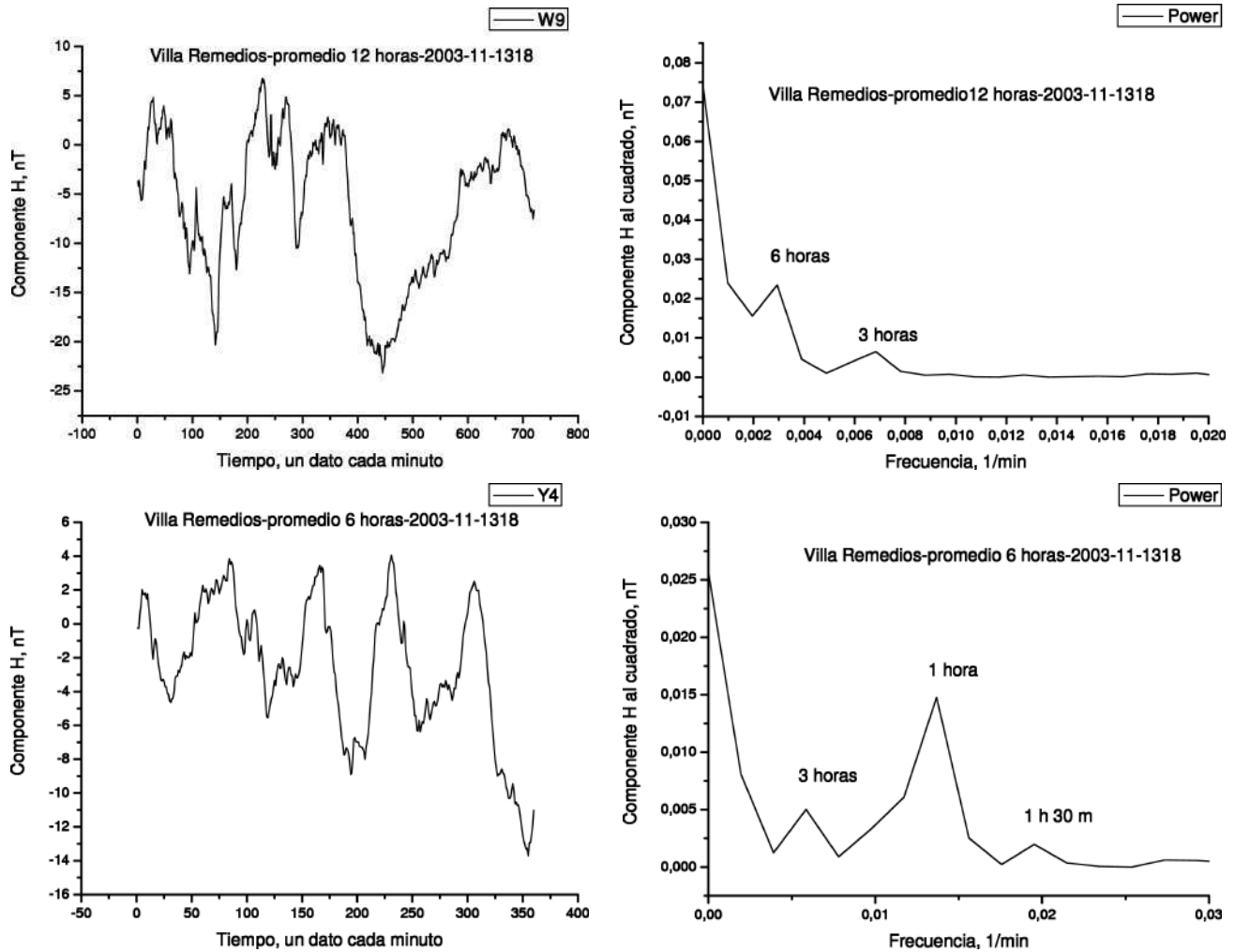


Figura 12.

la tierra, resultando en acuerdo con la hipótesis adoptada de que es más sensible que el Observatorio de Villa Remedios.

En lo que se refiere a la correlación de los registros de Patacamaya y Villa Remedios, los resultados correspondientes se muestran en la tabla 4. En este caso, las rectas de correlación tienen una mayor tendencia hacia los valores de Patacamaya, es decir estos influyen más en este proceso de correlación, comportamiento que también indica una mayor sensibilidad del sistema de instrumentos de medición de Patacamaya respecto de las variaciones del campo magnético de la tierra.

El sistema de instrumentos de medición de Villa Remedios puede ser considerado más rígido en su disposición, funcionamiento y de un mayor control de sus partes, lo que provoca una mayor inercia de reacción de sus sensores frente a los cambios del campo magnético terrestre.

7. ESPECTROS DE AMPLITUDES Y FRECUENCIAS DE LOS REGISTROS RESIDUALES

En la figura 9 se muestran gráficas del trabajo realizado a este respecto. Detalles de los registros de Patacamaya se muestran en las figuras 10 y 11, mientras que los correspondientes a los registros de Villa Remedios en las figuras 12 y 13. Por otra parte, en la tabla 5 se muestran resultados de los espectros de amplitudes y frecuencias de estos observatorios.

De manera general se observa que los registros del Observatorio de Patacamaya reaccionan más fácilmente a los cambios del campo magnético de la tierra proporcionando valores mayores en amplitud que los registros de Villa Remedios.

El Análisis espectral practicado a los registros residuales confirma nuevamente que los registros de Patacamaya tienen un mayor contenido espectral que los de Villa Remedios. Además, hay que aclarar que los registros residuales contienen eventos magnéticos de corta duración y de carácter no periódico.

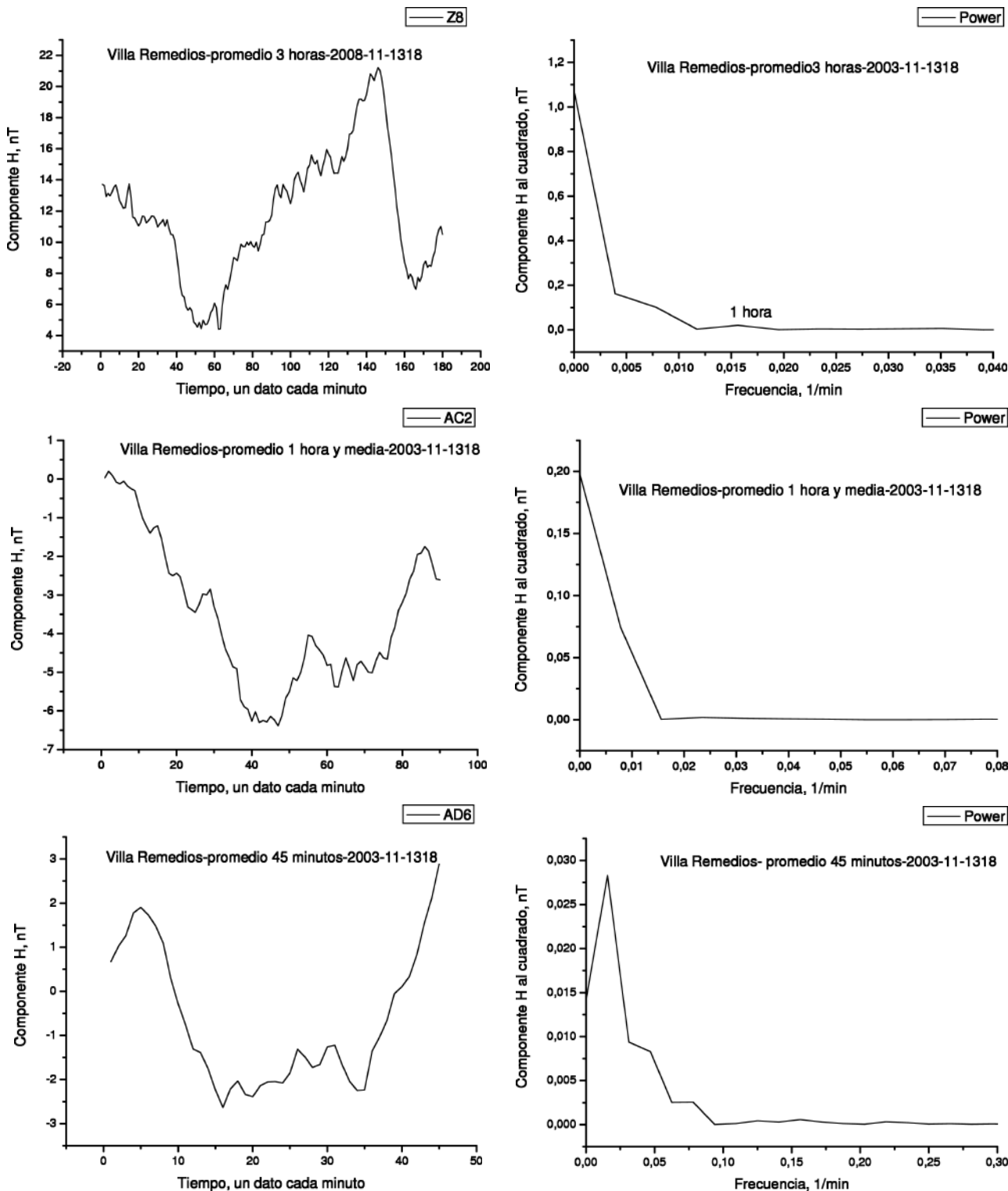


Figura 13.

8. CONCLUSIONES GENERALES

1.- El efecto de la distancia de separación entre observatorios produce una diferencia promedio de $83 nT$ para el campo magnético total, F , y de $142,6 nT$ entre las componentes horizontales, H , de los observatorios de Villa Remedios y Pataca-

maya. El error entre ellos corresponde claramente a factores locales, quizás en menor proporción a diferencias instrumentales.

2.- El contenido espectral de los registros de Patacamaya es mayor que el de Villa Remedios. Las frecuencias denominadas armónicas junto a las

TABLA 5

Resultados de los espectros de amplitudes y frecuencias de los observatorios de Patacamaya y Villa Remedios.

Intervalo de tiempo del registro promedio (<i>horas</i>)	Amplitudes		Diferencia		Periodos en intervalo					
	<i>PTY</i>	<i>REM</i>	ΔA		<i>PTY</i>			<i>REM</i>		
	<i>nT</i>	<i>nT</i>	<i>nT</i>	%	<i>horas</i>			<i>horas</i>		
24 <i>h</i>	100	90	10	10	12	6	3	12	6	3
12 <i>h</i>	25	17	8	30	6	3	—	6	3	—
6 <i>h</i>	15	12	3	20	3	2	—	3	1	—
3 <i>h</i>	20	15	5	25	2	—	—	1	—	—
1 <i>h</i> 30 <i>min</i>	7	5	2	28	1	—	—	—	—	—
45 <i>min</i>	8	4	4	50	—	—	—	—	—	—
22 <i>min</i>	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—

consideradas físicamente consistentes pueden ser puestas en discusión.

3.- La correlación entre ambas series de tiempo es en promedio del orden del 96 %, lo que indica una muy buena similitud en el funcionamiento de ambos observatorios.

4.- Corregidos los niveles de Campo Magnético Principal, como vimos, los de Villa Remedios son mayores que los de Patacamaya. La pendiente de la línea de correlación se inclina a favor de los valores de Patacamaya, lo que eventualmente, de acuerdo a hipótesis consideradas, confirma una mayor sensibilidad de los sensores de Patacamaya a las variaciones del campo magnético de la tierra, comparados con los sensores de Villa Remedios.

5.- Los espectros de amplitudes y frecuencias de los Registros Residuales (RR) correspondientes a intervalos de tiempo submúltiplos de un día definen un mayor rango de amplitudes y un mayor número de altas frecuencias en favor de Patacamaya que de Villa Remedios.

6.- Además, se percibe la presencia de:

—Anomalías no periódicas en el rango de amplitudes correspondientes a eventos periódicos de los intervalos de tiempo más pequeños (en horas del día y de la noche).

—Anomalías periódicas sólo durante intervalos de tiempo menores que ciertos intervalos de tiempo de observación. (más frecuentes en horas del día, es decir, durante el tiempo de funcionamiento de la dínamo ionosférica).

7.- No obstante de haber impuesto la hipótesis de la inexistencia de fuentes locales de campo magnético, es necesario reconocer su presencia, posiblemente esto explique en gran medida las di-

ferencias entre los registros de Patacamaya y Villa Remedios.

8.- Es necesario reconocer de manera general que:

—Una buena parte de los eventos magnéticos periódicos (variaciones anuales por ejemplo) se deben a la variación de la geometría de la disposición de los elementos interactuantes, uno tomado como fuente y el otro como sensor.

Los menos corresponden a eventos magnéticos creados por fuentes físicas reales (dínamos).

9.- Los sensores del observatorio de Patacamaya tienen una muy buena libertad de movimiento, acomodándose inmediatamente a los cambios que se producen en el campo magnético de la tierra (menor inercia). Proporcionan un buen registro analógico continuo.

El hecho de que los sensores del observatorio de Villa Remedios estén instalados en posiciones rígidas posiblemente sea la causa de por qué ellas reaccionan con menor prontitud (mayor inercia) a los cambios del campo magnético de la tierra. El control del tiempo es mucho mayor en Villa Remedios que en Patacamaya. El control de la variación de la temperatura también lo es y finalmente, hay una clara ventaja tecnológica de los sensores de Villa Remedios respecto de los de Patacamaya debido a su alto grado de automatización que elimina una serie de fuentes de error en la obtención de datos.

10.- La automatización del sistema de instrumentos de medición de Patacamaya y su puesta en funcionamiento en el mismo punto donde trabaja el otro sistema moderno (el de Villa Remedios) podría resolver esta controversia.

REFERENCIAS

- [1] Jankowski Jerzy, Suckdorff Christian, *Guide for magnetic Measurements and Observatory Practice*, IAGA, 1996.
- [2] Hazard D.L., *Directions for Magnetic Measurements*, U.S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey, Serial n^a 16, 1957.
- [3] Chapman S., and Bartels J., *Geomagnetism*, Vol. I and II, Oxford at Clarendon Press, 1940.
- [4] Jacobs J.A., *Geomagnetism*, Academic Press, London, 1987.
- [5] Mc Comb H.E., *Magnetic Observatory Manual*, U.S. Coast and Geodetic Survey; esp. Publ. 283, Washington, 1952.
- [6] Papoulis A., *Fourier Integral and its Applications*, Mc Graw Hill, 1962.
- [7] *Magnetic Observatory of Villa Remedios (REM) and Patacamaya (PTY) from Bolivia*, Anuario de Datos del Instituto de Investigaciones Físicas de la UMSA, 2003.

ESCENARIOS CLIMÁTICOS PARA EL MONZÓN SUDAMERICANO: DETERMINADOS POR LOS MODELOS DE ACOPLAMIENTO DEL IPCC AR4

Andrés W. Burgoa Mariaca

*Instituto Investigaciones Físicas, F.C.P.N.–UMSA
La Paz–Bolivia*

RESUMEN

De los cinco modelos de cambio climático establecidos por el IPCC AR4 SRES A2 en el presente estudio, se eligen los modelos Ukmo_HadCM3 y el GISS_ER por brindar fuertes contrastes significativos en la distribución espacial de las precipitaciones en la parte central de la cuenca amazónica y la amazonía boliviana.

Los modelos Ukmo_HadCM3 y Mpi-Echam5CM3 para el clima futuro en el escenario SRES A2, evidencian significativos contrastes en la vorticidad anticiclónica ($\zeta > 0$) o Alta Boliviana. A su vez, la observación de la Corriente en Chorro de los Niveles Bajos (CCNB) por dichos modelos, muestran semejanzas en el transporte de humedad de la Cuenca del Sahel africano hacia la Cuenca Amazónica, evidenciándose contrastes notorios en la parte noreste de la Cuenca del Plata.

Descriptor: escenario climático IPCC AR4 — clima futuro — precipitaciones — vorticidad anticiclónica

ABSTRACT

Of the five climate change models established by the IPCC AR4 SRES A2, the present study applies the Ukmo_HadCM3 and GISS_ER models which provide strong and significant contrasts in the spatial distribution of the precipitations in the central part of the Amazon basin and Bolivian Amazon. The models Ukmo_HadCM3 and Mpi-Echam5CM3 simulate the future climate for the SRES A2 scenary and demonstrate significant contrasts in the anticyclonic vorticity ($\zeta > 0$) or “Alta Boliviana”. In turn, the observation of the Low Level Jet Current (CCNB in spanish) applying the above mentioned models, shows similarities in the transport of moisture of the African Sahel basin towards the Amazon basin, providing evidence of notorious contrasts in the North-East of the Plata basin.

Key words: climate scenary IPCC AR4 — future climate — precipitations — anticyclonic vorticity

1. INTRODUCCIÓN

Los estudios tanto de modelación como de simulación realizados por Cox y otros (2004), Costa y Fuley (2004), evidencian por un lado una persistente disminución en las precipitaciones en la hoya amazónica, con efectos de sequía y una muerte lenta de la selva amazónica. Ésto se debe fundamentalmente al fenómeno de retroalimentación existente del CO_2 entre el continente y el océano

en el transcurso del siglo XXI. A su vez, doblar el contenido de CO_2 hacia la atmósfera y una tala de la selva no sistemática, implicaría un incremento en las precipitaciones. Entonces, queda abierta la siguiente pregunta: ¿Los modelos climáticos predicen un tiempo atmosférico húmedo o seco sobre la cuenca amazónica?

Se sabe que la larga estación de sequía en el amazonas está influenciado por los cambios en la temperatura superficial oceánica en las inmediacio-

Escenario	Población	Economía	Ambiente	Igualdad	Tecnología	Globalización	Clima
A1F1							
A1B							
A1T							
B1							
A2							
B2							

Figura 1. Familia de escenarios climáticos utilizada por el IPCC AR4.

nes del continente sudamericano, en especial en el lado occidental —Niño3—, el cual influye en la vegetación tropical y la humedad del suelo. En consecuencia, los modelos climáticos existentes no dan una idea clara sobre la longitud de la estación seca en la cuenca amazónica.

El Proyecto de Intercomparación sobre Modelos Acoplados (PIMA, o del inglés CMIP) da resultados de simulaciones de varios modelos de circulación general del acoplamiento océano-atmósfera (con sigla en inglés GCMs). Estos modelos fueron encargados por el Panel Intergubernamental sobre el Cambio Climático en su cuarta versión (con sigla en inglés IPCC AR4) para forzamientos en el clima, los cuales incluyen los aumentos de dióxido de carbono hacia la atmósfera. Para tal efecto, se hace uso del “reporte especial sobre escenarios de emisiones” (con sigla en inglés SRES), el cual explora diversos caminos sobre el efecto de los gases de invernadero en el futuro. Los archivos de datos del PIMA incluyen la climatología reciente de las precipitaciones así como el doblamiento de CO_2 hacia la atmósfera dados por los diferentes modelos utilizados hasta el momento.

Los estudios realizados por Cox y otros en el 2000 nos muestran escenarios de calentamiento global si la longitud de la estación seca en el amazonas se incrementa. Ésto implica una drástica disminución en las precipitaciones y un cambio en la vegetación de la selva amazónica, con consecuencias en la flora y fauna existente en dicha región y

ni que decir de su influencia socio-económica; esto debido en gran parte al aporte de carbón terrestre hacia la atmósfera. Sin embargo, si la estación seca se hace más corta, entonces se producen aumentos en la precipitación y la selva amazónica se autoregenera automáticamente, lo cual implicaría incrementos de CO_2 hacia la atmósfera. En tal sentido, el CO_2 global en la atmósfera en el futuro es particularmente muy sensible a los cambios de precipitación y a la longitud de la estación seca sobre el amazonas.

Se examinan cinco de los veinte tantos modelos disponibles por parte del IPCC Ar4 para los posibles cambios en el clima futuro, y por ende en el monzón sudamericano durante el siglo XXI. Para tal efecto, se toma en cuenta la simulación del ciclo estacional de las precipitaciones en los siglos XX y XXI. A su vez, se toman en cuenta los posibles cambios en la temperatura superficial oceánica en la hoya del Pacífico, con miras a ver su influencia sobre el continente sudamericano, y por ende en las precipitaciones. Además, se incluyen en el estudio los vientos zonal y meridional a dos niveles de presión estándar (850 hPa y 200 hPa), con la finalidad de observar si existen cambios o no en la posición de la alta boliviana, observados por los modelos climáticos correspondientes.

2. MODELOS Y ESCENARIOS DE EMISIÓN

El presente estudio hace uso de los modelos climáticos disponibles por parte del IPCC AR4, los

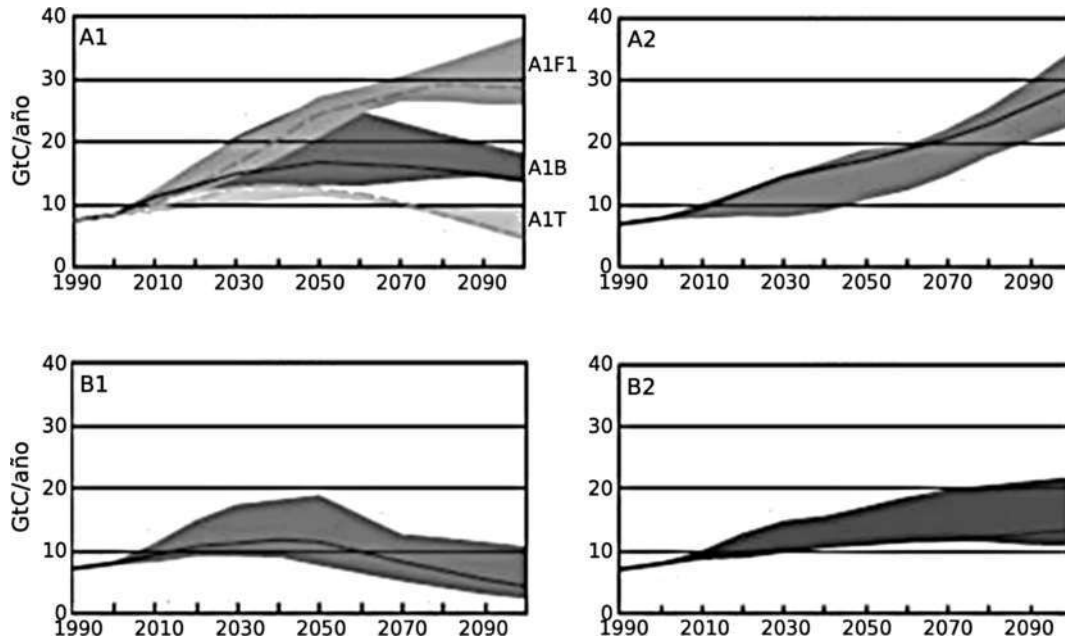


Figura 2. Se ilustra un cuadro comparativo de la familia de escenarios climáticos utilizados por el IPCC AR4. Se muestran las concentraciones de CO_2 en el periodo 1990—2100.

datos del Centro de Predicción Climático (CPC), Análisis Combinado de Precipitaciones (ACP o CMAP en inglés), una serie de datos combinados en su versión 2 del Proyecto Climatológico para la Precipitación Global (con sigla en inglés GPCP) y datos del Reanálisis NCEP/NCAR.

Se toma en cuenta la familia y escenario SRES A2 en el presente trabajo, el cual describe un mundo muy heterogéneo. Sus características más distintivas son la autosuficiencia y la conservación de las identidades locales. Las pautas de fertilidad en el conjunto de las regiones convergen muy lentamente, con lo que se obtiene una población mundial en continuo crecimiento. El desarrollo económico está orientado básicamente a las regiones, y el crecimiento económico por habitante así como el cambio tecnológico están más fragmentados y son más lentos que en otras familias.

La figura 1 ilustra la familia de escenarios utilizados por el IPCC AR4 y las proyecciones observadas (en flechas). Éstas se basan en modelos socioeconómicos complejos que estiman las emisiones de gases de efecto invernadero y otros gases importantes. Ésto como resultado de las actividades humanas en un cierto número de rubros, que incluyen la agricultura, el uso de energía tanto comercial como residencial, la industria, el transporte y otros sectores de la economía.

La figura 2 muestra las emisiones anuales totales de CO_2 provenientes de todas las fuentes

(energía, industria y cambio de uso de las tierras) entre 1990 y 2100 (en gigatoneladas de carbono ($Gt/año$)) para las diferentes familias y los seis grupos de escenarios. Los 40 escenarios IE-EE aparecen clasificados en función de las familias (A1, A2, B1 y B2) y de los seis grupos de escenarios: el A1FI, de utilización intensiva de combustibles de origen fósil (que incluye los escenarios de alto nivel de carbón y de alto nivel de petróleo y gas); el A1T, de combustibles predominantemente no de origen fósil; el A1B, o el equilibrado; el A2, el B1 y el B2. Cada franja de emisiones coloreada indica el repertorio de escenarios armonizados y no armonizados dentro de cada grupo. Se ofrece un escenario ilustrativo para cada uno de los seis grupos de escenarios, incluidos los cuatro de referencia (A1, A2, B1 y B2, en líneas de trazo continuo), y dos escenarios ilustrativos para A1FI y A1T (líneas de trazos).

Las simulaciones efectuadas en los cinco modelos para el IPCC AR4 están disponibles para el estudio del cambio en la precipitación debido al incremento de CO_2 previsto por el escenario SRES A2, tanto para el presente siglo como para el anterior. La tabla 1 evidencia el modelo propuesto por el instituto y país a cargo de tal escenario con su correspondiente resolución espacial. Éstos incluyen también el campo de vientos (u, v) a dos niveles de presión estándar (Echam5, HadCM3) y la temperatura superficial oceánica (GISS_ER, HadCM3).

Para evaluar los modelos que representan el cli-

TABLA 1

Se muestran los 5 modelos del clima futuro proporcionados al IPCC AR4 SRES A2.

Modelo	Nombre del modelo	Resolución
CSIRO_cm3	CIRO Mark 3.0, República científica de investigación industrial, e investigación atmosférica, Asutralia	T63, L18
Gfdl_cm2.0	CM2.0-ADGCM, Laboratorio Geofísico de Dinámica de Fluidos USA	2,5°lon×2,0°lat
Giss_modelo_e_h	Modelo GISS E-H NASA-Instituto Goddard para los estudios espaciales, USA	5°lon×4°lat
mpi_Echam5	ECHAM5/MPI-OM Instituto Max Planck para la Meteorología, Alemania	T63, L31
Ukmo_HadCM3	HadCM3 UkmettO, Centro Hadley, UK	3,75°lon×2,75°lat

ma presente, se efectúa el ciclo estacional de la precipitación en el verano austral sobre el continente sudamericano y luego se efectúa una comparación con otros modelos propuestos por institutos tales como el ACP o CMAP y el GPCP.

3. RESULTADOS

3.1. Semejanza en los cambios de precipitación durante los siglos XXI y XX

La precipitación es una de las variables meteorológicas más importantes del clima. Su mayor impacto sobre los cambios en el clima futuro y en la sociedad se deberá probablemente a los cambios en los patrones de aquél y su correspondiente variabilidad. En ese sentido, es un desafío para los modelos globales del clima (CGCMs) el simular realísticamente los patrones regionales, las variaciones temporales y la combinación correcta de frecuencias e intensidad de la precipitación.

La precipitación presenta una gran complejidad de procesos atmosféricos que dificultan su estudio en la atmósfera; éstos engloban la microfísica de nubes, la convección de nubes cúmulo, los procesos

TABLA 2

Se ilustran los procesos convectivos incluidos en los diferentes modelos proporcionados al IPCC AR4.

Modelo	Precipitación estratiforme	Precipitación convectiva
CSIRO-Mk3.0	Esquema de estratificación y condensación de la nube de Rotstyn (2000)	Esquema de flujo total de masa con una dependencia cerrada en la estabilidad
MPI-ECHAM5	Ecuaciones de pronóstico para las fases del agua y la microfísica de nubes a granel	Esquema de flujo total de masa con modificaciones para la convección profunda, de acuerdo a Nordeng (1994)
GFDL-CM2.0	Microfísica de nubes de Rotstyn (2000) y microfísica de tiedtke (1993)	Esquema relajado Arakawa-Shubert de Moorti y Suarez (1992)
GISS_ER	Pronostico estratificado de nubes, basado en la convergencia de humedad (Del Genio y otros,1996)	Esquema de flujos a granel por Del Genio y Yao (1993)
HadCM3	Se calcula la precipitación en grande, basada en el contenido de agua y hielo en la nube	Esquema de flujos a granel (Gregory y Rowntree, 1990), con improvisaciones de Gregory y otros (1997)

planetarios en la capa límite y la circulación general de la atmósfera. La precipitación es episódica y no tiene valores continuos como la temperatura y otras variables del clima. La precipitación presenta diversos tipos —por ejemplo, el convectivo contra el estratiforme— y fases —sólido contra líquido—. Para poder caracterizarla completamente es necesario examinar sus otras formas presentes, tales como la frecuencia, la intensidad y la cantidad de la misma. De manera que, una información detallada con respecto a los tipos de precipitación, categorías, variaciones diurnas y otros, aportaría en los procesos de simulación a disminuir los márgenes de errores en la física del modelo. Consecuentemente, es importante analizar la precipitación para su correspondiente evaluación y desarrollo futuro en los modelos.

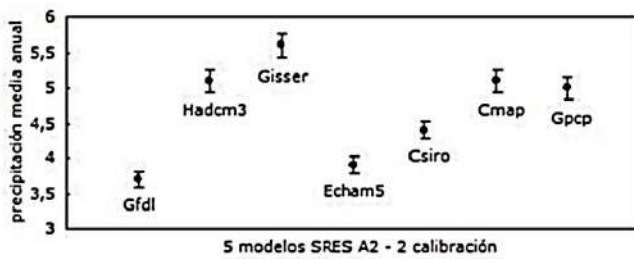


Figura 3. Se muestra la precipitación media anual en milímetros día en el gran Mato Grosso y el tercio superior de la República de Bolivia. Los 5 modelos del IPCC AR4 bajo el escenario SRES A2 comprenden los años 2000 al 2100.

La tabla 2 ilustra los principales procesos de precipitación tomados en cuenta en los modelos a la hora de efectuarse las simulaciones correspondientes.

La figura 3 muestra la precipitación media anual en milímetros día y su correspondiente variabilidad en el Mato Grosso Brasileño, el departamento de Pando, norte de La Paz y el Beni —éstos últimos en suelo boliviano— para los 5 modelos del IPCC AR4 SRES A2. Se muestran también, con fines comparativos, los observados por el CMAP y el GPCP. De la figura 3 se puede observar que tanto el CMAP como el GPCP tienen el mismo orden de precipitación ($5,0 [mm]/día$) para el siglo XX. Dos modelos del escenario SRES A2 (CSIRO, GFDL) subestiman la tasa de precipitación, mientras que UKMO-HadCM3, GISS_ER y MPI-ECHAM5CM3 evidencian mayor variabilidad.

Los modelos MPI-Echam5CM3, CSIRO y GFDL predicen disminución de las precipitaciones, mientras que los otros dos modelos, UKMO-HadCM3 y el GISS_ER pronostican incrementos (ver figura 3).

La figura 4 muestra la climatología de las precipitaciones en los 5 modelos del escenario SRES A2 en histograma; acompaña a éstas el correspondiente ajuste armónico. Asimismo, se puede observar la climatología para el centro CMAP durante el siglo XX con su respectivo histograma y armónico.

La tasa climatológica observada en el modelo GISS_ER Y la de las observaciones del centro CMAP en la estación seca (mayo - septiembre) tienen un orden de separación del orden de $1,5$ a $1,7 [mm]/día$, y en el pico de la estación húmeda ambos registran el mismo valor. UKMO-HadCM3 y CMAP presentan tasas de precipitación durante la estación seca (mayo a septiembre) del orden de $0,7 [mm]/día$ y $1,5 [mm]/día$, respectivamente.

La figura 4 también muestra una disminución de la precipitación en los modelos UKMO-HadCM3 y GDFL de la estación seca a la húmeda. En el modelo UKMO-HadCM3, la estación seca comprende los meses de mayo a septiembre, GISS_ER presenta similar condición estacional, mientras que GFDL observa una estación seca de mayo a noviembre.

La distribución espacial de la climatología anual, el verano austral y sus correspondientes anomalías, evidencian incrementos en las precipitaciones para el escenario SRES A2 en el modelo UKMO-HadCM3, en especial para los meses de diciembre a febrero. En el pico de la estación, las precipitaciones cubren el tercio superior de Bolivia (ver Fig. 5). La semejanza de escenarios para el siglo XXI y XX en el modelo GISS_ER, evidencian núcleos convectivos muy acentuados en las inmediaciones de las costas del Pacífico y del Atlántico. También se puede observar que en la parte central de la cordillera andina y el norte boliviano se intensifica la actividad convectiva, extendiéndose hacia el Mato Grosso brasileño. Dichas actividades se manifiestan en la climatología anual, como en el verano austral (ver Fig. 6). El escenario climático para las precipitaciones por parte del modelo alemán ECHAM5 para los siglos XXI y XX, muestra seccionamientos convectivos en el sur colombo-venezolano, el norte peruano-boliviano y la parte central de los andes peruano-bolivianos, para la climatología anual y el verano austral, mientras que las anomalías observadas en dicho escenario evidencian una disminución en las precipitaciones en la Cordillera Occidental, Cordillera de Lípez y la Puna de Atacama (ver Fig. 7). El modelo GFDLcm2 muestra una expansión espacial de las precipitaciones en las costas del Pacífico colombiano y las costas ecuato-peruanas; similar figura se observa en la Cordillera de Carabaya en el Perú, el Nudo de Apolobamba, los Yungas paceños y el trópico cochabambino (observadas en la climatología anual y el verano austral). Para el siglo XXI, las anomalías en el verano austral se concentran en el trópico cochabambino y el escudo chiquitano (ver Fig. 8).

3.2. Distribución espacial de las precipitaciones en los modelos Ukmo-HadCM3 y GISS_ER

Los cambios en la distribución espacial de las precipitaciones durante el siglo XXI para la climatología anual y la del verano austral se ilustran en la figura 9. UKMO-HadCM3 predice incrementos en la precipitación en la zona de convergen-

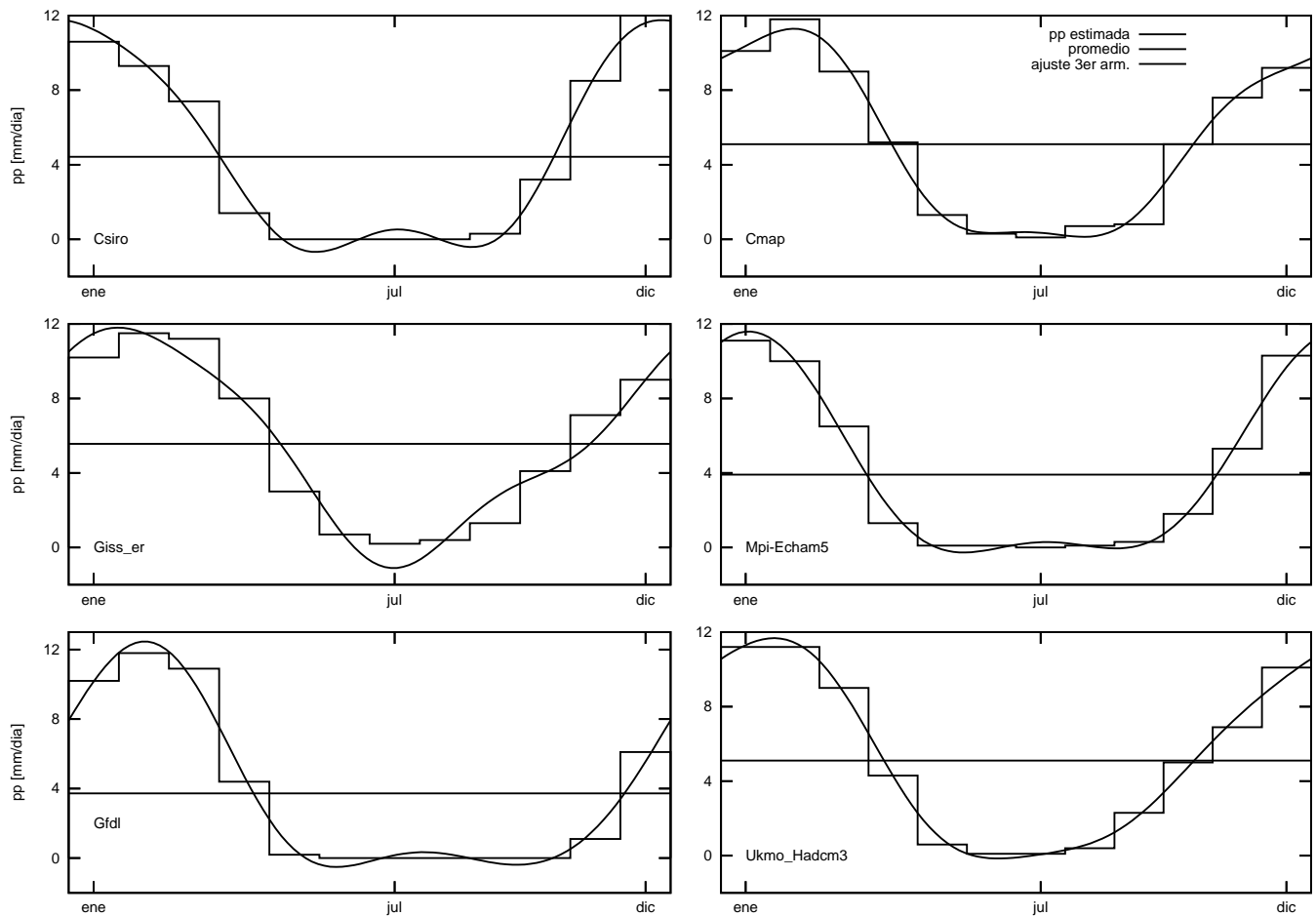


Figura 4. Se evidencia la climatología de las precipitaciones para los 5 modelos (2000 – 2100) basados en el escenario SRES A2 del IPCC AR4. Del margen superior izquierdo al margen inferior derecho son: CSIRO, CMAP, GISS_ER, MPL_ECHAM5, GFDL y UKMO_HadCM3, basados en la región del Mato Grosso y el tercio superior del territorio boliviano. Acompaña la observación climatológica por parte del CMAP para el siglo xx (1979 – 1999). Además, en cada figura se muestra el ajuste armónico correspondiente (tercero).

cia intertropical; la parte central del Amazonas y el sur del continente evidencian ausencia de precipitaciones, mientras que el sur colombiano y norte peruano muestran una fuerte actividad convectiva extendiéndose por la ladera oriental de la cordillera andina hasta incursiornar en suelo boliviano, vía Apolo, el trópico cochabambino y las llanuras chaqueñas. (ver Fig. 9a). Las lluvias en el verano austral se focalizan en 5 grupos bien identificados: la zona de convergencia intertropical, los límites fronterizos de Ecuador y Colombia, el norte del departamento de La Paz, las llanuras benianas y las llanuras chaqueñas. Además, se evidencia una intensa actividad convectiva en la meseta del Mato Grosso brasileño (ver Fig. 9b). En contraste, GISS_ER presenta núcleos de actividad convectiva en la zona de convergencia intertropical, el canal de Panamá y la cordillera andina en su flanco occidental (ver Fig.

9c). Por su parte, GISS_ER en el verano austral registra fuertes inundaciones en el flanco de la Cordillera de Carabaya y el departamento de Pando, y una virtual ausencia de precipitaciones en los llanos orientales de Bolivia y gran parte de su altiplano (ver Fig. 9d). La figura 9 muestra que los cambios en la precipitación en los dos modelos se oponen mutuamente, en especial en la cuenca amazónica y en la parte central y ladera oriental de la cordillera de los Andes, donde los océanos tienen su máxima influencia.

4. POSIBLES PROCESOS QUE CAUSAN EL CAMBIO DE LA PRECIPITACIÓN EN EL SIGLO XXI

Los cambios en la temperatura superficial oceánica tanto del Pacífico como del Atlántico ¿influirán sobre las precipitaciones en la cuenca amazónica?

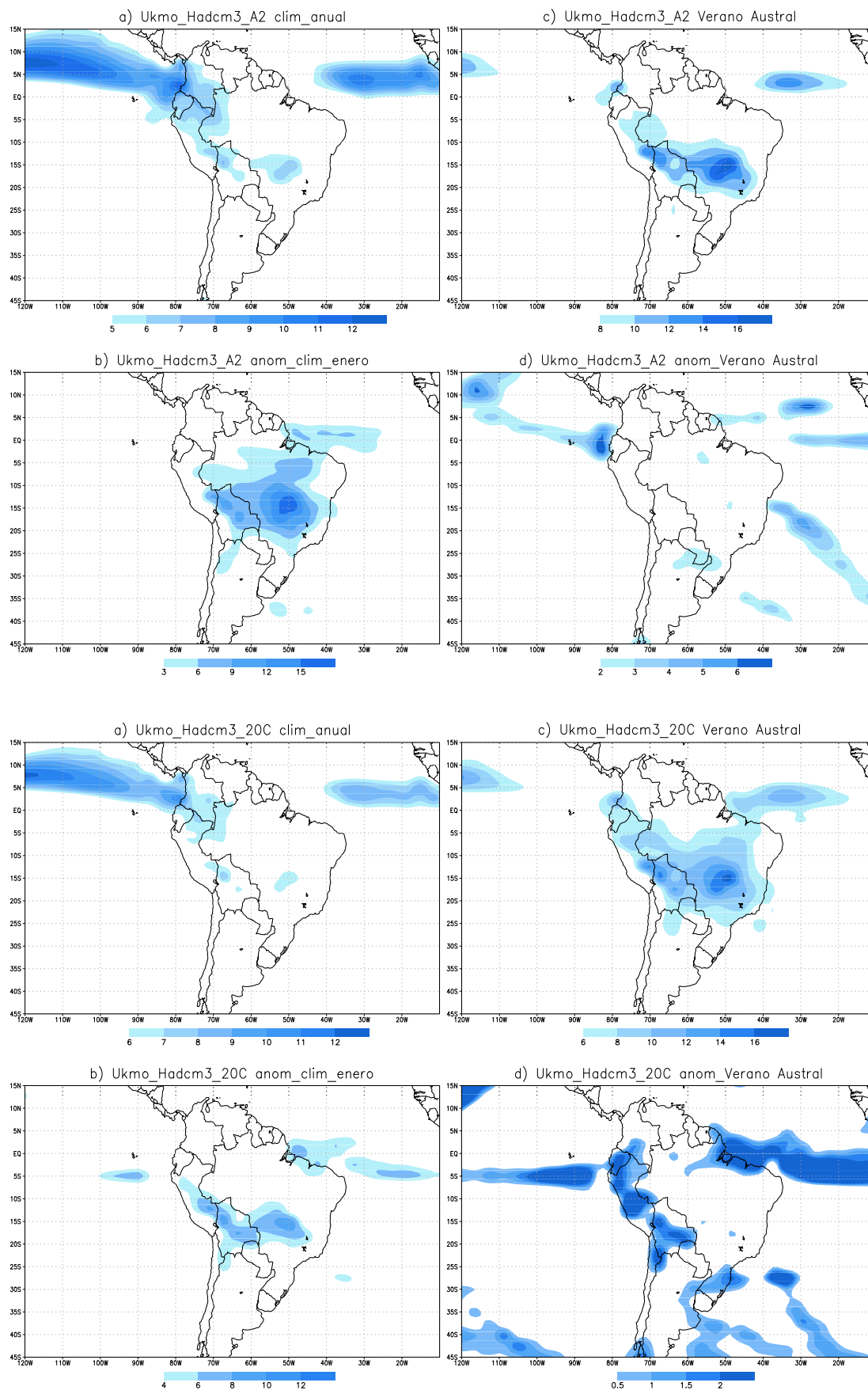


Figura 5. Se muestra la climatología anual de las precipitaciones y la correspondiente a la estación del verano austral. Se puede evidenciar en esta última una concentración en la distribución espacial en las precipitaciones para el siglo XXI en torno a la zona de convergencia intertropical, la meseta del Mato Grosso y la amazonía boliviana.

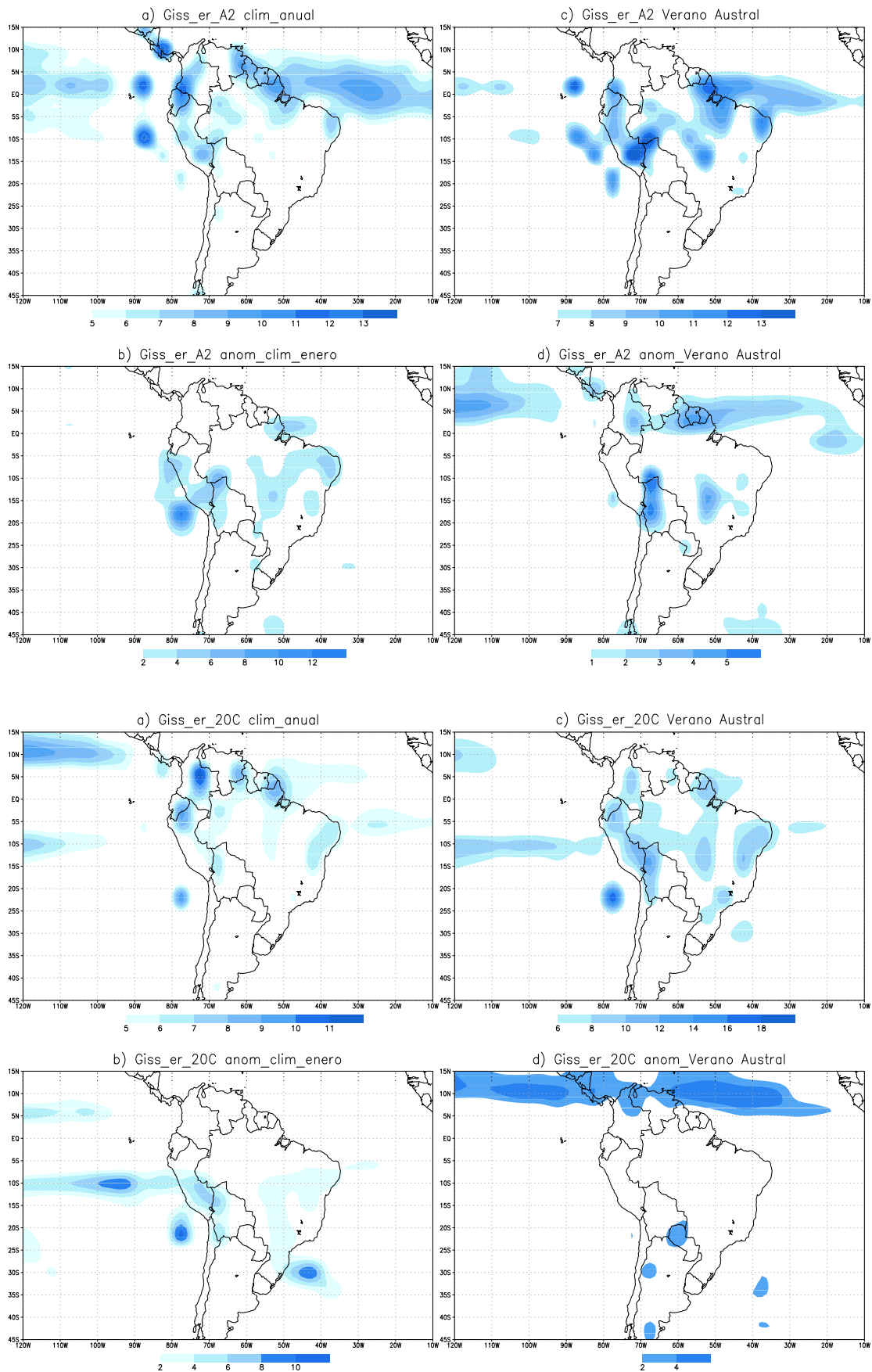


Figura 6. Se muestra contrastes entre los siglos XXI y XX para la climatología anual y del verano austral en el continente sudamericano. Las anomalías para el verano austral muestran un período de sequía en la cuenca amazónica e inundaciones en el sureste brasileño.

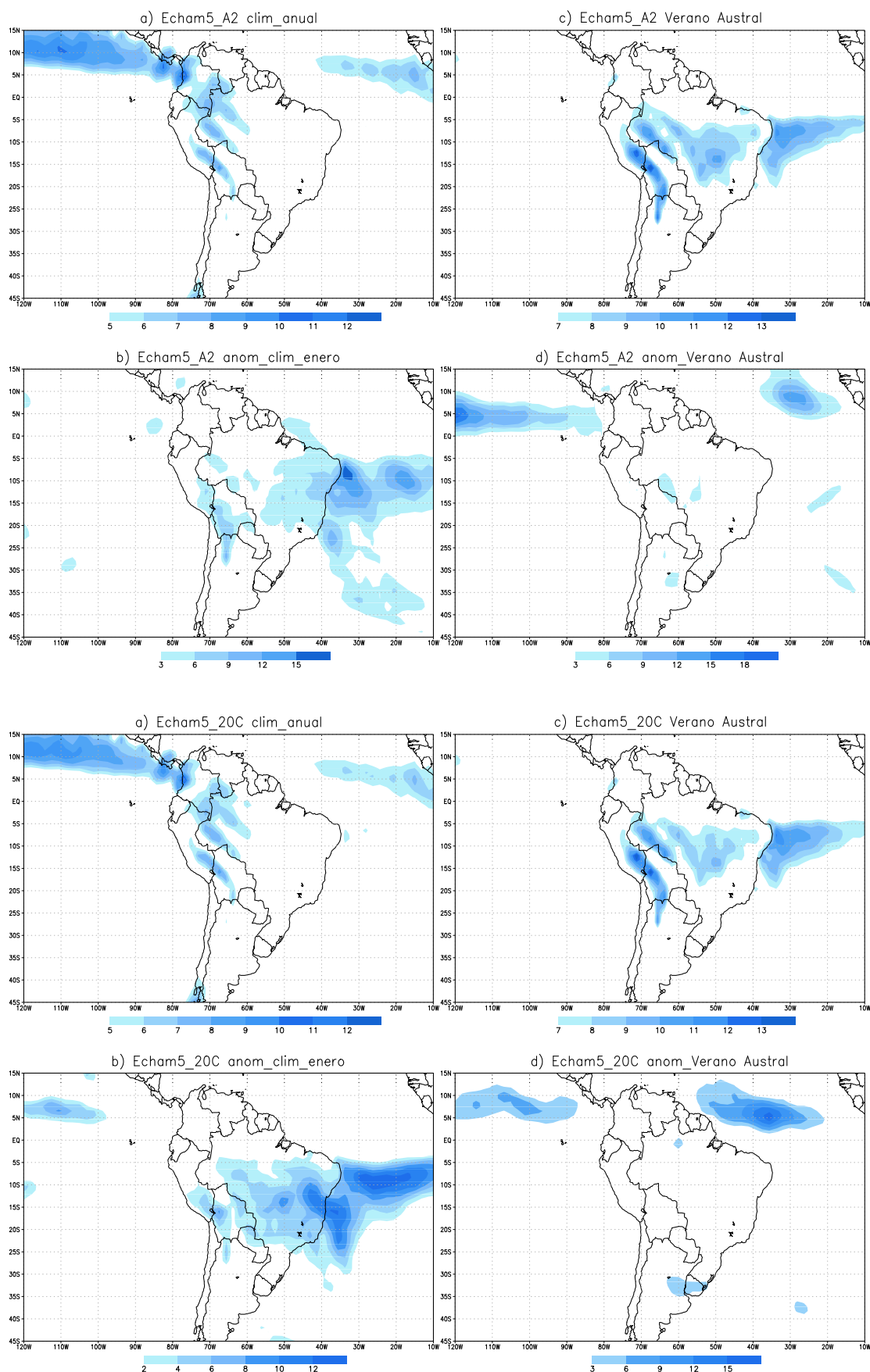


Figura 7. Se ilustra semejanzas en la distribución espacial de las precipitaciones tanto para el siglo XXI como para el XX. Las anomalías para la estación del verano austral evidencian sequías en la cuenca amazónica y disminuciones de lluvias en la Cordillera de Lipez.

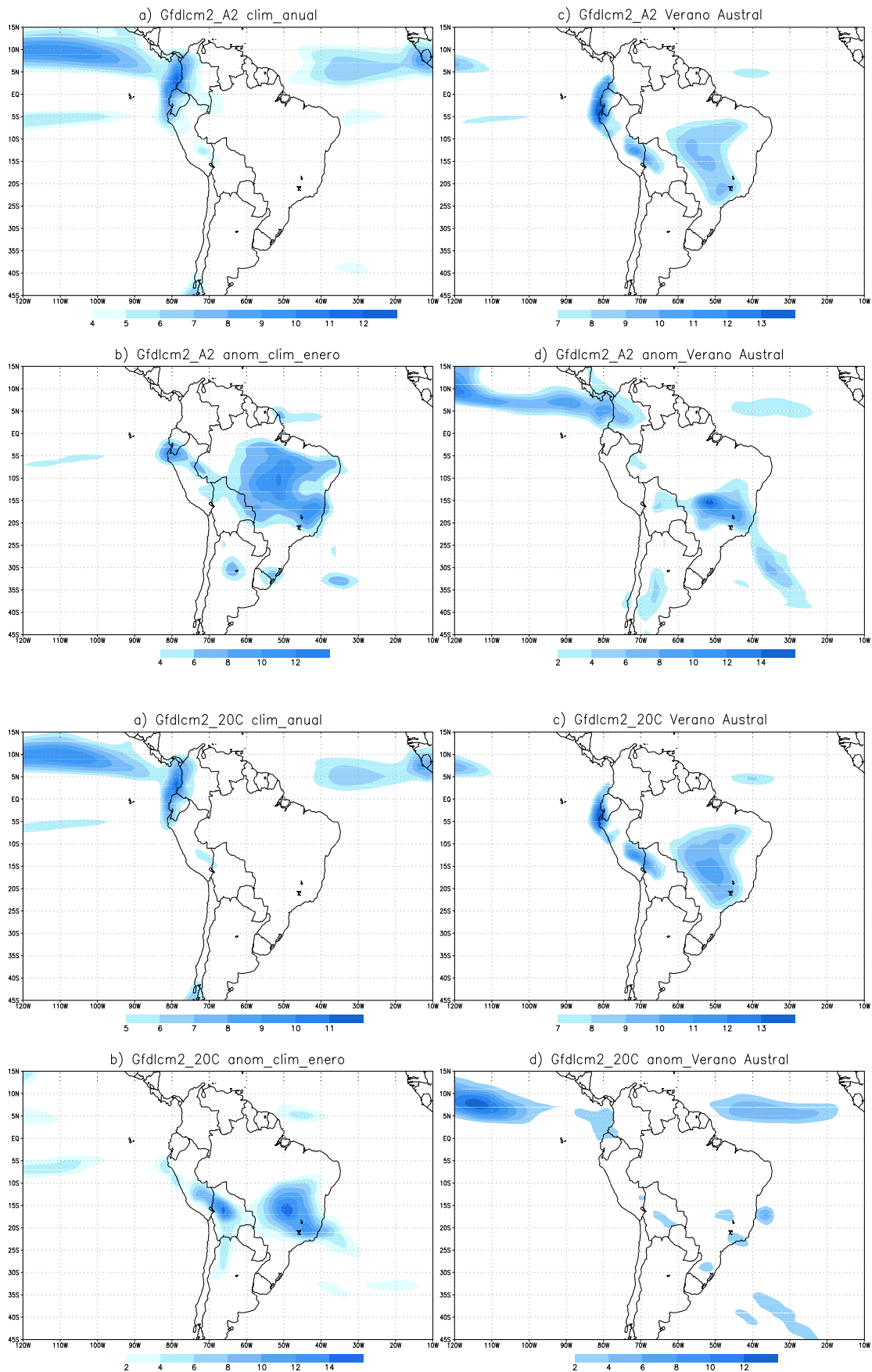


Figura 8. Se evidencia en esta figura un incremento en la distribución espacial de las precipitaciones en la región central de la cuenca amazónica y núcleos convectivos bien definidos en el Lago Titikaka y la Cordillera de Lipez en la estación del verano austral.

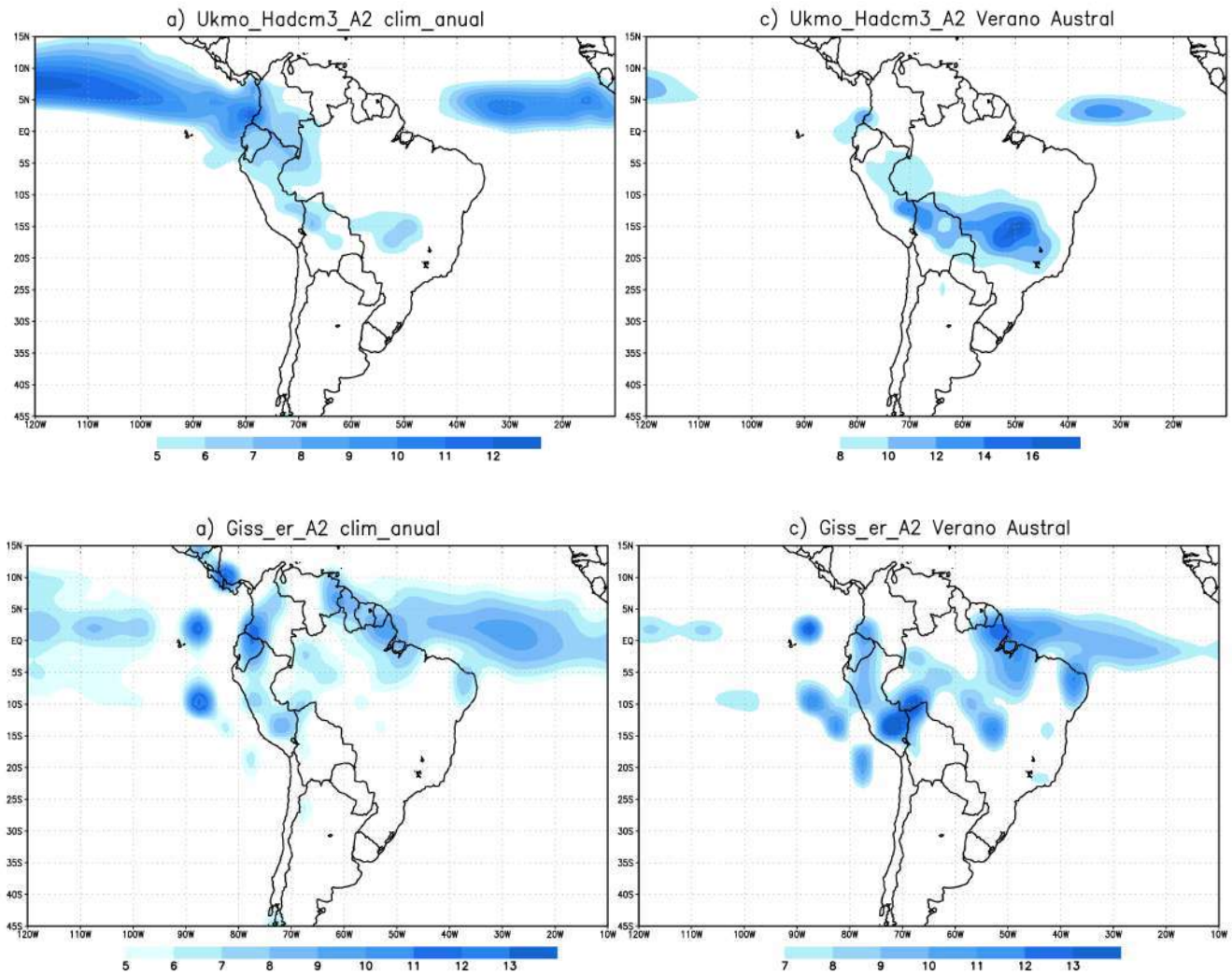


Figura 9. La figura explica la diferencia existente entre los modelos UKMO-HadCM3 y GISS_ER sobre el campo de precipitaciones en el continente sudamericano. UKMO-HadCM3 muestra sequía en el extremo norte de la cuenca amazónica e inundaciones en la amazonía boliviano-brasileña. GISS_ER, por su parte, evidencia bastante actividad convectiva en la cuenca amazónica, la cordillera central andina y ambos flancos de los océanos Pacífico y Atlántico.

Los estudios previos realizados por Hasternath y Heller (1977), Aceituno (1998), Chu (1983) y Marengo (1992) evidencian que durante los años del fenómeno de El Niño (La Niña), las precipitaciones tienden a disminuir (incrementarse) hacia el noreste del Amazonas. Nobre y Shukla (1996) y Roinchail y otros (2002) muestran que cuando existe un calentamiento anómalo en la región Norte (Sur) del Atlántico tropical, se registran gradientes positivos (negativos) en la temperatura superficial oceánica hacia el norte del océano Atlántico, y el Sur de este último se acopla hacia el norte con la zona de convergencia intertropical del Atlántico en la dirección del gradiente y por ende suprime (favorece) las precipitaciones sobre el Amazonas y el noreste de éste, especialmente durante el verano.

La figura 10 muestra los cambios en la temperatura superficial oceánica para los modelos UKMO-HadCM3 y GISS_ER durante la estación del verano austral, donde se registra el pico de el fenómeno de El Niño.

El modelo UKMO-HadCM3 sugiere un gradiente de temperatura del orden de los 6 grados Celsius entre la región de El Niño 3 y las costas del Pacífico chileno. Ésto sugiere un fuerte calentamiento oceánico, tanto en el Pacífico como en el Atlántico, con incidencias negativas en la precipitación en la región noreste del Brasil, mientras que las anomalías convectivas en la precipitación se evidencian en la amazonía boliviana y el Mato Grosso brasileño, tal como se evidencia en las figuras 9a y 9b.

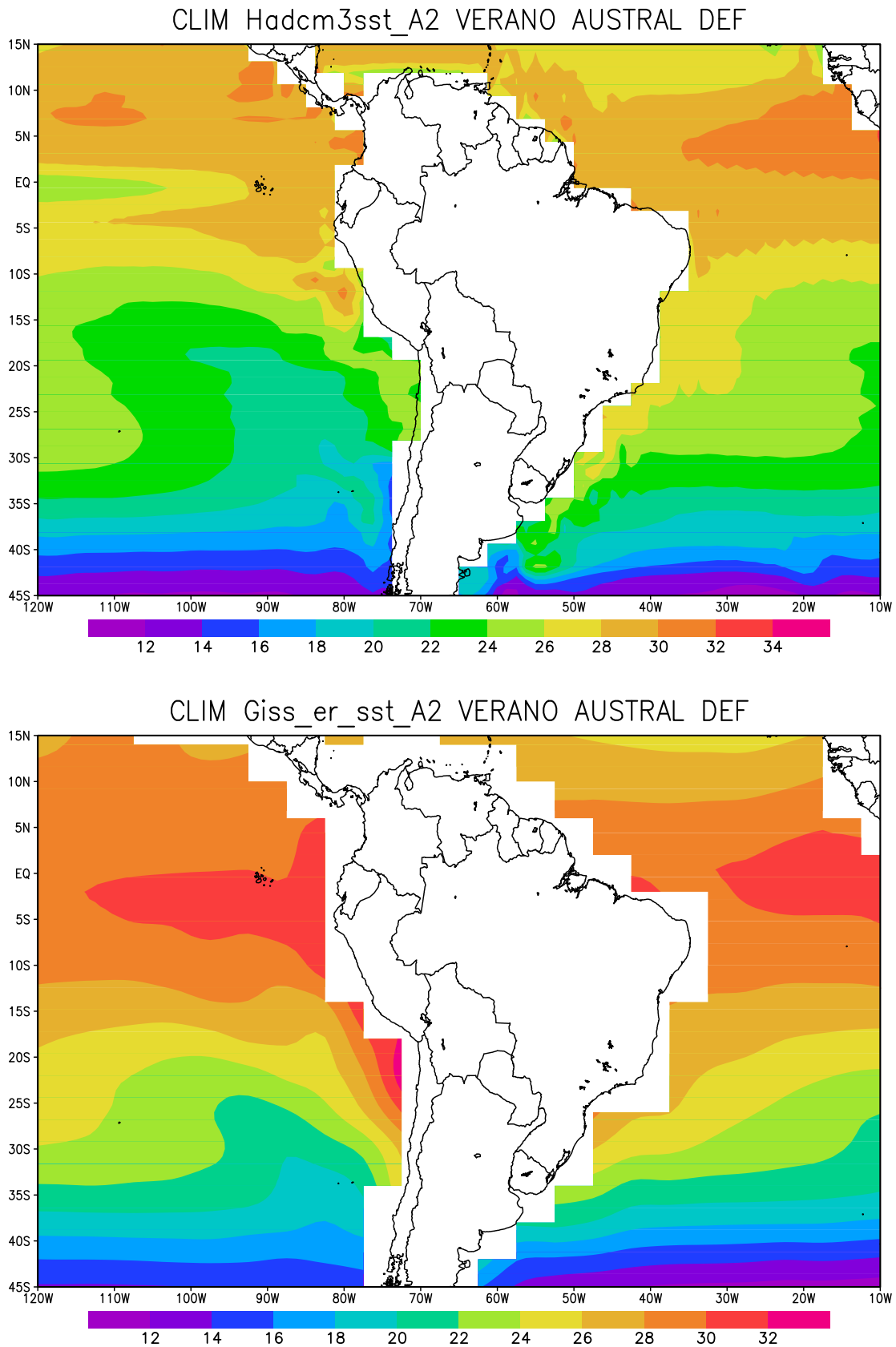


Figura 10. Se muestra el campo de temperaturas superficial oceánica a ambos costados de la Cordillera de los Andes. El modelo UKMO-HadCM3 muestra gradientes latitudinales de norte a sur en ambos océanos. La región del Atlántico tropical es más caliente para el siglo XXI, mientras que el modelo GISS_ER muestra temperaturas más uniformes en la región ecuatorial y extremas en las inmediaciones del Golfo de Arica.

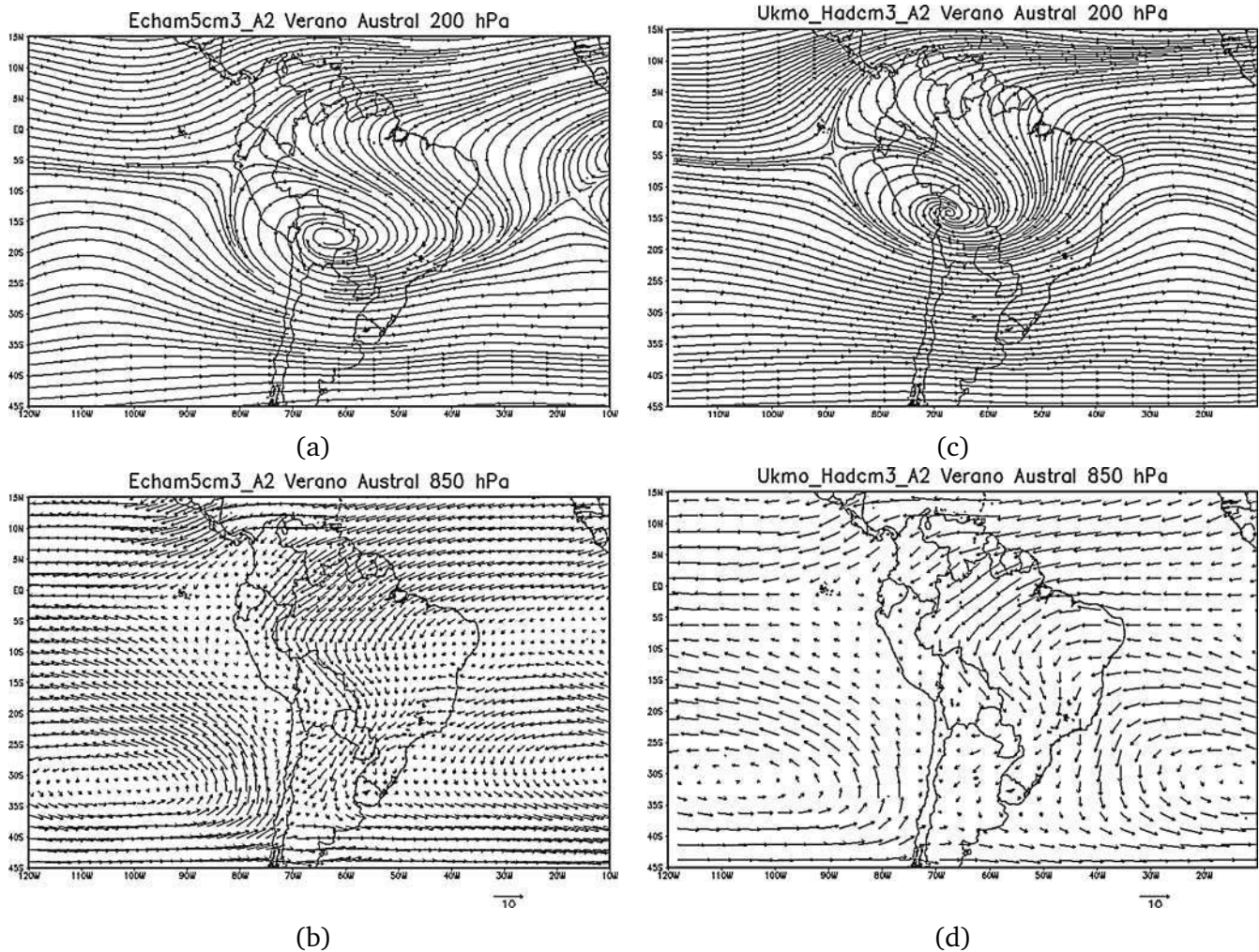


Figura 11. Se describe el campo de vientos zonal y meridional para el siglo XXI a dos niveles de presión estándar por los modelos ECHAM5cm3 y UKMO-HadCM3 bajo el escenario SRES A2. La vorticidad anticiclónica ($\zeta > 0$) en ambos modelos difiere fuertemente: En un caso, la alta boliviana se ubica entre el escudo chiquitano y las llanuras chaqueñas, mientras que en el otro, la alta de Bolivia se ubica entre el Parque Nacional del Madidi y el Bosque de Reserva Quimera del Aten ($14^{\circ}S - 66^{\circ}W$). En los niveles bajos se evidencia la existencia de la Corriente en Chorro de los Niveles Bajos (amazonía boliviana-brasileña).

El modelo GISS_ER muestra temperaturas más uniformes a lo largo y ancho de la cuenca del Pacífico. Además, se puede notar un mayor calentamiento en las costas del Golfo de Arica que su par, el Golfo de Guayaquil. A su vez, en la parte noreste del Brasil se registra un gradiente de temperatura de sur a norte del orden de los 6 grados Celcius y esto haría ver que las anomalías observadas en la amazonía boliviana, el Mato Grosso brasileño, el sureste y noreste de éste último se ven fuertemente influenciadas por actividades convectivas en su seno, más el aporte que se recibe del flanco occidental.

Los dos modelos muestran incrementos en las temperaturas superficiales oceánicas para el siglo XXI en el Atlántico tropical, y de alguna manera in-

fluyen en el comportamiento de las precipitaciones. En un caso se concentra en la amazonía boliviana y el Mato Grosso brasileño, con fuertes inundaciones; mientras que en el otro caso, se evidencian sequías en el oriente boliviano e inundaciones en Cobija, Pando, y en el norte paceño.

5. CAMPO DE VIENTOS ZONAL Y MERIDIONAL PARA LOS ESCENARIOS CLIMÁTICOS SRES A2

5.1. *La alta boliviana y la Corriente en Chorro de Niveles Bajos*

Para el campo de vientos tanto zonal como meridional para el monzón sudamericano se tomaron dos niveles de presión estándar (200, 850 hPa) en los modelos UKMO-HadCM3 y MPI-ECHAM5 para

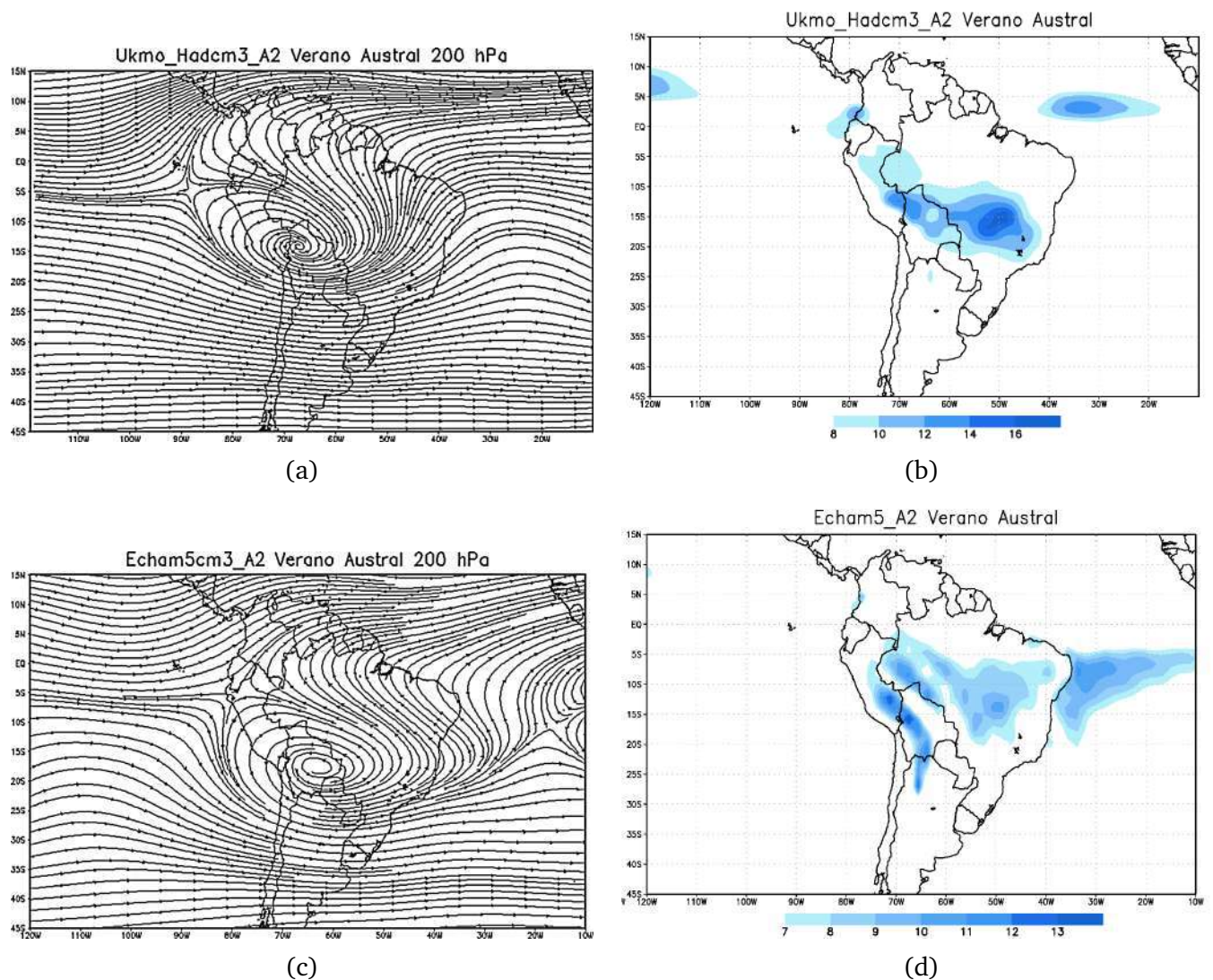


Figura 12. Se muestra para el modelo UKMO-HadCM3 la equivalencia entre la posición de la alta boliviana y el núcleo convectivo en el norte del departamento de La Paz. El modelo MPI-ECHAM5, ilustra el desfase espacial entre el anticiclón boliviano y los núcleos convectivos a lo largo de la Cordillera Oriental.

los escenarios SRES A2 del IPCC AR4. El modelo UKMO-HadCM3 muestra que en los niveles altos, la alta boliviana durante el verano austral se ubica hacia el noroeste de los Yungas paceños (ver Fig. 11c). En los niveles bajos se pueden evidenciar las altas subtropicales a ambos costados del continente sudamericano. Éstas se ubican en las inmediaciones del extremo sur de éste último y una baja subtropical se observa en el Gran Chaco. Una corriente de aire cargado de humedad incursiona en territorio sudamericano vía la línea ecuatorial, desviándose por la ladera oriental de la cordillera andina hacia las llanuras benianas y las llanuras chiquitanas; éste a su vez da un giro horario hacia el sureste brasileño en las proximidades de la meseta del Mato Grosso, generándose una confluencia de vientos

a estos niveles (ver Fig. 11d).

Por su lado, el modelo MPI-ECHAM5 evidencia un contraste fuerte con su par UKMO-HadCM3 en los niveles altos (ver Fig. 11a). El núcleo convectivo de la alta boliviana se focaliza en las inmediaciones de la ciudad de Santa Cruz de la Sierra. En los niveles bajos, se evidencian las altas subtropicales al interior de los océanos Pacífico y Atlántico. Es notorio observar los vientos alisios del sureste convergiendo con aquellos del noreste en la línea ecuatorial y masas de aire húmeda provenientes de la cuenca del Sahel africano que ingresar a suelo sudamericano vía la cuenca amazónica y virar en sentido antihorario en el flanco oriental de la cordillera andina e internarse a la amazonía boliviana y luego girar horariamente en la meseta del Mato

Grosso brasileño para incursionarse hacia el Gran Chaco y el noreste argentino (ver Fig. 11b).

5.2. *La alta boliviana y su conexión con las precipitaciones para el siglo XXI*

La figura 12a muestra que durante el verano austral y en los niveles altos se establece una vorticalidad anticiclónica ($\zeta > 0$) en el noreste paceño. Dicha vorticalidad ($14^{\circ}S - 66^{\circ}W$) es un anticiclón cálido, el cual está constituido por una masa de aire más cálida que la que existe a su alrededor. Los gradientes de presión y temperatura tienen la misma dirección y son máximos ambos. Ésto implica que las superficies isobáricas se organizan en forma de campana, con lo que la pendiente de éstas se acrecienta con la altura. Los mecanismos que preceden a la formación de estos campos de presión se deben básicamente a procesos dinámicos. En el anticiclón cálido, la superficie isobárica genera una alta presión en el núcleo del anticiclón que está ligado hidrostáticamente al aire frío de sus alrededores, el cual es relativamente más denso. La estructura de estos anticiclones permite explicar las diferencias tan notorias del tiempo atmosférico de una estación a otra. En el presente caso, como estamos en la estación del verano austral, estos anticiclones se caracterizan por fuertes ascensos de masas de aire que se enfrían adiabáticamente a medida que van ganando altura, ascenso que genera saturación en el aire circundante al anticiclón y su condensación correspondiente, observándose bastante nubosidad acompañada de precipitaciones, es decir, tiempo nublado y lluvioso. Por su lado, la figura 12b muestra la distribución espacial de las precipitaciones para el modelo UKMO-HadCM3. Se pueden evidenciar en éste tres núcleos convectivos intensos en las inmediaciones de la amazonía boliviano-brasileña. El modelo cuantifica para el siglo XXI inundaciones en el norte paceño y gran parte de la amazonía boliviana. Este resultado se refleja bastante bien con aquél de la figura 12a, en donde se constata la existencia de una vorticalidad anticiclónica o alta boliviana.

En contraste con el modelo UKMO-HadCM3, el modelo MPI-ECHAM5 para el verano austral evidencia la existencia de una vorticalidad anticiclónica en el seno del departamento de Santa Cruz de la Sierra (ver Fig. 12c). La distribución espacial de las precipitaciones generada por el modelo MPI-ECHAM5 concentra núcleos convectivos en la ladera oriental de la cordillera central andina. En ésta se

evidencian tasas de precipitación del orden de los $400,0 [mm]$, mientras que la vorticalidad anticiclónica generada por el modelo no coincide espacialmente con la actividad convectiva mostrada por el mismo.

6. CONCLUSIONES

Se han analizado los cambios en la precipitación y su estacionalidad sobre la amazonía boliviana-brasileña, esto como parte de los cambios en el clima global predicho por los 5 modelos utilizados en el presente trabajo, los cuales forman parte del IPCC AR 4. Bajo el escenario SRES A2, dos de estos modelos (UKMO-HadCM3 y GISS_ER) predicen incrementos en la precipitación anual y mayor variabilidad; tres modelos (CSIRO, GFDL y MPI-ECHAM5) predicen disminuciones en la precipitación.

El modelo UKMO-HadCM3 para el siglo XXI, evidencia una longitud para la estación seca de los meses de mayo a septiembre con una tasa media de precipitación del orden de los $21,3 [mm]$. Su ascenso hacia la estación húmeda muestra una precipitación media de $228,0 [mm]$. El descenso en la actividad convectiva en el norte de la región amazónica parece estar causada por el calentamiento de las aguas en el Atlántico tropical. Estos cambios climáticos externos intensifican la subsidencia de masas de aire cálido y, consecuentemente, se produce una estabilización en la troposfera media, la cual reduce la nubosidad sobre la cuenca amazónica. Esto implicaría que la superficie del suelo absorbe mayor cantidad de calor y por ende, se genera un flujo de calor sensible superficial bastante intenso. Esto reduciría la humedad relativa en las cercanías de la superficie e incrementaría el nivel de la convección libre, lo que podría en parte explicar el acortamiento de la estación húmeda (lluviosa) y el flujo de calor latente superficial y un mayor alargamiento de la estación seca.

El modelo GISS_ER incrementa la tasa media de precipitaciones para el siglo XXI en el orden de los $270,6 [mm]$ para la estación húmeda, mientras que la estación seca proporciona unos $34,0 [mm]$. Durante la estación húmeda, el calentamiento oceánico a ambos lados del continente favorecería el transporte de humedad e intensificaría las precipitaciones en la cuenca amazónica y la Cordillera Central de los Andes. Como resultado de esto, una elevadísima humedad del suelo sostiene el flujo de calor latente superficial durante la estación seca y su correspondiente transición a la otra estación.

Comparativamente, una reducción en la cantidad de precipitaciones predicha por el modelo UKMO-HadCM3 sugiere un peligro bastante elevado en la reducción de la cobertura selvática en el Amazonas, en especial por la quema intensiva que sufre éste. Ésto podría cambiar drásticamente las condiciones de selva húmeda tropical a una de savana, en virtud de la longitud de la estación seca en la parte norte de la cuenca amazónica. El modelo GISS_ER contrasta con el UKMO-HadCM3: el primero predice un mejor clima en la cuenca amazónica, con mayor afluencia de los ríos y expansión de áreas verdes, se evidenciaría una autoregeneración de la selva amazónica.

El modelo UKMO-HadCM3 predice que la vorticidad anticiclónica ($\zeta > 0$) para el siglo XXI se localiza entre el Parque Nacional del Madidi y el Bosque de Reserva Quimera del Aten ($14^{\circ}S - 66^{\circ}W$), el cual concuerda con la ubicación geográfica de las precipitaciones dadas por el mismo modelo (415,3 [mm]). El modelo MPI-ECHAM5CM3, por su parte, predice un desfase entre la posición geográfica del anticiclón en los niveles altos y el dado por el de las precipitaciones, en especial, la alta boliviana se ubica entre el escudo chiquitano y los llanos chaqueños, mientras que la actividad convectiva se distribuye a lo largo y ancho de la Cordillera Oriental.

REFERENCIAS

- [1] Aceituno P., *On the Functioning of the Southern Oscillation in the South American Sector, Part I: Surface Climate*, Mon. Weather Rev, 116, 505-524, 1988.
- [2] Costa M. H., and Foley J. A., *Combined effects of deforestation and doubled atmosphere CO₂ concentrations on the climate of Amazonia*, J. Clim., 13, 18-34, 2004.
- [3] Cox P. M., Betts R. A., Jones C. D., Spall S. A., and Totterdell I. J., *Acceleration of global warming due to carbon-cycle feedbacks in a coupled climate model*, Nature, 408, 184-187, 2000.
- [4] Cox P. M., Betts R. A., Collins M., Harris P. P., Huntingford C., and Jones C. D., *Amazonian forest dieback under climate-carbon cycle projections for the 21st century*, Theor. Appl. Climatol, 78, 137-156, doi:10.1007/s00704-004-0049-4, 2004.
- [5] Chu P. S., *Diagnostic studies of rainfall anomalies in northeast Brazil*, Mon. Weather Rev, 111, 1655-1664, 1983.
- [6] Hasternath S., and Heller L., *Dynamics of climatic hazards in northeast Brazil*, Q. J. R. Meteorol. Soc., 103, 77-92., 1977.
- [7] Nobre P. and Shukla J., *Variations of sea surface temperature, wind stress, and rainfall over the tropical Atlantic and South America*, J. Clim., 9, 2464-2479, 1996.
- [8] Ronchail J., Cochoneau G., Molinier M., Guyot J. L., Chaves A. G. D., Guimarares V., and E. de Oliveira, *Interannual rainfall variability in the amazon basin and sea-surface temperature in the equatorial Pacific and the tropical Atlantic Oceans*, Int. J. Climatol., 22, 1663-1686, 2002.

IRRADIANZA SOLAR Y TEMPERATURA DEL AIRE SUPERFICIAL EN UNA ATMÓSFERA ESTÁTICA

René Torrez S.

*Instituto de Investigaciones Físicas
Carrera de Física
Universidad Mayor de San Andrés*

RESUMEN

De la observación de varios registros meteorológicos de nuestras estaciones, se ha determinado un típico corrimiento de los máximos de temperatura diarios con respecto al máximo de la radiación solar diaria. Estos oscilan entre 3 y 5 horas, es decir, que mientras el máximo de radiación solar se presenta alrededor del medio día, el máximo de la temperatura ambiental superficial se sitúa alrededor de las cuatro de la tarde. Paralelamente el movimiento del aire inducido por el gradiente térmico en la superficie da lugar a un viento cuya máxima intensidad se sitúa en correspondencia con el máximo de la temperatura superficial. De esta manera, en condiciones de una atmósfera estática, los tres parámetros meteorológicos más importantes como la radiación solar, la temperatura y la velocidad del viento se correlacionan estrechamente. En el presente artículo se muestra la relación entre estos parámetros meteorológicos de acuerdo a principios básicos de la física térmica y de fluidos.

Descriptor: física de la atmósfera — dinámica de fluidos — registro y procesamiento de datos

ABSTRACT

Using data obtained from several meteorological stations we constructed a typical shift of the daily maxima of temperature in relation to the maximum daily solar radiation, which ranges between 3 and 5 hours, i.e., while the solar radiation maximum appears (around noon), the maximum of the superficial environmental temperature takes place around four o'clock in the afternoon. Simultaneously, the movement of the air induced by the thermal gradient on the surface leads to a wind with an intensity maximum that coincides with the maximum of the superficial temperature. Thus in static environment conditions solar radiation, temperature and wind speed are closely correlated. In the present article, the relationship between these meteorological parameters appears to be in accordance with the basic principles of thermal and fluids physics.

Key words: atmosphere physics — fluid dynamics — observation and data reduction techniques

1. INTRODUCCIÓN

El Laboratorio de Física de la Atmósfera (LFA) y el Instituto de Meteorología de Munich han emprendido el proyecto Juipit'aya con el objetivo de estudiar la interacción atmosférica entre el valle y el altiplano de nuestra región. De esa manera se han instalado una serie de estaciones meteorológicas en las proximidades a la ciudad de La Paz.

Para el presente trabajo se han seleccionado una serie de registros de la estación de Milluk'atu en el valle del río de La Paz, y de la estación de Cota Cota (edificio principal del LFA) con la característica de presentar días particularmente estables, estos corresponden en su mayoría a los meses entre mayo y septiembre donde los días son mayormente soleados y tranquilos.

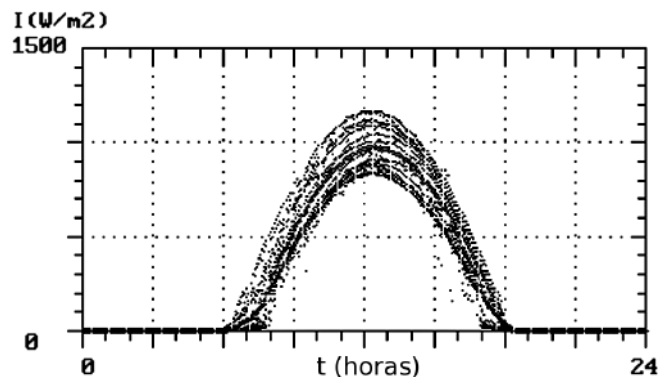


Figura 1. Registro de la radiación solar de todos los días claros y casi quietos entre julio de 2003 y junio de 2004 en Milluk'atu.

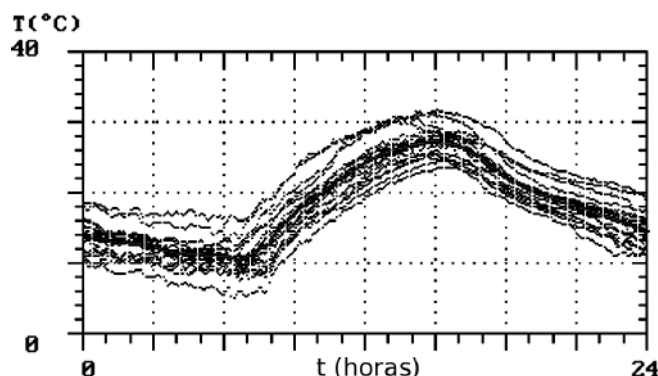


Figura 2. Registro de las temperaturas en Milluk'atu. Correspondientes sólo a los días claros.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

Inicialmente se presentan los registros de la estación meteorológica de Milluk'atu seleccionados con las condiciones más estables en el tiempo, observados a partir de sus registros de radiación solar, todos ellos superpuestos sobre una misma gráfica con la finalidad de observar claramente las características típicas de los parámetros meteorológicos de interés.

La gráfica de la figura 1 presenta los registros de radiación solar entre los meses de julio del año 2003 hasta junio de 2004. Se puede observar en el mismo los típicos perfiles de la radiación solar en condiciones de cielo claro, afectados naturalmente por el desplazamiento del sol a lo largo del año con respecto a la tierra, o a la inversa.

Es notorio observar en la gráfica el efecto de las montañas y cerros que envuelven el curso del río de La Paz durante las primeras horas de la mañana y al final de la tarde. En la gráfica, las sombras se manifiestan como deformaciones a la tendencia de la curva, particularmente en el momento de la salida y entrada del sol por el horizonte.

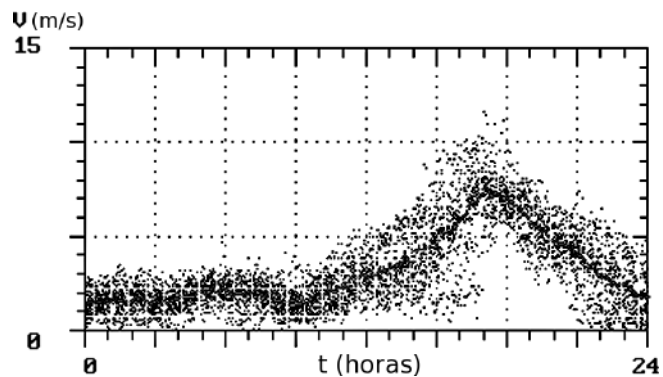


Figura 3. Registro de la velocidad del viento en Milluk'atu. Sólo días claros.

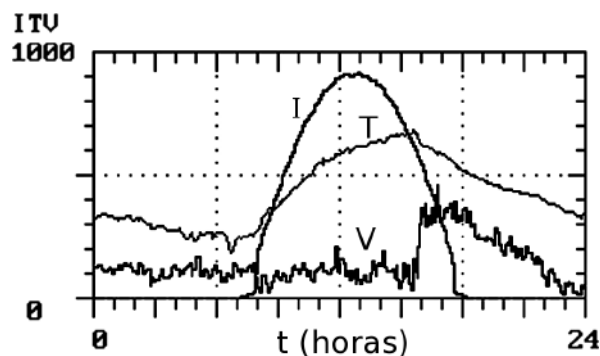


Figura 4. Registro de la radiación solar, la temperatura, y el viento correspondiente al día 5 de agosto de 2003 en la localidad de Milluk'atu (escalas arbitrarias).

Por la nitidez que determinan las diferentes curvas solapas, así como por la intensidad del máximo de la radiación solar se puede determinar que estas corresponden a los meses de invierno, mientras que las de mayor intensidad y menor frecuencia de registros corresponden a los meses de verano.

Observando los registros de la temperatura correspondiente para los días seleccionados (Fig. 2), se puede establecer que inmediatamente que aparece el sol la temperatura asciende rápidamente, disminuyendo luego su velocidad de ascenso, hasta alcanzar sus valores máximos siempre después del medio día. El valor medio de este corrimiento para toda la temporada se sitúa aproximadamente entre las tres y cuatro de la tarde.

Luego de que el aire ha alcanzado su máxima temperatura éste desciende con mayor rapidez comparada con la velocidad de ascenso a igual temperatura.

A medida que el tiempo transcurre el descenso se hace cada vez más lento hasta las primeras horas de la madrugada, momento alrededor del cual se sitúan los valores mínimos diarios de temperatura. En los días claros éstos coinciden con el momento

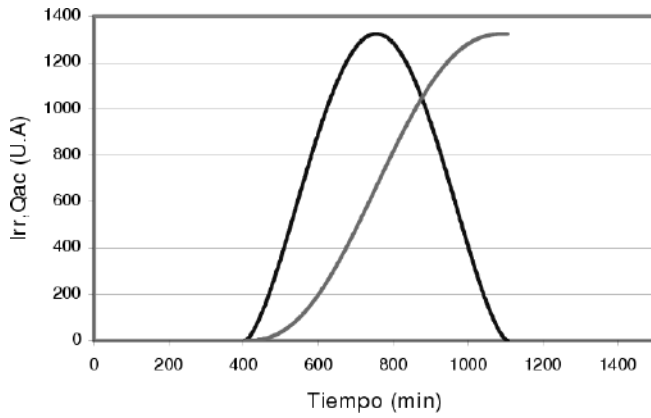


Figura 5. Energía solar incidente (línea negra) y calor acumulado en el suelo (línea gris) en escalas diferentes.

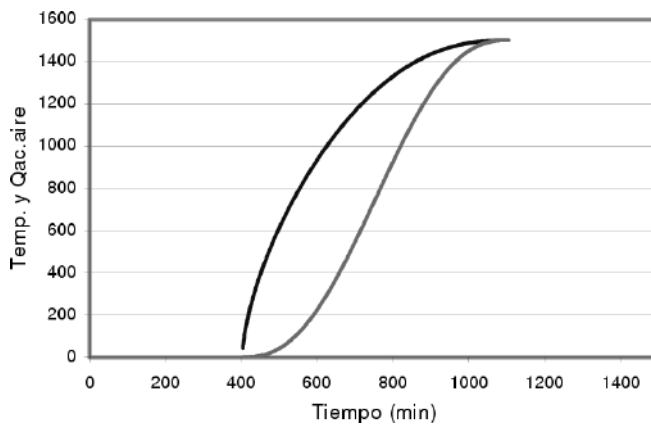


Figura 6. Temperatura del suelo (línea negra) y calor acumulado en el aire (línea gris) en escalas diferentes.

de incidencia de los primeros rayos solares.

Observando los registros de la velocidad de los vientos en la figura 3, se establece que éstos se inician a media mañana, aumentando su intensidad hasta alcanzar valores máximos al final de la tarde. A partir de este punto, decrecen hasta la media noche, pasada la cual, su velocidad se torna prácticamente constante hasta la media mañana del día siguiente.

La figura 4 muestra un día particular del conjunto de datos solapados de las figuras anteriores. Este día es el más próximo a lo que se llamaría un día calmado, con la atmósfera casi en reposo. La gráfica presenta escalas apropiadas para cada variable sólo con la finalidad de mostrar la forma de la variación de las funciones. Así, se puede observar en ésta la curva casi ideal de la radiación solar; la temperatura que asciende casi regularmente hasta cierto valor máximo, a partir del cual decrece rápida y paulatinamente hasta el día siguiente; y la baja velocidad del viento hasta el final de la tarde mues-

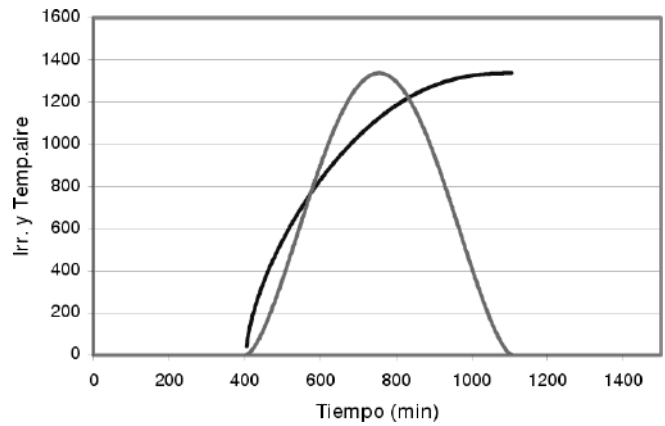


Figura 7. Irradianza solar teórica (línea gris) y temperatura del aire (línea negra) en escalas arbitrarias.

tra la condición de atmósfera en reposo, sin embargo, poco antes de la puesta del sol se observa una desestabilización que dura hasta la media noche.

Es importante observar la correspondencia temporal que existe entre el momento en que se inicia el viento y el momento en que se alcanza la máxima temperatura del aire.

3. SIMULACIÓN DEL PROCESO

Se ha modelado una curva de irradianza solar teórica para un día completamente claro. Con sus valores de irradiación minuto a minuto se ha procedido a evaluar el calor acumulado en el suelo como una fracción de la energía total incidente. La figura 5 muestra una gráfica del calor acumulado en el suelo a medida que transcurre el día.

Si llamamos $I_s(t)$ a la irradianza solar, $I_a(t)$ a la irradianza del aire, e $I_g(t)$ a la irradianza del suelo al instante t , entonces el calor acumulado en el suelo hasta ese momento será:

$$Q_{acs} = a \int_0^t I_s(t)dt + b \int_0^t I_a(t)dt. \quad (1)$$

De igual manera, el calor acumulado en el aire será:

$$Q_{acs} = c \int_0^t I_s(t)dt + d \int_0^t I_g(t)dt. \quad (2)$$

Mientras el suelo se calienta, también irradia energía calentando el aire superficial. Este calor se va acumulando en el aire al mismo tiempo que va reirradiando calor al suelo. La figura 6 muestra la temperatura del suelo y el calor acumulado en el aire.

Para la evaluación de este proceso se han considerado los flujos de energía del suelo al aire y a la

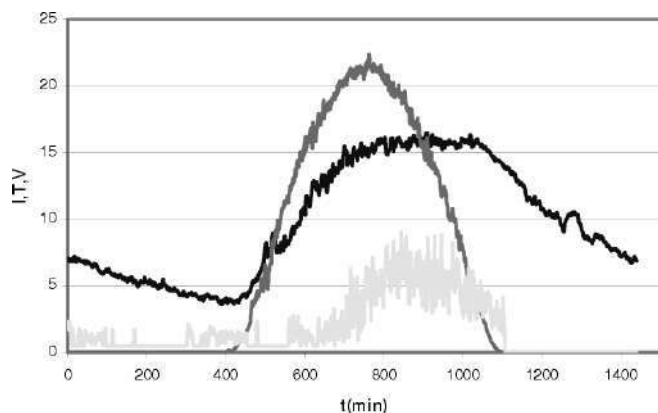


Figura 8. Curvas de la radiación solar (línea gris), la temperatura (línea negra) y la velocidad del viento (línea gris claro) en Cota Cota.

inversa en un proceso iterativo. La irradiación constante determina un almacenamiento progresivo de calor en el terreno, simultáneamente el suelo caliente reemite radiación, calentando de esta manera el aire que se encuentra sobre el mismo. Este aire caliente reemite también, de modo que parte de su energía es absorbida nuevamente por el terreno, y así sucesivamente hasta que se logra una situación de equilibrio momentáneo. Esto permite obtener los calores acumulados en el suelo y en el aire a lo largo del día, y de allí por la ley de Stephan-Boltzmann obtenemos la temperatura asociada a ellos. De esta manera, si Q_{aca} es el calor acumulado en el aire, entonces la temperatura del aire será:

$$T_a = cQ_{aca}^{1/4}. \quad (3)$$

La figura 7 muestra la curva de irradianza solar teórica y la temperatura del aire esperada en condiciones de atmósfera completamente estática. En esta figura se puede observar que la máxima temperatura se logra alcanzar justo al poniente del sol. Sin embargo, en la práctica, la temperatura máxima del aire se alcanza a mitad de la tarde, lo cual se explica por las corrientes de convección de aire que se llevan el calor provocando una disminución en el aporte de calor al aire, y hasta una pérdida de calor en el mismo. La figura 4 confirma este hecho: en la misma se observa que la temperatura va alcanzando el máximo hacia el final de la tarde, cuando se presenta la desestabilización del aire, que ocasiona la rápida disminución de temperatura del mismo.

El análisis de los flujos de radiación, a partir de las relaciones de transferencia radiativa planteados sobre una hoja electrónica, hacen posible determinar las soluciones para el calor acumulado tanto en

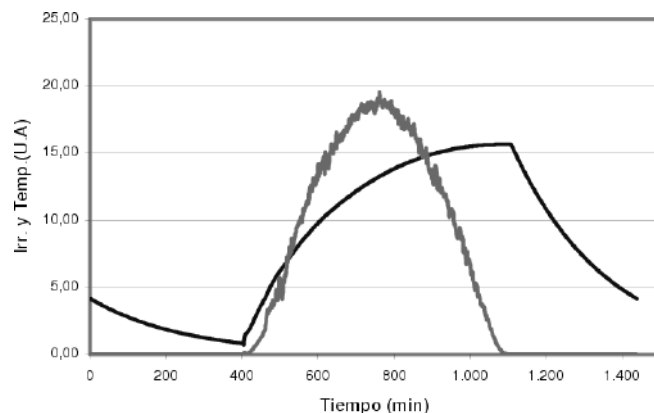


Figura 9. Curva real de radiación solar (línea gris) y curva de temperatura simulada (línea negra).

el suelo como en el aire inmediatamente sobre él. El método empleado hace uso de las ecuaciones básicas aplicadas a celdas en el suelo y en el aire en un proceso iterativo que da como resultado los calores almacenados en ambos medios; naturalmente se han empleado una serie de coeficientes que afectan a los flujos, incorporando de esa manera los coeficientes de absorción y emisión de dichos medios.

Las gráficas obtenidas para el calor acumulado en el terreno a partir de una irradianza solar casi ideal dan cuenta que los valores máximos se alcanzan hacia el final de la tarde, es decir, al momento de la puesta del sol. A partir de ese momento, la superficie se enfría paulatinamente hasta la alborada del día siguiente. Las curvas típicas de este comportamiento tienen la forma de exponenciales crecientes y decrecientes, tal como se puede observar en la figura 9.

En la situación real, la masa de aire caliente sobre el terreno empieza a moverse por efecto hidrostático, produciendo una corriente de aire que va incrementándose en intensidad hasta constituirse en un flujo importante que da lugar a una evacuación del calor en el aire, resultando en consecuencia en una disminución de la tasa de calor acumulado, hasta tornarse inclusive en una pérdida total de calor, en cuyo caso, la temperatura del aire decrece rápidamente hacia el final de la tarde.

Cuando cesa el flujo de aire, el decrecimiento disminuye paulatinamente hasta el día siguiente, siguiendo aproximadamente la ley de enfriamiento de Newton.

Observando las gráficas de la figuras 4 y 8 se puede observar la similitud de comportamiento, verificándose las explicaciones realizadas.

4. CONCLUSIONES

Fue posible explicar a partir de los principios básicos de la física el desarrollo primario de los fenómenos vinculados al estado del tiempo, en este caso de la energía solar, la temperatura y el viento en una atmósfera estática. Naturalmente, en condiciones reales ni el calentamiento de la superficie es regular, ni las masas de aire permanecen quietas sobre el terreno. Un día típico se caracteriza por periodos de sombra y sol debido a las nubes, esto provoca súbitos enfriamientos de las masas de aire, variaciones en la humedad del aire, cambios de presión en la atmósfera, corrientes de aire, precipitaciones, etc.. Todos estos fenómenos se pueden considerar casi independientes unos de otros debido a que los mismos mezclan los fenómenos básicos haciendo que las relaciones entre ellos se tornen muy complejas.

Si bien el método descrito en este trabajo es aplicable a la atmósfera en condiciones más complejas,

queda limitado por la dimensión y el número de celdas de cálculo de las hojas electrónicas.

5. AGRADECIMIENTOS

Es un deber agradecer a todo el personal del Instituto de Investigaciones Físicas y de la Carrera de Física de la UMSA por la cooperación en la instalación y recolección de datos. Merecen especial agradecimiento los colegas del grupo de meteorología del Laboratorio de Física de la Atmósfera y los diferentes ayudantes de investigación asignados al grupo de trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Houghton J., *The Physics of Atmospheres*, Cambridge University Press, 2002.
- [2] Goody R. M., Yung Y. L., *Atmospheric Radiation (Theoretical Basis)*, Oxford University Press, 1989.
- [3] Iqbal M., *An Introduction to Solar Radiation*, Academic Press, 1983.

SIMULACIÓN DE PÉNDULOS ACOPLADOS

A. R. Ticona Bustillos, G. M. Ramírez Ávila

*Instituto de Investigaciones Físicas
Universidad Mayor de San Andrés
Casilla 8635, La Paz–Bolivia*

RESUMEN

Sobre la base de un modelo discreto de péndulo amortiguado, estudiamos el comportamiento de dos péndulos acoplados, proponiendo un factor sencillo de acoplamiento entre ellos. Los resultados de este modelo son comparados con datos reales, obteniendo resultados muy parecidos. Estudiamos el comportamiento de este sistema en función de sus diferentes parámetros, pudiendo distinguir regiones en las cuales se observa resonancia y posiblemente condiciones para la sincronización y caos.

Descriptor: mecánica clásica — dinámica no-lineal — sincronización y caos

ABSTRACT

Based on a discrete model of a damped pendulum, we study the behavior of two coupled pendula, applying a simple connection factor between them. We find that the results of this model fit with the real data. The behavior of this system is studied as a function of its different parameters in which regions of resonance are observed and probable conditions are set for synchronization and chaos.

Key words: classical mechanics — non-linear dynamics — synchronization and chaos

1. INTRODUCCIÓN

Los comportamientos oscilatorios son ubicuos en la naturaleza en sistemas de toda índole, entre ellos, en cuerpos astronómicos tales como asteroides, satélites, planetas y estrellas; en sistemas biológicos, tanto a nivel orgánico [1] como a nivel bioquímico [2]; en diferentes reacciones químicas [3,4]; en sistemas mecánicos; en circuitos electrónicos, etc. Asimismo, los objetos con comportamientos oscilatorios pueden acoplarse a otros similares lo que da lugar en muchos casos a otro fenómeno muy común que es la sincronización y caracterizada por la constancia de las diferencias de fase y la razón entre los períodos [5,6] Uno de los comportamientos más sencillos y comunes de describir es el del péndulo simple que se lo describe en textos de física básica, de mecánica clásica [7-10], de métodos matemáticos de la física [11,12] ya sean analíticos o basados en álgebra computacional [13] y en textos especializados en oscilaciones [14,15]

Por otra parte, dado el carácter no lineal que puede presentar el péndulo simple en su forma más general, es también objeto de análisis en libros y artículos de dinámica no lineal [16-21]. Los sistemas acoplados se presentan en muchas ramas de la física, ofreciendo una gran gama de características que dependen tanto de las propiedades de los sistemas independientes, como de las propias características de acoplamiento.

Uno de estos sistemas es el compuesto por dos péndulos simples acoplados mediante un hilo o una barra flexible, lo que permite el intercambio continuo de impulsos entre los péndulos, cambiando las características de oscilación propias de cada péndulo.

Para cada péndulo se considera que existe amortiguamiento, por lo que la ecuación de movimiento puede escribirse como:

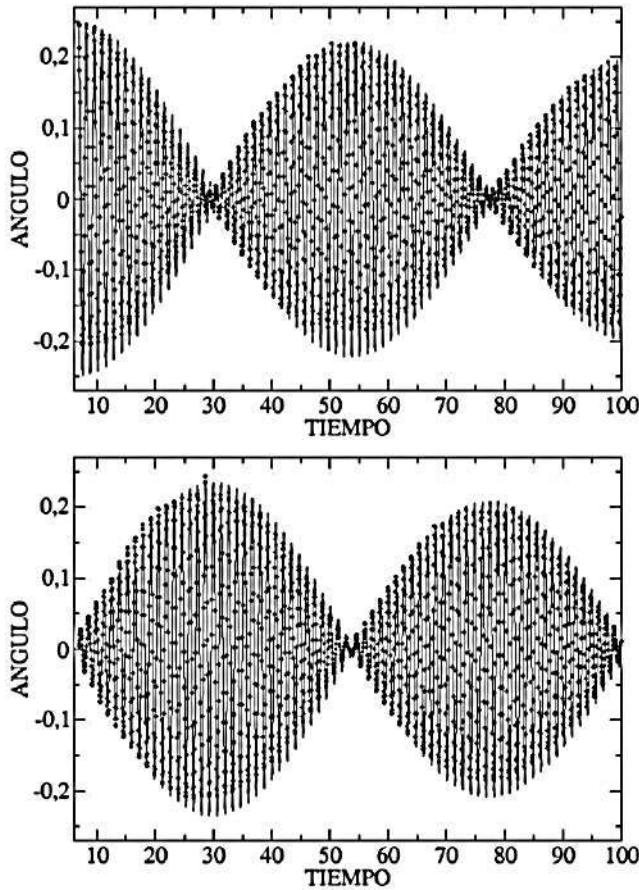


Figura 1. Simulación (líneas continuas) y datos medidos (puntos) de péndulos acoplados por un hilo. Superior: Péndulo con ángulo inicial diferente de cero. Inferior: Péndulo originalmente en equilibrio estático.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta - \frac{\lambda}{m} \frac{d\theta}{dt}. \quad (1)$$

Procediendo a la discretización de la anterior ecuación como en [22], se obtiene:

$$\theta_{t+1} = \theta_t + b(\theta_t - \theta_{t-1} - K \sin \theta_t), \quad (2)$$

con:

$$b = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{m} \Delta t} \quad \text{y} \quad K = \frac{g \Delta t^2}{l}. \quad (3)$$

Este modelo discreto ya fue utilizado y estudiado por Timoteo da Costa y colaboradores [22], para analizar las condiciones para las cuales el péndulo impulsado por una fuerza externa, experimenta transiciones periodicidad-caos. Por otro lado, constituye una buena herramienta para estudiar situaciones en las cuales las condiciones experimentales no son fáciles de reproducir. Una de estas condiciones es el caso de los péndulos acoplados, donde

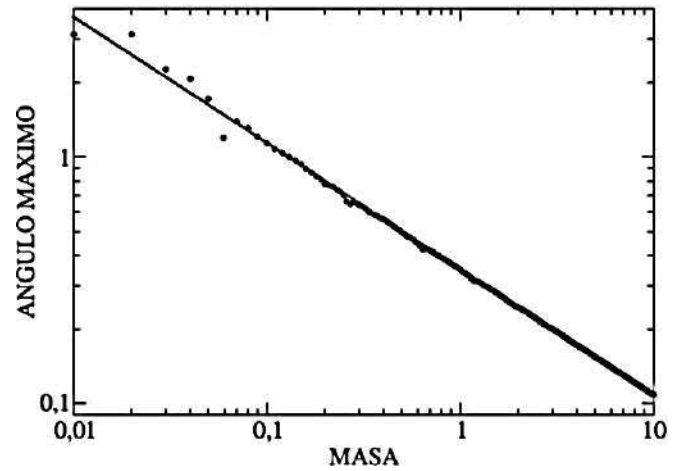


Figura 2. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función de su masa.

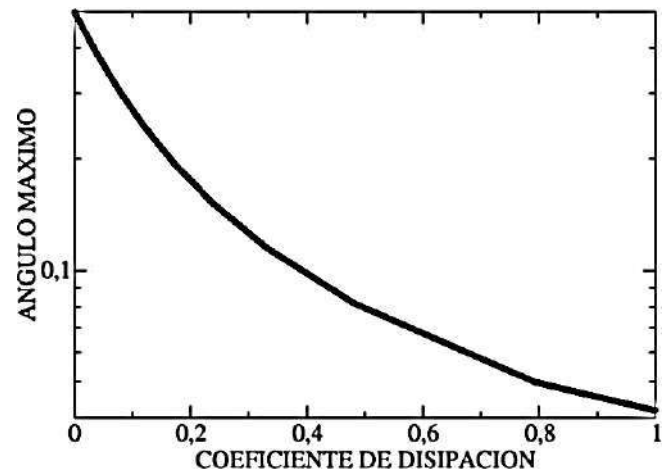


Figura 3. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función del coeficiente de disipación.

además de las variables ya mostradas existen otras relacionadas con el acoplamiento de los péndulos.

En este trabajo estudiamos el comportamiento de dos péndulos separados por una determinada distancia y acoplados mediante un material con ciertas propiedades de elasticidad, lo que permite la transmisión de movimiento de un péndulo a otro. En la primera parte explicamos el modelo y luego mostramos los resultados preliminares que se obtienen al variar las condiciones de los péndulos.

2. MODELO

Sobre la base del modelo de la ecuación (1) proponemos un acoplamiento dado por:

$$\frac{w}{m} \sin \theta \quad (4)$$

Al introducir este factor en la ecuación (2) obtenemos:

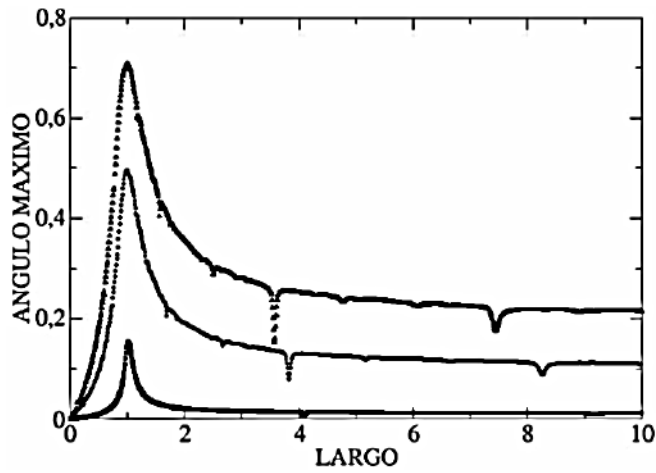


Figura 4. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función de su longitud. Superior: $m_2 = 10,0g$. Medio: $m_2 = 50,0g$. Inferior: $m_2 = 500,0g$.

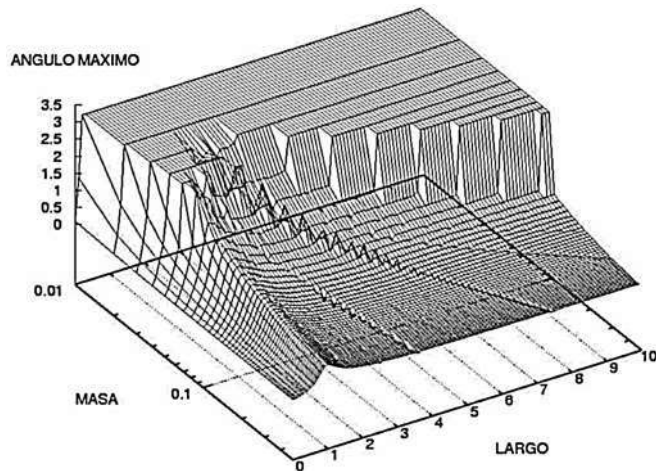


Figura 5. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función de su masa y longitud.

$$\theta_{t+1}^i = \theta_t^i + b^i \left(\theta_t^i - \theta_{t-1}^i - K^i \sin \theta_t^i \right) + \frac{w}{m^i} \sin \theta_t^j, \quad (5)$$

donde los superíndices i y j representan a los péndulos acoplados y w representa las condiciones de acoplamiento, la cual contiene a la distancia de separación entre los péndulos y a la rigidez del material usado para acoplar los mismos. Los péndulos en su oscilación, varían en forma periódica la fuerza que transmiten de uno hacia el otro mediante la barra, por lo que $\sin \theta$ es considerada como una función adecuada para representar este comportamiento.

Por otra parte, desde el punto de vista experimental, utilizando un sensor de movimiento, realizamos medidas del comportamiento de dos péndulos unidos mediante un hilo delgado y bastante fle-

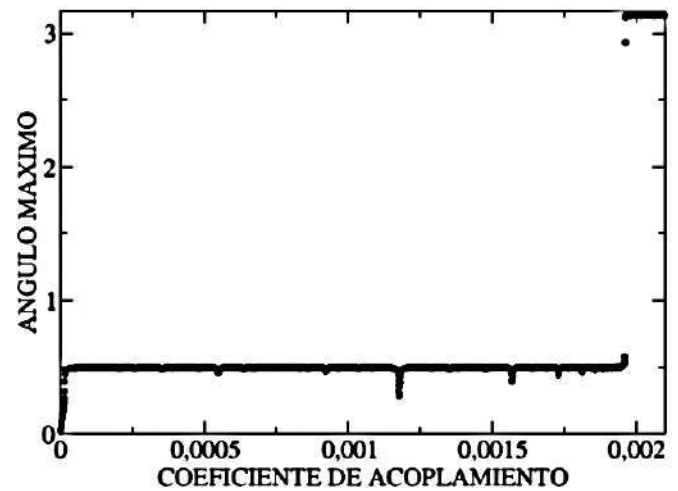


Figura 6. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función del factor de acoplamiento w .

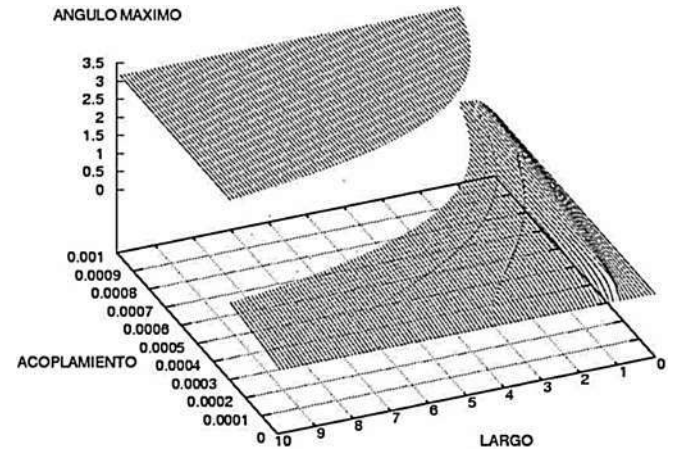


Figura 7. Comportamiento del ángulo máximo del péndulo 2 en función del factor de acoplamiento w y su longitud.

xible, con una distancia aproximada de $15,0cm$ entre los mismos. Las condiciones que usamos fueron las siguientes: $m_1 = m_2 = 150,0g$, $l_1 = l_2 = 44,0cm$, $g = 9,77m/s^2$ y $\Delta t = 0,05s$.

En un experimento previo, se determinó el valor $\lambda = 7,5 \times 10^{-4}$. Con estos valores, se obtiene la Figura 1, en la cual, en la parte superior se muestra la gráfica correspondiente al péndulo 1 que se suelta desde un ángulo distinto de cero, mientras que en la parte inferior la gráfica corresponde al péndulo 2 que parte del reposo. En ambos casos, los puntos corresponden a las medidas y las líneas a los resultados numéricos del modelo usando $w = 0,0002$. Este valor es obtenido mediante prueba y error, ya que aún no se tiene una relación funcional de w en función de la distancia de separación entre péndulos y la rigidez del hilo. Como se puede observar,

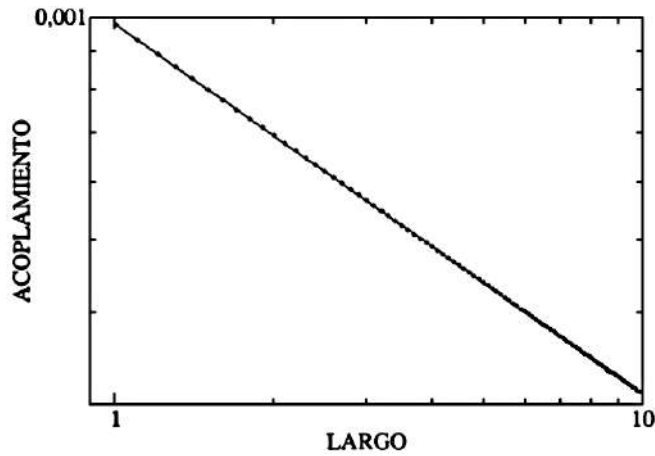


Figura 8. Comportamiento del factor de acoplamiento w en función de la longitud, para los cuales el péndulo 2 da una vuelta.

el modelo se ajusta muy bien a los resultados exceptuando los correspondientes a la parte inferior, donde se ve un error debido a la distancia hasta los sensores, el comportamiento se mantiene aun después de varios minutos.

3. RESULTADOS

Una vez que validamos nuestro modelo, estudiamos el comportamiento de los péndulos en función de sus diferentes parámetros, fijando para el péndulo 1: $m_1 = 50,0g$ y $l_1 = 1,00m$, se puede estudiar el comportamiento del ángulo máximo que alcanza el péndulo 2 en función de sus parámetros. En primer lugar, estudiamos el comportamiento en función de la masa, con lo que obtenemos el gráfico mostrado en la Figura 2. Representando en un gráfico logarítmico, se nota un comportamiento lineal cuya pendiente es cercana a $-0,5$.

Si variamos el coeficiente de disipación obtenemos el comportamiento observado en la Figura 3. Aunque el eje vertical se lo representa en escala logarítmica, se puede observar que el comportamiento no obedece a una forma funcional sencilla.

Estudiando el comportamiento en función de la longitud del péndulo 2, se obtiene la Figura 4. Se observa que la resonancia ocurre cuando las longitudes de los péndulos son iguales, este efecto es mas notorio cuando la masa del péndulo 2 es menor que la del péndulo 1.

En la Figura 5 podemos observar el comportamiento completo de este ángulo en función de la masa y de la longitud del péndulo 2, para valores muy pequeños de masa. Se puede observar que el péndulo 2 es impulsado a una vuelta completa

(ángulo igual a π).

Si variamos el factor de acoplamiento w , el comportamiento que obtenemos es el que se muestra en la Figura 6.

Se puede observar que para un determinado valor de w , se alcanza la resonancia en el sistema. Este valor máximo depende de la longitud del péndulo 2, como se ve en la Figura 7.

El valor de w para el cual el péndulo 2 da una vuelta en función de la longitud del péndulo es estudiado en la Figura 8. Nuevamente en escala logarítmica el valor de la pendiente es muy cercano a $-0,5$.

Finalmente, se hace un análisis de las condiciones de sincronización 1:1 (coincidencia en los valores de los períodos de ambos osciladores) en función de las condiciones iniciales y de las longitudes de los péndulos. Una primera constatación es la sensibilidad a condiciones iniciales, lo que en nuestro caso significa que dependiendo de la condición inicial que se elija para el péndulo 2, la longitud de éste péndulo será diferente para que se tenga una sincronización 1:1 con el péndulo 1, del cual sus parámetros están fijados. En la Figura 9(a) se ve cómo la longitud del péndulo 2, l_2 puede cambiar de acuerdo con la elección de su condición inicial θ_{20} ; cuando θ_{20} es exactamente opuesto a θ_{10} , se tiene que $l_2 = l_1$ para que exista sincronización 1:1 y en este caso, se tendrá una antisincronización (sincronización en antifase) con iguales amplitudes para ambos péndulos. Por otra parte, se tiene que si θ_{20} aumenta en módulo, la longitud l_2 tiende a hacerse cada vez menor; por el contrario cuando θ_{20} tiende a cero, l_2 tiende a valores cada vez mayores, encontrándose que para $\theta_{20} = 0$, la longitud $l_2 = 21,763m$, situación que equivaldría a trabajar con péndulos de longitudes similares a las de los péndulos de Foucault. Otro aspecto interesante mostrado en la Figura 9(a)-(c) es que representan situaciones de antisincronización, además que en (c), la serie temporal del péndulo 2 corresponde a un ciclo de orden 2, lo que en el espacio de fases daría lugar a una típica figura de Lissajous [23]; en tanto que para (d), la amplitud oscila de manera marcada lo que haría ver que el espacio de fases se "llena" a pesar de que se tiene sincronización. Para terminar, podemos señalar que en la Figura 9(e), se tiene una sincronización en fase, lo que se justifica por el hecho de que las condiciones iniciales θ_{10} y θ_{20} tienen el mismo signo. El análisis que se acaba de hacer puede ser extendido a los otros parámetros y a otros órdenes de sincronización. Por otro lado,

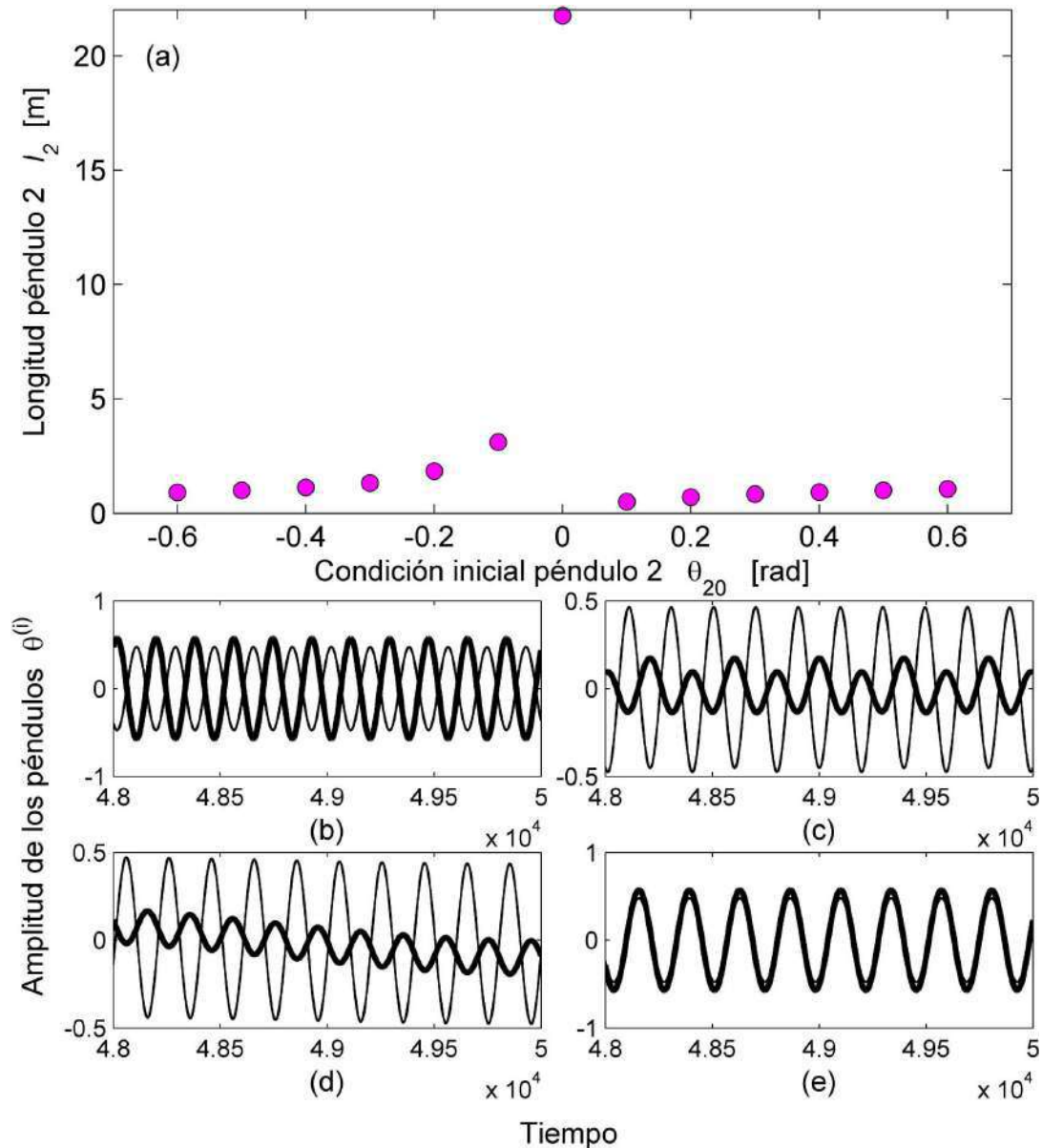


Figura 9. Condiciones de sincronización 1:1 para dos péndulos acoplados cuando los parámetros fijos son: $m_1 = m_2 = 50,0g$, $l_1 = 1,0m$, $\lambda = 10^{-5}$, $w = 10^{-5}$, $g = 9,77m/s^2$, $\Delta t = 10^{-2}$, $\theta_{10} = 0,5rad$. (a) Longitud del péndulo 2, l_2 en función de su condición inicial θ_{20} ; los puntos representan la situación en la que se da una sincronización 1:1. Series de tiempo en las que se observa claramente la sincronización 1:1; la línea delgada representa la serie temporal del péndulo 1 y la gruesa, la correspondiente al péndulo 2. (b) $\theta_{20} = -0,6rad$, $l_2 = 0,915m$. (c) $\theta_{20} = -0,1rad$, $l_2 = 3,111m$. (d) $\theta_{20} = 0rad$, $l_2 = 21,763m$. (e) $\theta_{20} = 0,6rad$, $l_2 = 1,069m$.

se pueden estudiar mediante este análisis situaciones de cuasi-periodicidad y caos, complementándose con los análisis de bifurcación y los exponentes de Lyapunov.

4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El modelo propuesto satisface muy bien cualitativa y cuantitativamente las características de este sistema acoplado, permitiendo que estudiemos todas sus características, las cuales no podrían ser representadas en un sistema experimental.

El modelo presenta algunas características singulares en función de algunos de sus parámetros, las cuales pueden ser estudiadas con mayor detalle en un futuro, usando este modelo.

Se muestra que la sincronización depende fuertemente de las condiciones iniciales, situación que determina los otros parámetros del péndulo; en este artículo se analizó la dependencia con la longitud pero se podrían tomar también la dependencia con la masa, la intensidad de acoplamiento y el factor de amortiguamiento.

Podemos extender este modelo a varios péndulos y además se pueden estudiar las condiciones generales de sincronización, así como se puede realizar un análisis completo de bifurcaciones y caos que permita comprender este tipo de sistemas en toda su amplitud.

REFERENCIAS

- [1] L. Glass & M. C. Mackey, *From Clocks to Chaos. The Rhythms of Life*. Princeton: Princeton University Press, 1988.
- [2] A. Goldbeter, *Biochemical oscillations and cellular rhythms. The molecular bases of periodic and chaotic behaviour*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [3] I. R. Epstein & J. A. Pojman, *An introduction to nonlinear chemical dynamics*. Oxford: Oxford University Press, Inc., 1998.
- [4] P. Gray & S. K. Scott, *Chemical oscillations and instabilities. Nonlinear chemical kinetics*, vol. 21. Oxford: Oxford University Press, 1994.
- [5] A. Pikovsky, M. Rosenblum, & J. Kurths, *Synchronization : a universal concept in nonlinear sciences*, vol. 12. New York: Cambridge University Press, 2001.
- [6] G. M. Ramirez Avila, J. L. Guisset, & J. L. Deneubourg, "Synchronization in light-controlled oscillators", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 182, pp. 254-273, 2003.
- [7] H. Goldstein, C. Poole, & J. Safko, *Classical mechanics*. New York: Addison Wesley, 2000.
- [8] L. Landau & E. Lifchitz, *Mécanique*. Moscou: Mir, 1966.
- [9] W. Greiner, *Classical mechanics. Point particles and relativity*. New York: Springer-Verlag, 2004.
- [10] J. V. José & E. J. Saletan, *Classical dynamics. A contemporary approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [11] G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*. New York: Academic Press, Inc., 1985.
- [12] C. M. Bender & S. A. Orszag, *Advanced mathematical methods for scientists and engineers*. New York: McGraw-Hill, Inc., 1978.
- [13] F. F. Cap, *Mathematical methods in physics and engineering with Mathematica*. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- [14] J. Billingham & A. C. King, *Wave motion*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [15] H. J. Pain, *The physics of vibrations and waves*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- [16] A. H. Nayfeh & D. T. Mook, *Nonlinear oscillations*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.
- [17] E. Infeld & G. Rowlands, *Nonlinear waves, solitons and chaos*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [18] R. H. Enns & G. C. McGuire, *Nonlinear physics with Mathematica for scientists and engineers*. New York: Birkhäuser Boston, 2001.
- [19] D. Kaplan & L. Glass, *Understanding Nonlinear Dynamics*. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [20] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos. With applications to physics, biology, chemistry and engineering*. New York: Perseus Books, 1994.
- [21] J. C. Sprott, *Chaos and time-series analysis*: Oxford University Press, 2003.
- [22] J. Timotheo da Costa Pardal, K. Pinheiro Mota, & P. Murilo Castro de Oliveira, "Péndulo impulsado", *Revista Boliviana de Física*, vol. 9, pp. 39-47, 2003.
- [23] S. T. Thornton & J. B. Marion, *Classical dynamics of particles and systems*. Belmont: Brooks/Cole Thomson Learning, 2004.

**XIX REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA
DEL 24 AL 27 DE OCTUBRE DE 2007
COPACABANA–BOLIVIA**

Sociedad Boliviana de Física

La Paz–Bolivia

RESUMEN

Se presenta la relación de ponencias de la XIX Reunión Nacional de Física realizada en Copacabana entre el 24 y el 27 de Octubre de 2007. También se presentan los títulos de las exposiciones correspondientes al Curso de Sistemas Complejos realizado junto a esta reunión.

Título:

Planetario de bajo presupuesto

Autor:

Rubber Muñoz

Resumen:

Actualmente, varios grupos a nivel mundial trabajan en el problema de instalar planetarios al alcance de los restringidos presupuestos de organizaciones pequeñas como clubes y escuelas. Tomamos esas ideas y las publicitamos en nuestro medio para fomentar actividades similares y para mejorar el sistema de proyección del planetario Max Schreier, cuyo presupuesto es también muy restringido.

Título:

Percepción de la radiación ultravioleta en Bolivia

Autor:

Mónica Pozadas

Resumen:

En el marco de la campaña de radiación ultravioleta (RUV) del Laboratorio de Física de la Atmósfera de la UMSA, se ha realizado una encuesta a jóvenes estudiantes de tercero de secundaria para poner de manifiesto sus conocimientos y actitudes sobre la RUV en Bolivia, con el fin de ajustar y mejorar los mensajes de dicha campaña.

Título:

Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales elípticas

Autor:

Franz Sucho

Resumen:

En este trabajo se presenta la solución numérica de las ecuaciones de Poisson y Laplace que aparecen en varios campos de la física, como ser: electromagnetismo, transferencia de calor, etc.. Para obtener tal solución se realiza una discretización de la región (un plano rectangular) de solución de dichas ecuaciones, desarrollando las derivadas en serie de Taylor, de donde se obtiene un sistema de ecuaciones lineales tridimensionales. Para la solución del sistema de ecuaciones de utilizó el método de Crank-Nicholson. Finalmente, las soluciones numéricas se comparan con problemas que tienen solución analítica.

Título:

Comportamiento síncrono de osciladores de relajación pulsátiles globalmente acoplados

Autor:

Marcelo Ramírez Ávila

Resumen:

Se presentan los valores de la probabilidad de sincronización total para conjuntos de osciladores de relajación acoplados globalmente. Las

configuraciones utilizadas consideran acoplamiento global bajo una aproximación de campo medio y de dependencia con la distancia. La comparación de los resultados muestran que los osciladores de integración y disparo sincronizan con probabilidad cercana a la unidad cuando el acoplamiento es de tipo campo medio; esta probabilidad tiende a cero cuando se considera la dependencia del acoplamiento con la distancia. Finalmente, se calcularon los transientes para todos los casos, resultados que corroboran las anteriores observaciones.

Título:

Registros sísmicos vinculados al impacto del meteorito del 15/09/07—una interpretación

Autor:

Edgar Ricaldi Yarvi

Resumen:

Se presentan los registros sísmicos de la estación LP, OSC (latitud = -16.28° y longitud = -68.13°) vinculados al impacto del meteorito del 15/09/07. Una onda de impacto con velocidad de 0.36 km/s y frecuencia de 2 Hz se movió a través de las capas superficiales de la Tierra (segundo arribo). Una onda de choque con velocidad de 0.34 km/s y frecuencia de 1.25 Hz se movió a través del aire (primer arribo). El ángulo de incidencia respecto al suelo fue de 67° , la dirección de su trayectoria fue de norte a sur hacia abajo y el sentido de arribo de la onda fue de sur a norte. Su magnitud de impacto fue 3.9 y la energía liberada de 10^{11} J, equivalente aproximadamente a unas 20 toneladas de TNT.

Título:

¿Qué es el tiempo?

Autor:

Diego Sanjinés

Resumen:

Se describe lo que se entiende por “tiempo” desde los puntos de vista de algunas áreas representativas de la física donde este concepto

es fundamental: mecánica clásica (newtoniana), termodinámica – mecánica estadística, relatividad especial, relatividad general, mecánica cuántica. Ciertamente no existe un concepto único como tal que permita unificar la idea de “tiempo” en todas las áreas de la física, aunque –de alguna manera– tampoco hay mayores conflictos en el tratamiento operacional del “tiempo” que se necesita en la física (como alguna vez Einstein bien dijo: “El ‘tiempo’ es aquello que miden los relojes”). Aunque en esta charla, amén del título, tampoco se responde con una definición única y universal de “tiempo”, se sugiere fuertemente que ésta, cualquiera que fuera, debería satisfacer los axiomas de los números reales, al menos los cuatro axiomas de orden.

Título:

Comportamiento acústico de las alturas de sonido en los sikus del área andina de Bolivia. Método y resultados

Autor:

Arnaud Gérard Ardenois

Resumen:

A pesar de la enorme dispersión en las medidas, se presenta un método estadístico que permite adelantar un par de modelos que resaltan algunas tendencias en las escalas musicales de los sikus (zampoñas) del área andina de Bolivia.

Título:

Irradiancia solar y temperatura superficial en una atmósfera estática

Autor:

René Torrez Santalla

Resumen:

Se trata de explicar el típico corrimiento que se observa en los registros de radiación solar y temperatura, los cuales se manifiestan alrededor del mediodía, el primero, y entre tres y cinco horas más tarde el segundo. Este hecho también presenta una correspondencia con los máximos de velocidad de viento diarios.

Título:

Modelo didáctico virtual para la enseñanza de la física en el nivel secundario

Autor:

Evaristo Mamani Carlo

Resumen:

En la presente investigación se pretende hacer una reflexión desde la perspectiva de la práctica docente en el nivel secundario en lo que respecta a la enseñanza de la física. Se propone un modelo teórico para un aprendizaje más significativo de la física con los vínculos *didáctica-tic's-aprendizaje significativo*; identificando las relaciones más esenciales del PEA de la física que son: *fenómeno-interpretación-generalización*; y considerando el enfoque *constructivista-humanista-científico tecnológico*, además de la sustentación filosófica de la teoría materialista del conocimiento.

Título:

Modelo de interacción entre partículas eléctricamente cargadas

Autor:

Flavio Ghezzi

Resumen:

En este trabajo se presenta un modelo computacional sobre datos experimentales en un sistema de partículas milimétricas cargadas en 2D, con el fin de establecer la interacción entre dichas partículas cuando se incorpora la temperatura como una variable de control.

Título:

Proyecto LAGO de rayos cósmicos

Autor:

Alfonso Velarde Ch.

Resumen:

Se presentan los resultados de la calibración del Detector Cherenkov de Agua (WCD por sus siglas en inglés) prototipo de 1,4 m de diámetro y 1,4 m de altura de agua instalado

en Chacaltaya. Se compara el espectro de las señales en Cota Cota (3,300 *msnm*) y Chacaltaya (5,230 *msnm*). Se calibra en energía el detector mediante la determinación del VEM del detector. Se calcula el nivel de discriminación necesario para poder observar, eventualmente, la señal de las partículas remanentes producidas por fotones de un GRB (*Gamma Ray Burst*) con energía superior a 1 *GeV*.

Título:

Nanociencia y el Premio Nobel de Física 2007

Autor:

Wilfredo Tavera Ll.

Resumen:

Se presenta una relación cronológica de los avances de la nanociencia y de sus aplicaciones, destacando aspectos físicos relevantes que están involucrados. Se realiza, en particular, una revisión del efecto de magnetoresistencia gigante (GMR), así como las potencialidades y connotaciones científicas que dieron lugar al Premio Nobel de Física en el año 2007.

Título:

Sistema óptico de proyección multimedia usando un espejo esférico

Autores:

Mirko Raljevic, Rubber Muñoz

Resumen:

Aquí se exponen los aspectos técnicos y descriptivos del sistema óptico que ha sido mejorado e implementado en el Planetario Max Schreier de la Carrera de Física (UMSA). El sistema consta de un espejo esférico convexo, un proyector multimedia, lentes y espejos auxiliares. Modificaciones al sistema básico permiten obtener configuraciones más flexibles y compactas para domos pequeños. Con estos elementos se consigue proyectar en la mayor parte del domo imágenes digitales de software libre, adecuadas para este sistema. El sistema es bastante económico para proyectos educativos.

Curso de Sistemas Complejos:

- 1 *Métodos lineales. Características generales de las series complejas* (Gallas J.)
 - 2 *Detección de sincronización a partir de series temporales* (Ramírez M.)
 - 3 *Métodos no-lineales. Generalidades y aplicación práctica* (Gallas J.)
 - 4 *Caracterización de caos en series temporales mediante la dimensión de correlación* (Ticona A.)
 - 5 *Análisis de sedimentos de un paleo-lago sujeto a vulcanismo: Un encuentro entre la Física y la Ecología* (Martínez-Mekler G.)
-

EL USO DEL XML COMO TRADUCTOR ENTRE EL ASCII Y EL Excel

N. Martinic[†], F. Osco[‡]

[†]Instituto de Investigaciones Físicas, UMSA, La Paz

[‡]Visión Asociados, SRL, La Paz

RESUMEN

Este trabajo tiene por objeto el escribir un código apropiado para traducir archivos en *ascii* –típicos en banco de datos con un número muy grande de archivos, hacia el *Excel*, que es una hoja electrónica que sirve para escribir y representar columnas de datos con gran flexibilidad para hacer cálculos sencillos y gráficos por parte de usuarios de un gran espectro, desde estudiantes de colegio hasta investigadores. Como quiera que desde el punto de vista didáctico no es conveniente hablar en abstracto, se hace la explicación de la traducción de columnas en *ascii* de variables meteorológicas registradas a partir de datos crudos de cientos de estaciones en Bolivia, hacia hojas electrónicas en *Excel* mediante el uso del lenguaje C y del dialecto XML.

Descriptores: bases de datos — métodos computacionales — meteorología

ABSTRACT

The purpose of this work is to write a code that translates files in *ascii* –typical in data banks with a large number of files– to *Excel*, a versatile electronic spreadsheet for recording and representing columns of data used to carry out simple calculations, and present graphics by many users, from high school students to professional researchers. To provide a didactic explanation of our work, a concrete example is used to explain (demonstrate) the code translator; data is taken from hundreds of meteorological stations in Bolivia and converted to *Excel* using C language and dialect XML.

Key words: data bases — computer methods — meteorology

1. INTRODUCCIÓN

El banco de datos de temperaturas y precipitación pluvial de Bolivia generado por N. Martinic et. al [1] consta de más de tres mil archivos, todos en *ascii*. Se trata de archivos bajo tres subtítulos a saber, *datos diarios*, *datos mensuales* y *datos anuales*. Donde aparecen archivos ya sea crudos, en hojas electrónicas en *ascii* tal como fueran tomados por los técnicos meteorológicos, o bien los archivos en *ascii* deducidos de aquellos mediante programas en C que también se encuentran a disposición de los usuarios en directorios apropiados.

Los datos diarios, tanto de temperatura como de precipitación pluvial, exhiben valores de la tem-

peratura media, así como de las autocorrelaciones para cada estación meteorológica, los espectros de potencia y gráficos en diferentes formatos, siendo el más popular los documentos en PDF. En dichos gráficos se encuentran además de los archivos indicados ajustes armónicos y ubicación de las estaciones en un mapa de Bolivia.

En la sección 2 se ilustra una discusión somera de los datos diarios de estaciones del Altiplano boliviano con el objeto de familiarizar al lector con la textura de datos que se desean traducir en *Excel*. En la sección 3 se hace una introducción del dialecto *xml* que sirve para traducir automáticamente archivos *ascii* –con formato de columnas, hacia las hojas

TABLA 1

Fragmento del formato para datos de temperatura para la estación de Ayo Ayo. La primera fila posee cuatro valores enteros, los dos primeros son en grados y minutos *geográficos*, la latitud *sur* de la ubicación de la estación, mientras que los dos segundos corresponden a las mismas coordenadas, longitud *oeste* de dicha estación. El quinto valor es la altura, en *m* de Ayo Ayo. Las siguientes filas son, respectivamente, el año, el mes, y las 31 temperaturas en grados centígrados del mes correspondiente. Está claro que cuando dicho mes no posee los 31 días, entonces se llena de valores 999.0. Lo propio ocurre cuando, por razones de fuerza mayor, no se registra un día determinado, se llena con el valor indicado.

17	5	68	0	3856			
73	1	1.0	1.0	3.2	2.5	2.2	...
73	2	3.7	3.9	4.9	3.6	4.0	...
73	3	1.3

electrónicas que son reconocidas por el entorno del *Excel*. En la sección 4 se indica, mediante un algoritmo positivista los pasos necesarios para –gracias a un programa en C, hacer posible la traducción de una manera inmediata.

Finalmente, en la sección 5 se hace una discusión apropiada en el contexto de plataformas híbridas con el objeto de hacer posible la lectura de miles de datos en formato de columnas a un público relativamente joven que desea “leer” los archivos *ascii* de columnas de datos mediante paquetes con un gran contenido didáctico, como es el *Excel*.

2. DATOS DIARIOS DE TEMPERATURA Y PRECIPITACIÓN PLUVIAL

Se encuentran en los directorios¹ *banco/daily/data/* donde, en archivos *ascii* legibles ya sea con cualquier editor convencional (*wordpad* para la plataforma *Microsoft* por ejemplo) se exhibe las hojas de datos tales como son registradas por los técnicos en el campo. El formato de estos datos crudos se exhibe en la tabla 1, que es un ejemplo para la estación de Ayo Ayo para datos de temperatura.

Las estaciones que se hallan registradas en este banco de datos, se exhiben en el mapa de Bolivia en la figura 1. A la izquierda los datos de temperatura,

mientras que a la derecha, los datos de precipitación pluvial. Las unidades son $^{\circ}C$ y *mm d*, respectivamente.

2.1. Las series temporales deducidas

En los directorios */banco/daily/prog/* se puede encontrar todo el *software* para reproducir los archivos de este banco de datos diarios. Por un lado, los programas en lenguaje C son relativamente fáciles de comprender con un conocimiento superficial de dicho lenguaje. Para aquellos que tienen un conocimiento más profundo de la plataforma UNIX se suministran *shells* que ejecutan no sólo estos programas sino que hacen uso de los datos crudos y obtienen en forma inmediata todos los archivos obtenidos en los directorios *banco/daily/outdata/*, *banco/daily/figura/* y *banco/daily/xml/*. Se habla en plural debido a que lo que se explica aquí sirve no sólo para los datos de muestreo diario, sino que también para otros muestreos del presente banco de datos, a saber *banco/monthly/...* y *banco/yearly/...* que no se discute en esta introducción didáctica. El esquema mostrado en la figura 2 ilustra en un diagrama de bloques el *modus operandi* de estas operaciones del software.

Aquí vale la pena una digresión con respecto a la identificación o etiqueta de cada archivo. Ya que se trata de un banco de datos con miles de archivos, es oportuno el definir la lógica de las etiquetas de cada archivo. Por un lado, el nombre de la estación se encuentra a través de un acróstico que no es difícil de conjeturar correctamente, sobre todo para alguien que tiene experiencia de vida en Bolivia². Por otro lado, al final del acróstico aparece un número ya sea $1 = temperatura\ media$, o bien $2 = precipitación\ pluvial$. Las unidades en un caso son grados centígrados por lo que es imposible que hubiesen valores por encima de $50^{\circ}C$ mientras que para el otro caso es en *mm d*. Esta manera de etiquetar para los valores diarios puede no ser del agrado de la mayoría, pero, una vez tomada la decisión de así hacerlo, se ha deseado conservar el código. Las salidas, tanto en archivo como en gráfico, se explican detalladamente en las subsecciones 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5.

¹Existe un CD que acompaña al documento [1], donde en la raíz se encuentra el directorio *banco/*

²En una segunda edición de este documento se tratará de presentar tablas de traducción del acróstico con los nombres oficiales de cada estación.

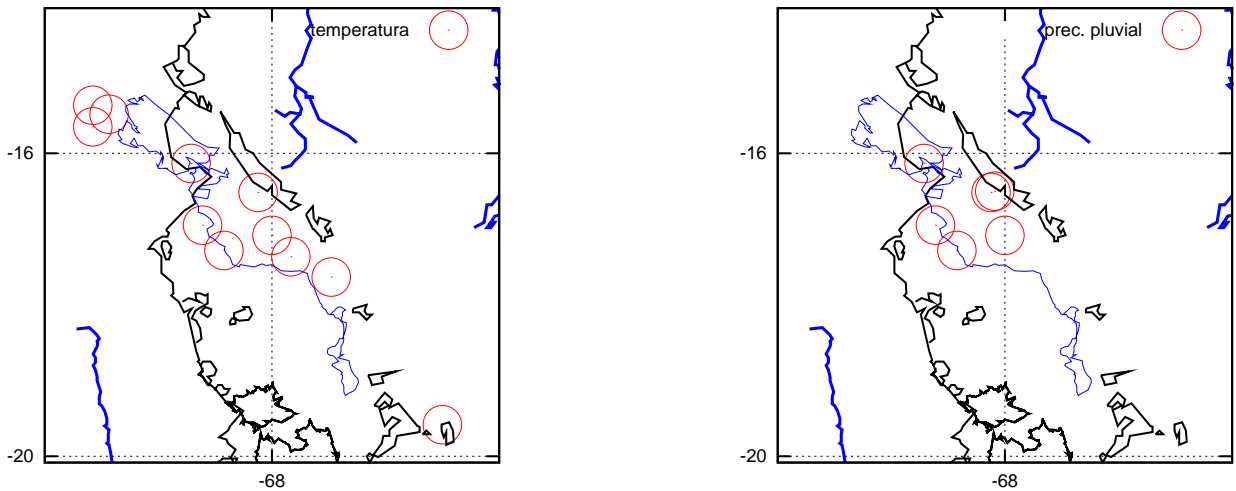


Figura 1. A la izquierda las estaciones en el Altiplano norte que registran las temperaturas medias diarias, mientras que a la derecha las de las precipitaciones pluviales. Además de la costa del Pacífico se puede reconocer el contorno de los grandes lagos del Altiplano. Las otras curvas son los cortes de las cordilleras a una altura de más de 4 km sobre el nivel del mar.

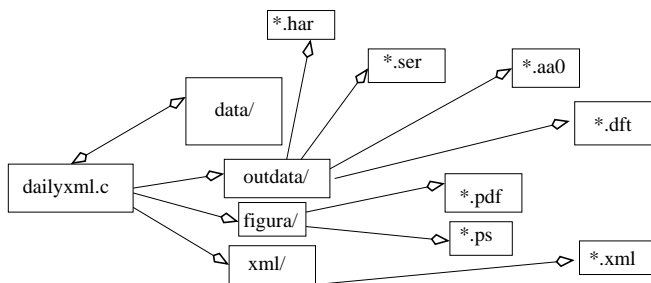


Figura 2. Un análisis de bloques que explica el flujo de la información de acuerdo a las flechas. Los datos crudos se encuentran en el directorio *banco/daily/data/* que el programa lee y produce con esa información las series temporales que se identifican de acuerdo a su extensión. Todos los gráficos se encuentran en el directorio *banco/daily/figura/* mientras que los resultados en Excel se encuentra en el directorio *banco/daily/xml/*.

2.2. La serie temporal (*.ser)

Se trata de datos en tres columnas, la primera es la secuencia en días entre 1 y 365/366 dependiendo del tipo de año, ya sea normal o bien bisiesto. La segunda columna se encuentra en fracciones del año correspondiente, mientras que la última son los valores de la temperatura media de la estación en cuestión. En la figura 3 se ilustra un ejemplo para la estación de Potosí.

2.3. Promedios anuales (*.aa0)

Se obtienen superponiendo los datos diarios durante todo el periodo de registros para una estación y dividiendo sobre el número de temperaturas re-

gistradas. Estos archivos poseen tres columnas, la primera corresponde a los días promedios del año, la segunda a los valores promedios menos el promedio de todos los años. En la figura 4 se exhiben los valores promedios obtenidos mediante el archivo de Potosí.

2.4. Superposiciones anuales (*.har)

Para poder superponer –sin efectuar promedios totales a lo largo de un año promedio, todos los datos ya sea de la temperatura o bien de la precipitación pluvial, sobre un promedio nulo o bien sobre un promedio real (que no es aconsejable en virtud que los promedios anuales año tras año no son los mismos, evidentemente, obteniéndose colecciones de curvas anuales más o menos dispersas) se pueden utilizar los archivos con extensión *har*. Estos archivos poseen cuatro columnas, en la primera se escribe el año a lo largo de los días de cada año, que están escritos en la segunda columna. La tercera y cuarta corresponden a los valores reales o bien a los valores superpuestos sobre un cero equivalente al promedio común a todos los años. Este tipo de gráfico se ilustra en las salidas de los directorios *banco/daily/grafica/* donde ilustran sólo las variaciones armónicas. Asimismo, en estos mismos gráficos, que se repiten en la figura 5 para la localidad de Potosí, se ha acomodado un ajuste armónico con cuatro armónicos además de la salida de la ilustración 4 de más arriba. Obsérvese que los datos reales tomados sobre un promedio anual poseen

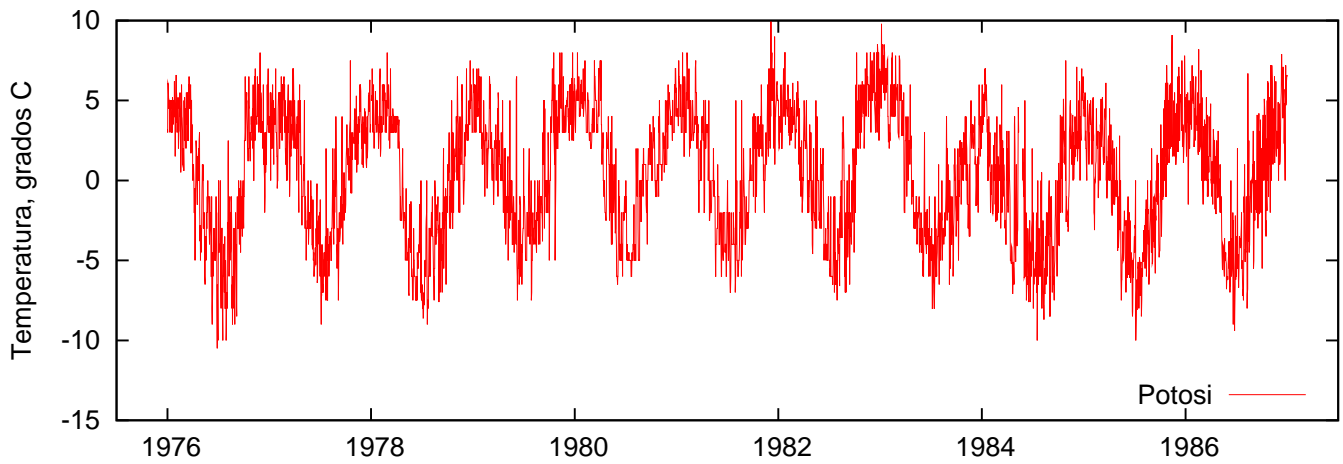


Figura 3. La serie temporal *potosi1.ser* que exhibe la temperatura media diaria de Potosí.

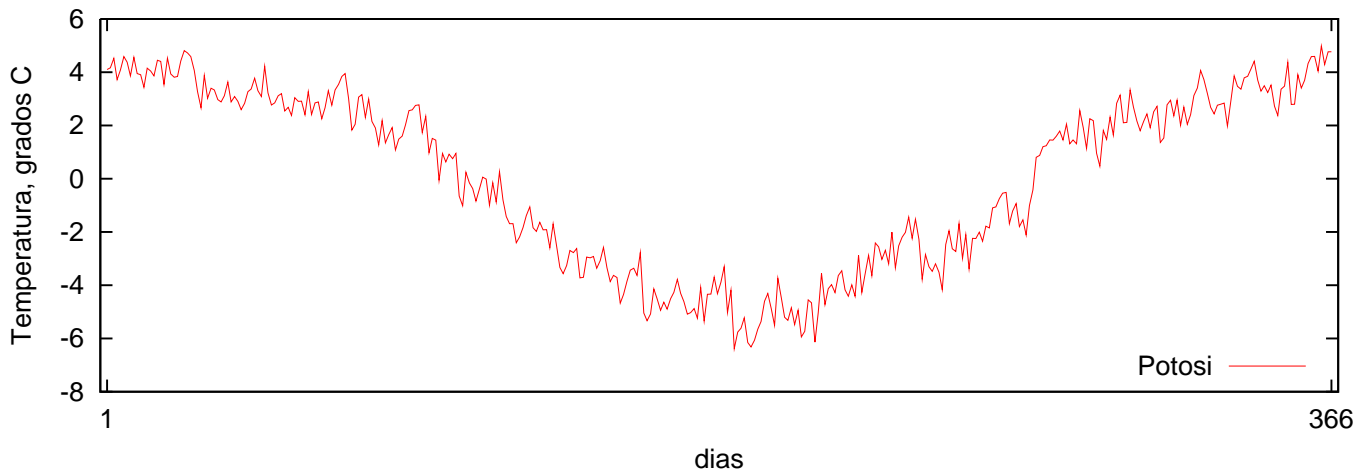


Figura 4. Promedios de la temperatura media diaria de la ciudad de Potosí durante más de 30 años de registros. Estas series temporales poseen una extensión *aa0*.

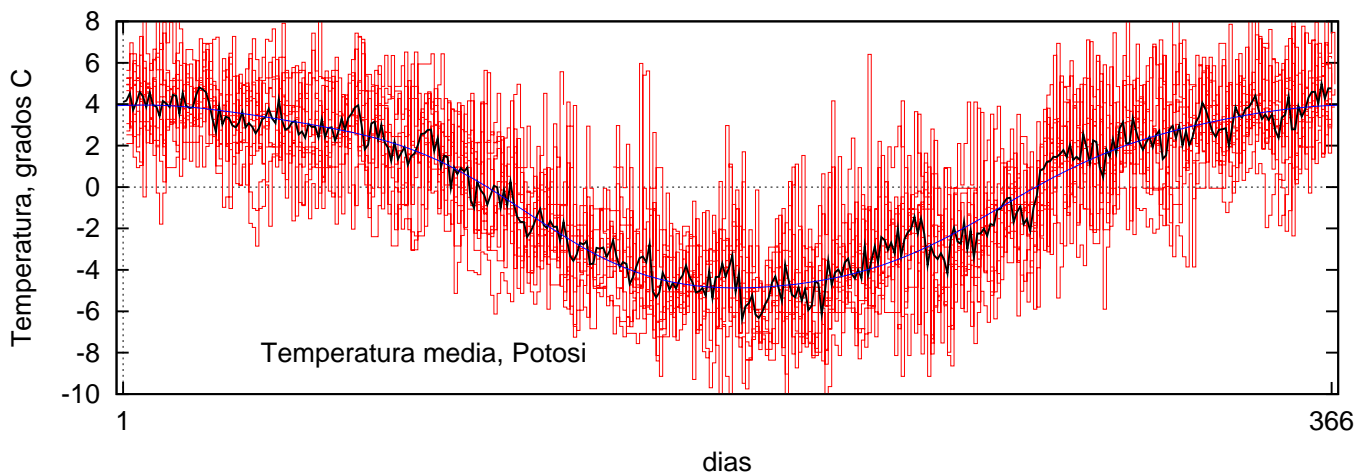


Figura 5. La superposición del archivo **.aa0*, en línea negra, más la superposición de las temperaturas medias de los días superpuestos a un promedio común anual (tomado como $0^{\circ} C$ en la ilustración) en línea con grandes fluctuaciones. Finalmente, en línea continua el ajuste armónico con cuatro armónicos.

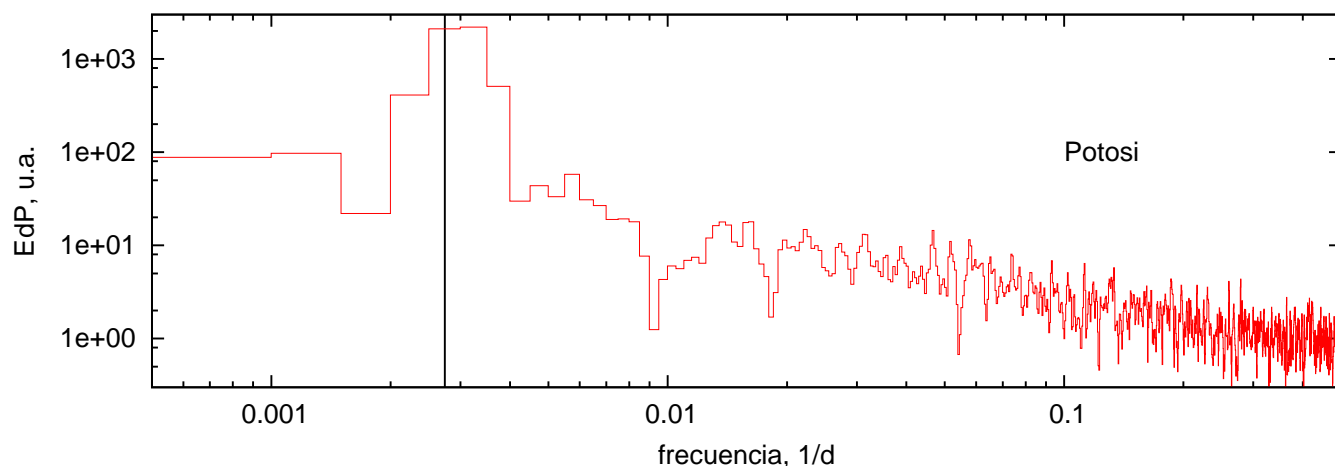


Figura 6. El espectro de frecuencias obtenido a partir de los archivos con extensión *dft*. En las dos primeras columnas aparecen la frecuencia, en las dimensiones indicadas en esta ilustración, y en ordenadas el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la serie temporal de la localidad de Potosí. La línea vertical indica la frecuencia anual. Las unidades en las ordenadas son arbitrarias, al ser la escala logarítmica. Obsérvese que la máxima frecuencia coincide con la frecuencia de Nyquist, esto es 0,5 en las unidades indicadas.

mayores fluctuaciones que un promedio total de todos los datos a lo largo de un año común. Este tipo de gráfico tiene por objeto familiarizar las variaciones periódicas de los datos de temperatura y precipitación pluvial.

2.5. La potencia espectral (*.dft)

Finalmente, se presentan archivos con extensión *dft* (por *digital Fourier Transform*) que suministran series temporales de las potencias espectrales de los datos tanto de la temperatura como de la precipitación pluvial. Se trata de cuatro columnas, la primera es la frecuencia de las oscilaciones en unidades del inverso del muestreo; en el caso de la localidad de Potosí, que se ilustra en la figura 6, se trata de dimensiones físicas de $\frac{1}{d} \equiv \frac{1}{24hr}$. La segunda columna es el espectro de frecuencias y las últimas dos columnas son respectivamente, los días y la autocorrelación.

Si bien este no es el foro apropiado para hablar de las características físicas de la serie temporal tanto del espectro de potencias como de la autocorrelación, se dice sólo que los picos conspicuos que aparecen en los espectros dan las oscilaciones estacionarias de los datos originales y, por otro lado, la autocorrelación es no sólo un paso intermedio para obtener el espectro de potencias, sino que por mérito propio posee información estadística de la serie original.

3. EL DIALECTO *xml*

El objetivo –a nuestro juicio un tanto ingénuo, de traducir los archivos *ascii* en formato *Excel*, ha sido construido debido a que existe una presión popular, o existen clientes, capaces de “ver” tablas de datos mediante el *Excel* de la plataforma *Microsoft*. Está claro que series temporales largas son bastante pesadas en esta plataforma, y si se desea efectuar operaciones modernas tales como el espectro cruzado de potencias, o bien *wavelets*, por decir algo, las herramientas de este paquete son insuficientes. Uno debe terminar utilizando paquetes un poco más científicos tales como *Mathematica*, *Matlab* u otro similar. Empero, este ejercicio de llevar archivos *ascii* hacia archivos *Excel* no deja de ser interesante desde el punto de vista de una informática elemental.

El dialecto que manipula archivos sin necesidad de tener un conocimiento técnico de los programas a los que enlaza se denomina *xml*. La forma de los códigos es similar al *html* que se conoce fundamentalmente para la edición de las páginas *web*. En realidad, el explicar la sintaxis de cada proposición de este dialecto no tiene sentido en este tipo de publicación. Sólo se debe añadir que es necesario dar el *modus operandi* de estas traducciones de un modo positivista, ver, ecléctico, sin necesidad de suministrar el por qué de la operación. Sin embargo, en la subsección 3.1 se da un listado de cómo se escribe una fila de datos.

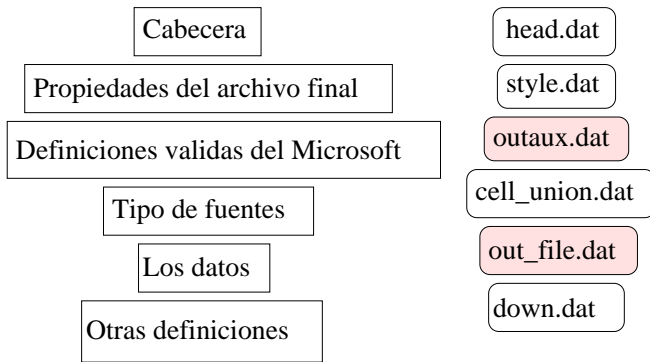


Figura 7. A la izquierda los bloques para la comprensión secuencial del lector y a la derecha la traducción de archivos que se deben construir para tal efecto. Dos de estos archivos (los bloques que tienen un fondo más oscuro) se obtienen a partir de la ejecución de un programa convencional (en C, Fortran, Java,...), en nuestro caso mediante el programa *lastP.c* que lee los datos *ascii* de los archivos de entrada.

3.1. Un ejemplo de párrafo en el xml

Con el objeto de dar una impresión superficial de cómo se debe escribir una fila de datos se da a continuación la primera fila de datos (de tres columnas) de la estación de Copacabana

```
</Row> <Row ss:AutoFitHeight="0">
<Cell ss:StyleID="s23"><Data ss:Type="Number">1.000000</Data></Cell>
<Cell ss:StyleID="s23"><Data ss:Type="Number">1973.000000</Data></Cell>
<Cell ss:StyleID="s23"><Data ss:Type="Number">6.000000</Data></Cell>
</Row>
```

Se puede reconocer que se trata del día 1 del año 1973 cuando la temperatura media diaria alcanzaba a $6^{\circ}C$.

3.2. El diagrama de bloques para el archivo legible en el Excel

Siguiendo con la manera de escribir proposiciones o grupos de proposiciones en el *xml* se ilustra en el gráfico 7 los bloques que se deben construir para poder ejecutar el traspaso de los archivos *ascii* a los *xml*. Algunos archivos, debido a que se deben escribir más de una línea en código *xml* por cada línea en código *ascii*, deben efectuarse mediante un lenguaje superior, digamos el C. Por otro lado, para que no se repita el programa en cuestión sistemáticamente para cada grupo de columnas de los archivos que salen como salida de los programas, se debe suministrar como *argumentos* todos los parámetros necesarios como el número de columnas por archivo, luego los títulos de cada columna así como sus unidades y finalmente el título general de las columnas.

Entonces los ejecutables *a.out* deberán escribirse como

```
./a.out copac1 ser 3 copac1 temp_media
dia año grad C
```

que quiere decir que se lee el archivo *copac1.ser* que tiene 3 columnas cuyas etiquetas son respectivamente *dia*, *año* y *grados C*. Por otro lado el título del archivo se denomina *copac1* y el subtítulo *temp_media*, esto es *temperatura media*. En forma análoga el ejecutable efectúa una salida para las precipitaciones pluviales, se debe escribir

```
./a.out copac2 ser 3 copac2
prec-pluvial dia año mm/dia
```

y así sucesivamente.

4. EL MECANISMO AUTOMÁTICO DE TRADUCCIÓN

Ahora, sin necesidad de explicar más la textura del banco de datos de la UMSA, se pretende explicar dado un archivo en *ascii* de la estación de Ayo Ayo (esto implica datos de precipitación pluvial como se ha explicado más arriba) cómo encontrar el archivo *Excel* que se exhibe en la figura 8.

Para este efecto, además de la existencia del archivo *ayoay2.har* (como es sabido por el usuario, éste posee cuatro columnas que se hallan explicadas en la leyenda de la figura 8) cuyo formato *Excel* se desea generar, se utiliza el programa *lastP.c*, que se halla listado en la subsección 4.1, y el cual, una vez compilado, se ejecuta mediante el guión que se ilustra en la subsección 4.2, para finalmente obtener el archivo *Excel* buscado y que se puede “levantar” con el *Excel* del *Microsoft*.

4.1. El programa que suministra outaux.dat y out_file.dat

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include <string.h>
char *tun[]={",","",""};
//titulos vacios, se pueden llenar
int main(int argc, char *argv[])
{
    int i=0,j;
    int column,row,aux_1;
    float dat;
    char buffer[30],tit1[20],tit2[20];
    char *xts[]={ "dia",argv[7],argv[6],argv[8]};
    //argv[6]="mm/dia"
    FILE *fp_in,*fp_out;
    column=atoi(argv[3]);
    sprintf(buffer,"%s.%s",argv[1],argv[2]);
    aux_1=0;
```

```

sprintf(tit1,argv[4]);
sprintf(tit2,argv[5]);
fp_in=fopen(buffer,"r");
fp_out=fopen("outfile.dat","w");
//salida out_file
while(feof(fp_in)==0){
    fprintf(fp_out,
        " <Row ss:AutoFitHeight=\"0\">\n");
    for(j=0;j<column;j++){
        fscanf(fp_in,"%f",&dat);
        fprintf(fp_out,
            " <Cell ss:StyleID=\"s23\">
            <Data ss:Type=\"Number\">%f</Data>
            </Cell>\n",dat);
    }
    fprintf(fp_out," </Row>\n");
    aux_1 += 1;
}
fprintf(fp_out," </Table>\n");
fclose(fp_in);
fclose(fp_out);
fp_out=fopen("cell_col_name.dat","w");
fprintf(fp_out,"<Row ss:AutoFitHeight=\"0\">\n");
for(i=0; i<column;i++){
    fprintf(fp_out," <Cell ss:StyleID=\"s21\">
        <ss:Data ss:Type=\"String\">
        fprintf(fp_out,"        xmlns=\"http:
        //www.w3.org/TR/REC-html40\"><B>%s </B><Font>
        (%s)</Font></ss:Data></Cell>\n",tun[i],xts[i]);
}
fprintf(fp_out,"</Row>");
aux_1 += 1;
fclose(fp_out);
fp_out=fopen("outaux.dat","w");
//salida outaux.dat
fprintf(fp_out,"<Worksheet
ss:Name=\"%s.%s\">\n",argv[1],argv[2]);
fprintf(fp_out," <Table ss:ExpandedColumnCount=
\"%d\" ss:ExpandedRowCount=\"%d\" x:FullColumns=
\"1\">\n",column,aux_1+2);
fprintf(fp_out," x:FullRows=\"1\" ss:
DefaultColumnWidth=\"60.40000000000006
\" ss:DefaultRowHeight=\"13.2\">\n");
fclose(fp_out);
fp_out=fopen("cell_union.dat","w");
//salida cell_union.dat
fprintf(fp_out," <Column ss:Index=
\"%d\" ss:AutoFitWidth=\"0\" ss:Width=
\"72\"/>\n",column);
fprintf(fp_out," <Row ss:AutoFitHeight=
\"0\">\n");
fprintf(fp_out," <Cell ss:MergeAcross=
\"%d\" ss:StyleID=\"s21\"><Data ss:Type=\"String\">
%s</Data></Cell>\n",column-1,tit1);
fprintf(fp_out," </Row>\n");
fprintf(fp_out," <Row ss:AutoFitHeight=
\"0\">\n");
fprintf(fp_out," <Cell ss:MergeAcross=
\"%d\" ss:StyleID=\"s21\"><Data ss:Type=
\"String\">%s</Data></Cell>\n",column-1,tit2);
fprintf(fp_out," </Row>\n");
fclose(fp_out);
return (0);
}

```

4.2. El gui3n para la construcci3n del archivo Excel

Una vez compilado el programa *lastP.c* de un modo convencional, se debe concatenar los archivos que 3ste genera. Esta concatenaci3n se la efectua en una l3nea como se ilustra m3s adelante. Por

	A	B	C	D
1	ayoay2			
2	prec_pluvial			
3	(a3o)	(d3a)	(mm/d-pro)	(mm/d)
4	1973	1	6.69	8.1
5	1973	2	-0.41	1
6	1973	3	-1.41	0
7	1973	4	7.69	9.1
8	1973	5	0.29	1.7
9	1973	6	8.79	10.2
10	1973	7	-1.41	0
11	1973	8	-1.41	0
12	1973	9	-1.41	0
13	1973	10	10.09	11.5
14	1973	11	-1.41	0

Figura 8. La hoja Excel de la salida del programa *lastP.c* que se halla listado en la subsecci3n 4.1. Por otro lado en la subsecci3n 4.2 se ilustra tambi3n la concatenaci3n de diversos archivos –como se muestra en la figura 7, para finalmente obtenerse el archivo *ayoay2har.xml*. A continuaci3n se explica el significado de cada una de las columnas. La primera, se repite el a3o 365/366 veces, la segunda el d3a de ese a3o, la tercera coincide con el valor de la precipitaci3n pluvial para Ayo Ayo pero rest3ndole el promedio de ese a3o, mientras que la 3ltima columna es el valor nominal de la precipitaci3n pluvial de cada uno de los d3as del a3o en cuesti3n. Est3 claro que la tercera columna esta bajo la estrategia que se pretende encontrar en el an3lisis arm3nico a3o tras a3o.

otro lado, todos los archivos que se traducen, que son en total unos 3500 archivos *ascii*, deben ser preparados naturalmente con el programa original tal como se ilustra en la figura 2. En conclusi3n existen decenas de p3ginas escritas por ese programa que tienen un aspecto similar al de este gui3n

```

gcc lastP.c
./a.out ayoay2 har 4 ayoay2 prec_pluvial
mm/dia ano dia mm/dia-pro
cat head.dat style.dat outaux.dat cell_union.dat \
cell_col_name.dat outfile.dat down.dat \
> ayoay2har.xml

```

5. DISCUSI3N

Independiente de los m3ritos o dem3ritos de un banco de datos con la caracter3stica delineada en este trabajo, se ha hecho un relato lineal de la manera c3mo se traduce archivos *ascii* en archivos *Excel*. Siempre en un contexto de datos escritos en forma de varias columnas.

El problema inform3tico es relativamente simple. Dado un n3mero grande de archivos en formato de columnas, cada uno representando alguna caracter3stica de un banco de datos, la traducci3n

de los archivos *ascii* –típico en una plataforma UNIX de un trabajo científico, necesita de un lenguaje superior, C, Fortran, Java,..etc. para producir otros archivos también en columnas, esto es en formato de *series temporales*, como es habitual en el análisis de datos. La salida de estos programas es de suyo un problema reactivamente complejo, empero, una vez resuelto ese problema, el hecho de escribir un programa con más de una centena de líneas para traducir las columnas de datos en formato *Excel* u otro tradicional no añade gran cosa a la dificultad original de producir series temporales. Parece ser que el formato *Excel*, por el momento, posee muchos seguidores entre los colegiales, secretarias y científicos que desean exhibir rápidamente un primer análisis de esos datos. Pensamos que este tipo de trabajo sin lugar a dudas contribuye a que los paquetes cerrados de *Microsoft* (u otro tipo de paqueterías como *MatLab*, *Mathematica*,...) puedan hacerse transparentes con estos dialectos, apoyados incluso por los creadores de *Excel* debido a que todas las versiones de este paquete a lo largo de decenios deben ser *portables* desde el punto de vista de los creadores del propio *Excel*. Ello sin detrimento de lo misterioso que puede ser el propio paquete de *Excel* o *Word* debido a *copyrights* de

estas empresas que no permiten que sus *softwares* sean libres. Desde el punto de vista del *software* libre, esto es los programas en UNIX, hace que se pueda siempre –con un mínimo de esfuerzo, pasar de una plataforma a otra *con el consentimiento de las empresas comerciales*.

Un comentario final. Una vez escrito en el dialecto *xml*, la plataforma *Excel* “levanta” naturalmente dicho archivo con el formato *Excel*, aunque tarde el doble de tiempo que un archivo escrito originalmente “a mano”, esto es, un poco más lento que de costumbre. Sin embargo, por un lado, el usuario seguramente guardará aquellos archivos en el formato original *Excel* de su ordenadora para que la próxima vez la apertura del archivo tenga una extensión *xls* y así ganar un poco de tiempo. Por otro lado, no es posible que un usuario utilice todos los 3500 archivos a la vez, por lo que una gran cantidad de los archivos *xml* se quedarán con ese formato, cosa que no es un problema ni para el usuario ni para una ordenadora.

REFERENCIAS

- [1] N. Martinic, *Banco de Datos Meteorológico*, Informe Biblioteca Carrera de Física, FCPN, UMSA, 2006.

2^{da} OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

Bustos R.¹, Raljevic M.², Subieta V.³, Mayta R.³, Apaza R.³, Espinoza W.³, Brañez A.³
Coca N.⁴, Guaygua T.⁵, Jemio C.⁵, Portugal R.⁶, Mamani R.⁷
Martinez L.⁸, Justiniano I.⁹, Payllo J. P.¹⁰, Taquichiri M.¹¹, Zalles R.¹²

¹Comité Olímpico Boliviano de Física, Astronomía y Astrofísica

²Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

³Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), Carrera de Física, La Paz

⁴Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCh), Sucre

⁵Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro

⁶Universidad Mayor de San Simón (UMSS), Carrera de Física, Cochabamba

⁷Universidad Autónoma Tomas Frías (UATF), Carrera de Física, Potosí

⁸Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra (UPSA), Santa Cruz

⁹Colegio María Auxiliadora, Cobija, Pando

¹⁰Colegio 12 de Agosto, Yacuiba, Tarija

¹¹Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS), Departamento de Física, Tarija

¹²Observatorio Astronómico Nacional (OAN), Tarija

RESUMEN

La 2^{da} Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica (2^{da} OBAA) se llevó a cabo, con el éxito esperado, el 11 y 12 de Octubre de 2007 en la ciudad de Tarija, en las instalaciones del departamento de Física de la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS) y en el Observatorio Astronómico Nacional (OAN). Se contó con la presencia de ocho delegaciones departamentales: Chuquisaca, Cochabamba, La Paz, Oruro, Pando, Potosí, Santa Cruz de la Sierra y Tarija. Se evaluó en las categorías de 3o y 4o de Secundaria. Los ganadores de 4o de Secundaria tienen como principal premio el ingreso libre y directo a las universidades comprometidas con el proyecto olímpico. La categoría de 3o de Secundaria tuvo dos modalidades de evaluación, Teórica y Práctica, y los ganadores forman el equipo base que representará al país en la 2^{da} Olimpiada Internacional de Astronomía y Astrofísica (*2th International Olympiad on Astronomy and Astrophysics: 2th IOAA*) que se llevará a cabo en Agosto de 2008 en Indonesia.

En la 2^{da} OBAA se concentraron cerca de 80 personas entre estudiantes y profesores, quienes compartieron sus experiencias, costumbres y culturas dando una señal de unificación a la sociedad boliviana.

Se presentan los exámenes resueltos de los exámenes simultáneos de selección a nivel nacional más el examen del evento nacional.

¡Felicidades! a todos los jóvenes participantes y ganadores de las distintas etapas y categorías así como también a todos los establecimientos fiscales y particulares del área urbana y rural de todo el país que participaron en esta nueva versión olímpica sobre astronomía y astrofísica. Todos ellos están dando un digno ejemplo a seguir por otros establecimientos, profesores y estudiantes contemporáneos así como también por todas las generaciones venideras.

Las páginas WEB son:

<http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/> y

<http://fcpnvirtual.umsa.bo/olimpiada/>

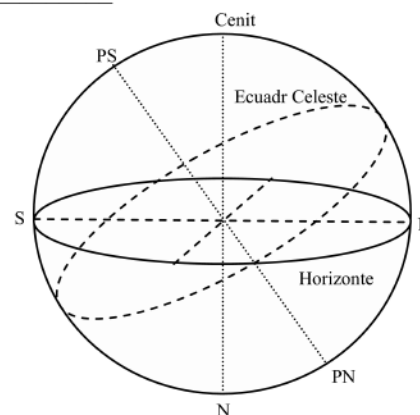
2ª OLIMPIADA BOLIVIANA ASTRONOMÍA y ASTROFÍSICA

Solucionario del examen simultáneo de 3º de Secundaria

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Escoge el inciso correcto. Si no está en las opciones coloca tu respuesta en el último inciso

- ¿Qué es la *Bóveda Celeste*?
 - Superficie Interior de una gran esfera donde están todos los astros
 - Una cámara o bóveda gigante de color celeste
- ¿Qué es una *constelación*?
 - Es el conjunto de estrellas de todo el cielo
 - Es una agrupación de estrellas de una dada región en el cielo
- ¿Alrededor de cuantas estrellas se pueden observar a simple vista en una noche despejada?
 - 100 – 1000
 - 2000 – 2500
 - 5000 – 100000
- ¿Cuanto vale la longitud geográfica de Bolivia?
 - 4 [h]
 - 8 [h]
 - 4 [h]
 - _____
- En la siguiente figura identifique:
 - Horizonte local
 - Ecuador celeste
 - Cenit
 - Polo Celeste Norte (PN)
 - Paralelos: Circulos paralelos al Ecuador Celeste
 - Meridianos: Semicirculos que contienen a los dos polos



PREGUNTAS APLICADAS

1.- Realice un esquema de un instrumento astronómico (telescopio refractor o reflector). Indique las principales características.

Solución.-

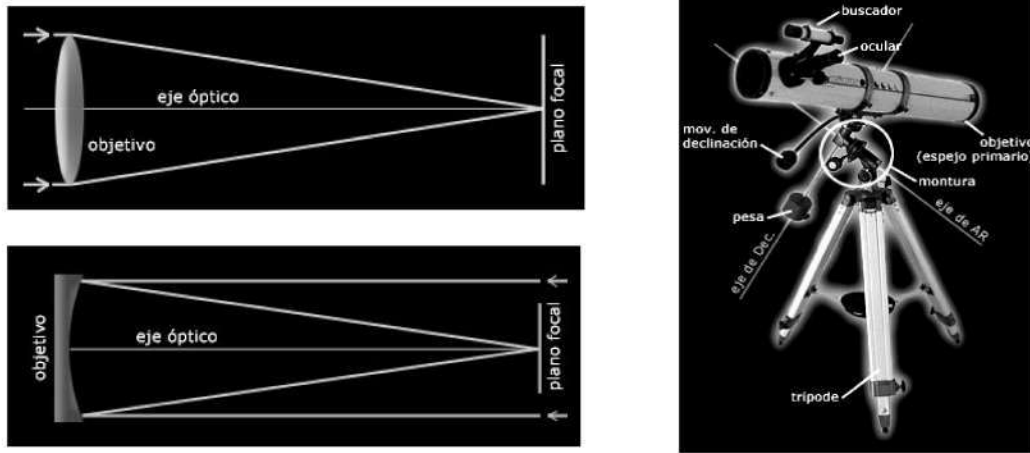
Un telescopio es básicamente un instrumento óptico que recoge cierta cantidad de luz y la concentra en un punto. La cantidad de luz colectada por el instrumento depende fundamentalmente de la apertura del mismo (el diámetro del objetivo). Para visualizar las imágenes se utilizan los oculares, los cuales se disponen en el punto donde la luz es concentrada por el objetivo, el plano focal. Son los oculares los que proporcionan los aumentos al telescopio: al intercambiar oculares se obtienen diferentes aumentos con el mismo instrumento.

La idea principal en un telescopio astronómico es la captación de la mayor cantidad de luz posible, necesaria para poder observar objetos de bajo brillo, así como para obtener imágenes nítidas y definidas, necesarias por ejemplo para observar detalles finos en planetas y separar estrellas dobles cerradas.

En el esquema se muestran las principales partes de un típico telescopio reflector newtoniano con montura ecuatorial alemana.

Existen dos grandes divisiones entre los telescopios, según el tipo de objetivo que utilizan: los reflectores y los refractores. Los reflectores se constituyen de un espejo principal (espejo primario u objetivo), el cual no es plano como los espejos convencionales, sino que fue provisto de cierta curvatura (idealmente parabólica) que le permite concentrar la luz en un punto.

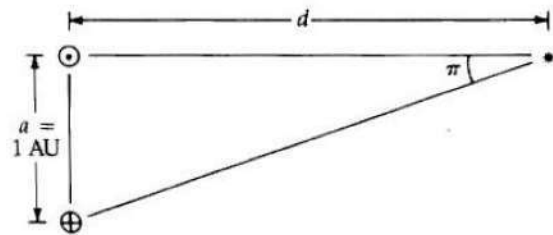
Los telescopios refractores poseen como objetivo una lente (o serie de lentes, la cantidad varía según el diseño y calidad) que de forma análoga al funcionamiento de una lupa, concentran la luz en el plano focal. En astronomía se utilizan ambos tipos de telescopios, cada uno con sus propias ventajas.



2.- En vista de la inmensidad de las distancias en el cosmos resulta muy incomodo seguir usando kilómetros, por eso se usa el *pársec* que es la distancia que corresponde al paralaje heliocéntrico de 1'' (segundo de arco). De acuerdo a la figura.-

Calcule:

- a) A cuanto equivale un pársec en UA
- b) A cuanto equivale un pársec en años luz.



Solución:

- a) cuando $d = 1 [pc] \Rightarrow \alpha = 1 ["]$. Ahora convertamos 1 ["] a radianes:

$$\alpha = 1 ["] \times \left[\frac{1^\circ}{3600''} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} \right] = 4,848136811 \times 10^{-6} [rad]$$

, y por tanto

$$d = 1 [pc] = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{4,848136811 \times 10^{-6}} [u.a.] = 206264,8062 [u.a.] \cong 206265 [u.a.]$$

Es decir: $1 [pc] = 206265 [u.a.]$

- b) Exprese un pársec en años luz. Solución.-

$$1 [pc] \times \left[\frac{206265 u.a.}{1 pc} \times \frac{149597870,660 km}{1 u.a.} \times \frac{1 a.l.}{9,4608 \times 10^{12} km} \right] = 3,2615 [a.l.] \cong 3,262 [a.l.]$$

3.- La Gran Mancha Roja (GMR) es un claro detalle de la atmósfera de Júpiter. Si este planeta realiza una rotación en aproximadamente 10 horas. Además, sabemos que estuvo sobre el meridiano central del planeta a las 18 horas Tiempo Universal (TU).

- a) Si son las 20 horas, hora local para Bolivia, ¿aun es posible observar la mancha?
- b) ¿Cuánto tiempo debemos esperar para observar a la GMR nuevamente?

Solución:

- a) Si son las 18:00 UTC corresponde a las 14:00 hora local (4 horas menos).

En vista que la mancha roja está en el meridiano central de Júpiter, le tomará 2 horas y treinta minutos ocultarse en el borde del planeta, y en otras 5 horas saldrá por el otro borde. Por tanto entre las 16:30 y las 21:30 la mancha no será visible.

- b) la mancha reaparece a las 21:30

2ª OLIMPIADA BOLIVIANA ASTRONOMÍA y ASTROFÍSICA

Solucionario del examen simultáneo de 4º de Secundaria

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Completa las ideas escogiendo las expresiones o palabras correctas de las opciones dadas o completa la frase.

1.- El Sol

Nuestro astro rey es la ___ *Estrella* ___ más cercana y la ___ *Fuente* ___ de energía más importante para los procesos en la Tierra. Su diámetro es ___ *100* ___ veces el de la Tierra y su masa es ___ *300000* ___ veces de la terrestre. Sobre su superficie se aprecian ___ *Manchas* ___, que se originan debido a campos ___ *Magnéticos* ___ intensos. Su temperatura efectiva es de ___ *5770* ___ grados y en su centro es de ___ *15 millones* ___ grados. La composición actual es ___ *70* ___ % de hidrógeno y ___ *30* ___ % de helio.

Estrella, Fuente, 30, 300000, 100, 1000, Manchas, Eléctricos, Magnéticos, 5770, 15 millones, 70, 30.

2.- Estrellas

Casi toda la información sobre las propiedades físicas de las estrellas son obtenidas directamente de sus ___ *Espectros* ___ o indirectamente a través de sus ___ *Colores* ___, o ___ *Temperaturas* ___ etc.

Los espectros de las estrellas nos dicen: la composición ___ *Química* ___, la velocidad ___ *Radial* ___, la clase ___ *Espectral* ___, clase de ___ *Luminosidad* ___.

Espectros, Colores, Temperaturas, Tamaños, Distancias, Luminosidad, Radial, Química, Espectral.

3.- Diagrama Hertzsprung – Russell (H-R)

El diagrama H-R muestra la relación entre la ___ *Luminosidad* ___ o magnitud ___ *Absoluta* ___ de una estrella con su clase ___ *Espectral* ___ o su ___ *Temperatura* ___, E. Hertzsprung y H. N. Russell propusieron en su diagrama una forma de estudiar la ___ *Evolución* ___ de las estrellas.

Espectral, Temperatura, Luminosidad, Evolución, Estelar, Absoluta, Relativa, Composición química

4.- Galaxias

La tecnología ___ *Óptica* ___ más avanzada, en los grandes observatorios permite estudiar el centro de la Vía Láctea (nuestra galaxia) que se encuentra a ___ *8500* ___ [pc], sin embargo, el diámetro de la galaxia es de unos ___ *50000* ___ [pc] por lo que no resulta sencillo estudiar su ___ *Estructura* ___. Sin embargo estudiando otras ___ *Galaxias* ___, visibles y con telescopios, nos permitió tener una idea de la forma de nuestra ___ *Galaxia* ___: es una galaxia espiral. La vía láctea no es ni más ni menos que nuestra galaxia vista de ___ *Costado* ___.

Profundidad, 50000, Galaxia, Óptica, Estructura, Costado, 4000, Galaxias, Frente, un millón, 8500.

PREGUNTAS APLICADAS

1.- Al tomar fotografías estelares, el tiempo de exposición depende del brillo de un objeto y de su distancia. Si para un objeto luminoso con 100 W de potencia que se encuentra a 20 m se requieren de 2 segundos para registrar una imagen, cuanto tiempo será necesario si este objeto se encuentra a 60 m?

Solución:

La intensidad luminosa disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia a la fuente, si la distancia se triplica, la intensidad será 1/9 de la original. Por tanto se necesitaran un tiempo de exposición igual a 9 veces el tiempo original.

Con lo que se requieren 18 segundos de exposición.

2.- Una estrella emite una radiación cuyo máximo corresponde a la frecuencia de $\nu = 1 \times 10^{16}$ [Hz]. Recordemos que para la radiación de un cuerpo negro la longitud de onda máxima esta relacionada con la temperatura del cuerpo mediante la constante del desplazamiento de Wien, dada por: $b = 2.897 \times 10^{-3}$ [m K]

a) Calcula la temperatura del cuerpo que emita esa radiación.

Solución:

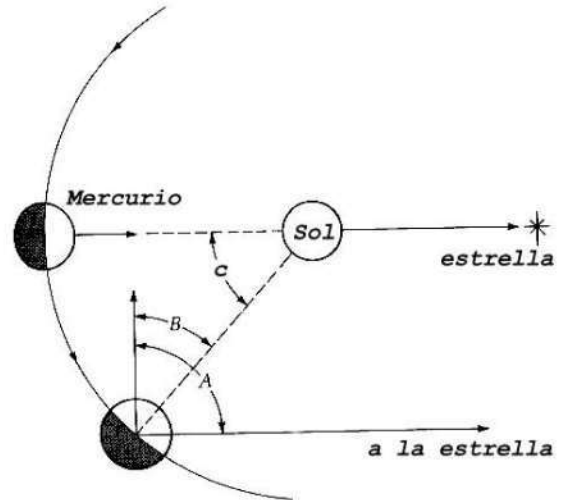
Primero calculemos la longitud de onda de la relación: $\lambda = c/\nu$, donde c es la velocidad de la Luz, dada por 3×10^8 [m/s]

Entonces $\lambda = 3 \times 10^{-8}$ [m].

Ahora de la ley del desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{Max} T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{Max}} = \frac{2,897 \times 10^{-3} [m^{\circ} K]}{3 \times 10^{-8} [m]} = 96566,7 [^{\circ} K]$$

3.- a) Sabiendo que el periodo de revolución de Mercurio alrededor del Sol es 88 días terrestres. Su periodo de rotación sidérea es 58.7 días terrestres. Calcule el periodo sinódico (día Solar) de Mercurio. La gráfica adjunta es una representación exagerada del resultado de estos movimientos en un día Terrestre. Con A el ángulo que rotó respecto a una estrella, B el ángulo que rotó con respecto al Sol y C el ángulo que se desplazó en su órbita.



Solución:

Llamemos P al periodo sidéreo, S al sinódico y T al de revolución

De la gráfica es claro que $A - B = C \dots \dots (1)$

Si A es la rotación con respecto a las estrellas en un día Terrestre $A = 360^{\circ}/P$

Si B es la rotación con respecto al Sol $B = 360^{\circ}/S$

Si C es la fracción que se ha desplazado de su órbita alrededor del Sol $C = 360^{\circ}/T$

Entonces de (1)

$360^{\circ}/P - 360^{\circ}/S = 360^{\circ}/T$ o lo que es lo mismo $1/S = 1/P - 1/T$

Colocando números se obtiene finalmente que

$S = 176$ días terrestres

2^a OLIMPIADA BOLIVIANA ASTRONOMÍA y ASTROFÍSICA

Solucionario del Examen Nacional de 3^o de Secundaria

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Completa, o responde, o calcula, o encierra en un círculo.

1.

a) Realice un gráfico o explique las zonas en la estructura solar y los procesos que en ellas se desarrollan.

La estructura del Sol está formada por las siguientes regiones:

- . La Corona
- . La Cromosfera
- . La Fotosfera
- . La Zona Convectiva
- . La Zona Radiativa
- . El Núcleo

- e) ¿Es la declinación del Sol una constante? ¿Por qué?
Debido al movimiento de traslación de la Tierra en torno al Sol, el Sol aparentemente se mueve, a lo largo del año, entre las estrellas describiendo una trayectoria entre las estrellas conocida como la *eclíptica*. La eclíptica es un círculo máximo en la esfera celeste que tiene una inclinación de $+23^{\circ}26'$ en relación al ecuador celeste. Es decir la declinación (δ) de nuestra estrella a lo largo de un año varía en los siguientes límites: desde $+23^{\circ}26'$ hasta $-23^{\circ}26'$ pasando dos veces al año por el cero.

PREGUNTAS APLICADAS

1. La 3^a Ley de Kepler en su forma exacta se expresa como $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$. Calcule el valor de la constante de gravitación universal. Use los siguientes datos: $1 \text{ UA} = 149,598 \times 10^9 \text{ [m]}$, $M_{\text{Sol}} = 1,98 \times 10^{30} \text{ [kg]}$, $T = 31536 \times 10^3 \text{ [s]}$

Solución.-

$$\text{Es posible escribir: } G = \frac{4\pi^2}{MT^2} a^3, \text{ de donde: } G = 6,7 \times 10^{-11} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \right]$$

2. Si Saturno, planeta gaseoso, tuviera la densidad de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la aceleración de la gravedad en este planeta? Datos: $R_T = 6378,140 \times 10^3 \text{ [m]}$, $M_T = 5,974 \times 10^{24} \text{ [kg]}$, $R_{\text{Saturno}} = 60000 \times 10^3 \text{ [m]}$, $M_{\text{Saturno}} = 5,69 \times 10^{26} \text{ [kg]}$

Solución

De la magnitud de la fuerza de la segunda Ley de Newton:

$$F = ma = mg \quad (1)$$

y la magnitud de la fuerza de la Ley de la Gravitación Universal:

$$F_G = G \frac{M_T m}{R_T^2} \quad (2)$$

Igualando ambas fuerzas, obtendremos:

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad (3)$$

La densidad esta dada por la definición Masa / Volumen, es decir:

$$\delta = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}, \text{ de donde, } M_T = \frac{4}{3}\pi \delta R_T^3 \quad (4)$$

Reemplazando la ecuación (4) en la ecuación (3):

$$g = \frac{4}{3}\pi G \delta R_T, \text{ de donde, } \delta_T = \frac{g_T}{\frac{4}{3}\pi R_T G} \quad (5)$$

Cambiando los subíndices es posible obtener la densidad de Saturno:

$$\delta_S = \frac{g_S}{\frac{4}{3}\pi R_S G} \quad (6)$$

Igualando (5) con (6), que es la condición del problema, se tiene:

$$g_S = g_T \frac{R_S}{R_T}$$

Reemplazando datos, y realizando cálculos obtenemos:

$$g_S = 92.3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

3. La *Supernova 1987a* en la *Gran Nube de Magallanes*, explotó hace 170000 años, ¿A cuantos parsecs se encuentra de nosotros?

La luz se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, de la ecuación: $c = \frac{D}{T} \rightarrow D = c T$

El tiempo dado es: $T = 170000 \text{ años} \cong 5.36112 \times 10^{12} \text{ s}$

El valor exacto de la velocidad de la luz es: $c = 299792458 \text{ [m/s]}$

Entonces:

$$D = 299792458 \text{ [m/s]} \times 5.36112 \times 10^{12} \text{ [s]}, \text{ de donde, } D = 1,607223342 \times 10^{21} \text{ [m]}$$

En parsecs:

$$D = 1,607223342 \times 10^{21} \text{ [m]} \cdot \frac{1 \text{ [pc]}}{3.0857 \times 10^{16} \text{ [m]}} = 52086,2 \text{ [pc]}$$

4. Explique en términos de la Ascensión Recta (α) y la declinación (δ) del Sol el comienzo de las estaciones.
- Punto de Solsticio de Invierno (Hemisferio Sur), se da cuando la ascensión recta (α) será igual a $90[^\circ] = 6$ [h] y la declinación (δ) alcanza el valor máximo de $+23^\circ 26'$, luego δ comienza a disminuir mientras que α continua creciendo.
 - Punto del Equinoccio de Primavera (Hemisferio Sur), α será igual a $180[^\circ] = 12$ [h] y $\delta = 0^\circ$.
 - Punto de Solsticio de Verano, α será igual a $270[^\circ] = 18$ [h] y $\delta = -23^\circ 26'$.
 - Punto de Equinoccio de Otoño, α será igual a $360[^\circ] = 24$ [h] y $\delta = 0^\circ$

Ver simulación en el sitio: <http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/>

2ª OLIMPIADA BOLIVIANA ASTRONOMÍA y ASTROFÍSICA

Solucionario del Examen Nacional de 4º de Secundaria

PREGUNTAS CONCEPTUALES (Completa o responde o calcula)

1. ¿Qué entiendes por *espectro electromagnético*? Solución.-
Se denomina espectro electromagnético a la distribución energética del conjunto de las ondas electromagnéticas. El espectro electromagnético se extiende desde la radiación de menor longitud de onda, como los rayos gamma y los rayos X, pasando por la luz ultravioleta, la luz visible y los rayos infrarrojos, hasta las ondas electromagnéticas de mayor longitud de onda, como son las ondas de radio. Se cree que el límite para la longitud de onda más pequeña posible es la longitud de Planck mientras que el límite máximo sería el tamaño del Universo aunque formalmente el espectro electromagnético es infinito y continuo.
2. Haz una hipótesis de, ¿Por qué la temperatura de Venus es mayor que la de Mercurio si Venus está más alejado del Sol? Solución.-
La enorme cantidad de gases, como el CO_2 , en la atmósfera de Venus provoca un fuerte efecto invernadero que eleva la temperatura de la superficie del planeta hasta unos 460°C en las regiones menos elevadas cerca del ecuador. Esto hace que Venus sea más caliente aún que Mercurio, a pesar de hallarse a más del doble de la distancia del Sol que éste y de recibir sólo el 25% de su radiación solar ($2.613,9 \text{ W/m}^2$ en la atmósfera superior y $1.071,1 \text{ W/m}^2$ en la superficie).
3. Calcula el valor de la declinación para las estrellas circumpolares observadas desde la ciudad Boliviana cuya latitud, máxima en el país, es igual a 22° S . ¿Cuál sería esta ciudad? Solución.-
La ciudad es Tarija, y el valor de la declinación es el mismo valor de la declinación, igual a 22° S .
4. ¿Es cierto que el diagrama Herzprung – Russell (HR) nos indica la posición de las estrellas en el cosmos?
No, el diagrama de HR indica el valor de la temperatura, la luminosidad, la magnitud y la clase espectral de las estrellas, no su posición en el cosmos (ver <http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/>)

PREGUNTAS APLICADAS

1. Dada la ecuación: $v_{Galaxias} = H_0 \Delta r_{Galaxias}$, donde $[\Delta r_{Galaxias}] = [Mpc]$, $[v_{Galaxias}] = [km/s]$, exprese la constante de Hubble con sus unidades correctas. Solución.-

De la ecuación dada obtenemos la constante de Hubble: $H_0 = \frac{v_{Galaxias}}{\Delta r_{Galaxias}}$

De donde las unidades para la constante serán: $[H_0] = \left[\frac{km}{s Mpc} \right]$

El valor actual para la constante de Hubble es de $100 \left[\frac{km}{s Mpc} \right]$ y es un parámetro para medir la velocidad a la que se alejan las galaxias unas de otras.

2.

- a. Calcule el flujo saliente total de una estrella de radio igual al del Sol, pero cuya luminosidad es menor, igual a $L = 12 \cdot 10^{23} [W]$. Datos: $R_{Sol} = 696000 [km]$. Solución.-

Es sabido que para una estrella de radio R y, en consecuencia, superficie $S = 4\pi R^2$, el flujo saliente

por toda su superficie está definido por: $\phi(R) = \frac{L}{S} = \frac{L}{4\pi R^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$. Por lo tanto el flujo buscado será:

$$\phi(R) = \frac{L}{4\pi R^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{12 \cdot 10^{23}}{4(3,14159)(6,96 \cdot 10^9)^2} = 1971,3 \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

- b. Calcule el flujo detectado de la misma estrella, si está a una distancia de nosotros $r = 5 [pc]$. Solución.-

Si se busca calcular el flujo a una cierta distancia r de la estrella fuente, éste será:

$\phi(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ y recordando que $1 [pc] = 3,0857 \cdot 10^{16} [m]$, se tendrá finalmente que:

$$\phi(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \frac{12 \cdot 10^{23} [W]}{4(3,14159)(5 \cdot 3,0857 \cdot 10^{16} [m])^2} \approx 4 \cdot 10^{-12} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

- c. Calcule la magnitud estelar de la estrella, sabiendo que la magnitud del Sol es igual a $-26,8^m$ y su flujo en la Tierra es igual a $\phi_{Sol} = 1360 [W/m^2]$. Solución.-

La magnitud estelar, m , es la cantidad que nos permite cuantificar el flujo proveniente de las estrellas. Recordando que en 1856 N. Pogson verifico que la percepción por el ojo humano del brillo de una fuente luminosa se puede expresar mediante una escala logarítmica, tal que el flujo ϕ_1 de una estrella de magnitud estelar igual a 1^m es 100 veces más intensa que el flujo ϕ_2 de una estrella de magnitud estelar

igual a 6^m , es decir, $\frac{\phi_1}{\phi_2} = 2,5119^{-(m_1-m_2)}$. Tal que si $m_1 = 1$ y $m_2 = 6$, entonces $\phi_1 = 100 \phi_2$.

Despejano, $m_1 = m_2 - 2,5 \log \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)$, o, $m_{Estrella} = m_{Sol} - 2,5 \log \left(\frac{\phi_{Estrella}}{\phi_{Sol}} \right) = +9,52^m$

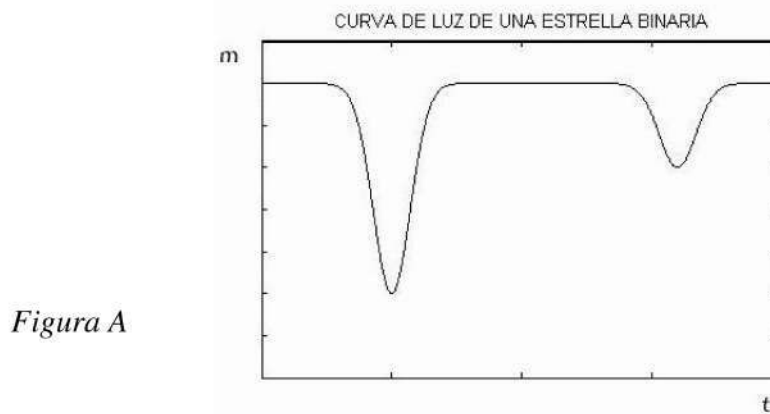
3. (*Magnitudes estelares*)

Hiparco en el siglo segundo A.C. dividió a las estrellas visibles en seis clases de acuerdo a su brillo aparente. Norman Pogson en 1856 definió una nueva clase de brillo o magnitud en términos de la densidad de flujo observado F [W/m^2]. Así la magnitud 0 corresponde al flujo predefinido F_0 . Las demás magnitudes se definen por la ecuación:

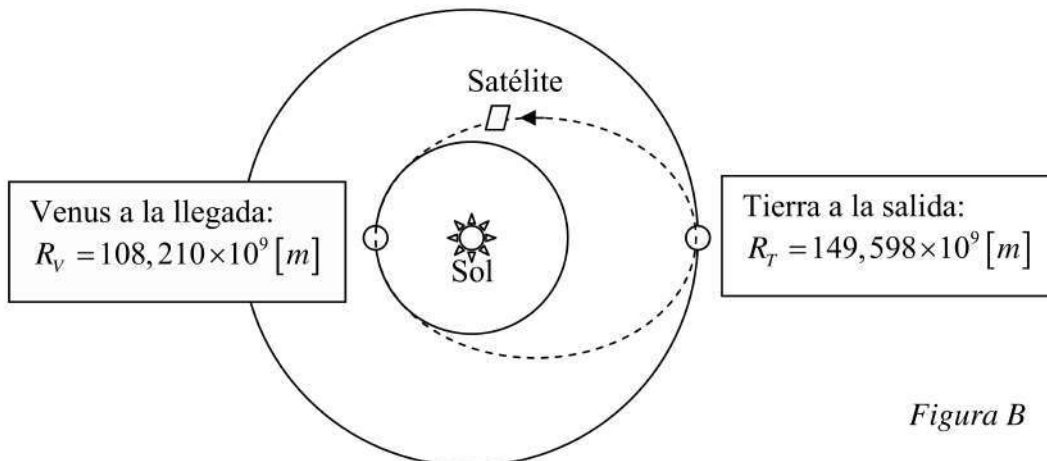
$$m = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$$

a) (*Magnitud de un sistema binario*) Si las magnitudes de las componentes de un sistema binario, son 1 y 2, respectivamente, calcula la magnitud total observada de la estrella binaria. (Ayuda: ten en cuenta que las magnitudes estelares son magnitudes logarítmicas, es decir, no se suman directamente)

b) (*Variación del Brillo de un sistema binario*) La figura A magnitud versus tiempo representa la curva de luz para un “periodo” observado del movimiento de un sistema binario de estrellas. En esta binaria las dos componentes tienen el mismo radio. Describe cada etapa del gráfico y deduzca las características de las estrellas indicando las posiciones de las estrellas en cada etapa así como también la orientación del plano de la órbita del sistema.



4. (*Misión a Venus*) La forma más sencilla de realizar un viaje entre dos planetas del Sistema Solar es utilizando lo que se conoce como órbita de mínima, que es, desde el punto de vista energético, la más económica. En dicha transferencia el satélite recorre, en el ambiente interplanetario, un camino que es una semi-elipse, con el Sol en uno de sus focos, entre el planeta interior en la posición más cercana al Sol (perihelio) y el planeta exterior en el punto más apartado de esa cónica (afelio) (ver figura B).



En nuestro caso, el de una supuesta misión satelital a Venus, se puede suponer que las órbitas de los planetas involucrados están en el mismo plano y pueden ser consideradas círculos perfectos. Además supón que la posición de Venus, a la llegada de la nave, es diametralmente opuesta a la posición en la que estaba la Tierra en el instante de la partida del satélite.

- a. Determina el tiempo de vuelo de una misión desde la Tierra al planeta Venus en una trayectoria de órbita mínima, considerando que el movimiento del satélite cumple con las mismas leyes que cualquier astro del sistema solar y despreciando las perturbaciones gravitatorias de todos los planetas. Solución.-

Para el satélite en órbita elíptica:

$$\text{Radio del perihelio: } R_p = R_{\text{Venus}} = 108,21 \times 10^6 \text{ Km}$$

$$\text{Radio del afelio: } R_a = R_{\text{Tierra}} = 149,59 \times 10^6 \text{ Km}$$

$$\text{Semieje mayor: } a_{\text{sat}} = \frac{R_a + R_p}{2} = 128,90 \times 10^6 \text{ Km}$$

$$\left(\frac{T_{\text{sat}}}{T_{\text{Tierra}}} \right)^2 = \left(\frac{a_{\text{sat}}}{a_{\text{Tierra}}} \right)^3 = \left(\frac{128,90}{149,59} \right)^3 \rightarrow T_{\text{sat}} \cong 292 \text{ días, utilizando } T_{\text{Tierra}} = 365 \text{ días}$$

$$\text{Por lo tanto, } T_{\text{transf}} = \frac{T_{\text{sat}}}{2} = 146 \text{ días.}$$

Con el objeto de suministrar energía a la nave se instalan 2 paneles solares idénticos para aprovechar la potencia que irradia el Sol, que es de $3,846 \times 10^{26} [W]$. Las celdas fotovoltaicas, de arseniuro de galio, que convierten la luz del Sol en electricidad, absorben solamente el 35% de la energía total para suministrar energía a la nave espacial.

- b. Determina el área mínima que debe tener cada panel solar para poder hacer su viaje a Venus. Supón que tras abandonar la atmósfera terrestre, la nave necesita una potencia mínima de $2 \times 10^3 [W]$ para el correcto funcionamiento de su instrumental y que los paneles solares siempre se orientan perpendiculares a la luz solar. Solución.-

Sea

$$P_s = 4 \times 10^{23} \text{ KW la potencia irradiada por el Sol.}$$

$$P_N = 2 \text{ KW la potencia que necesita la nave para funcionar.}$$

Como la potencia que entrega el sol por unidad de área es mayor mientras más del Sol estemos, nos interesa el área de los paneles a la distancia Sol – Tierra. A esa distancia, la potencia entregada por el sol por unidad de área es:

$$\frac{P_s}{4\pi R_s^2}$$

Si a es el área de cada uno de los paneles, entonces la potencia colectada es:

$$2A \frac{P_s}{4\pi R_s^2}$$

Como solo se aprovecha el 35% de eso tenemos que:

$$0,35 \left(2A \frac{P_s}{4\pi R_s^2} \right) = 2 \text{ KW}$$

Resultando

$$A = 2008 \times 10^{-9} \text{ Km}^2 \cong 2 \text{ m}^2$$

DIPLOMADO EN FÍSICA PARA PROFESORES DE COLEGIO DFIS

Bustos R., Sanjinés D., Ramírez M., Subieta V., Blacutt L.
Burgoa A., Velarde A., Ormachea L., Ricaldi E., Poma I.

Carrera de Física
Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Universidad Mayor de San Andrés
La Paz, Bolivia
Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

RESUMEN

Se presenta el informe correspondiente al Diplomado en Física para Profesores de Colegio (DFIS) que se llevó a cabo durante el periodo que comenzó en julio de 2007 y finalizó en agosto de 2008. El mismo describe los objetivos, cronogramas, métodos utilizados, cargas horarias asignadas, contenido y duración de los módulos definidos, así como los requisitos para la aprobación y los correspondientes resultados de este Diplomado.



DIPLOMADO EN FÍSICA PARA PROFESORES DE COLEGIO DFIS

*Bustos R., Sanjinés D., Ramirez M., Subieta V., Blacutt L., Burgoa A., Velarde A, Ormachea L., Ricaldi E., Poma I.
Carrera de Física, Facultad de Ciencias Puras y Naturales, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz, Bolivia*



SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

CARRERA DE FÍSICA - UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

El **Diplomado en Física para Colegio (Semi - Presencial) (DFIS)** es un curso virtual para profesores de Física de los colegios rurales y urbanos de todo el país con actividades semipresenciales contabilizando 640 horas académicas más sesiones presenciales de evaluaciones finales de 160 horas académicas, haciendo un total de 800 horas académicas. Se contó con docentes de la Carrera de Física como especialistas quienes desarrollarán el material académico y especialistas Informáticos de la FCPN y del AULA VIRTUAL de la FCPN – UMSA como principales coordinadores del **DFIS**.

El Objetivo General del **DFIS** es el de dar una urgente respuesta al desafío sobre *¿cómo introducir nuevos conceptos y actualizar los conocimientos ya existentes de los profesores de Física de colegios fiscales y particulares de toda la nación Boliviana?*, para de esta manera, como efecto multiplicador inmediato, cooperar a generar mayores capacidades científicas y tecnológicas como aporte al desarrollo tanto cultural como económico y social del país.

El **DFIS** en el contexto anterior, constituyó un importante estímulo en los profesores inscritos en cuanto a una actualización de sus conocimientos y la posterior/inmediata aplicación en sus clases de colegio.

El **DFIS**, se llevó a cabo según el siguiente cronograma y plan de trabajo:

Fase I	Periodo de Tiempo
• Elaboración del Proyecto	Julio de 2007
• Desarrollo de Originales por docentes especialistas de la carrera de Física	Agosto de 2007 – Febrero de 2008
• Convocatoria a nivel Nacional (afiches, página WEB, etc.)	Febrero de 2008
Fase II	Periodo de Tiempo
• Edición de contenidos	Enero – Marzo de 2008
• Inscripción	Febrero – Marzo de 2008
Fase III	Periodo de Tiempo
• Desarrollo Virtual de Módulos	Marzo (finales) – Junio (mediados)
• Desarrollo Presencial de Módulos	Junio – Julio (Vacaciones de Invierno)
• Informe Final	Agosto de 2008

El Método principal será el de la enseñanza virtual donde se dió énfasis en los conceptos fundamentales de la Física y su inmediata aplicación. Dentro de la enseñanza virtual se exploraron las animaciones y simulaciones computacionales como herramienta en el proceso enseñanza – aprendizaje.

Durante la evaluación presencial se dió énfasis a la parte experimental de la física exigiendo en el estudiante la correcta realización de un laboratorio más su respectivo análisis de datos (análisis estadístico y errores).

El **DFIS** ha sido aprobado en la asamblea Docente – Estudiantil de la carrera de Física, que se llevó a cabo en Julio de 2007 con motivo de la designación de proyectos de Interacción Social para el periodo II/2007 al I/2008. En ese sentido el **DFIS** es un proyecto para las gestiones 2007 – 2008 (Agosto de 2007 a Julio de 2008). Los docentes especialistas de la Carrera de Física – FCPN – UMSA, tienen asignadas 32 o 16 horas académicas (de 60 minutos cada hora) a actividades de Interacción Social. Para el **DFIS** se cuenta con la cooperación de 10 Docentes, 6 docentes de 32 horas y 4 docentes de 16 horas académicas es decir $(6 \times 32) + (4 \times 16) = 256$ horas académicas dedicadas al **DFIS** por mes. El desarrollo de los originales ha empezado desde Agosto de 2007 hasta Marzo de 2008 (8 meses) haciendo un total de 2048 Horas Académicas invertidas en 8 meses por parte de los docentes especialistas en el desarrollo del material para el DFIS.

Los postulantes deberán llevar y vencer 4 módulos: 2 módulos troncales y 2 módulos optativos, como requisito para aprobar el **DFIS**. Los modulos pueden ser escogidos del siguiente contenido:

CONTENIDO

MÓDULOS TRONCALES

- MECÁNICA
- MECÁNICA DE LOS FLUIDOS
- ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
- TEORÍA DE ERRORES Y EXPERIMENTOS
- TERMODINÁMICA

MÓDULOS OPTATIVOS

- ONDAS
- ÓPTICA GEOMÉTRICA
- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS Y ÓPTICA FÍSICA
- RELATIVIDAD
- FÍSICA CUÁNTICA
- ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA
- FÍSICA DE LA ATMÓSFERA

Cada modulo se impartió virtualmente (Internet) y simultaneamente con los alumnos (tiempo real) durante 4 horas semanales o 40 horas por las 10 semanas. 4 módulos son equivalentes a 16 horas semanales simultaneas, por lo tanto, en 10 semanas se dictarán 160 horas de comunicación virtual simultanea.

Cada módulo demandó 12 horas por semana, o 120 horas por las 10 semanas, de trabajos, practicas, investigaciones, experimentos, etc. 4 módulos son equivalentes a 48 horas semanales, por lo tanto en 10 semanas se usarán 480 horas de actividades académicas programadas por parte de los especialistas para los alumnos. En total cada módulo tuvo un total de $120 + 40 = 160$ horas no presenciales y los 4 modulos tuvieron una duración de $160 + 480 = 640$ horas no presenciales.

Cada módulo tuvo una Carga Horaria Presencial, en la cual se dieron las siguientes actividades: Clases de Reforzamiento (4 horas), Consultas (4 horas), Tareas (8 horas), Exposiciones (20 horas), Examen Final (4 horas), haciendo un total de 40 horas académicas por módulo, por lo tanto los 4 módulos tendrán una duración de $40 \times 4 = 160$ horas presenciales. Estas actividades se llevarán a cabo en la Carrera de Física – FCPN – UMSA, La Paz, durante las vacaciones de invierno 2008.

En resumen el tiempo total invertido (Presencial y No Presencial) es de $640 + 160 = 800$ horas académicas, las mismas que serán invertidas por parte de los diplomantes durante todo el DFIS:

Módulos	Carga Horaria No Presencial	Carga Horaria Presencial	Totales
Módulo Troncal 1:	160	40	200 Horas Académicas
Módulo Troncal 2:	160	40	200 Horas Académicas
Módulo Optativo 1:	160	40	200 Horas Académicas
Módulo Optativo 2:	160	40	200 Horas Académicas
Número de Creditos*	16 Creditos	4 Creditos	20 Creditos
Total de Horas Académicas	640	160	800 Horas Académicas

* 1 Credito = 40 Horas (presenciales o no presenciales)

Mediante una Convocatoria Pública Interna para docentes a Tiempo Completo en la Carrera de Física – FCPN – UMSA, se han seleccionado a los docentes especialistas para el DFIS. El proceso está respaldado por una resolución de la carrera de Física. Los docentes especialistas son:

- Lic. Verónica Subiera (32)
- Ph. D. Marcelo Ramirez (16)
- Lic. Isaac Poma (32)
- M. Sc. Ing. Edgar Ricaldi (32)
- Lic. Alfonso Velarde (16)
- Lic. Jaime Mariscal (32)
- M. Sc. Luis Blacutt (16)

- M. Sc. Luis Ormachea (16) (Contratado)
- Ph. D. Diego Sanjinés (coordinador) (32)
- Lic. Roy Bustos (coordinador) (32)

Los profesionales especialistas de la carrera de Informática son:

- M. Sc. Lic. Franz Cuevas
- Lic. Noemi Mendoza, Coordinadora General, AULA VIRTUAL – FCPN – UMSA
- Ayudantes del AULA VIRTUAL – FCPN – UMSA: Eva Pacajes, Avelino Coronel, Guillermo Vela y Miguel Angel Ticono.

Las tareas asignadas a los miembros del DFIS son:

Equipo de Trabajo	Tareas
• Docentes Especialistas de la Carrera de Física	Elaboración de Originales Docentes Virtuales
• Ayudantes de la carrera de Física del proyecto OBF – OBAA	Coordinación con especialistas del AULA VIRTUAL
• Docente Investigador de la Carrera de Informática – FCPN – UMSA	Coordinación General de la Plataforma Virtual del DFIS
• Estudiante (Tesisista o Licenciado) del AULA VIRTUAL FCPN	Coordinación Ejecutiva del DFIS
• Ayudantes (Estudiantes o Tesisistas) del AULA VIRTUAL – FCPN	Desarrollo de SIMULACIONES Coordinación de Prácticas, etc.

Los requisitos que deben cumplir los inscritos en el **DFIS** para hacerse acreedores del diploma son los siguientes:

- Cursar el DFIS No Presencial:
 - Escoger 4 módulos (2 troncales y 2 optativos)
 - Asistir a las clases Virtuales Simultaneas de cada módulo
 - Leer el material desarrollado por los especialistas de cada módulo
 - Responder las Practicas Virtuales de cada módulo
 - Participar en los FOROS con consultas, dudas, etc.
 - Consultar la bibliografía publicada en la pagina web del **DFIS**
- Cursar el DFIS Presencial
 - Asistir a las clases de reforzamiento
 - Elaborar un tema de exposición en cada uno de los módulos
 - Rendir satisfactoriamente el examen final de cada módulo.

Para los exámenes finales del **DFIS** se cuenta con la infraestructura de la carrera de Física (Aulas y Laboratorios) y de la carrera de Informática (Aula Virtual) de la FCPN - UMSA.

Para la parte de clases virtuales se cuenta con el SERVIDOR de la FCPN – UMSA, las computadoras del AULA VIRTUAL de la FCPN y las de la sala de Computación de la Carrera de Física.

Se cuenta también con todo el material mínimo necesario para la realización de Experimentos, así como también de la Biblioteca de la Carrera de Física – FCPN – UMSA.

Los alumnos inscritos en el **DFIS** se conectaban diariamente en un *CAFÉ INTERNET*, en su respectiva región, a la pagina del proyecto.

Se cobró la suma de **750 Bs.** como inscripción al **DFIS**, monto que fue depositado a la **Cuenta Corriente # 4030008596-FCPN-UMSA de cualquier sucursal del Banco MERCANTIL SANTA CRUZ**. El monto recaudado será utilizado del siguiente modo:

- 10% + 2% para la FCPN
- 2% para la administración central de la UMSA
- 75% como apoyo a:
 - Pasajes aéreos de uno o dos docentes titulares de la carrera de Física.
 - Pasajes aéreos para estudiantes ganadores de la Olimpiada Boliviana de Física (**OBF**) y la Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica (**OBAA**).
 - Contrato de uno o dos docentes eventuales para dictar algún módulo acéfalo.
 - Eventos nacionales 2008 – 2009: **OBF – OBAA**.
 - Material de Escritorio. Publicaciones. Impresora.
- 13% para la RENTA

La carrera de Física de la FCPN – UMSA está invirtiendo en el **DFIS**, habilitando el pago de haberes, dentro del salario mensual, a los docentes especialistas de la Carrera de Física – FCPN – UMSA, quienes tienen asignadas 32 o 16 horas académicas (de 60 minutos cada hora) a actividades de Interacción Social.

Se otorgaron los respectivos **DIPLOMAS** de Aprobación o **CERTIFICADOS** de Asistencia durante el último día de la etapa presencial del **DFIS**.

Se usó el siguiente material bibliográfico:

- **Física Volumen I y II, Resnick & Halliday, Ed. CECSA, 2007, México**
- **Física Volumen I, II y III, Alonso & Finn, Ed. Reverte, 2000, México**
- **Física de las Nubes, Rogers & Yau, Ed. Reverte**
- **Atmosphere Physics, Salby, Ed. Elsevier**
- **Atmospheric Sciences, Wallace & Hubbs, Ed. Prentice Hall**
- **Astronomía y Astrofísica, Kepler Oliveira, Ed. L. d. Física, Brasil**
- **Astronomía General, Bakulin et al., Ed. MIR, URSS**
- **Astronomía Recreativa, Y. Perelman, Ed. MIR, URSS**
- **Problemas de Física Elemental, Kosel, MIR, URSS**
- **Experimentos con Hilos y Cinta Adhesiva, Edge, AMS, USA**
- **Apuntes de Catedra de los Docentes de la Carrera de Física, FCPN, UMSA, Bolivia.**
- **Proyectos de Investigación del Instituto de Investigaciones Físicas, FCPN, UMSA.**
- **Medidas y Errores, 2a Edición, Alvarez & Huayta, FI, UMSA, Bolivia.**
- **Exámenes de Olimpiadas de Física, Astronomía y Astrofísica, Física, UMSA.**
- **Textos de Física de Editorial Santillana para Secundaria, Bolivia.**

La estadística de los cursantes en el **DFIS** es la siguiente:

● Alumnos que cancelaron el 100% de la cuota:	79
● Alumnos con Beca Completa:	5*
● Alumnos con Beca Completa que finalizaron el DFIS:	1*
● Olímpicos en Etapa de Entrenamiento (Becados):	10**
● Total Cursantes:	94
● TOTAL DEPOSITANTES:	79
● COSTO DE INSCRIPCIÓN:	750 Bs.
● TOTAL MONTO DEPOSITADO:	$79 \times 750 \text{ Bs.} = 59250 \text{ Bs.}$
● Alumnos que dieron el examen final:	48
● Alumnos que aprobaron:	37
● Alumnos que reprobaron:	11
● Alumnos que abandonaron:	31***

* Deben cancelar la matrícula de Post Grado de la UMSA

** No cancelarán la matrícula por ser estudiantes de Colegio clasificados en las Olimpiadas de Física y Astronomía.

*** Abandonaron por distintos motivos.

La participación de los profesores en el **DFIS** es importante como una forma de motivación al estudio de las ciencias y como un mecanismo que puede contribuir de manera decisiva a mejorar la educación de la juventud Boliviana a través de la capacitación a los maestros para de esta manera generar mayores capacidades científicas y tecnológicas como aporte al desarrollo tanto cultural como económico y social del país.

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Dr. Diego Sanjinés Castedo
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: sanjines@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

Instituto de Investigaciones Físicas

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: avelarde@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

Carrera de Física

Lic. Deterlino Urzagasti
Casilla 8635, La Paz - Bolivia
E-mail: urza@fiumsa.edu.bo
Tel.: (591-2)2792999
Fax: (591-2)2792622

Objetivos

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica anualmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

La RBF publica artículos, revisiones y colaboraciones en lengua castellana. Se reciben también artículos escritos en inglés, los que son traducidos al castellano por los editores para su publicación.

Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

Instrucciones para los autores

Los trabajos enviados para su publicación deberán estar escritos preferentemente en castellano. Trabajos escritos en inglés podrán ser aceptados por el Comité Editorial y, pasado el proceso de aceptación serán traducidos al castellano para su publicación en la RBF.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos *LATEX*, *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. En cualquier caso, las figuras deberán ser enviadas preferentemente en formato *postscript* (extensiones *.ps* o *.eps*).

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.