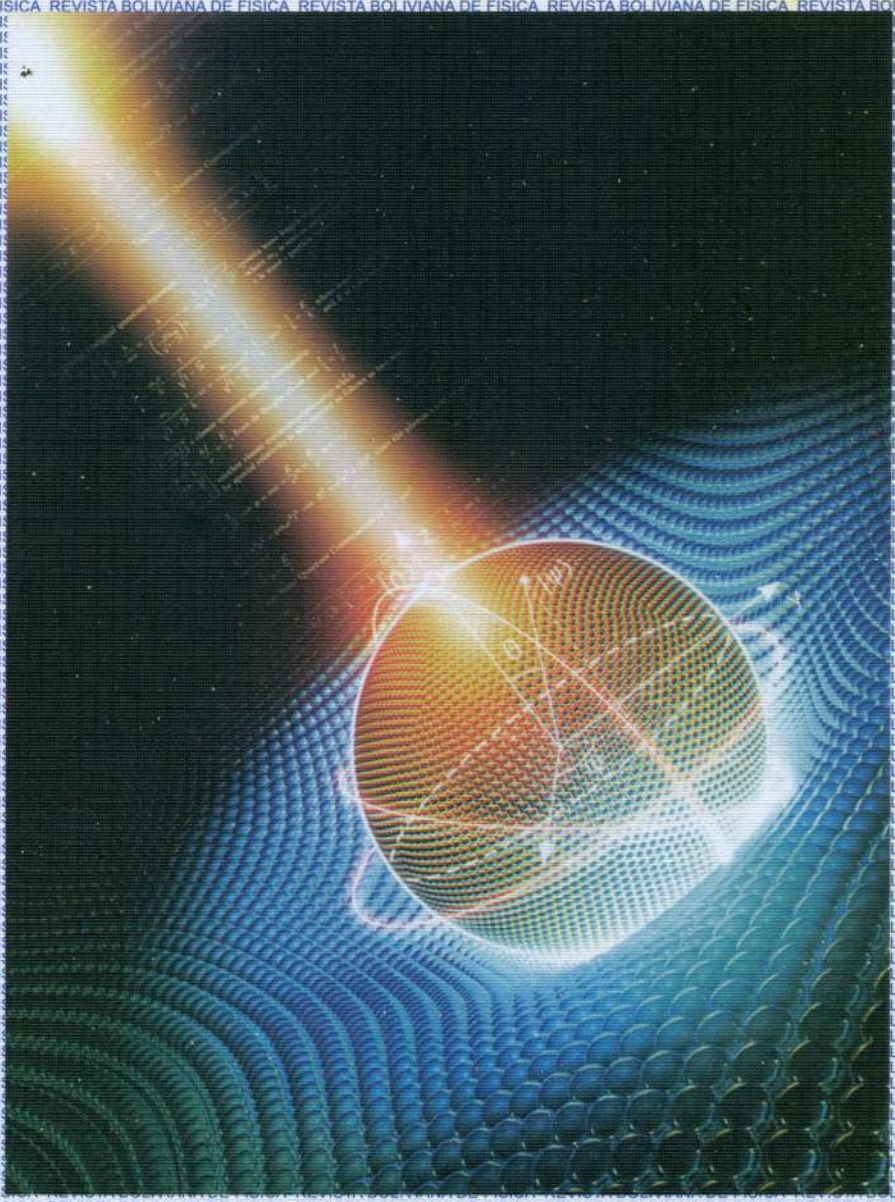


ISSN - 1562 - 3823

# REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 24

JUN. 2014 • LA PAZ - BOLIVIA



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS  
CARRERA DE FÍSICA - UMSA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

---

## REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

Ésta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

### COMITÉ EDITORIAL

**Sociedad Boliviana de Física**

**Dr. Diego Sanjinés Castedo**  
Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

**Instituto de Investigaciones Físicas**

**Lic. Alfonso Velarde Chávez**  
Email: avelarde@fiumsa.edu.bo  
**Dr. Eduardo Palenque Vidaurre**  
Email: edyruy@yahoo.es

**Carrera de Física**

**Dr. Armando R. Ticona Bustillos**  
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

---

### CONSEJO EDITORIAL

**Dr. Oscar Antonio Rondón**

Institute of Nuclear and Particle Physics  
University of Virginia  
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901  
804 924-6787, USA  
Email: or@virginia.edu

**Dr. Carlos Navia**

Instituto de Física  
Universidade Federal Fluminense  
Av. Gen. Milton Tavares de Souza  
24210-340, Niterói, RJ-Brasil  
Email: gfcnoj@if.uff.br

**Dr. Jason Gallas**

Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Brasil  
Email: jgallas@if.ufrgs.br

**Dr. David Laroze**

Instituto de Alta Investigación  
Universidad de Tarapaca  
Arica - Chile  
Email: david.laroze@gmail.com

**Dr. Nivaldo Agostinho Lemos**

Instituto de Física  
Universidade Federal Fluminense  
Av. Gen. Milton Tavares de Souza  
24210-340, Niterói, RJ-Brasil  
Email: nivaldo@if.uff.br

**Dr. Kaled Dechoum**

Instituto de Física  
Universidade Federal Fluminense  
Av. Gen. Milton Tavares de Souza  
24210-340, Niterói, RJ-Brasil  
Email: kaled@if.uff.br

**Dr. Oscar Saavedra**

Dipartimento di Fisica Generale  
Universita di Torino, Italia  
Email: saavedra@to.infn.it

**Dr. Sabrina Camargo**

Pontificia Universidade Católica  
do Rio de Janeiro  
RJ-Brasil  
Email: sabrina.mga@gmail.com

---

ISSN 1562-3823



# Revista Boliviana de Física

PUBLICACIÓN DE  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS  
CARRERA DE FÍSICA  
UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS  
Y  
SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 24  
JUNIO DE 2014

## **Revista Boliviana de Física**

**ISSN 1562-3823**

**Indexada en: SciELO, Latindex, Periódica**

<http://www.scielo.org.bo>

<http://www.latindex.unam.mx>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.  
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

*Diseño:* A. Ticona

*Dirección:* Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.

Tel: (591 2) 2792999; FAX: (591 2) 2792622.

*Portada:* Representación de una computadora cuántica. Por **Kenn Brown** y **Chris Wren**.  
Tomado de **Mondolithic Studios**.

*Formato*  $\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$ . *Tipo de fuente utilizada:* newcentury

IMPRESO EN BOLIVIA — PRINTED IN BOLIVIA

## CONTENIDO

### A. ARTÍCULOS

APLICACIÓN DE FLUORESCENCIA DE RAYOS-X POR REFLEXIÓN TOTAL EN LA DETERMINACIÓN DE CONCENTRACIÓN DE ZINC EN CABELLO DE NIÑOS PARA LA ESTIMACIÓN DE NIVELES NUTRICIONALES <i>C. A. Tellería Narváez, S. Fernández Alcázar, F. G. Barrientos Zamora, A. O. Muñoz Gosálvez, L. E. Romero Bolaños &amp; G. M. Ramírez Ávila</i>	1
RESULTADOS DEL EXPERIMENTO ALICE PARA LA FÍSICA DE RAYOS CÓSMICOS <i>M. A. Subieta Vasquez</i>	7
BITS CUÁNTICOS EN UN CIRCUITO LC CON CARGA DISCRETA <i>M. Calcina Nogales</i>	14

### B. CONTRIBUCIONES Y REVISIONES

EXPERIMENTO LAGO CHACALTAYA 2013 <i>P. Miranda, R. Ticona, A. Velarde, H. Rivera &amp; M. Subieta</i>	19
--	----

### C. MEMORIAS DE LA REUNIÓN ANUAL DE LA SOBOFI U OTRAS REUNIONES DE FÍSICA

XXV REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA <i>Sociedad Boliviana de Física</i>	33
--	----

### D. ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

17 <sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA, 7 <sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA <i>Bustos R. et al.</i>	39
LA ÓRBITA DEL SATÉLITE TÚPAC KATARI <i>R. Vilca Salinas</i>	99

APLICACIÓN DE FLUORESCENCIA DE RAYOS-X POR REFLEXIÓN TOTAL EN LA  
DETERMINACIÓN DE CONCENTRACIÓN DE ZINC EN CABELLO DE NIÑOS  
PARA LA ESTIMACIÓN DE NIVELES NUTRICIONALES

DETERMINATION OF ZINC CONCENTRATIONS IN CHILDREN'S HAIR  
TO ESTIMATE NUTRITION LEVELS  
USING TOTAL REFLECTION X-RAY FLUORESCENCE

C. A. TELLERÍA NARVÁEZ<sup>†</sup>, S. FERNÁNDEZ ALCÁZAR, F. G. BARRIENTOS ZAMORA, & A. O. MUÑOZ GOSÁLVEZ  
Centro de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares (CIAN-Viacha)  
Viacha, Bolivia

L. E. ROMERO BOLAÑOS  
Instituto Boliviano de Ciencia y Tecnología Nuclear  
Av. 6 de Agosto 2905. La Paz, Bolivia

G. M. RAMÍREZ ÁVILA<sup>‡</sup>  
Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física  
Universidad Mayor de San Andrés  
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635  
La Paz - Bolivia  
(Recibido 5 de Septiembre de 2013; aceptado 6 de Marzo de 2014)

### RESUMEN

Se realizaron mediciones de las concentraciones de zinc en el cabello de niños de regiones altiplánicas (en el rango de edades de 8 a 13 años), mediante la técnica de fluorescencia de rayos X por reflexión total. Estas mediciones permiten una primera evaluación de los niveles nutricionales en niños que se combina con la determinación del índice de masa corporal. Esta evaluación se caracteriza por su simplicidad y no-invasividad. Aunque los resultados nos permiten hacer una buena clasificación de individuos nutricionalmente normales de los que no lo son, también se observa la gran sensibilidad de los resultados con la edad. Este trabajo es complementario a otras pruebas biológicas y médicas.

Código(s) PACS: 41.50.+h — 78.70 En

*Descriptor:* Haces de rayos-x — Fluorescencia de rayos-x.

### ABSTRACT

Using the X-ray fluorescence by total reflection technique, we carried out measurements of zinc concentrations in the hair of children living in the Bolivian high plateau regions (within the age range from 8 to 13 years old). The results allow us to make a first assessment of nutritional levels in children; the latter combined with the determination of the body mass index, results in a measure characterized by its simplicity and non-invasiveness. This work is complementary to other biological and medical tests.

*Subject headings:* X-ray beams — X-ray fluorescence.

### 1. INTRODUCCIÓN

La fluorescencia de rayos-X (FRX) se basa en la irradiación de muestras por rayos-X (Rx) primarios. Los átomos individuales al ser excitados por esta radiación emiten Rx secundarios, propios de cada elemento, que pueden ser cualificados y cuantificados en un espectro. Este método es rápido y

puede ser aplicado a una gran variedad de matrices; por ejemplo, sólidas, analizadas con poca o ninguna preparación. Excluyendo los elementos livianos, los elementos comprendidos entre los números atómicos 14 y 42 pueden ser detectados en sus emisiones  $K_{\alpha}$  empleando un cátodo de molibdeno y para  $Z > 42$ , en sus líneas  $L_{\alpha}$ , esto depende mucho del blanco del tubo de Rx con el que se esté trabajando. El método es sensible a trabajar en niveles de detección que se encuentran en el orden de magnitud de  $\mu\text{g}\cdot\text{l}^{-1}$ .

<sup>†</sup>ctelleria@ibten.gob.bo

<sup>‡</sup>http://www.fiumsa.edu.bo/docentes/mramirez/

La FRX se ha convertido en un poderoso método para el análisis espectrométrico; sin embargo, esta técnica tiene limitaciones al momento de realizar el análisis de trazas de elementos en una muestra. Debido a esto, nuevas técnicas de espectrometría atómica óptica se han desarrollado, superando a la técnica convencional de FRX en muchos aspectos. Una de estas técnicas consiste en usar reflexión total para la excitación por FRX. Esta idea ingeniosa fue descubierta por Compton (1923), quien encontró que la reflectividad de un blanco liso se incrementa significativamente para valores por debajo del ángulo crítico ( $\approx 0.1^\circ$ ). Posteriormente, Yoneda & Horiuchi (1971) propusieron el análisis de pequeñas cantidades de muestra sobre portamuestras lisos de reflectancia total. Esta técnica fue después desarrollada y se la denominó fluorescencia de Rx por reflexión total (FRXT) que es la técnica empleada en el trabajo y que es descrita en detalle por Klockenkamper (1996). El artículo está estructurado como sigue: en §2 se da una explicación de la FRXT y se detalla el método experimental empleado, lo que incluye la obtención de cabello, la calibración del equipo y la preparación de las muestras; en §3 se dan los detalles del equipo empleado y se dan a conocer las lecturas de las muestras que se utilizan para evaluar los resultados que se exponen en §4. Finalmente, en §5 se dan las conclusiones y perspectivas de este estudio.

## 2. MÉTODO EXPERIMENTAL

La FRXT es una variación de la técnica de dispersión de energía de FRX con una diferencia significativa consistente en el hecho que, en contraste con el método convencional (FRX) donde el haz primario impacta en la muestra con un ángulo de  $40^\circ$  (Figura 1(a)), en la FRXT se utilizan haces rasantes por debajo de  $0.1^\circ$  (Figura 1(b)). Debido a su configuración única, la principal ventaja de la FRXT sobre la FRX convencional es la reducción en el ruido de fondo mediante la eliminación de la dispersión en la muestra; lo que resulta en una mayor sensibilidad de la medición elemental. Para la obtención de reflexión total en el portamuestras (reflector de cuarzo), el haz primario debe incidir en el reflector con ángulos rasantes. Para fotones de Rx de 60 keV, el ángulo de incidencia debe estar alrededor de  $0.015^\circ$ , mientras que la divergencia del haz debe darse incluso en ángulos de menor valor. Este ángulo se denomina crítico  $\Phi_{\text{crit}}$  y se lo puede calcular usando la siguiente relación mencionada por Klockenkamper (1996):

$$\Phi_{\text{crit}} \approx \frac{1.65}{E} \sqrt{\frac{Z}{A}} \rho, \quad (1)$$

donde  $E$  representa la energía en keV de los Rx incidentes, que en nuestro sistema se originan en un tubo con blanco de Mo; mientras que las otras cantidades están referidas al portamuestras:  $\rho$  la densidad del material expresada en  $\text{g/cm}^3$ ,  $Z$  el número atómico y  $A$  el peso atómico. En nuestro caso, el portamuestras es de cuarzo ( $\text{SiO}_2$ ) por lo que se tiene:  $\rho = 2.65 \text{ g/cm}^3$ ,  $Z = 30$  y  $A = 60.09 \text{ g/mol}$  tal como se

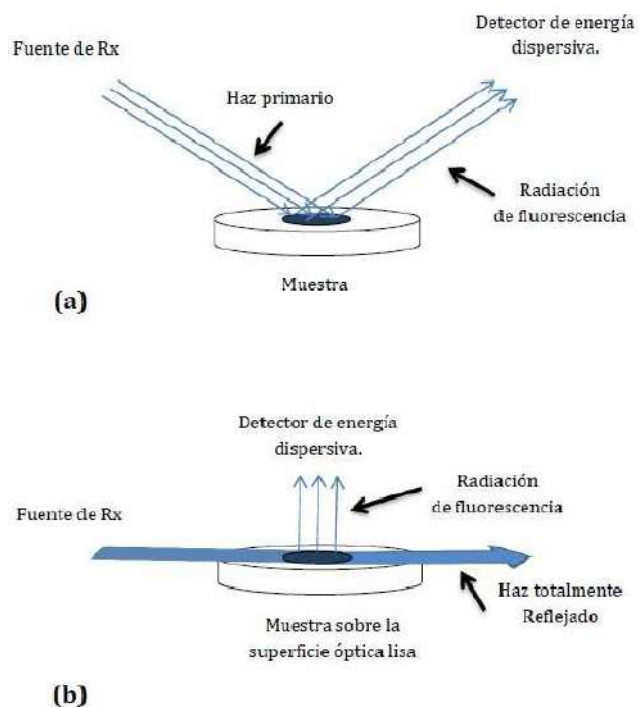


FIG. 1.— (Color online) Arreglo experimental para (a) FRX convencional y (b) FRXT.

cita en Nascimento Filho *et al.* (1999). Esta aproximación es válida para fotones de energía por encima de los límites de absorción del material.

### 2.1. Obtención de cabello

Se colectaron cabellos de niños de ambos sexos con edades comprendidas entre los 8 y 13 años, en la localidad de Viacha (Aprox. 3876 msnm) ubicada en la región altiplánica del departamento de La Paz. El muestreo de cabello comprendió dos escuelas, una situada en la parte urbana (96 muestras) y la otra en la Comunidad Collagua (12 muestras) correspondiente al área rural de Viacha. De manera paralela al proceso de recolección de cabello se tomaron los datos antropométricos de cada niño: masa corporal y estatura, así como también se registraron la edad y el grado escolar.

### 2.2. Calibración del equipo

Para la calibración del equipo de FRX se obtuvo inicialmente la curva característica (tasa de conteo en cuentas/seg vs. intensidad de corriente en mA), en la que se efectuó el test de linealidad consistente en la verificación de la relación lineal entre ambas magnitudes. El intervalo de intensidad de corriente seleccionado es el que satisface el criterio de linealidad. Posteriormente y tal como lo muestra la Figura 2, se determinó el límite de detección para diferentes elementos: Fe, Ni, Zn y Co, utilizando la relación propuesta en Nascimento Filho *et al.* (1999)

$$LOD_i = \sqrt{\frac{I_i(BG)}{t}} \cdot \frac{C_{Ga}}{I_{Ga}S_i}, \quad (2)$$

donde:

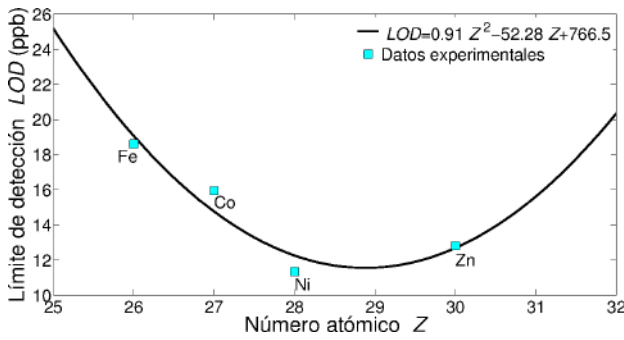


FIG. 2.— (Color online) Curva del límite de detección de muestras líquidas de algunos elementos, usando 10  $\mu\text{l}$  de alícuota en reflectores de cuarzo y analizadas durante 200 s.

TABLA 1

VALORES DE LOS PESOS ATÓMICOS Y LÍMITES DE DETECCIÓN (LOD) EN PARTES POR BILLÓN (PPB) CON 1 PPB =  $10^{-9}$ .

	Peso atómico	LOD (ppb)
Co	27	16
Zn	30	13
Ni	28	11
Fe	26	19

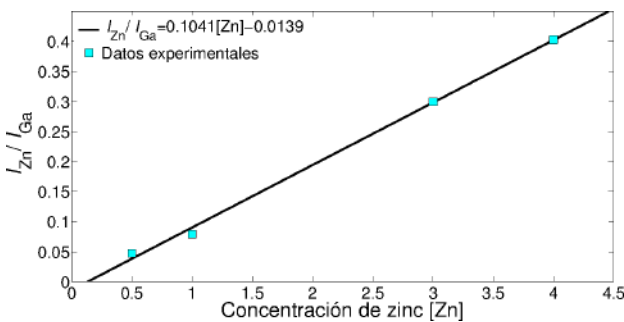


FIG. 3.— (Color online) Curva de calibración para el Zn. Donde  $I_{Zn}$  e  $I_{Ga}$  son los valores máximos de los picos de intensidad de Zn y Ga respectivamente.

- $I_i(BG)$  es la intensidad en cuentas por segundo del elemento  $i$  en la muestra.
- $C_{Ga}$  es la concentración en ppm (partes por millón) del estándar interno (Ga).
- $I_{Ga}$  es la intensidad en cuentas por segundo correspondientes al Ga.
- $S_i$  es la sensibilidad relativa del sistema para el elemento  $i$ .

Los valores se muestran en la Tabla 1.

Para la determinación de la concentración de Zn en cabello, se calibró el equipo utilizando estándares conteniendo 0.5, 1.0, 3.0 y 4.0 ppm de concentración en Zn, a los cuales, se añadieron suficientes cantidades de Ga, con el fin de obtener 10.0 ppm de Ga en todos los casos como estándar interno. Para la determinación de las áreas correspondientes a las líneas  $K_{\alpha}$  del Zn y Ga, se empleó tanto el software AXIL como el QXAS. Con esta información se obtuvo la curva de calibración que se muestra en la Figura 3.

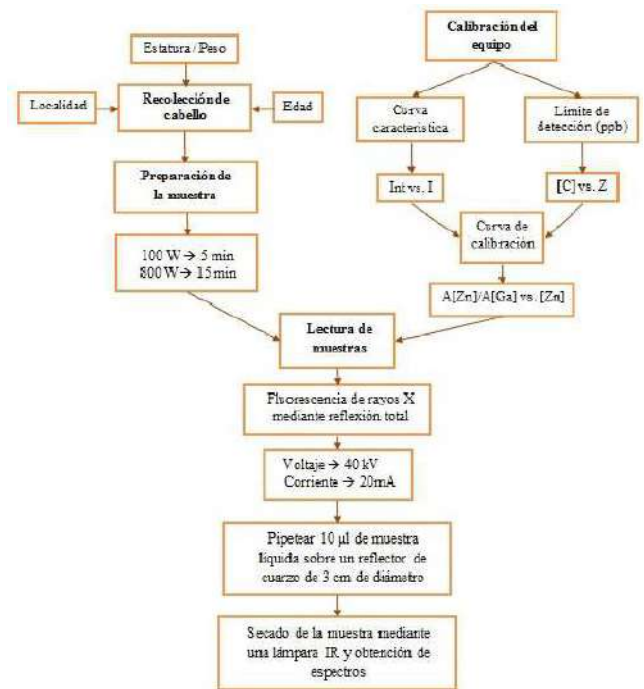


FIG. 4.— (Color online) Esquema de los procedimientos usados para la obtención de los espectros energéticos.

### 2.3. Preparación de muestras

Las muestras se prepararon mediante el proceso de digestión empleando microondas (MWD) sugerido por Memon *et al.* (2007). Se emplearon 200 mg de cabello y como oxidantes 3 ml de una mezcla compuesta por  $\text{HNO}_3$  y  $\text{H}_2\text{O}_2$  concentrada (2:1,  $v/v$ ) dejándolas reposar durante 5 min. Para la digestión se empleó un MWD Anton Paar (Instruments), en el cual se programa una secuencia de digestión de dos etapas: la primera a 100 W de potencia durante 5 min y la segunda a 800 W de potencia durante 15 min; teniendo en cuenta que la potencia máxima del equipo es de 1000 W y las condiciones de digestión son de  $300^\circ\text{C}$  como temperatura máxima y 75 bares de presión. Concluida la digestión se completa la preparación de la muestras agregando 0.25 mg de Ga para alcanzar 10 ppm de concentración como estándar interno.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO DE FRX Y LECTURA DE LAS MUESTRAS

Para el análisis por el método de reflexión total se utilizó un generador de Rayos-X ITAL STRUCTURES modelo COMPACT 3K5, cuyos rangos operativos de voltaje y amperaje son: 10 a 60 kV y 1 a 50 mA respectivamente, con 3 kW de salida y con un blanco de Mo. Para la lectura de muestras se utilizan reflectores de cuarzo, los cuales son previamente preparados mediante un procedimiento de lavado especial. Una vez limpios los reflectores se coloca una alícuota de 10  $\mu\text{l}$  de la muestra sobre el reflector la cual es secada empleando una lámpara infrarroja durante 10 min. La muestra seca se la deja enfriar durante 5 min para su posterior lectura obteniéndose de esa manera los espectros correspondientes. La Tabla 2 muestra un ejemplo de los valores de con-

TABLA 2

CONCENTRACIONES DE ZINC EN LA MUESTRA LÍQUIDA DE CABELLO, VOLUMEN DE AFORO Y MASA PROMEDIO DE LOS CABELLOS PARA CADA EDAD Y GÉNERO DE LOS INDIVIDUOS.

Edad	Género	$\overline{[Zn]} \pm \Delta[Zn]$ (ppm)	$\bar{V} \pm \Delta V$ (ml)	$\bar{M} \pm \Delta M$ (g)
8	M	$0.833 \pm 0.008$	$25 \pm 0.04$	$0.1584 \pm 0.0001$
	F	$0.450 \pm 0.010$	$25 \pm 0.04$	$0.2005 \pm 0.0001$
9	M	$1.001 \pm 0.011$	$25 \pm 0.04$	$0.1729 \pm 0.0001$
	F	$2.132 \pm 0.012$	$25 \pm 0.04$	$0.1826 \pm 0.0001$
10	M	$1.071 \pm 0.013$	$50 \pm 0.06$	$0.1873 \pm 0.0001$
	F	$1.803 \pm 0.014$	$50 \pm 0.06$	$0.2006 \pm 0.0001$
11	M	$1.314 \pm 0.015$	$26 \pm 0.04$	$0.1842 \pm 0.0001$
	F	$2.005 \pm 0.014$	$25 \pm 0.04$	$0.2003 \pm 0.0001$
12	M	$1.159 \pm 0.014$	$32 \pm 0.05$	$0.1832 \pm 0.0001$
	F	$2.106 \pm 0.015$	$25 \pm 0.04$	$0.2004 \pm 0.0001$
13	M	$0.736 \pm 0.011$	$10 \pm 0.03$	$0.1772 \pm 0.0001$
	F	$1.668 \pm 0.016$	$10 \pm 0.03$	$0.2007 \pm 0.0001$

TABLA 3

CONCENTRACIONES DE ZINC PROMEDIO EN LAS MUESTRAS DE CABELLO SEGÚN LA LA EDAD Y EL GÉNERO DE CADA NIÑO.

Edad	Género	$\overline{[Zn]} \pm \Delta[Zn]$ (ppm)
8	M	$119.4 \pm 1.7$
	F	$180.8 \pm 1.6$
9	M	$125.8 \pm 1.6$
	F	$379.7 \pm 3.4$
10	M	$154.5 \pm 2.2$
	F	$225.8 \pm 2.2$
11	M	$195.8 \pm 2.9$
	F	$243.3 \pm 2.2$
12	M	$180.5 \pm 2.4$
	F	$262.8 \pm 2.4$
13	M	$119.9 \pm 2.4$
	F	$207.8 \pm 2.4$

centración de zinc promedio para cada edad y género (M, masculino y F, femenino) que se obtuvieron usando el software QXAS.

#### 4. RESULTADOS

Una vez obtenidas las lecturas en el equipo de FRX, se calculó la concentración de Zn en cabello de cada individuo, resultados que se muestran en forma detallada en la Tabla 3

Considerando los resultados antropométricos que se muestran en la Tabla 4 y que fueron obtenidos para los individuos utilizando WHO AnthroPlus, software que es descrito en de Onis *et al.* (2007), se construyen diagramas de “caja y bigote” para la concentración de Zn ( $[Zn]$ ), el índice de masa corporal (IMC) y la talla en función de la edad, los mismos que se muestran en la Figura 5. Se puede observar que  $[Zn]$  para la mayoría de los individuos, tanto varones como mujeres, está comprendida en los límites aceptados desde el punto de vista nutricional que se mencionan en Bertazzo *et al.* (1996), donde para el rango etario de 6–11 años se tienen  $[Zn] = 188.18 \pm 9.54$  ppm y  $[Zn] = 211.62 \pm 9.73$  ppm para varones y mujeres respectivamente. También se observa que  $[Zn]$  tiende a ser mayor en las mu-

TABLA 4

VALORES DEL ÍNDICE DE MASA CORPORAL PROMEDIO (IMC), DESVIACIÓN ESTÁNDAR RESPECTO A LA MEDIA DEL IMC (ZSIMC), TALLA DE CADA NIÑO (H) Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR RESPECTO A LA MEDIANA DE LAS TALLAS (ZSH), PARA LAS DIFERENTES EDADES (E) Y GÉNEROS (G)

E	G	$\overline{IMC} \pm \Delta IMC$ (kg/m <sup>2</sup> )	$zsIMC \pm \Delta zsIMC$	$\bar{H} \pm \Delta H$ (m)	$zs\bar{H} \pm \Delta zsH$
8	M	$17.52 \pm 0.57$	$0.87 \pm 0.30$	$1.28 \pm 0.02$	$-1.25 \pm 0.49$
	F	$16.35 \pm 0.56$	$0.02 \pm 0.28$	$1.29 \pm 0.01$	$-1.07 \pm 0.32$
9	M	$18.75 \pm 1.46$	$0.94 \pm 0.47$	$1.28 \pm 0.02$	$0.04 \pm 0.30$
	F	$17.36 \pm 0.96$	$0.25 \pm 0.37$	$1.29 \pm 0.02$	$-1.03 \pm 0.31$
10	M	$17.43 \pm 0.61$	$0.22 \pm 0.28$	$1.35 \pm 0.02$	$-0.88 \pm 0.25$
	F	$15.09 \pm 0.43$	$-1.16 \pm 0.27$	$1.38 \pm 0.03$	$-0.68 \pm 0.5$
11	M	$19.03 \pm 0.68$	$0.61 \pm 0.26$	$1.42 \pm 0.01$	$-0.67 \pm 0.28$
	F	$18.45 \pm 1.09$	$-0.42 \pm 0.31$	$1.43 \pm 0.03$	$-0.74 \pm 0.32$
12	M	$19.17 \pm 0.69$	$0.42 \pm 0.28$	$1.47 \pm 0.02$	$-0.80 \pm 0.21$
	F	$18.47 \pm 0.53$	$-0.05 \pm 0.28$	$1.48 \pm 0.02$	$-1.30 \pm 0.07$
13	M	$20.03 \pm 1.25$	$0.50 \pm 0.50$	$1.50 \pm 0.03$	$-0.51 \pm 0.35$
	F	$18.76 \pm 1.88$	$-0.19 \pm 0.84$	$1.45 \pm 0.01$	$-1.18 \pm 0.89$

TABLA 5

INDICADORES PARA LAS PRUEBAS DE DIAGNÓSTICO.

Género	Sensibilidad	Especificidad	VPP	VPN
M	100%	73.47%	27.78%	100%
F	66.67%	94.74%	50.00%	97.30%

eres que en los varones, resultado que concuerda con otros trabajos como por ejemplo en Heinersdorff & Taylor (1979); Gibson, Skeaff & Williams (2000). Se nota que la presencia de valores atípicos en el IMC y la talla, ocurre principalmente para varones entre 8 y 9 años; lo anterior puede ser debido a que la edad en estos casos juega un rol mayor en la determinación de los parámetros antropométricos. Finalmente, se ve que la presencia de valores atípicos en  $[Zn]$  para varones y mujeres de 12 años es importante, situación que puede estar ligada a los cambios físicos y fisiológicos típicos de esta edad.

Para realizar el análisis discriminante, se consideró que los límites de corte mínimo y máximo para la concentración de Zn eran de 150 ppm y 250 ppm respectivamente. Por otra parte, se tomó para el IMC, una unidad tipificada ( $z$ -score) mínima de 1.8 desviaciones estándar; en otras palabras, se considera a un individuo normal (negativo en cuanto a problemas nutricionales) si su  $[Zn]$  satisface ( $150 \leq [Zn] \leq 250$ ) ppm de acuerdo con Weber (1990),  $zsIMC \leq 1.80$ ; caso contrario se lo considera anormal (positivo en cuanto a problemas nutricionales). Bajo estas condiciones, se procedió a un análisis discriminante cuadrático tanto para varones como para mujeres, obteniéndose las regiones de discriminación mostradas en la Figura 6, tanto para varones (a) como para mujeres (b). En ambos casos, se observa que la mayoría de los individuos son normales, lo cual no es sorprendente puesto que la mayoría se encuentran en el el rango ( $150 \leq [Zn] \leq 250$ ) ppm. Cabe aclarar que se realizó este análisis solo para las 96 muestras de la parte urbana de Viacha, ya que

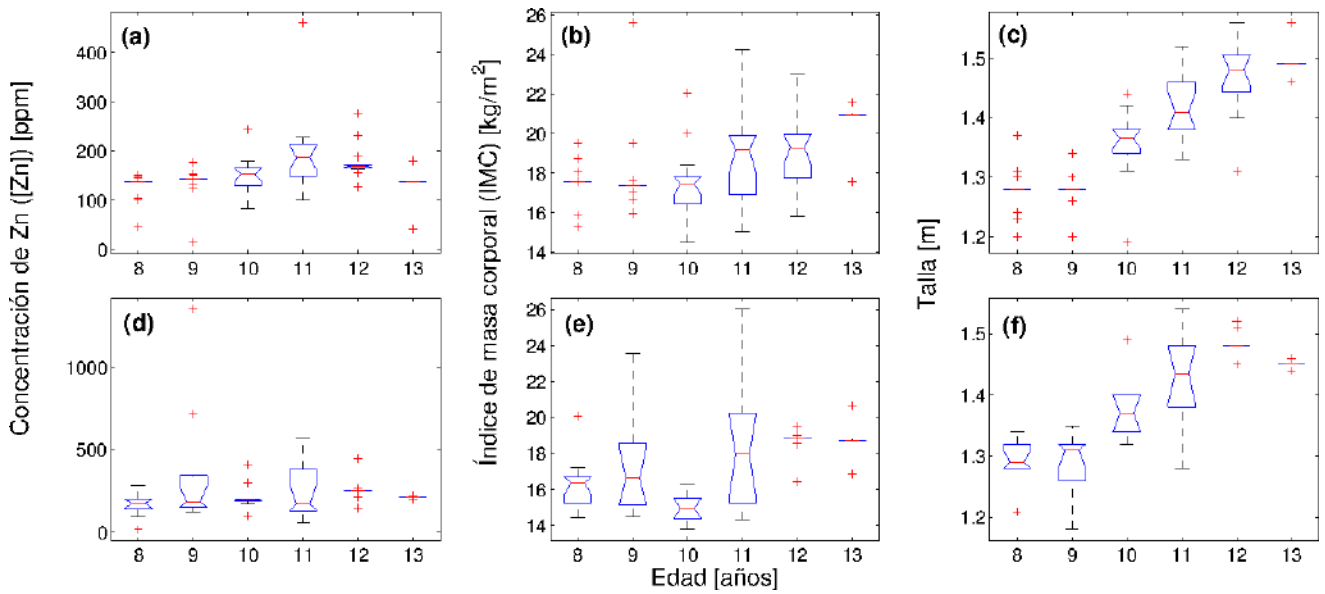


FIG. 5.— (Color online) Diagramas de "caja y bigote" de 1.5 veces el rango intercuartil para (a),(d) [Zn], (b), (e) IMC y (c), (f) talla. Para niños (fila superior) y niñas (fila inferior).

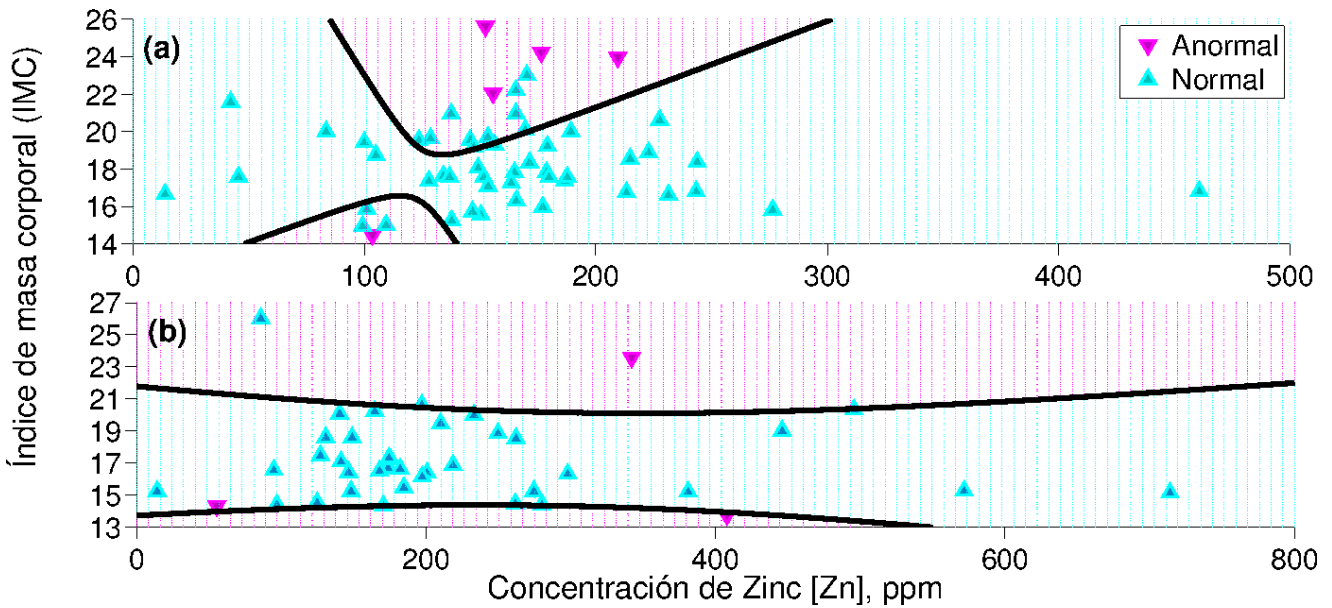


FIG. 6.— (Color online) Análisis discriminante utilizando el IMC y [Zn], para (a) niños y (b) niñas.

las 12 restantes no eran suficientes para observar la discriminación cuadrática. Para la cuantificación de este análisis se utilizan pruebas de diagnóstico mediante el cálculo de la sensibilidad (proporción de verdaderos positivos que han sido correctamente identificados) y de la especificidad (proporción de verdaderos negativos que han sido correctamente identificados); también se pueden calcular valores predictivos como el valor predictivo positivo (VPP) que es la proporción de pacientes positivos que han sido

correctamente identificados o el valor predictivo negativo (VPN) que es la proporción de pacientes negativos que han sido correctamente identificados. Los resultados obtenidos para este análisis se muestran en la Tabla 5.

De acuerdo con los valores obtenidos en la Tabla 5, se tiene una buena discriminación entre individuos que presentan características normales de aquellos que tienen potenciales problemas nutricionales. A pesar de estos buenos resultados, no se puede afir-

mar que exista una correlación entre la [Zn] y el IMC. Este tipo de resultados negativos fueron reportados en otros trabajos tales como Weisstaub *et al.* (2004); Weber (1990)

#### 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Entre las principales contribuciones del presente trabajo desde el punto de vista experimental, se puede mencionar que se puso a punto la técnica de FRXT para la determinación de concentración de zinc en cabellos; se estandarizó un protocolo que va desde la recolección de cabello hasta la preparación de la muestra pasando por la calibración del equipo de FRX, lo que en el futuro permitirá realizar mediciones de manera más rápida y eficiente. En lo referente a los resultados obtenidos, si bien no se halló una correlación directa entre [Zn] y los parámetros antropométricos como se esperaba, no se descarta que esta correlación pueda existir si en los estudios se incluyen un mayor número de variables que incidan en el nivel nutricional de los individuos, tales como edad exacta en meses, composición nutricional,

entorno familiar y habitat, etc.; así como variables que representen una respuesta al nivel nutricional, como ser el grado de aprovechamiento académico. Con todo lo anterior, se espera hallar correlaciones que puedan indicar las posibles soluciones a problemas nutricionales. Se espera que con los nuevos datos mencionados anteriormente, se pueda mejorar aún más el análisis discriminante. Se tiene la perspectiva de ampliar este estudio a otras regiones de Bolivia.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la invaluable y desinteresada colaboración prestada por el personal del Centro de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares, en especial a Jorge Chungara, Isaac Luna y Heidi Mamani de la Unidad de Análisis y Calidad Ambiental así como a Eusebio Mita de la Unidad de Investigaciones y Aplicaciones Nucleares. También al Dr. José Luis San Miguel del Instituto de Investigación en Salud y Desarrollo de la UMSA por proporcionarnos el software WHO AntroPlus.

#### REFERENCIAS

- Compton A. H. (1923), *Philos. Mag.* **45**, 1121.  
 Yoneda Y. & Horiuchi T. (1971), *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 1069.  
 Klockenkamper R. (1996), *Total reflection x-ray fluorescence analysis* (Nueva York: Wiley)  
 Memon A-ur-R., Kazi T. G., Afridi H. I., Jamali M. K., Arain M. B., Jalbani N. & Syed N. (2007), *Clin. Chim. Acta* **379**, 66  
 Nascimento Filho V. F., Poblete V. H., Parreira P. S., Matsumoto E., Simabuco S. M., Espinoza E. P. & Navarro A. A. (1999), *Biol. Trace. Elem. Res.* **71**, 423  
 de Onis M., Onyango A. W., Borghi E., Siyam A., Chizuru N., Nishida C. & Siekmann J. (2007), *B. World Health Organ.* **85**, 660.  
 Bertazzo A., Costa C., Biasolo M., Allegri G., Cirrincione G. & Prestim G. (1996), *Biol. Trace. Elem. Res.* **52**, 37.  
 Heinersdorff N. & Taylor T. G. (1979), *Arch. Dis. Child.* **54**, 958.  
 Gibson R. S., Skeaff M. & Williams S. (2000), *Biol. Trace. Elem. Res.* **75**, 65.  
 Weisstaub S. G., Bustos M., Olivares M., Castillo D. C. & Araya M. (2004), *Rev. Bol. Ped.* **42**, 77.  
 Weber C. W., F. W., Nelson G. W., de Vaquera M. & Pearson P. B. (1990), *J. Trop. Pediatrics* **36**, 230.

## RESULTADOS DEL EXPERIMENTO ALICE PARA LA FÍSICA DE RAYOS CÓSMICOS<sup>†</sup>

### RESULTS OF ALICE EXPERIMENT FOR THE COSMIC RAY PHYSICS

MARTIN A. SUBIETA VASQUEZ

Dipartimento di Fisica Università di Torino e INFN, Italia  
Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario. Casilla 8635  
La Paz, Bolivia

(Recibido 11 de Marzo de 2014; aceptado 21 de Abril de 2014)

#### RESUMEN

Durante el verano de 2009 e invierno de 2010 se registró un gran número de eventos de muones atmosféricos, dicho registro se utilizó para la calibración, alineamiento y puesta en marcha de la mayoría de los detectores del experimento ALICE (A Large Hadron Collider Experiment) localizado en el CERN (Ginebra, Suiza). En este artículo se presenta el análisis de una parte de estos datos con el fin de estudiar, por un lado, el desempeño del aparato experimental y, por otro lado, el estudio de las mediciones realizadas que están conectadas con la física de rayos cósmicos. Se presentan los resultados de las mediciones preliminares de la razón  $\mu^+/\mu^-$  para muones atmosféricos casi verticales (ángulo cenital entre  $0^\circ$  y  $20^\circ$ ) registrados por los detectores centrales de ALICE, y para muones casi horizontales (ángulo cenital entre  $70^\circ$  y  $85^\circ$ ) registrados por el espectrómetro de muones de ALICE. Finalmente, se realiza una comparación entre los resultados hallados y los datos de experimentos pasados.

Código(s) PACS: 14.60.Ef — 95.55.Vj

*Descriptores:* Muones — Detectores de partículas elementales y rayos cósmicos.

#### ABSTRACT

A large number of events of atmospheric muons was registered and used to calibrate, align and set to work several of the ALICE (A Large Hadron Collider Experiment) experiment detectors located at CERN (Geneve, Switzerland). In this article we present the analysis of a part of these data aimed at studying the performance of the experimental apparatus and also at studying the measurements connected with the cosmic ray physics. We present the results of preliminary measurements of the  $\mu^+/\mu^-$  ratio for quasi-vertical atmospheric muons (zenital angle between  $0^\circ$  and  $20^\circ$ ) registered by the central detectors of ALICE and for quasi-horizontal muons (zenital angle between  $70^\circ$  and  $85^\circ$ ) registered by the muon spectrometer of ALICE. Finally, we compare these results with the data of previous experiments.

*Subject headings:* Muons — Elementary particle and cosmic ray detectors.

#### 1. INTRODUCCIÓN

ALICE es uno de los cuatro experimentos del LHC (Large Hadron Collider) localizado en el CERN, Ginebra, Suiza. ALICE está principalmente dedicado al estudio de una nueva fase de la materia conocida como QGP (Quark Gluon Plasma), el cual es creado en colisiones de iones pesados a energías de  $\sqrt{s} = 14$  TeV. No obstante que sea éste el principal objetivo de ALICE, el experimento es capaz de detectar también muones atmosféricos producidos a grandes altitudes de la atmósfera terrestre, por el decaimiento de mesones ( $\pi^\pm, K^\pm$ ), los cuales a su vez son producidos por colisiones de partículas muy

energéticas con los átomos de la atmósfera. Dichas partículas provienen del espacio exterior, y son conocidas como rayos cósmicos. Las sorprendentes capacidades de los detectores de ALICE hacen posible que se realicen mediciones con alta precisión. Como ALICE está localizado a 40 metros bajo tierra con  $\sim 30$  metros de roca, solamente muones muy energéticos ( $E_\mu > 15$ ) GeV pueden alcanzar los detectores de ALICE. En este sentido los detectores centrales han sido empleados para el estudio de los así llamados *muones casi-verticales*, y éstos son: ACORDE (Alice COsmic Ray Detector), TOF (Time Of Flight), TPC (Time Projection Chamber) and SPD (Silicon Pixel Detector). Además ha sido también empleado el espectrómetro de muones Forward Muon Spectrometer (FMS) para detectar los así llamados *muones casi-horizontales*.

<sup>†</sup>Presentado en Epiphany 2011, conferencia desarrollada en Cracovia, Polonia

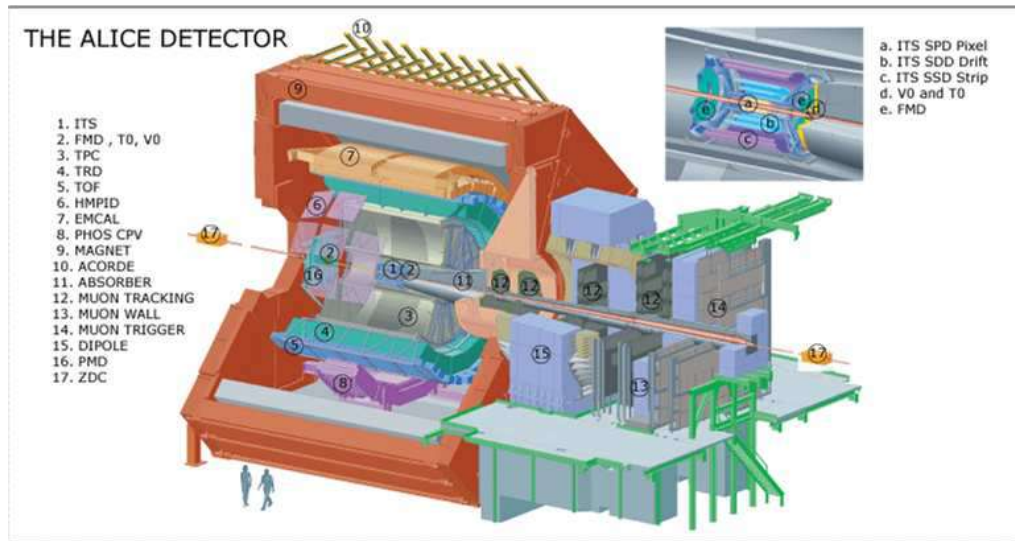


FIG. 1.— El experimento ALICE.

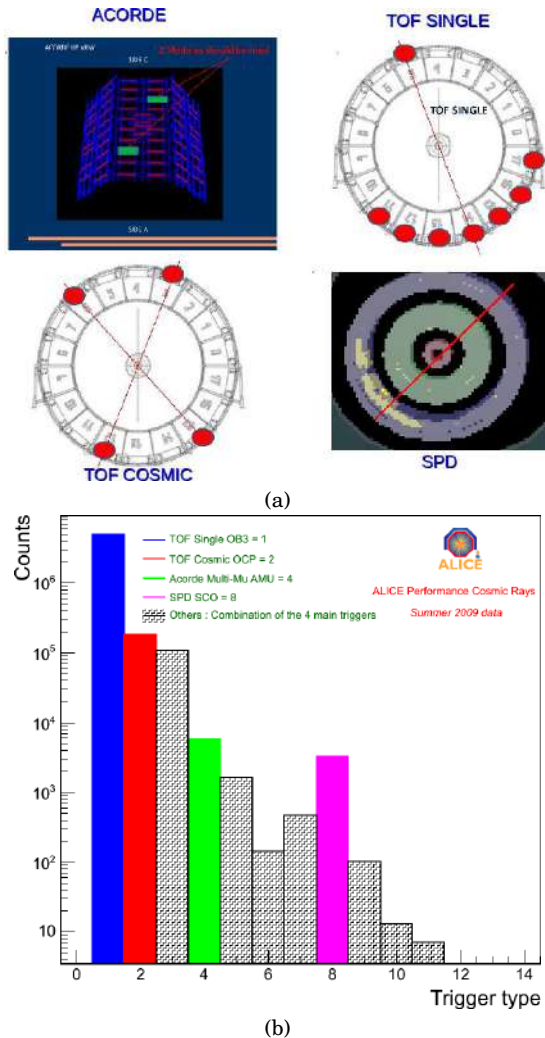


FIG. 2.— Vista esquemática de los cuatro triggers implementados (a). Distribución del sistema de trigger implementado y combinaciones de éste TOF SINGLE azul, TOF COSMIC en rojo, ACORDE en verde y SPD en violeta (b).

## 2. SISTEMA DE TRIGGER (DISPARO) DE LOS DETECTORES CENTRALES USADO PARA LOS MUONES ATMOSFÉRICOS

Triggers específicos han sido implementados para detectar los muones atmosféricos, los cuales atraviesan los detectores centrales de ALICE (véase Fig. 1). Para éste propósito, tres detectores han sido considerados: ACORDE, TOF y SPD.

**ACORDE** tiene 60 centelladores plásticos localizados encima del magneto de ALICE. El trigger es dado por una doble coincidencia (dos centelladores) llamada ACORDE MULTIMU (AMU) (véase Fig. 2(a)).

**TOF** con una geometría cilíndrica que rodea completamente la TPC, esta compuesto por un arreglo de MRPC (Multi Resistive Plate Chambers). Dos tipos de triggers fueron implementados. El primero fue llamado TOF SINGLE (OB3), el cual requería al menos un pad activado (por un muón atravesando el TOF) en la parte superior del detector y otro pad en la parte inferior o cualquiera de los tres pads más próximos, en ambos casos. En la Fig. 2(a) se muestra la idea del trigger implementado. El segundo trigger llamado TOF COSMIC (OCP) fue dado por la coincidencia de cuatro pads independientemente de su posición en el arreglo (véase Fig. 2(a)).

**SPD** está conformado por dos capas de módulos de silicio localizados muy cerca del punto de interacción del aparato. El trigger para muones atmosféricos fue dado por la coincidencia de dos módulos en la parte opuesta de la mitad de la capa más externa del detector (véase Fig. 2(a)).

En la figura Fig. 2(b) se muestra la distribución del sistema de trigger utilizado en la muestra de datos que corresponden a eventos de muones atmosféricos registrados durante el verano del 2009.

La mayoría de los eventos ha sido proporcionado por el trigger TOF SINGLE (OB3), mientras que TOF COSMIC (OCP) hace una selección de eventos con alta multiplicidad pero el rate de eventos es más bajo que OB3 por un factor casi 20. ACORDE MULTIMU ha tenido un rate muy bajo por que requería

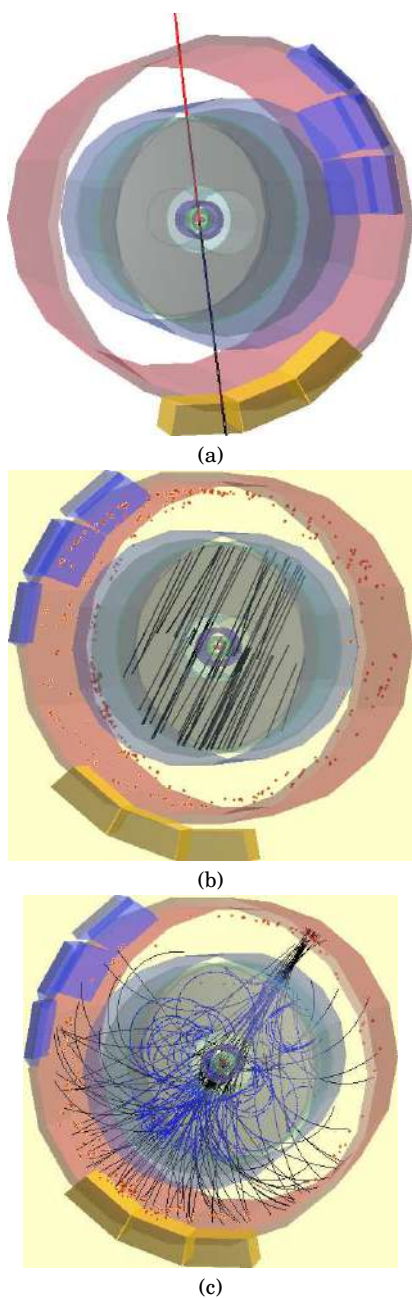


FIG. 3.— Un solo muón atravesando la TPC (a), Ejemplo de un evento de alta multiplicidad (b) y ejemplo de un evento de interacción del muón con el material circundante (c).

una coincidencia de al menos dos centelladores mientras que el SPD también muestra un rate bajo debido al área reducida del detector.

### 3. MUONES ATMOSFÉRICOS REGISTRADOS POR LA TPC

Los muones atmosféricos normalmente atraviesan toda la TPC, desde la parte superior hasta la inferior. El método estándar utilizado para reconstruir las trayectorias de los muones (tracks), que en principio fue optimizado para reconstruir partículas producidas en las colisiones p-p, Pb-Pb, usando dos tracks por trayectoria, una superior (track up) y otra inferior (track down) considerando un semi-cilindro en ambos casos. La idea central se muestra en la

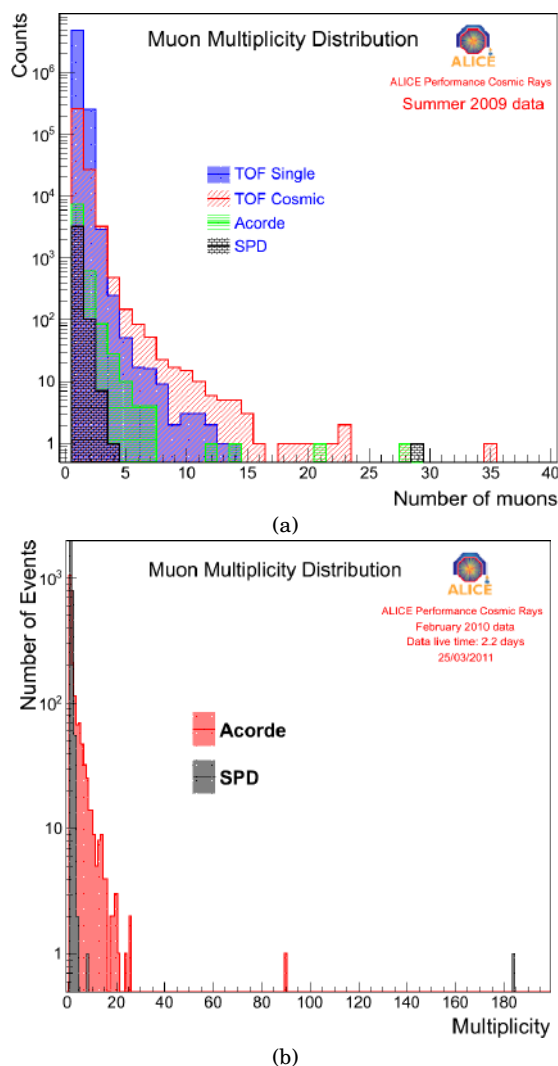


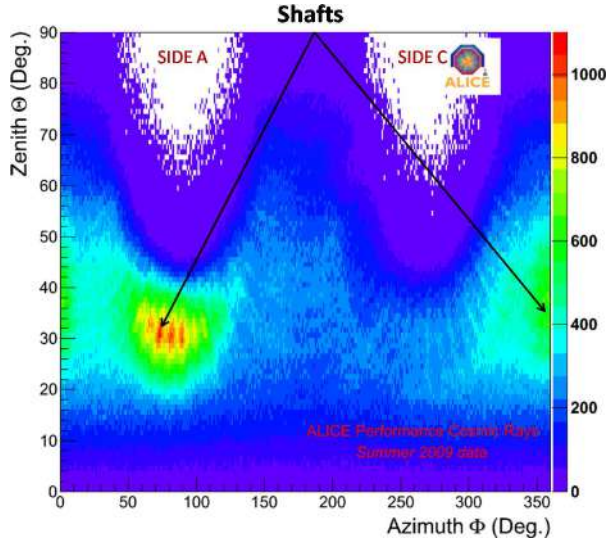
FIG. 4.— Distribución de la multiplicidad de muones: para los datos del 2009 (4 triggers usados) (a), para los datos de febrero del 2010 (2 triggers usados) (b).

Fig. 3(a). A cada track es asociado un momento, es decir ( $P_{up}$  and  $P_{down}$ ) respectivamente.

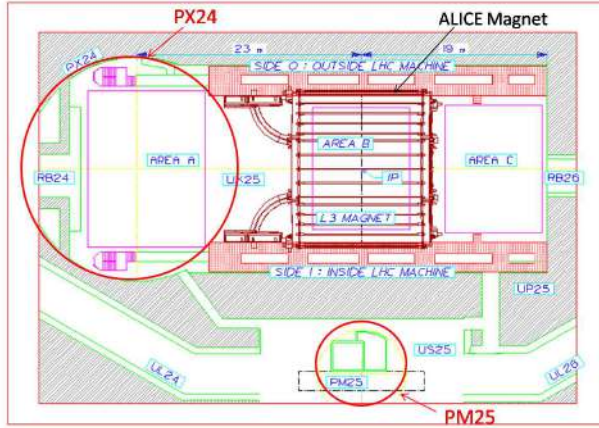
Con el fin de obtener el entero track del muón, y contar el exácto número de estos, especialmente en eventos con alta multiplicidad, ha sido implementado un algoritmo especial para unir ambos tracks (up y down) correspondiente a cada track del muón atmosférico.

Además aplicando nuestro algoritmo fuimos capaces de distinguir entre eventos de alta multiplicidad (véase Fig. 3(b)) con los de interacción del muón, los cuales pueden ser producidos cuando un muón muy energético interactúa con el magneto de hierro y produce un chubasco de partículas que atraviesan la TPC como se muestra en la Fig. 3(c).

Como el método estándar media el momento  $P_{up}$  and  $P_{down}$  de las partículas separadamente asociada a cada track (up-down), fue desarrollado un nuevo método para el caso de los muones atmosféricos. Éste calculaba el momento del muón tomando en cuenta todo el track es decir (up+down). Para ello se desarrollaron también simulaciones MC para estudiar



(a)



(b)

FIG. 5.— Ángulos zenital vs azimutal de muones llegando en ALICE (a). La estructura de los shafts de ALICE se hacen visibles en correspondencia al número de muones y sus direcciones (b).

y mejorar éste nuevo método, obteniéndose así una resolución en momento de  $\sim 30\% - 35\%$  a  $100 \text{ GeV}/c$ .

#### 4. ANÁLISIS DE LOS DATOS CON LOS DETECTORES CENTRALES

La muestra de datos registrados durante el verano de 2009 correspondía a 2.5 días de tiempo efectivo, con más de 5 millones de eventos de muones atmosféricos, mientras que los datos de febrero del 2010 correspondían solo a 25000 eventos registrados en 2 días de tiempo efectivo. La diferencia se debió a la ausencia del detector TOF en el sistema de trigger usado en 2010. En las siguientes secciones se muestra solo el análisis de los datos de eventos estándar es decir (eventos de un solo muón o eventos de alta multiplicidad), descartándose así los eventos de interacción.

##### 4.1. Multiplicidad de los muones y su distribución angular

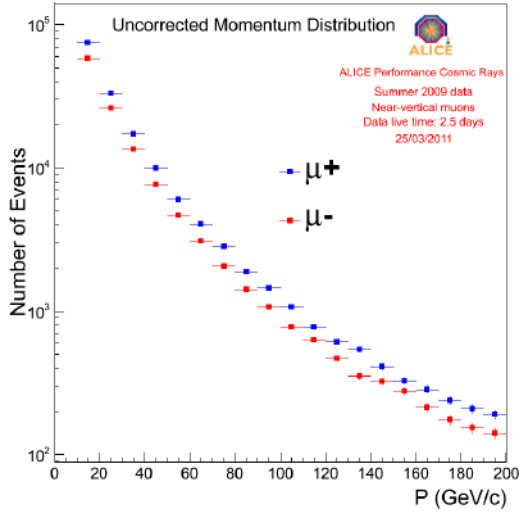
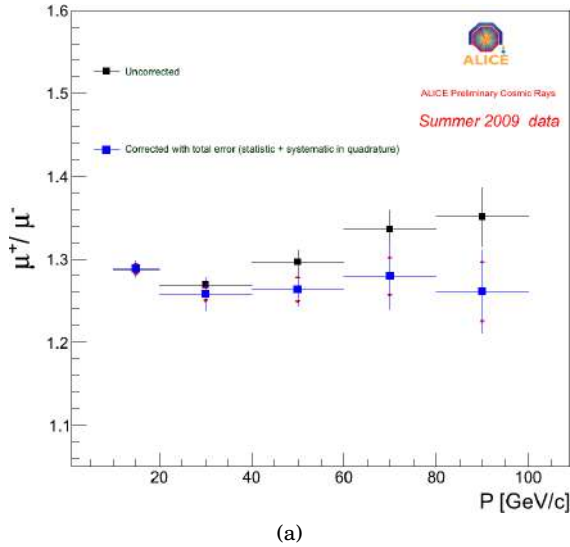
Adoptando el nuevo algoritmo de reconstrucción y el criterio de trigger previamente explicado, se hizo el estudio de la muestra de datos. La distribución de la multiplicidad de muones para los diferentes tipos de trigger de los datos de 2009 se muestra en la Fig. 4(a) mientras que para los datos de 2010 se muestra en la Fig. 4(b). Hemos comparado las distribuciones obtenidas con las simulaciones suponiendo una composición del rayo cósmico primario de solo protones o hierro, correspondientes a 30 días de toma de datos, con el fin de estudiar la correspondencia entre los datos experimentales y los simulados. Para las simulaciones se usó Corsika con el modelo de interacción hadrónica conocido como QGSJET2. Sorpresivamente se encontraron dos eventos de muy alta multiplicidad con los datos de 2010, los cuales resultan muy difícil de explicar con los actuales modelos de interacción hadrónica que se tienen. En uno de los eventos se cuentan (usando nuestro algoritmo) 89 muones con una densidad de  $\sim 6\mu/m^2$  y en otro evento se contaron 182 muones con una densidad de  $\sim 12\mu/m^2$ . Hemos estimado que ambos eventos han debido ser generados por un primario con una energía más grande de  $10^{16} \text{ eV}$ . La probabilidad de detectar eventos de alta multiplicidad en 5 días de toma de datos es muy baja, especialmente para eventos con más de 100 muones, el cual se estimó en un evento por tres días de toma de datos.

La distribución de los ángulos zenital vs azimutal de los muones seleccionados con el trigger TOF SINGLE (OB3) se muestra en la Fig. 5(a). La correlación de éstos dos ángulos muestra un incremento en el número de muones en la dirección correspondiente a los dos shafts PX24 y PM25 de ALICE localizados cerca del aparato experimental los cuales se muestran en la Fig. 5(b). La pérdida de energía de los muones atravesando toda la roca encima de ALICE es  $\sim 15 - 16 \text{ GeV}$  y disminuye cuando los muones pasan a través de los shafts, incrementándose así el número de muones en esas direcciones (las regiones verde, amarillo y rojo en la figura). Considerando que los muones con ángulo zenital en el rango  $0^\circ - 20^\circ$  (*muones casi-verticales*) no son afectados por los shafts, por lo cual son tomados en cuenta para la medida de la razón  $\mu^+/\mu^-$ .

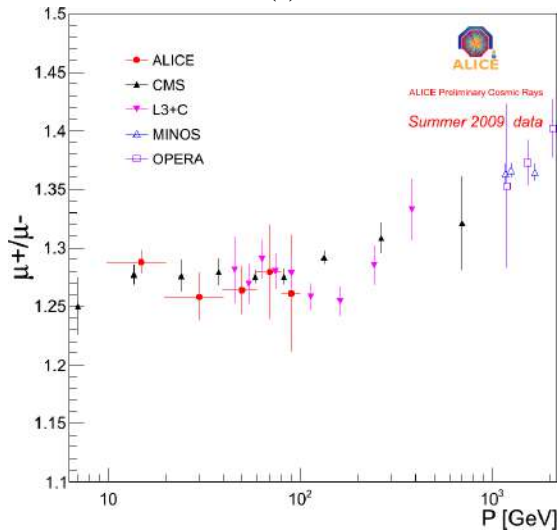
##### 4.2. Medida de la razón $\mu^+/\mu^-$ para muones casi-verticales

Se toma en cuenta la muestra de datos obtenida para los (*muones casi-verticales*) con el trigger TOF SINGLE y seleccionando eventos con solo dos tracks en la TPC y por tanto un solo muón reconstruido. Se pudo deducir de Fig 6, en la cual se grafica la distribución del momento de los muones *no corregida* para  $\mu^+$  and  $\mu^-$  al nivel de ALICE hasta  $P = 200 \text{ GeV}/c$ , lo cual nos da un muestra de eventos limpia en la cual no se observaron anomalías.

Por lo tanto, estudiamos la razón  $R_\mu = \frac{N_{\mu^+}}{N_{\mu^-}}$  en


 FIG. 6.— Distribución de momento no corregido para  $\mu^+$  and  $\mu^-$ .


(a)



(b)

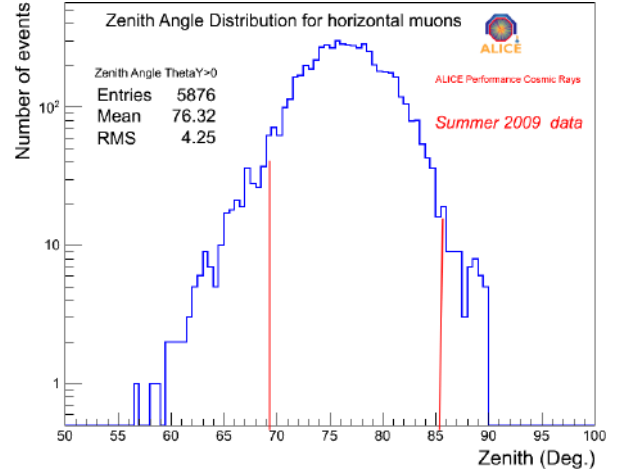
 FIG. 7.— Comparación de la razón  $\mu^+/\mu^-$  corregido con la no corregida, en función del momento, tomando en cuenta los errores estadísticos y experimentales (a). Comparación de la razón  $\mu^+/\mu^-$  con otros experimentos (b).


FIG. 8.— Distribución del ángulo zenital para muones casi horizontales

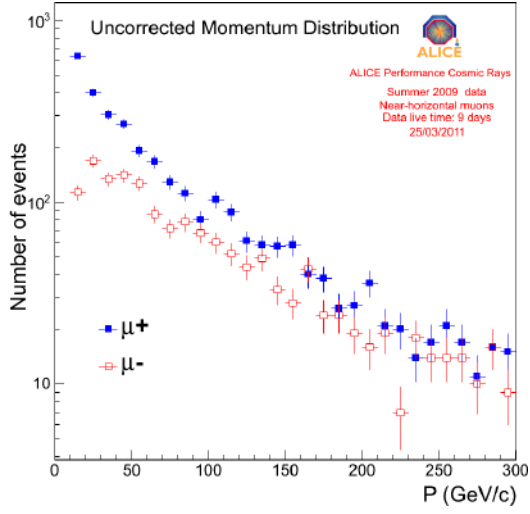
el rango de momento  $10 < P < 100$  GeV/c a nivel de ALICE. Se han seleccionado muones con  $P > 10$  GeV/c con el fin de eliminar efectos de borde de la roca encima de ALICE, y grandes diferencias en las eficiencias entre  $\mu^\pm$  a bajo momento debido a la gran curvatura de los tracks provocado por el campo magnético. Limitamos la medida experimental hasta  $P = 100$  GeV/c porque la resolución encontrada con este valor del momento es razonable ( $\sim 30\% - 35\%$ ). En la figura Fig 7(a) se muestra la razón corregida<sup>1</sup> comparada con la no corregida. El valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$  corregida incluyendo los errores estadísticos y sistemáticos por cada bin, en el intervalo  $10 < P < 100$  es  $R_\mu = 1.275 \pm 0.006(stat.) \pm 0.01(syst.)$ .

Uno de los resultados más significativos fue obtenido por la colaboración L3+C la cual publicó el valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$   $1.285 \pm 0.003(stat.) \pm 0.019(syst.)$  (Archad *et al.* 2004), una medida más reciente y precisa de  $\mu^+/\mu^-$  fue reportada por la colaboración CMS (Compact Muon Solenoid), publicando un valor de la razón de carga  $\mu^+/\mu^-$  de  $1.2766 \pm 0.0032(stat.) \pm 0.0032(syst.)$  considerando  $P < 100$  GeV/c (CMS-Collaboration 2010). En la figura Fig 7(b) se muestran nuestros resultados comparados con los de los otros dos experimentos L3+C y CMS, en la cual se puede ver el buen acuerdo de nuestros resultados con los otros dos citados en la región del momento  $P < 100$  GeV/c.

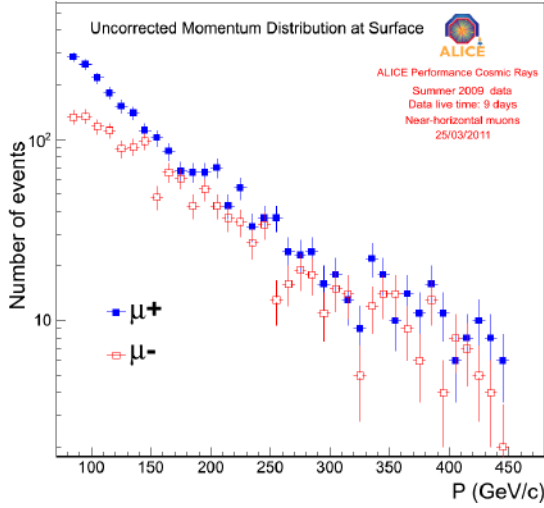
##### 5. MUONES CASI-HORIZONTALES DETECTADOS POR EL FORWARD MUON SPECTROMETER (FMS) DE ALICE

El FMS consiste en 5 cámaras de tracking (2 para el trigger) y un dipolo magnético (véase Fig. 1). Aunque este fue diseñado para detectar específicamente muones producidos en colisiones en el LHC, es también posible detectar los muones atmosféricos con gran ángulo zenital, y por consiguiente estudiarlos. Cerca a 9 días de datos han sido

<sup>1</sup> La corrección del valor de la razón  $\mu^+/\mu^-$ , fue obtenida por estudios detallados basados en simulaciones MC, con el fin de estimar los efectos de la migración de las entradas en los diferentes bins debido a la resolución del momento y a la eficiencia del aparato experimental en la detección de  $\mu^\pm$ .



(a)



(b)

FIG. 9.— Distribución de momento no corregido para  $\mu^+$  and  $\mu^-$  hasta  $P = 400$  GeV/c al nivel de ALICE (a) y al nivel de la superficie (b).

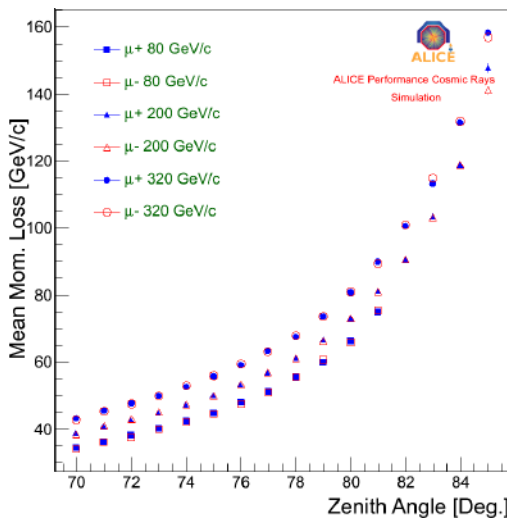
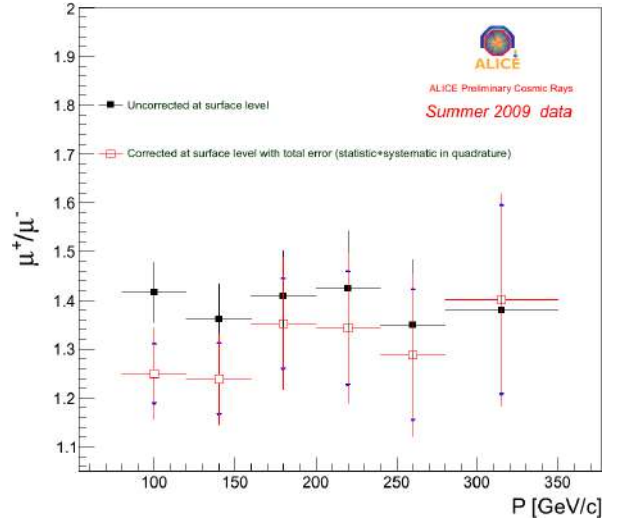
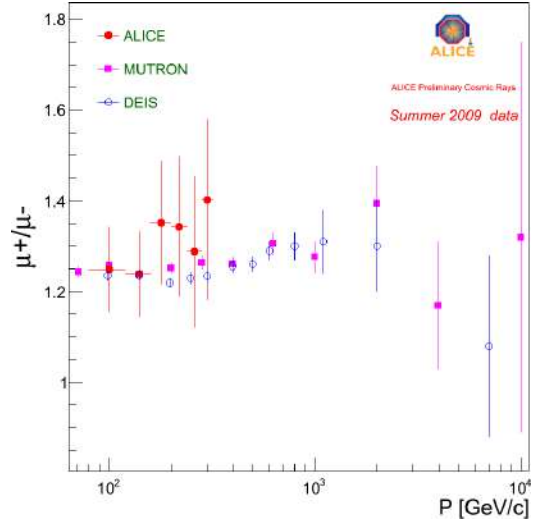


FIG. 10.— Momento perdido medio en función del ángulo zenital para tres valores fijos de la energía.



(a)



(b)

FIG. 11.— Razón  $\mu^+/\mu^-$  corregida en función del momento con los errores sistemáticos y estadísticos, comparado con el no corregido (a). Comparación de nuestros resultados con otros experimentos : MUTRON y DEIS (b).

recolectados durante el verano europeo del 2009, sumando así un total de poco más de 8000 eventos. Seleccionando de este modo solo los muones que atraviesan el FMS en la dirección de los detectores centrales de ALICE hacia las cámaras que dan el trigger del FMS (el mismo trigger utilizado para el caso de colisiones), la muestra se reduce a 5876 eventos los cuales tienen una distribución angular que se muestra en la figura Fig. 8. El análisis se realiza con muones de ángulos zenitales entre  $70^\circ$  y  $85^\circ$ .

### 5.1. Medida de la razón $\mu^+/\mu^-$ para muones casi-horizontales

La distribución de momento no corregida para  $\mu^\pm$  al nivel de ALICE para la muestra de datos seleccionados se muestra en la figura Fig. 9(a). Los muones con bajo momento ( $P < 10$  GeV/c), son fuertemente afectados por la combinación de los campos magnéticos del L3 (circundando los detectores centrales) y por el dipolo magnético del FMS, provo-

cando una gran diferencia en la aceptancia y eficiencia entre  $\mu^\pm$ . Haciendo un corte en  $P > 10$  GeV/c asegura una mejor simetría entre las dos partículas cargadas.

La distribución de momento en la superficie ha sido obtenida calculando la pérdida de energía<sup>2</sup> de los muones en la roca con estudios detallados de Monte Carlo MC. En la figura Fig. 10 se muestra el momento medio perdido por los muones para  $\mu^\pm$  para tres valores fijos de la energía que está dada en función del ángulo zenital. La distribución de momento no corregido para  $\mu^\pm$  al nivel de la superficie después de incluir la pérdida de momento se muestra en la figura Fig. 9(b).

Como la estadística de los muones horizontales es baja, la medida de la razón  $R_\mu$  se realizó en el rango de momento  $80 < P < 320$  GeV/c con bins de momento  $\Delta P = 40$  GeV/c. El límite más bajo ha sido elegido para evitar grandes asimetrías entre  $\mu^\pm$ , mientras que el límite superior se estableció debido a que se tiene una resolución<sup>3</sup> del momento razonable, reduciéndose así los efectos de un posible mal alineado de las cámaras de tracking del FMS.

La razón no corregida  $R_\mu$  en función al momento el nivel de la superficie se muestra en la figura Fig. 11(a) comparado con la razón corregida<sup>4</sup>, tomando en cuenta los errores estadísticos y sistemáticos.

El valor encontrado para  $R_\mu$  en todo el rango de momento  $80 < P < 320$  GeV/c es:  $R_\mu = 1.27 \pm 0.04(stat.) \pm 0.1(syst.)$ . Los errores sistemáticos

grandes son debido principalmente a la incertidumbre en la estimación del alineado de las cámaras del detector.

En los resultados de los experimentos MUTRON y DEIS, se dedicaron a la medida de la razón de la carga para muones casi-horizontales como se muestra en la figura Fig 11(b) comparada con nuestros resultados. El valor reportado por MUTRON en la región del momento  $100 < P < 600$  fue  $R_\mu = 1.251 \pm 0.005(stat.)$  (Matsuno *et al.* 1984).

## 6. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

La medida de la razón  $R_\mu$  desarrollada con los detectores centrales del experimento ALICE para muones *casi-verticales* y para los *muones casi-horizontales* con el detector FMS de ALICE están de acuerdo con las previas medidas realizadas por los experimentos CMS y L3+C para el primer caso y MUTRON, DEIS para el segundo. Nuestras mediadas experimentales son preliminares porque: primero, nuestra estadística es baja comparada con los otros experimentos, segundo, los datos han sido tomados durante el período de calibración del aparato experimental y finalmente, los datos han sido tomados siempre con la misma polaridad de los dos campos magnéticos. Pese a que todas estas mejoras pueden ser realizadas en el futuro, con este trabajo se demostró que mediciones precisas en la física de rayos cósmicos puede ser desarrollada con el experimento ALICE.

## REFERENCIAS

Archad P. *et al.* (2004), *Phys. Lett.* **B598**, 15  
CMS-Collaboration (2010)

Matsuno S. *et al.* (1984), *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1

<sup>2</sup> El momento perdido medio es obtenido como el valor más probable de la distribución de Landau ajustada a los datos MC

<sup>3</sup> Mediante estudios MC se encontró una resolución del momento  $\sim 22\%$  a 200 GeV/c medido al nivel de ALICE

<sup>4</sup> Tres correcciones han sido consideradas: la migración de los

valores del momento en los bins debido a la resolución del momento, la confusión en la asignación de la carga al muón por el aparato y la eficiencia en la detección de  $\mu^\pm$  en función del ángulo zenital

## BITS CUÁNTICOS EN UN CIRCUITO LC CON CARGA DISCRETA

### QUANTUM BITS IN A LC CIRCUIT WITH DISCRETE CHARGE

M. CALCINA NOGALES<sup>a,b,†</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Tarapacá,  
Casilla 7-D, Arica, Chile

<sup>b</sup>Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá,  
Casilla 7-D, Arica, Chile

(Recibido 26 de Febrero de 2014; aceptado 29 de Abril de 2014)

#### RESUMEN

Se propone un circuito LC con carga eléctrica discreta como sistema alternativo para la realización de un bit cuántico. Considerando la energía de una fuente oscilatoria como perturbación, se da una descripción de la manipulación de un bit cuántico a través de las oscilaciones de Rabi. A diferencia de las oscilaciones de Rabi estándar, se demuestra que la frecuencia de Rabi tiene una dependencia con el parámetro mesoscópico  $C/L$ .

Código(s) PACS: 85.85.+j — 03.67.-a — 73.23.-b

*Descriptores:* Sistemas nano-electromecánicos — Información cuántica (qubits) — Transporte electrónico (en sistemas mesoscópicos)

#### ABSTRACT

We propose an LC circuit with discrete electric charge as an alternative system for the realization of a quantum bit. Considering the energy of an oscillatory source as a perturbative term, we describe the manipulation of such quantum bit by means of Rabi oscillations. Unlike the standard Rabi oscillations, we show that the Rabi frequency depends on the mesoscopic parameter  $C/L$ .

*Subject headings:* Nano-electromechanical systems — Quantum information (qubits) — Electronic transport (in mesoscopic systems)

#### 1. INTRODUCCIÓN

La teoría mesoscópica y nanofísica son hoy en día importantes áreas de investigación gracias a sus diversas aplicaciones en nanotecnología (Imry 1997; Datta 2005, 1995). Dichos campos contemplan dispositivos tales como: puntos cuánticos, alambres cuánticos, resonadores electrónicos, corriente persistentes en anillos metálicos, etc. (Imry 1997; Datta 2005, 1995; Heiss 2005; de los Santos 2005; Gardner *et al.* 2001). En particular, muchos de estos sistemas pueden ser modelados y estudiados a través de los llamados circuitos cuánticos mesoscópicos (Li & Chen 1996), los cuales tienen como característica sustancial contemplar en su teoría la naturaleza discreta de la carga eléctrica. Fenómenos tales como bloqueo de Coulomb (Chen *et al.* 2005), corrientes persistentes (Li & Chen 1996), magnificación en la corriente cuántica (Flores *et al.* 2002) han sido estudiados dentro de este contexto.

El presente trabajo, muestra una nueva aplicación de la teoría de circuitos cuánticos a la computación cuántica (Nielsen & Chuang 2000). La computación

cuántica ha prometido ventajas importantes desde el punto de vista de la realización de tareas computacionales en tiempos menores que cualquier ordenador convencional. Existen varios sistemas propuestos y ampliamente estudiados como candidatos para construir bits cuánticos (qubits) (Nakahara & Ohmi 2008). En el contexto estándar, una computadora clásica de un bit es una máquina que toma una entrada de 0 o 1, y calcula la correspondiente salida  $f(0)$  o  $f(1)$  evaluando la función  $f$  dos veces. Por otro lado, una computadora cuántica de un bit puede tomar la superposición de los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , como entrada, y debido a la linealidad de la mecánica cuántica la salida será la superposición  $F(|0\rangle + |1\rangle)$ , es decir, llevo a cabo dos cálculos en un solo paso (Heiss 2005).

En el presente trabajo, tratamos un candidato para la construcción de un bit cuántico (qubit), el cual es básicamente un circuito LC mesoscópico con carga discreta y con dos estados energéticos. Daremos una breve descripción del sistema LC y plantaremos las características necesarias para la construcción del bit cuántico. Asimismo, daremos la descripción de la manipulación de estos estados a través de las oscila-

<sup>†</sup>marcelmcn@gmail.com

ciones de Rabi.

## 2. CIRCUITO LC CON CARGA DISCRETA: CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS ESTADOS (QUBIT)

La manera más simple de construir un qubit es a través del uso de un sistema cuántico que actúe solamente entre dos niveles energéticos, por ejemplo, los estados fundamental y primer estado excitado de un circuito LC de carga continua. Sin embargo, en este sistema todas las transiciones entre estados vecinos son degenerados como resultado de la forma parabólica del potencial. Ello hace que cualquier intento de producir oscilaciones de Rabi, necesarias para la manipulación de estados cuánticos, originaría transiciones entre niveles superiores (le Bellac 2005) (participación de más de dos estados). De esta manera, la energía de transición entre los estados fundamental y primer estado excitado debe ser suficientemente diferente con la energía de las transiciones entre niveles superiores (Devoret *et al.* 2004), ello con el fin de que al sistema le sea menos accesible dichos niveles energéticamente altos y así reducir el sistema  $n$ -dimensional a uno de dos niveles. Para lograr esta diferencia se debe introducir efectos no lineales, en nuestro caso, estos efectos son logrados a partir de la introducción de un inductor de carga discreta, la cual, como se verá, deberá originar un espectro no lineal. A continuación, damos la descripción del completo set de estados del sistema LC de carga discreta.

Acorde a la cuantización estándar, obtenemos un hamiltoniano clásico en función de las variables conjugadas  $q$  (carga) y  $\phi$  (flujo), luego, se asocia a cada una de estas variables clásicas un operador hermítico y el hamiltoniano cuántico correspondiente al sistema LC con carga discreta (Li & Chen 1996) es:

$$\hat{H} = \frac{\hat{q}^2}{2C} + \frac{2\hbar^2}{Lq_e^2} \text{sen}^2\left(\frac{q_e}{2\hbar}\hat{\phi}\right), \quad (1)$$

donde  $C$  es la capacitancia del condensador,  $L$  la inductancia del solenoide. Los operadores carga  $\hat{q}$  y flujo  $\hat{\phi}$  satisfacen la regla de conmutación  $[\hat{q}, \hat{\phi}] = i\hbar$ . Naturalmente, el primer término del lado derecho de la Ec. (1) hace referencia a la energía del capacitor y el segundo término a la energía del inductor. Notemos que en el límite  $q_e \rightarrow 0$ , la Ec. (1) se reduce al hamiltoniano usual de un circuito LC con carga continua.

Es posible reducir la ecuación de Schrödinger, para el hamiltoniano de la Ec. (1), a una forma de ecuación de Mathieu (Li & Chen 1996) cuya solución es ampliamente conocida. Las funciones de onda del sistema son:

$$\begin{aligned} \psi_{2r}(\phi) &= \text{ce}_{2r}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi, \xi\right) & \text{y} \\ \psi_{2r+2}(\phi) &= \text{se}_{2r+2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi, \xi\right), \end{aligned} \quad (2)$$

donde se ha tomado las soluciones de orden par debido a la periodicidad  $\pi$  de la función de onda

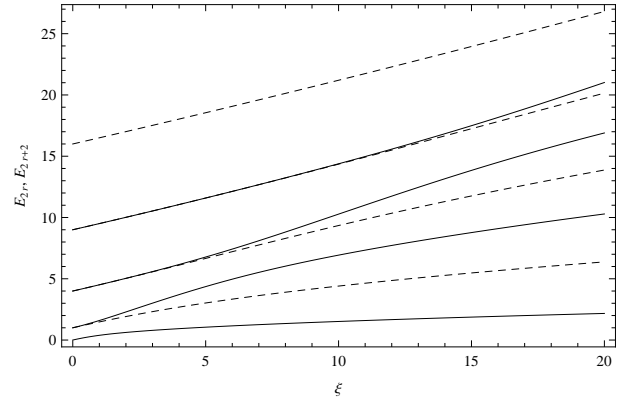


FIG. 1.— Espectro de energía como función de  $\xi$ . Las curvas sólidas y segmentadas corresponden a  $E_{2r}$  y  $E_{2r+2}$  respectivamente.

en el espacio  $q_e\phi/2\hbar$ . En este caso  $r = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\xi = (2\hbar/q_e^2)^2(C/L)$ ,  $\text{ce}(z, \xi)$  y  $\text{se}(z, \xi)$  son las funciones periódicas de Mathieu. El espectro de energía se expresa en términos de los valores  $a_{2r}$  and  $b_{2r+2}$  de la ecuación de Mathieu (McLachlan 1964; Abramowitz & Stegun 1970), dicho espectro es:

$$\begin{aligned} E_{2r} &= \frac{q_e^2}{8C} a_{2r}(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L} & \text{y} \\ E_{2r+2} &= \frac{q_e^2}{8C} b_{2r+2}(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L}. \end{aligned} \quad (3)$$

La figura 1 muestra el espectro del sistema  $E(\xi)$  como función del parámetro  $\xi$ . Naturalmente, es posible colocar al sistema en un régimen capacitivo o inductivo dependiendo del valor del parámetro. Cabe mencionar que este espectro es altamente no lineal y muy diferente al de un circuito LC de carga continua.

Ahora para construir un qubit, truncamos el espacio de Hilbert y nos quedamos con los dos primeros estados. Desde un punto de vista físico, el sistema puede adoptar cualquier estado del espacio de Hilbert multidimensional ( $r = 1, 2, \dots$ ). Sin embargo, notemos que la diferencia entre niveles contiguos de energía se hace aun más grande para niveles superiores de energía (Fig. 1). Esto es en un sentido muy conveniente, pues garantizamos que al sistema le sea menos accesible dichos niveles superiores, es decir, el sistema necesitará de energías aun más grandes para acceder a ellos. Naturalmente, esto es logrado siempre y cuando se mantengan las condiciones experimentales necesarias de mantener al sistema en órdenes de energía equivalentes a los primeros estados energéticos.

Las fluctuaciones térmicas pueden ser también una fuente de decoherencia<sup>1</sup> y el sistema podría adoptar otros estados cuánticos diferentes a los dos primeros estados  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$ , es por ello que se supone que las temperaturas son cercanas a cero satisfaciendo  $k_B T \ll \hbar\omega'(\xi)$ , donde  $\hbar\omega' = E_2(\xi) - E_0(\xi)$  está asociado con la diferencia de energía del primer estado excitado y el fundamental.

<sup>1</sup> La decoherencia, relacionada con la interacción del sistema cuántico con su entorno inmediato, originaria pérdida del carácter cuántico del sistema (Schlosshauer 2007).

Asumiendo lo previo, el espacio de Hilbert infinito puede ser reducido a aquel generando por los vectores  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  (bit cuántico). Luego tenemos que:

$$|\psi\rangle = Ae^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle + Be^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle, \quad (4)$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes de normalización,

$$|0\rangle \Leftrightarrow \sqrt{\frac{q_e}{2\pi\hbar}} \mathbf{ce}_0 \left( \xi, \frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi \right)$$

con autovalor:

$$E_0 = \frac{q_e^2}{8C} a_0(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L}$$

y

$$|2\rangle \Leftrightarrow \sqrt{\frac{q_e}{2\pi\hbar}} \mathbf{se}_0 \left( \xi, \frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar}\phi \right)$$

con autovalor:

$$E_2 = \frac{q_e^2}{8C} b_2(\xi) + \frac{\hbar^2}{q_e^2 L}.$$

### 3. MANIPULACIÓN DE QUBITS: OSCILACIONES DE RABI

La manipulación de un qubit es lograda a través de la aplicación de parámetros de control externo, como la de una onda de frecuencia  $\omega$  y amplitud  $\epsilon_0$ . Si la frecuencia de la onda aplicada al sistema es ajustada a la frecuencia de resonancia,  $\omega'$ , de la transición entre los estados  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ , un periódico intercambio de energía puede ocurrir entre la onda y el sistema de dos niveles. Este periódico intercambio es denominado

oscilaciones de Rabi (le Bellac 2005; Kok & Lovett 2010).

Para la manipulación de nuestro sistema de dos niveles (qubit), introducimos una fuente de potencial periódico  $\epsilon(t) = -\epsilon_0 \cos \omega t$ , como agente externo, y utilizamos la teoría estándar de perturbación en el tiempo (Bohm 1951) para la solución del problema. La energía de la fuente está dada por:

$$\hat{H}' = \hat{W} \cos \omega t, \quad (5)$$

donde  $\hat{W} = -\epsilon_0 \hat{q}$ .

Después de aplicar la perturbación  $\hat{H}'$ , tenemos la ecuación diferencial

$$(\hat{H} + \hat{H}')|\Psi\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} \quad (6)$$

con la función de onda

$$|\psi\rangle = A(t)e^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle + B(t)e^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle, \quad (7)$$

donde, en este caso, los coeficientes  $A$  y  $B$  son funciones del tiempo.  $A$  y  $B$  representan la amplitud de probabilidad de encontrar al sistema en los estados  $e^{-iE_0t/\hbar}|0\rangle$  y  $e^{-iE_2t/\hbar}|2\rangle$  respectivamente y en el tiempo  $t$ . Como consecuencia de la ortogonalidad de los estados  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  ( $\langle 0|0\rangle = 1$ ,  $\langle 2|2\rangle = 1$ ,  $\langle 0|2\rangle = 0$  y  $\langle 2|0\rangle = 0$  (McLachlan 1964)), se deduce que  $A^*(t)A(t) + B^*(t)B(t) = 1$ . Introduciendo la Ec. (7) en (6) y usando la propiedades de ortogonalidad tenemos:

$$\begin{pmatrix} \langle 0|\hat{W}|0\rangle \cos(\omega t) - \frac{\omega'\hbar}{2} & \langle 0|\hat{W}|2\rangle \cos(\omega t) \\ \langle 2|\hat{W}|0\rangle \cos(\omega t) & \langle 2|\hat{W}|2\rangle \cos(\omega t) + \frac{\omega'\hbar}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}' \\ \dot{B}' \end{pmatrix}, \quad (8)$$

donde previamente se utilizó las transformaciones  $A = A'e^{-it\omega'/2}$  y  $B = B'e^{it\omega'/2}$ . Todavía son inasequibles las soluciones de las Ecs. (8) debido a la dependencia en el tiempo del hamiltoniano. Sin embargo, existe una aproximación que puede ser usada para remover esta dependencia temporal. Para ello,

primero aplicamos la transformación unitaria

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} e^{-i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{i\omega t/2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

al hamiltoniano correspondiente de la Ec. (8). Ya que la transformación es dependiente del tiempo debemos redefinir la ecuación de Schrödinger en el nuevo marco rotado. De este modo, la ecuación de Schrödinger será  $(\hat{U}\hat{H}\hat{U}^\dagger - i\hbar\hat{U}\frac{\partial}{\partial t}\hat{U}^\dagger)|\psi\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle$ . Entonces, las Ecs. (8) se transforman en:

$$\begin{pmatrix} -\frac{\omega'\hbar}{2} + \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\langle 0|\hat{W}|0\rangle}{2}(e^{-it\omega} + e^{it\omega}) & \frac{\langle 0|\hat{W}|2\rangle}{2}(1 + e^{-2it\omega}) \\ \frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{2}(1 + e^{2it\omega}) & \frac{\omega'\hbar}{2} - \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\langle 2|\hat{W}|2\rangle}{2}(e^{-it\omega} + e^{it\omega}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'' \\ B'' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}'' \\ \dot{B}'' \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Ahora podemos aplicar el método de aproximación de onda rotante (Rotating wave approximation, RWA) (Kok & Lovett 2010), el cual consiste en despreciar aquellos términos que oscilan rápidamente.

Esta aproximación es válida siempre y cuando la onda externa tenga aproximadamente la frecuencia de resonancia  $\omega'(\xi)$ . Usando RWA las Ecs. (10) se

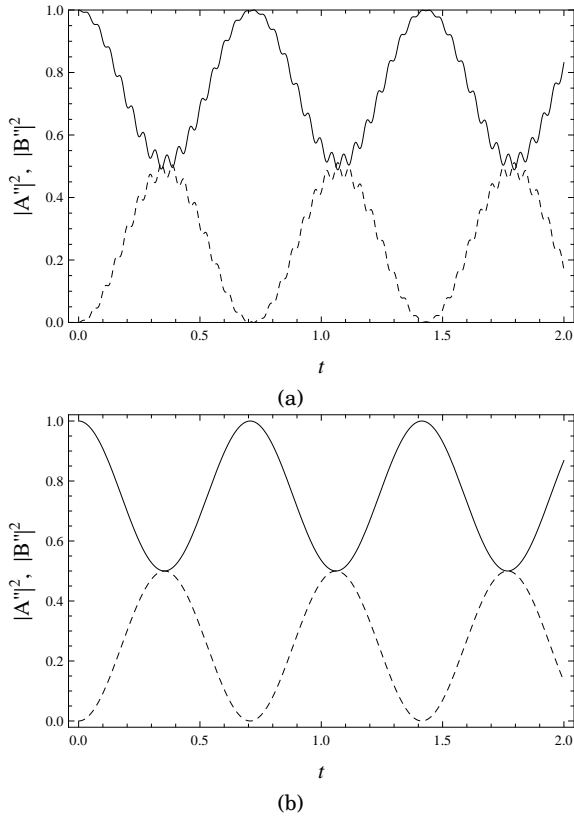


FIG. 2.— Solución numérica y analítica de las Ecs. (10) (a) y (11) (b) respectivamente como función del tiempo.

transforman en:

$$\begin{pmatrix} -\frac{\omega'\hbar}{2} + \frac{\hbar\omega}{2} & \frac{\langle 0|\hat{W}|2\rangle}{2} \\ \frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{2} & \frac{\omega'\hbar}{2} - \frac{\hbar\omega}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'' \\ B'' \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{A}'' \\ \dot{B}'' \end{pmatrix}, \quad (11)$$

las cuales son sustentables si y solo si se cumple:

$$|\omega - \omega'| \ll \omega'.$$

Dada la remoción de la dependencia temporal del hamiltoniano, las Ecs. (11) son resolubles por métodos estándares. Con las condiciones iniciales  $A''(0) = 1$  y  $B''(0) = 0$ , dichas soluciones son:

$$\begin{aligned} A''(t) &= \cos\left(\frac{Rt}{2}\right) - i\frac{\Delta}{R} \sin\left(\frac{Rt}{2}\right), \\ B''(t) &= -i\frac{\langle 2|\hat{W}|0\rangle}{\hbar R} \sin\left(\frac{Rt}{2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

#### REFERENCIAS

Abramowitz M. & Stegun I. A. (1970), *Handbook of Mathematical Functions* (Dover Publication, Inc., New York)  
 Bohm D. (1951), *Quantum Theory* (Prentice-Hall, Inc., New York)  
 Chen B. et al. (2005), *Phys. Lett. A* **335**, 103  
 Datta S. (1995), *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press)

donde  $R(\xi) = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$  (frecuencia de Rabi),  $\Delta = \omega - \omega'$  y  $\Omega^2 = |\langle 2|\hat{W}|0\rangle|^2/\hbar^2$ . La probabilidad de encontrar al sistema en el estado fundamental y excitado, en el tiempo  $t$ , es respectivamente

$$\begin{aligned} |A''(t)|^2 &= \cos^2\left(\frac{Rt}{2}\right) + \frac{\Delta^2}{R^2} \sin^2\left(\frac{Rt}{2}\right), \\ |B''(t)|^2 &= \frac{\Omega^2}{R^2} \sin^2\left(\frac{Rt}{2}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

La figura 2 muestra una comparación entre la solución numérica (2(a)) y la derivada con RWA (2(b)). La solución numérica converge hacia la analítica siempre y cuando se cumpla que  $|\Delta| \ll \omega'$ .

Como se mencionó, las oscilaciones de Rabi son importantes en la manipulación de estados cuánticos, particularmente, es posible generar las ondas  $\pi$  y  $\pi/2$ .

La oscilación entre los niveles  $|0\rangle$  y  $|2\rangle$  tiene una amplitud máxima cuando  $\Delta = 0$ , en tal caso tenemos  $|A''(t)|^2 = \cos^2(\frac{\Omega t}{2})$  y  $|B''(t)|^2 = \sin^2(\frac{\Omega t}{2})$ . Para poder cambiar el estado de  $|0\rangle$  a  $|2\rangle$  es suficiente ajustar el tiempo  $t$  durante el cual la onda actúa, es decir, se logra el cambio cuando el campo aplicado tiene la duración  $\Omega t/2 = (n + 1/2)\pi$ . En este caso diremos que habremos aplicado una onda  $\pi$ . Por otro lado, si deseamos que nuestro sistema sea una superposición de ambos estados, el campo debe ser aplicado en el tiempo  $\Omega t/2 = (n + 1/2)(\pi/2)$ , en dicho caso habremos aplicado una onda  $\pi/2$ .

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

A diferencia de un circuito LC con carga continua, el cual ofrece dificultades en la realización de qubits cuánticos (le Bellac 2005; Devoret *et al.* 2004), se ha propuesto un circuito LC con carga discreta como sistema alternativo para la construcción de dichos qubits. Se ha demostrado que este sistema multi-dimensional efectivamente puede ser reducido a un sistema de dos niveles, adecuado para la realización de un qubit. Una característica sustancial en nuestro sistema es la dependencia de la frecuencia de Rabi  $R$  con el parámetro mesoscópico  $C/L$ , lo cual sugiere la posibilidad de ajustar experimentalmente dicho parámetro a fin de manipular los bits cuánticos en un régimen capacitivo o inductivo respectivamente.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el proyecto UTA-MINEDUC, Convenio de Desempeño. Se agradece al Prof. César Flores (Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá; Arica, Chile) por sus valiosas sugerencias.

— (2005), *Quantum Transport: Atom to Transistor* (Cambridge University Press)  
 de los Santos H. J. (2005), *Principles and Applications of NanoMEMS Physics* (Springer, Berlin)  
 Devoret M. H., Wallraff A. & Martinis J. M. (2004)  
 Flores J. C. *et al.* (2002), *Phys. Rev. B* **66**, 153410

- Gardner J. W., Varadan V. K. & Awadelkarim O. O. (2001), *Microsensors, MEMS and Smart Devices* (Wiley and Sons, New York)
- Heiss D. (2005), *Quantum Dots: A Doorway to Nanoscale Physics* (Springer, Berlin)
- Imry Y. (1997), *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University Press)
- Kok P. & Lovett B. W. (2010), *Introduction to Optical Quantum Information Processing* (Cambridge University Press, New York)
- le Bellac M. (2005), *A Short Introduction to Quantum Information and Quantum Computation* (Cambridge University Press)
- Li Y. Q. & Chen B. (1996), *Phys. Rev. B* **53**, 4027
- McLachlan N. W. (1964), *Theory and Application of Mathieu Functions* (Dover, New York)
- Nakahara M. & Ohmi T. (2008), *Quantum Computing: From Linear Algebra to Physical Realizations* (CRC Press)
- Nielsen M. A. & Chuang I. L. (2000), *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge)
- Schlosshauer M. (2007), *Decoherence and the quantum-to-classical transition* (Springer, Berlin)

## EXPERIMENTO LAGO CHACALTAYA 2013

### LAGO EXPERIMENT CHACALTAYA 2013

P. MIRANDA<sup>†</sup>, R. TICONA, A. VELARDE, H. RIVERA, & M. SUBIETA  
Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física  
Universidad Mayor de San Andrés  
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635  
La Paz - Bolivia

#### RESUMEN

Se inicia otra etapa del experimento LAGO (*Large Aperture Gamma Ray Burst Observatory*) desde septiembre de 2012, con una implementación electrónica moderna consistente de dos tarjetas: una ADC de tres canales, y otra FPGA (Nexys2) que lee las señales cada 25 ns. Este nuevo equipo es compacto; se probó la funcionalidad y se recalibraron los detectores del experimento. El software ofrece mayores bondades, gracias a los cuales se optó por registrar cuentas cada 5 ms para 7 umbrales por canal; además se observa cuentas de coincidencias entre los tres canales. Se presentan los resultados actuales de la variación temporal de los tres detectores Cherenkov que están operando desde 2009 en la montaña de Chacaltaya (La Paz, Bolivia), así como la valoración de este equipo. Actualmente las cuentas diarias y mensuales pueden ser observadas en internet. Se ha visto que las variaciones diarias están en correlación con las variaciones de presión; se observa asimismo la disminución de Forbush de la actividad solar.

Código(s) PACS: 95.85.Pw — 95.85.Ry — 95.45.+i

*Descriptores:* Destellos de rayos gamma (GRBs) — Rayos cósmicos — Instalaciones de detección.

#### ABSTRACT

Another stage of the LAGO (*Large Aperture Gamma Ray Burst Observatory*) experiment starts since September 2012, with modern electronic implementation consisting of two cards: one three-channel ADC, and other FPGA (Nexys2) that reads signals each 25 ns. This new device is compact; it has been tested for functionality and the detectors of the experiment were recalibrated. Due to the greater benefits of the software, we could register counts every 5 ms for 7 thresholds per channel; count coincidences were observed among the three channels. We present the current results of the time variation of the three Cherenkov detectors operating since 2009 in the Chacaltaya mountain (La Paz, Bolivia), as well as the valuation of this equipment. The daily and monthly counts can be consulted online via internet. We have observed that the daily variations are correlated with variations in pressure and with the Forbush decrease in the solar activity.

*Subject headings:* Gamma Ray Bursts (GRBs) — Cosmic rays — Observatories and site testing.

#### 1. ANTECEDENTES

El experimento LAGO-Chacaltaya está ubicado en 16°21'00"S latitud y 68°07'53"W longitud, con rigidez de 12GV, a 5240msnm, ésta altura ofrece mejores posibilidades para el estudio de detección de GRB en tierra, detectando fotones secundarios mediante la técnica de partículas individuales sobrevivientes de los pequeños chubascos atmosféricos producidos por fotones de energías mayores a 1GeV. Opera desde el año 2009 con tres detectores Cherenkov, basados en tanques de agua y electrónica del experimento

Auger (Bariloche-Argentina) conocidas como Local Station (LS). La adquisición de datos se actualiza con una nueva electrónica formada por dos tarjetas; una, construida en Bariloche-Argentina, es un digitizador para tres canales (Arnaldi *et al.* 2011b), y otra FPGA adquirida, la Nexys2. Durante el workshop de LAGO en Riobamba-Ecuador el mes de julio de 2012 se inician las pruebas, los detalles de la instalación se indican en anexo A. A la nueva electrónica haremos referencia como Lago2.

La información que se genera con este nuevo equipo esta basada en 12 muestreos de 25 ns cada vez que en alguno de los detectores se muestre algún

<sup>†</sup>Email: pmiranda@fiums.a.edu.bo

TABLA 1  
PARÁMETROS DE LOS DETECTORES DE AGUA CHERENKOV

Parámetros	WCD1	WCD2,3
Material	plástico	Fibra de vidrio
Diametro(m)	1.4	2.2
Altura del agua(m)	1.4	1.5
Volumen agua (lts)	2000	5000
Coef. transparencia agua $t$	0.8	0.8
polvo Amino-G	si	si(wcd2),no(wcd3)
Superficie reflectante	Tyvek	Lona vinilica
Coef. de reflexión pared $t$ (PM)	9353KB 8'	9353KB 8'
Linealidad (Volt. Divider)	B	B
Eficiencia cuantica(PM) $Q_E$	0.3	0.3
Ganancia	$10^6$	$10^6$
Amplif. último dinodo	20	20

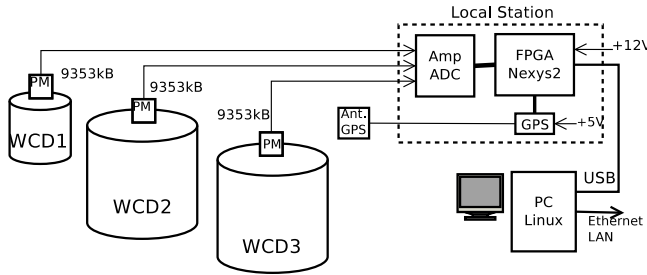


FIG. 1.— Tanques de agua y equipo electrónico del experimento LAGO en Chacaltaya

pulso, es decir como un osciloscopio de tres canales en el que dispara cualquier señal que sobrepase la línea base.

Por otro lado se continúa usando los tres detectores Cherenkov, WCD1, WCD2 y WCD3, descritos posteriormente.

El experimento Lago de Chacaltaya Bolivia, forma parte de una red de detectores en varios países, Argentina, México, Venezuela, Perú, Colombia, Guatemala y Ecuador, bajo la Colaboración LAGO.

### 1.1. Detectores Cherenkov

Basicamente son tres tanques de agua, WCD1, WCD2 y WCD3 que suman un área frontal de  $9.3m^2$ , cada uno tiene un fotomultiplicador y tarjeta base con dos salidas de señal una del ánodo y otra señal amplificada que proviene del último dinodo, en la tabla 1 se resumen las características, en la figura 1 se describe la instalación en bloques, en la figura 2 se muestran la distribución y orientación dentro del ambiente con techo de calamina.

A continuación resumimos algunos cálculos descritos en Velarde *et al.* (2009).

Las paredes internas de los tanques usan materiales reflectantes de color blanco, Tyvek y lona vinilica cuyo coeficiente de reflexión fué medido usando un led violeta. El agua es filtrada, además para WCD1y2 se han agregado Amino-G, este polvo desplaza la longitud de onda (nUV a visible) y aumenta la sensibilidad del fotomultiplicador, conocido como 3-Amino-2,7-naftalenodisulfonato ácido de sodio, su

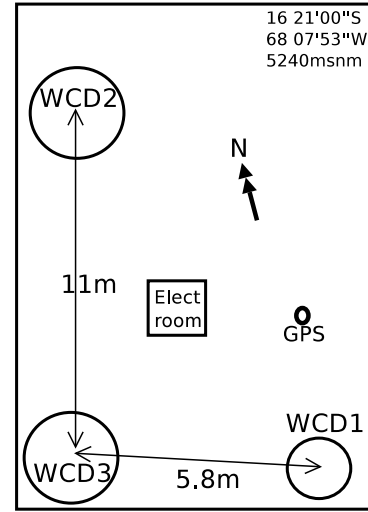


FIG. 2.— Distribución de los detectores WCD1, WCD2 y WCD3 a 5240msnm

fórmula es  $NH_2C_{10}H_5(SO_3H)$  (CAS Number 5332-41-2).

La ecuación utilizada para los fotoelectrones que llegan al fotomultiplicador es:

$$N_{fe} = N_{fot/cm} \cdot H \cdot Q_E \cdot \frac{A_{PM}}{A_{Tanq}} \cdot r \cdot t, \quad (1)$$

donde  $N_{fot/cm}$  es el número de fotones Cherenkov por  $cm$ ,  $H$  es la altura del agua,  $Q_E$  es la eficiencia cuántica,  $r$  la reflexión de las paredes y  $t$  el coeficiente de transparencia del agua.  $A_{PM}/A_{Tanq}$  es la relación de áreas del fotomultiplicador de 8" (20cm diámetro) con el área total del tanque, para el pequeño y grande son  $3.4 \times 10^{-3}$  y  $1.75 \times 10^{-3}$  respectivamente (la relación entre tanques es  $\approx 0.5$ ).

Para el número de fotones que se producen dentro del agua ( $N_{fot/cm}$ ) fue necesario realizar varios cálculos conocidos con el muón que atraviesa el tanque de forma vertical denominado Vertical Equivalent Muon (VEM) este valor es usado para calibrar el detector en energía. Los valores resultantes fueron:

- El muón pierde 2MeV/cm en agua
- Fotoelectrones Tanque chico :  $106f_e$
- Fotoelectrones Tanque grande:  $54f_e$
- Número de fotoelectrones producidos en agua: entre 200 a 250 por cm.

Los fotoelectrones se convierten en la carga que el fotomultiplicador entrega sobre una resistencia  $R$  en corriente. La corriente entregada por el fotomultiplicador desde el último dinodo sobre la resistencia es  $V_R = I \cdot R$  luego este tiene una amplificación de voltaje  $V = I \cdot R \cdot A$ . La corriente  $I$  es  $\Delta Q/\Delta T$ , con lo que el voltaje de salida que llegará al convertidor ADC ( $V_{ADC}$ ) está dado por:

$$V = \frac{N_{fe} \cdot 0.25 \cdot G \cdot qe^-}{T} \cdot R \cdot A. \quad (2)$$

Los valores correspondientes son: la ganancia del PM  $G = 10^6$ , la carga  $q = 1.6 \times 10^{-19}C$ , el tiempo para un fotoelectrón.  $T_{FWHM} = 6ns$ , la resistencia  $R = 50\Omega$  y la amplificación  $A = 20$ .

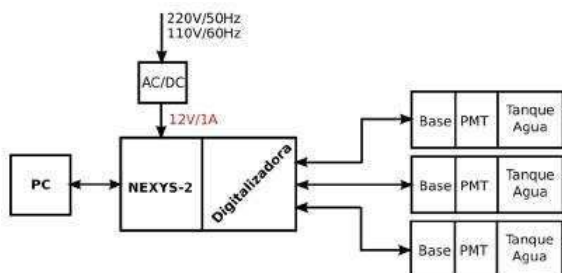


FIG. 3.— Partes de la nueva electrónica Lago2 (Arnaldi *et al.* 2011a)

Al construir los histogramas de carga para los tres detectores se determinaron que las jorobas corresponden al VEM, en canal para la energía de la partícula que produjo cada pulso, estos fueron:

- WCD1 canal  $315 \pm 20 = 280\text{MeV}$  con HV 1350V
- WCD2 canal  $273 \pm 20 = 300\text{MeV}$  con HV 1600V
- WCD3 canal  $197 \pm 20 = 300\text{MeV}$  con HV 1200V

El histograma de *peak* se construye en función al pico mas alto de cada pulso, relacionando en voltajes  $1\text{V}/1024$ , es decir que cada canal tiene  $1\text{mV}$ . en el caso de WCD1 VEM es  $280\text{MeV}$  corresponde a  $180\text{mV}$  hay una relación de 1.6 veces. Para WCD2  $300\text{Mev}$  en  $150\text{mV}$  con una relación de 2. Esto fue útil para ver la linealidad con un generador de pulsos.

### 1.2. Hardware de Lago2

La nueva Local Station esta construida en base a dos tarjetas y otros accesorios, una tarjeta es el digitizador y la otra es la Tarjeta FPGA Nexys2 (fabricante Digilent), al que se conectan también sensores de presión y temperatura. La tarjeta digitizadora tiene tres canales de entrada para la señal analoga (impedancia de 50 ohms), un amplificador y un conversor ADC de 10 bits con el rango de 0 a 1 V. y muestreo de 25 ns. Para control de alto voltage de los fotomultiplicadores se tiene tres controles; uno via DAC y dos via PWM (Pulse Width Modulation), los tres generan el voltaje necesario de 0 a 2.5V ( ó 0 a 5V).

La tarjeta FPGA de Nexys2 opera a 40 Mhz, se comunica via USB, se carga el programa *lago.xvf* y arranca de inmediato. Al comunicarse via USB2 se alcanza hasta 400 Mbits (aproximadamente 40 Mbytes).

En la figura 3 se observa el conjunto de los componentes indicados y en los artículos Arnaldi *et al.* (2011b) y Arnaldi *et al.* (2011a) se describen el uso.

En un computador se recolectan los datos enviados por la Local Station y se crea un archivo horario.

### 1.3. Software de Lago2

Esta electrónica viene con un nuevo software para adquirir datos “lago” y otro para procesar “process”, ambos desarrollados en C++, estos son diagramados en las figuras 4 y 5.

Observamos que el programa *lago* usado como comando *lago -f CHA* realiza la tarea de recibir datos mientras esté en operación. También tiene otras opciones previas, tanto para elegir el trigger y el alto

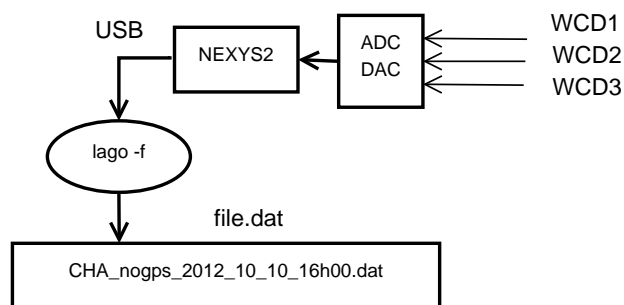


FIG. 4.— Etapas del programa de adquisición de datos daq

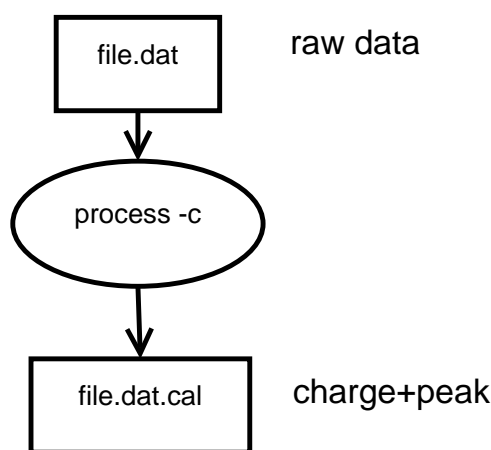


FIG. 5.— Programa de análisis de datos genera histograma de charge y peak

voltaje de cada canal, (ver anexo E ). Genera uno de los archivos de salida horaria *file.dat* (sin GPS o con GPS respectivamente)

- *CHA\_nogps\_2012\_10\_10\_00h00.dat*
- *CHA\_2012\_10\_10\_00h00.dat*

Estos files contienen información secuencial de los pulsos, y otros parámetros como la temperatura y la presión con identificadores únicos.

El segundo archivo es el “process”, éste toma como entrada el *file.dat* que fué la salida anterior clasifica y genera un archivo de salida *file.dat.cal*, este archivo tiene seis columnas que contienen datos para construir histogramas de *charge y peak*; al graficarlos se observa la distribución de carga y de pico [Pulse Hight Distribution (PHD)] de cada detector.

Se espera que partiendo de estas informaciones *file.dat* y *file.dat.cal* cada grupo pueda generar otra información útil destinado al estudio de los GRB.

El *file.dat* es extenso (del orden de gigabytes) y no es posible guardar aún comprimido, por lo que debe ser borrado. Antes de borrar se hace correr otro programa para clasificar las sumatorias cada 5 ms en 7 canales de discriminación *scalers*, el programa se llama *lagoS.c* y el archivo de salida es *file.datS*.

## 2. PRUEBAS

En el computador con sistema linux se hace correr el programa *lago* con los argumentos que determinan las acciones paso a paso, estos son:

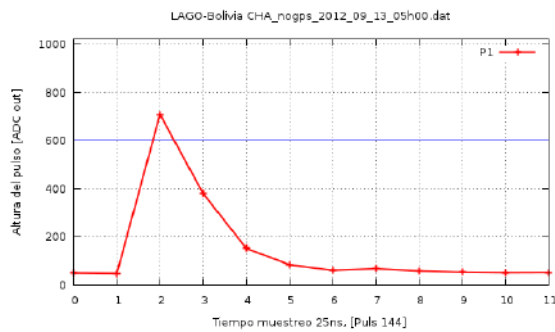


FIG. 6.— Muestreo del pulso cada 25 ns

```

lago -x lago.xsvf Programa el FPGA
lago -s t1 70 Coloca el trigger de canal
1 en 70
lago -s hv1 1350 Selecciona alto voltaje (HV) de
WCD1 en 1350V
lago -f CHA Inicia adquisición y graba
en file.dat
CHA_2012_08_10_12h00.dat
CHA_nogps_2012_08_10_12h00.dat

```

Para detener el proceso se interrumpe con *ctrl+C*. Cada hora se crea el archivo de salida *file.dat*. En el archivo de salida se observa el registro de 12 datos que tienen el siguiente formato:

```

50 52 51
8 49 51
709 51 52
380 53 51
152 47 53
84 50 50
61 47 49
68 53 48
58 48 53
53 47 49
51 50 51
52 51 48
# t 1 2294066
# c 200815953

```

Se trata de un pulso iniciado por el canal 1 que esta conectado al detector cherenkov WCD (u otro detector o simplemente a un generador de onda).

El intervalo del muestreo es 25 ns, resulta 300 ns en total, observemos 12 muestras, luego dos líneas que inician con marcas “#”, la marca de *# t 1 2294066* corresponde al trigger del canal, al final el tiempo del GPS, *# c 200815953* corresponde al contador de eventos o triggers. La línea base está por defecto en 50, eso implica que los pulsos deben estar arriba de este valor, y los tres canales están al rededor de este umbral.

El pulso del canal 1 alcanza el máximo del pico al valor 709; este valor está dentro de los límites del ADC de 10 bits de 0 a 1024. La forma del pulso se muestra en la figura 6

Cuando se tienen tres detectores como en Chacaltaya, se presenta el mejor caso cuando hay coincidencia entre los tres detectores. El resultado será como en la figura 7, correspondiente a los siguientes datos.

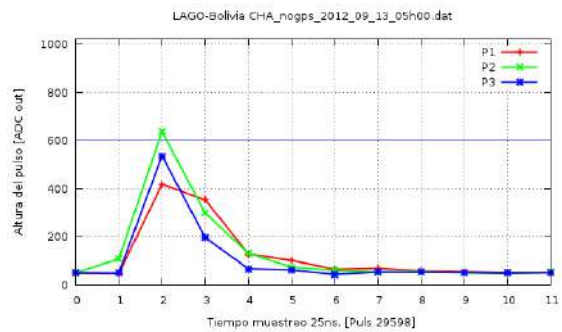


FIG. 7.— Pulsos en coincidencia de tres detectores cherenkov

```

51 50 50
48 109 49
418 638 537
354 299 197
129 132 67
102 74 62
65 60 44
69 54 54
58 55 53
55 51 52
52 49 49
51 53 52
# t 7 16231005
# c 200845539

```

Para poner en operación el experimento, se realiza una serie de calibraciones para la correcta interpretación de los datos, estas son: la amplificación de la señal analógica, la línea base, el plateau, la selección del alto voltaje, la selección del trigger, la cantidad de datos por segundo (el rate), el análisis de las señales, el registro de datos final, el manejo de los datos, el control del proyecto, la publicación de datos brutos en la web, etc.

### 2.1. Características

Resumimos algunas características para proseguir con la calibración:

Frecuencia de Operación	40 Mhz
Tiempo de muestreo	25 ns
Amplificación	2
Voltaje línea base	50 mV
Señal en ADC	2*Vin+50 mV
Rango ADC 10 bits	1V (0 a 1023 mV)
Sensibilidad DAC	1 mV
Rango DAC 10 bits para HV	0 a 5 Vdc
Transmisión de datos	Via USB2
Velocidad de Transmisión	400 Mbits (40 MBytes)
Eventos máximos de 250B	160K eventos

### 2.2. Trigger

El valor del trigger que se seleccione, debe ser mayor a la línea base. Según el esquema del circuito, la línea base está seleccionada por defecto en 50 mV. Si el trigger seleccionado está cerca de la línea base, se tiene un rate mayor y por tanto, el archivo es muy grande, si está lejos de la línea base el rate y

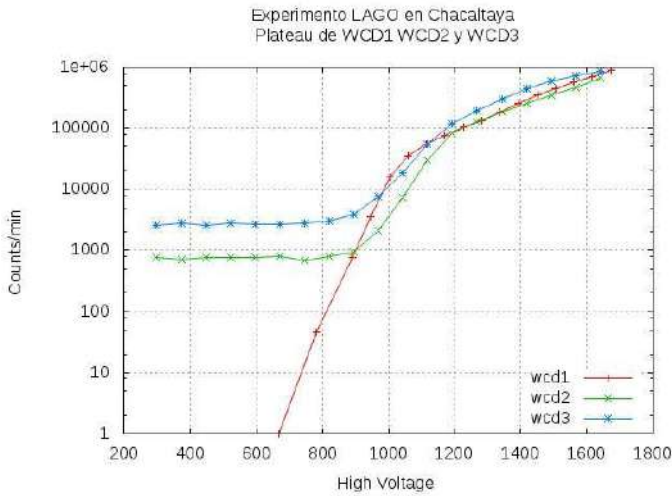


FIG. 8.— Plateau para WCD1, WCD2 y WCD3.

el archivo son menores, esta es una ley de potencias proporcional a la energía.

### 2.3. Alto Voltaje

Un fotomultiplicador funciona con un alto voltaje, éste voltaje lo proporciona un convertor DC-DC controlado por un bajo voltaje inserto en la tarjeta base. El voltaje de control está en el rango 0~2.5 V y se obtiene 0~2000 V (la relación es de 800), El voltaje de control es la salida de un convertor DAC. Para activar este voltaje se usa el comando *lago -s hv1 1350*, donde 1350 es el voltaje esperado  $V_i$ . En la práctica este voltaje sufre una modificación, expresado como un factor multiplicativo; para ambos canales tenemos:

$$HV_{wcd1} = 1.115 \cdot V_i \quad (3)$$

$$HV_{wcd2} = HV_{wcd3} = 0.746 \cdot V_i \quad (4)$$

Esta relación es usada para construir el plateau, la obtención de estos factores se redacta en anexo D

### 2.4. Plateau

Como primer paso construimos el plateau, tomamos en cuenta dos aspectos: el trigger y el alto voltaje. En este caso dejamos el trigger constante mientras variamos el alto voltaje, incrementando en 50 voltios para construir la tabla para corridas de un minuto; a estos valores los multiplicamos por los coeficientes para obtener el alto voltaje real sobre el fotomultiplicador. Con esto construimos la curva que se presenta en la figura 8. Se observan tres pendientes, a partir de 1200 voltios es la pendiente del plateau ya que no incrementa rápidamente. Complementando con el histograma elegimos el voltaje apropiado.

## 3. HISTOGRAMAS DE AJUSTE

Se construyen dos tipos de histogramas: uno de picos y otro de carga, (*peak* y *charge*) para tiempos de un minuto. Eligiendo el voltaje en la zona del plateau, graficamos el histograma. En él se observa

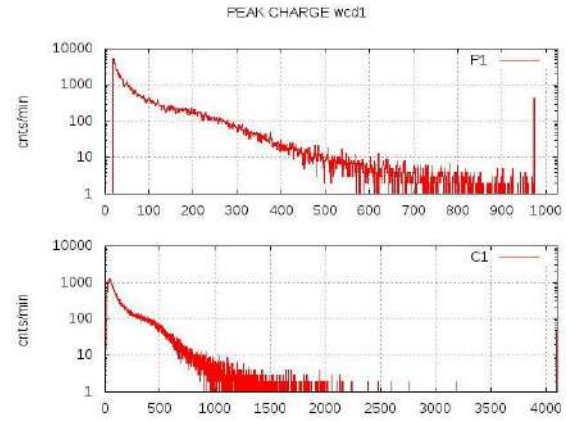


FIG. 9.— Histograma de pico y carga para WCD1.

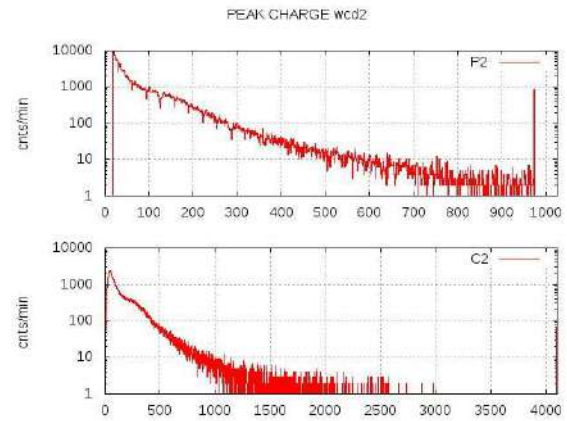


FIG. 10.— Histograma de pico y carga para WCD2

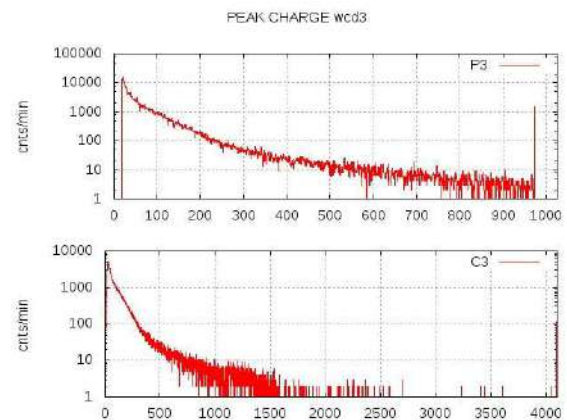


FIG. 11.— Histograma de pico y carga para WCD3

la joroba representativa del VEM. En la figura 9 se presenta el comportamiento del WCD1.

La curva del peak refleja los voltajes de pico para cada pulso de entrada, el rango es de 0 a 1 V para el convertor Análogo digital (ADC) de 10 bits. En binario corresponde entre 0 y 1023 canales, corresponde a la sensibilidad de 0.977 mV, el que redondemos a 1 mV/canal.

La curva de carga representa la integral de cada

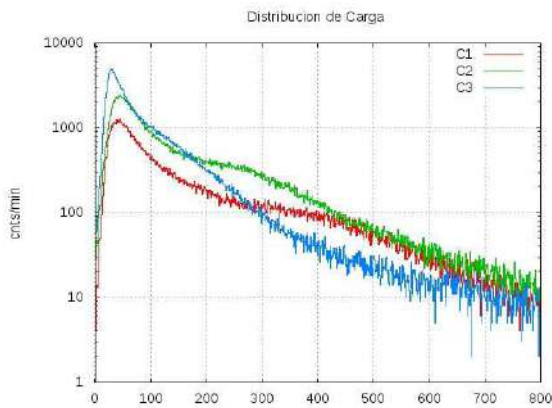


FIG. 12.— Histograma de carga la joroba corresponde al VEM, WCD1 425, WCD2 272, WCD3 200

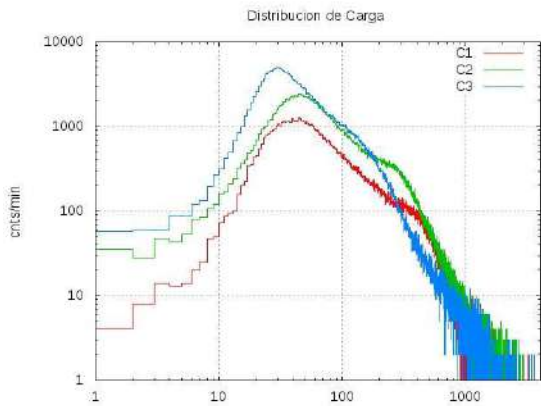


FIG. 13.— Histograma de carga (log log) para precisar el cambio de pendiente del VEM, WCD1 425, WCD2 272, WCD3 200

pulso y representa la energía de la partícula. En el pico de la joroba está la energía mínima depositada por el muón que atraviesa el tanque, esta joroba no es tan pronunciada como a nivel del mar, puesto que a mayor altura existen menos muones y mas electrones.

De igual forma, para los detectores WCD2 y WCD3 se muestran en las figuras 10 y 11. Se observa que tienen diferentes comportamientos, en WCD2 existe la joroba y en WCD3 se manifiesta debilmente. De todas formas, para la calibración se requieren estos gráficos.

Con la intención de comparar las curvas de carga se grafican, en la figura 12, el rango visible dentro de las jorobas, también se grafica en escala log-log fig. 13 para ver si existe cambio de pendiente, y efectivamente se observan en los tres, además se destaca la primera joroba correspondiente a los electrones.

De esta forma con el plateau y el histograma se han elegido los valores de, alto voltaje, y el correspondiente promedio al minuto y segundo, para determinar los VEMs (ver tabla 2).

### 3.1. Cuentas (Rate de scalers)

En la tabla 2 se presenta el rate del WCD2 que tiene valor cercano al WCD3, mientras que el rate del WCD1 es la mitad de WCD2 debido a la pro-

TABLA 2

AJUSTE SEGÚN PLATEAU, EL CANAL VEM DEL HISTOGRAMA DE CARGA

Parametro	WCD1	WCD2	WCD3
HV esperado	1150	1900	1800
HV fotomultiplicador	1280	1417	1342
trigger	70	70	70
Cuentas tot. $N_{tot}$ (min)	135764	257324	299422
Rate (seg)	2340	4361	5162
Energía muón (MeV)	280	300	300
VEM (canal de carga)	425	272	194
VEM (canal peak)	220	175	125

porcionalidad de áreas de cada detector. El rate de WCD3 es algo mayor que WCD2, pero está dentro de lo esperado. Este rate responde también al trigger de 70, para los tres detectores está alejado en 20 de la línea base. El alto voltaje también esta dentro el rango esperado.

En las pruebas, al tratar de acercarse al trigger a la línea base de 50 se observó que el tamaño del archivo horario crece exponencialmente, algunos datos experimentados son:

trigger	file(bytes/hora)
55	30 Gb
60	10 Gb
70	5 Gb
80	4 Gb
100	100 Mb
150	9 Mb
160	6 Mb

Está claro que para un trigger de 55, estamos a 5 canales de la línea base, equivalente a 5 mV. En la entrada del ADC tendremos 55 mV, los tres canales generaran aproximadamente 30 Gbytes/hora. Por esto el análisis demora mas de media hora en el computador.

En consecuencia, se ha elegido el trigger de 70 y se obtiene entre 5 y 6 Gbytes hora, el proceso de analizar toma como 10 minutos.

## 4. PROGRAMAS ADICIONALES

Como se indicó anteriormente se obtiene los resultados en dos archivos, el *file.dat* es enorme si el trigger está cerca de la línea base, pero inevitablemente esa es la tendencia para buscar GRB. Este archivo que alcanza varios Gigabytes por hora, presenta problemas al almacenar incluso en forma comprimida; por esta razón el análisis debe ser inmediato para luego guardar el resultado y borrar el *file.dat*. Estos análisis comprenden: Scalers, Sigmas, GRB, Charge, Peak, Forbush y otros, además de otras facilidades como graficos diarios para control via internet.

En este sentido se han confeccionado cuatro programas, dos para análisis y dos para gráficos. Los de análisis desarrollados en C++ como *lagoS* permite crear los *Scalers* (cada 5 ms) y el *calib* horario como archivos patrones. El programa *lagoSseg* permite reducir los *Scalers* a sumatorias por segundos, minutos y horas. Estos serán apropiados para crear

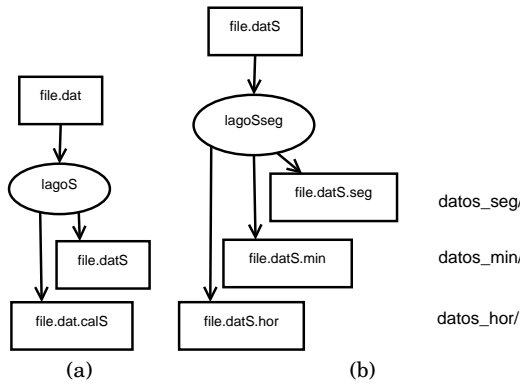


FIG. 14.— Flujogramas de programas que Construye: (a) Scalers e Histogramas, (b) Datos temporales de minutos y horas.

gráficos temporales de forma simple. Estos programas en forma de esquema se presentan en la figura 14.

El Scaler para 5 ms tiene una particularidad, se han dispuesto 7 niveles de discriminación para diferenciar 7 niveles de energía (en MeV para los muones). Suponiendo que el rango binario del ADC de 10 bits es de 0 a 1023 (equivalente de 0 a 1000 mV), los umbrales se eligieron: 5, 10, 20, 50, 100, 200 y 500 por encima de la línea base. En el mismo archivo se incluyen los rates de trigger t1, t2, t3, t4, t5, t6 y t7 del archivo original *file.dat*.

En consecuencia el formato de *file.datS* es de 29 columnas: tiempo(ms) *7ch1 7ch2 7ch3 7trigg* y se conservan los demas comentarios que inician con #, por lo que el tiempo del GPS forma parte del archivo, así como las presiones, temperaturas y otros.

A continuación como ejemplo se presenta cuatro strings del archivo *CHA\_2013\_04\_09\_00h00.datS* con las cuentas para los tiempos 5, 10, 15, y 20 ms, del segundo 1365465600 correspondiente el GPS.

```
# x h 00:00:00 09/04/2013 1365465600
5 7 7 6 3 2 1 0 16 16 15 11 7 1 0 33 33 33 13 8 1 0 7 16 0 33 0 0 0
10 9 9 9 4 3 2 0 11 11 11 5 3 1 0 26 26 25 12 5 1 0 9 11 0 26 0 0 0
15 5 5 5 4 3 0 0 23 23 22 9 5 3 0 21 21 21 9 3 1 1 5 23 0 21 0 0 0
20 15 15 15 8 4 2 1 28 28 24 10 9 4 1 22 22 22 9 7 3 0 15 28 0 22 0 0 0
```

En vista de que será borrado el *file.dat* se crea también el *file.dat.calS* en semejanza al generado por el *process*.

Posteriormente, el *file.datS* es comprimido con *gzip*. Por esta razón previamente se hace correr el programa *lagoSseg* para crear los archivos temporales reducidos a *file.datS.seg*, *file.datS.min*, *file.datS.hor*. Estos se pegan a un solo archivo diario con el comando *tar*, para luego ser movidos a diferentes directorios.

Este es el proceso de operación en Chacaltaya, y se han creado varios scripts que son llamados desde *crontab*; además cada fin de hora corre el script *comprimir.sh* como se detalla en anexo F.

Al terminar el día en el tiempo universal (horas 20:00 en Bolivia) se realizan los resúmenes en gráficos estos gráficos se almacenan en un directorio de graficos. Finalmente se envía al servidor para ver

TABLA 3  
CUENTAS AL SEGUNDO PARA CADA SCALER EN UN DÍA DE OPERACIÓN

disc.	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
umbral.	5	10	20	50	100	200	500
WCD1	2310	2310	2227	1228	726	314	30
WCD2	4440	4440	4283	2280	1327	430	58
WCD3	5116	5116	4893	2254	1047	318	76
trigg.	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7
	2241	4330	23	5011	18	58	27

TABLA 4  
DISPERSIÓN PARA CADA DETECTOR Y COINCIDENCIAS EN UN DÍA DE OPERACIÓN

disc.	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
umbral.	5	10	20	50	100	200	500
WCD1	79.2	79.2	76.9	47.7	32.7	19.4	5.6
WCD2	135.0	135.0	130.8	76.5	50.3	23.3	7.8
WCD3	154.8	154.8	148.6	77.0	42.7	19.7	8.9
trigg.	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7
	77.3	132.0	4.9	151.9	4.3	7.7	5.3

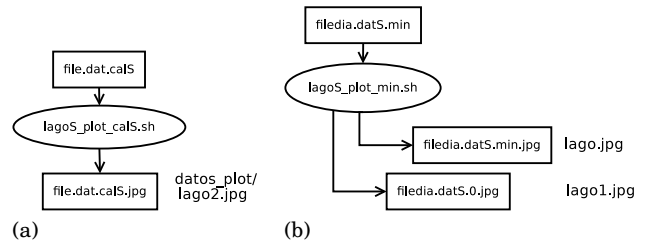


FIG. 15.— Flujogramas de programa de ploteos: (a) calS, (b) temporal diario.

lo sucedido desde cualquier otro sitio remoto.

En el siguiente cuadro se incluyen los promedios al segundo de un día de operación: los siete discriminadores d1..d7 para WCD1, WCD2, WCD3, y los siete triggers t1..t7.

Revisando d1 a d7 existe una disminución exponencial, que es lógico por que corresponde a la sumatoria que incluye hasta el máximo del histograma de carga. Es decir que para *d4* correspondiente al umbral 50 (100 mV), se suman las cuentas del canal 100 a 1023. Habiendo seleccionado el trigger a 70 correspondiente a *d3*, los *d1*, *d2* y *d3* debieran ser cercanos.

En t1 a t7 se observa las cuentas individuales: t1, t2, t4 correspondientes a WCD1, WCD2, WCD3, t3 t5 t6 t7 que corresponden a las coincidencias entre los detectores.

### 5. GRÁFICOS

Los datos básicos, generados por los archivos *lagoS* y *lagoSseg* son 5, muestran las variaciones temporales. Como se indicó anteriormente, se han construido tres programas graficadores, estos son útiles principalmente para controlar la buena operación del experimento los flujogramas se presentan en la figura 15.

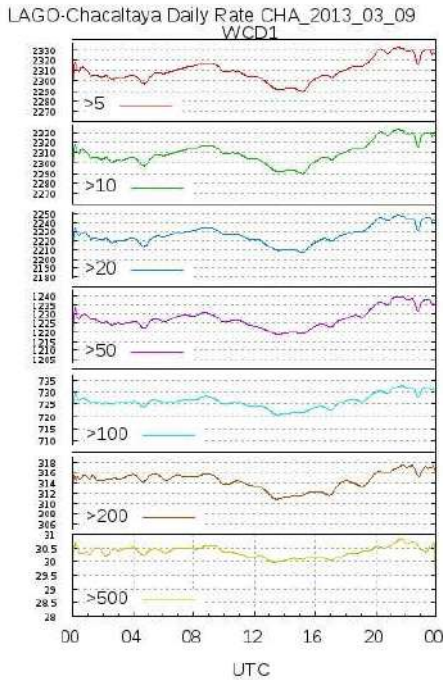


FIG. 16.— Rate de WCD1 para 7 niveles

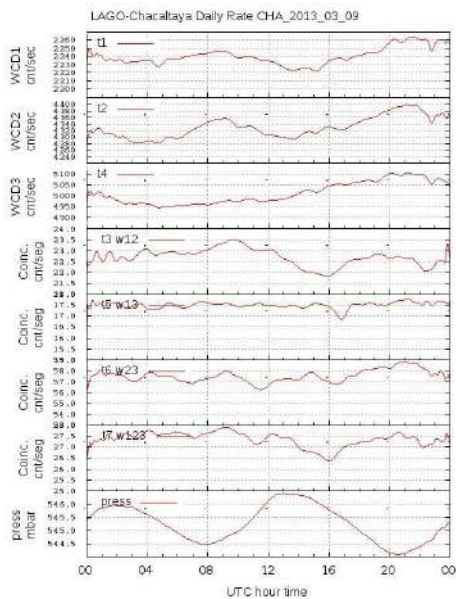


FIG. 17.— Rate de triggers de WCD1, WCD2, WCD3, coincidencias y presión

5.1. Información en internet

La UMSA logró instalar internet en Chacaltaya y opera con regularidad a partir del año 2013. La acción inmediata fue construir la página web *www.chacaltaya.umsa.bo*, en la que se han incluido gráficos con datos brutos de todo los experimentos en rayos cósmicos. Con estos graficos públicos, se controla la operación, se supervisa y se planifican acciones desde cualquier punto. Posteriormente en esta página explicaremos detalles de cada experimento.

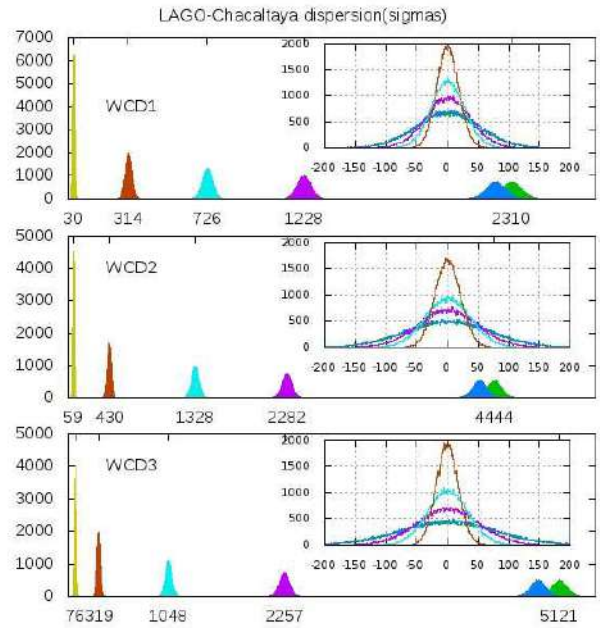


FIG. 18.— Distribución de sigmas

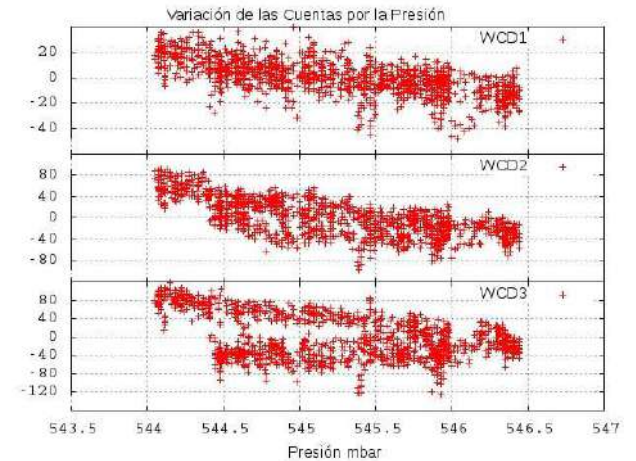


FIG. 19.— Variación de las Cuentas Vs. Presión para WCD1, WCD2 y WCD3 para el mismo día de corrida, muestra la anticorrelación en los tres detectores.

6. RESULTADOS

La operación del equipo comienza oprimiendo una tecla que activa el programa *lago.sh* desde pantalla.

Cada hora se analiza el *file.dat* de salida con el programa *comprimir.sh* activado automáticamente en crontab, este crea el *file.datS*, y *file.dat.calS*.

Cada fin de día a horas 20:00:00 se construyen gráficos a minutos y horas, los gráficos de minutos se publican en la web.

Al incorporar esta nueva electrónica, se vio que WCD1 y WCD2 operan bien, mientras que para WCD3 se realizó el mantenimiento correctivo desde el cambio de agua, hasta la tarjeta base.

Se obtuvieron nuevamente, los plateaus de cada detector. Se han adoptado otros valores de voltajes de operación. Se construyeron los programas necesarios para clasificar en 7 umbrales cada 5 ms y poder ob-

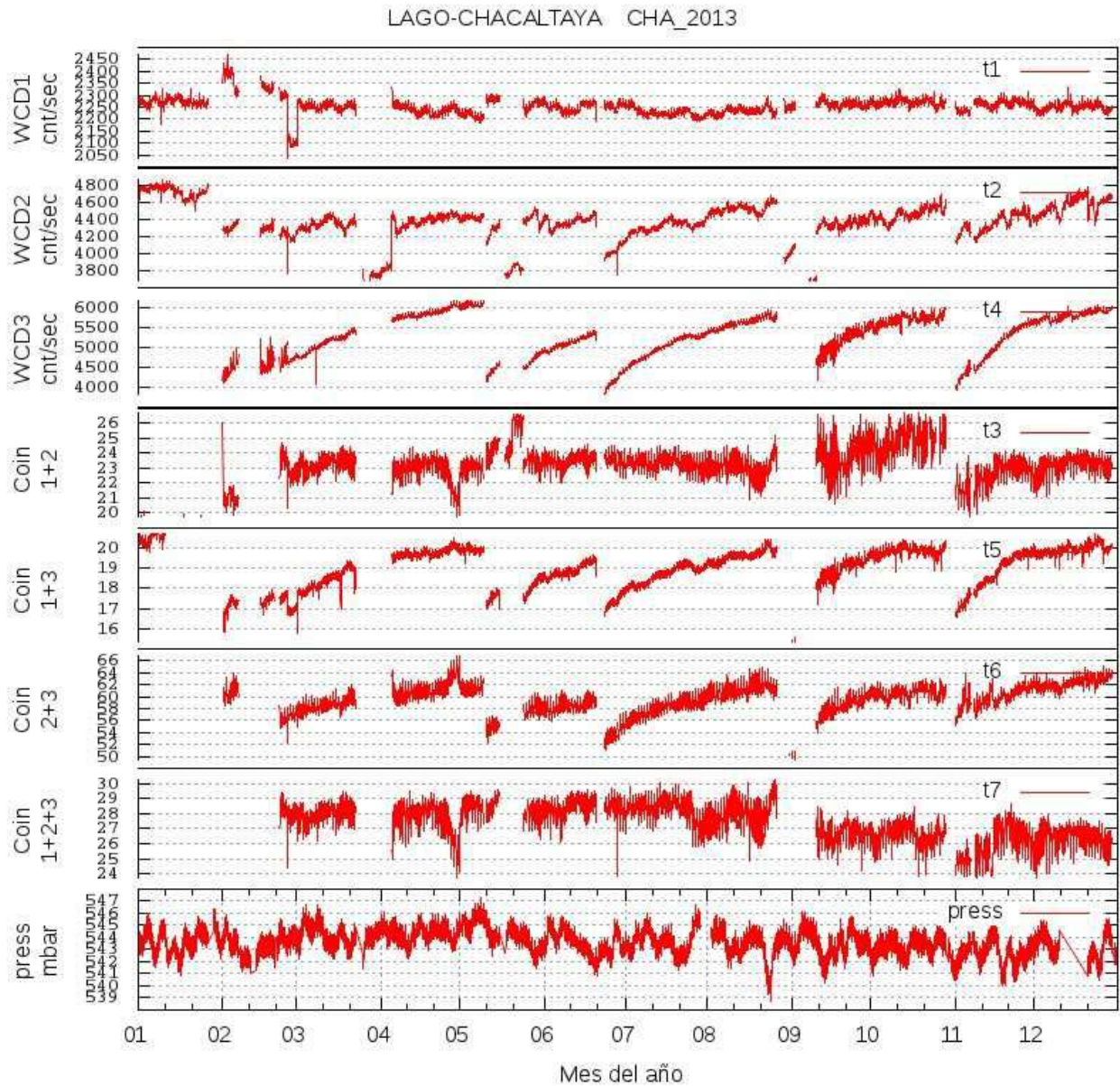


FIG. 20.— Variación temporal anual de cuentas al segundo: WCD1, WCD2, WCD3, coincidencias WCD1y2, WCD1y3, WCD2y3 y WCD1,2y3. La inferior corresponde a la presión en mbar

servar muones con energías entre 5 MeV a 1 GeV, que podrían reportar la detección de posible GRB mayores a 1 GeV.

Se ha estabilizado la adquisición de datos y LAGO2 está en operación generando datos de conteos diarios en files de 200 Mbytes.

En la figura 16 se incluye el gráfico suavizado del rate diario de WCD1 con sus 7 niveles de discriminación con la finalidad de ver la variación en todo los niveles.

En la figura 17 se observa la variación diaria de WCD1, WCD2, WCD3 y las coincidencias WCD1+2, 1+3, 2+3, 1+2+3 mas la variación de la presión, los cuales son promediados al segundo, y corresponden con la media de la tabla 3. Podemos afirmar que los tres detectores funcionando con mínima dispersión,

en la figura 18 se incluyen las dispersiones para los 7 umbrales, a la derecha está el mas bajo ( $> 5$ ) con mayor sigma y a la izquierda el mas alto ( $> 500$ ) con menor sigma. En dicho gráfico se incluye un acercamiento sobrepuesto de las distribución gaussiana y estos están dentro del orden esperado como se muestra en la tabla 4 que sirve como referencia.

En el rate de un día, figura 17, la última curva representa la variación de presión, que compara con las demás curvas presenta una anticorrelación. Esto se observa con mayor claridad en la figura 19 (corresponden al umbral de 20) para los tres detectores. En este comportamiento el WCD3 presenta alguna diferencia, que se debe posiblemente a la falta de algún ajuste o corrección.

Se incluye, en el gráfico de la figura 20, el compor-

tamiento de un año completo, se observa que WCD1 permanece dentro del margen de estabilidad, mientras que WCD2 y WCD3 son sensibles pero presentan un incremento, del tipo exponencial a lo largo del tiempo, posterior a cada reiniciar el equipo. En 30 días WCD3 se incrementa el 37.5% de cuentas (1.25% día para caso lineal). En el caso de WCD2 lo propio 12.5% de incremento (0.42% día).

Finalmente se incluyen tres gráficos figuras F1, F2 y F3 que se presentan en la página web, esto para monitoreo. La elaboración se realiza al finalizar el día, estos gráficos contienen datos brutos sin suavizar.

Con la finalidad de ver si se observa eventos de Forbush como el sucedido el 14 de abril 2013 se incluye el gráfico F3 del mes de abril de 2013, se observa que los tres detectores presentan una variación importante que se inicia el día 14 y dura más de dos días. Para el análisis de esta variación exclusiva se está redactando un artículo.

#### 7. CONCLUSIONES

El experimento Lago en Chacaltaya, en esta fase, opera desde septiembre de 2012 y regularmente desde marzo de 2013 con tres detectores Cherenkov, en las mismas condiciones.

El umbral elegido es de 70 para los tres detectores, generando archivos horarios de 6 Gbytes que luego

del análisis son borrados quedando otro archivo con sumas a 5 ms de 8 Mbytes. Por día se almacena a 200 Mbytes más otro archivo de histogramas de 1.4 Mbytes.

El promedio del rate al segundo es de  $1150/m^2$  para trigger a 70 equivalente a 20 mV y  $580/m^2$  para 50 mV. Las coincidencias t3, t5, t6, t7 en la figura A y según la tabla 18 corresponderían a un arreglo de t5 este-oeste con 18 cuentas, t6 norte-sur con 58 cuentas, y t7 coincidencias tipo chubasco con 27 cuentas.

Las energías VEM para cada detector según la carga y de la tabla 2:

- WCD1 canal 425 para 280MeV HV 1280
- WCD2 canal 272 para 300MeV HV 1417
- WCD3 canal 200 para 300MeV HV 1342

En las figuras mensuales y anuales, se observa que WCD1 presenta cuentas casi constantes al rededor del rate con un sigma de 30. Presenta variación temporal en anticorrelación con la presión que varía el 1.8% diario. Para WCD2 y WCD3 de igual forma se tiene sigma de 50 y variación del 2% ante la presión.

En WCD2 y WCD3 lo destacable con la nueva electrónica es el incremento paulatino de cuentas de un día a otro 0.42% y 1.26% respectivamente. Este efecto parece ser por incremento de alto voltaje causado por el modo PWM usado en estos canales.

#### REFERENCIAS

Arnaldi H., Bertou, X. & Sofu M. (2011)a, *Data analysis of the high bandwidth LAGO Electronics* (Centro Atómico Bariloche)

Arnaldi H., Haro M. S. & Asorey H. G. (2011)b, *Lago Oficial Electronic guide, Electrónica LAGO:Guía de Conexión de Hardware Interfaces LAGO, New Lago Electronic Getting Started* (Centro Atómico Bariloche)

Velarde A., Ticona R., Miranda P., Rivera H. & Quispe J. (2009), *Revista Boliviana de Física* **15**, 32

## APÉNDICE

## A. LAGO2 INSTALACIÓN

Los pasos para la instalación de la tarjeta electrónica Nexyx2 y la digitizadora:

Usamos la información solicitada a la colaboración LAGO en Bariloche (Arnaldi *et al.* 2011b) contiene detalles importantes para la operacin y las primeras pruebas. Aún así fueron necesarias otras aclaraciones. Las pruebas se realizaron en el laboratorio de rayos C3smicos del IIF en La Paz Bolivia.

- El Computador sistema linux
- Instalar el programa compilado *lago* en PC.
- Habilitar a usuario acceso a USB.
- Conectar PC-Nexys2 con cable USB.
- La tarjeta digitizadora contiene jumpers que se deben seleccionar.
- Conectar tarjeta digitizadora y Nexys2 -En Nexys2 el switch 7 en ON.
- En Nexys2 el jumper 9 en JTAG
- En Nexys2 el jumper 7 de power en Wall.
- Alimentar a Nexys2 con fuente externa de +12V dc.
- En Nexys2 el push button 1 es usado para restituir los triggers.

*lago -x lago.xsvf.*

Observar que los leds en Nexys2 muestran su nuevo comportamiento, (LD0 ON). Luego se inicializan los niveles de trigger con:

*lago -s t1 100*

Se selecciona el alto voltaje del fotomultiplicador:

*lago -s hv1 1350*

Finalmente se corre el programa que recibe datos. *lago -f CHA.*

Para iniciar con la recepci3n de se1al conectar alguna se1al a la entrada de uno de los tres canales, la se1al puede ser de *detector* o de *generador de pulsos*, como indicio los leds3, 4 y 5 se vuelven intermitentes.

Una vez iniciado, los datos se graban en el archivo *CHA\_2013\_03\_09\_12h00.dat*, autom1ticamente con la fecha y hora extraida del PC.

En nuestro caso el PC opera en linux Suse 11.4, mientras que las recomendaciones del readme que viene en el software de la tarjeta son para Ubuntu, es decir, no son totalmente compatibles, pero bajando via internet el ejecutable o compilando en otro PC con Ubuntu, se logra el programa *lago* puesto que este utiliza drivers de USB que proporciona la Nexys2 lo que hace que la comunicaci3n sea exclusiva.

En los scripts del anexo E se observan retardos *sleep 10*, estos son usados para una correcta toma de datos, el caso especial es la puesta de HV de WCD2 y WCD3 controlados por la t3cnica usada PWM, le toma varios segundos comenzando de cero hasta alcanzar el alto voltaje elegido.

## B. HABILITACI3N NEXYS2

Habilitar a usuarrrio el acceso a USB y comunicarse con Nexys2. Se realiza creando el archivo */etc/udev/rules.d/52-nexys-usb.rules* con el siguiente contenido en una sola linea.

```
SYSFS{idVendor}=="1443", MODE="666" ACTION=="add", SYSFS{idVendor}=="0403", SYSFS{manufacturer}=="Digilent", MODE="666", RUN+="/usr/local/sbin/dftdrvdtch %s{busnum} %s{devnum}"
```

## C. CORRIDA

En los scripts E y F se resumen las acciones autom1ticas para la corrida del experimento *lago*. El script E inicializa y pone a operar creando archivos horarios, el script F es corrido cada hora activado por el *crontab*, el trabajo principal es hacer correr el programa de an1lisis *lagoS* (similar al programa *processmas scalesrs*) y luego borra el archivo horario \*.dat por ser grande. El resto de los scripts son para crear archivos de segundos, minutos, horas y gr1ficos.

## D. FACTOR PARA ALTO VOLTAJE

La relaci3n entre el voltaje seleccionado en el argumento del comando (*lago -s hv1 1350*) y el voltage en el photomultiplicador, se vi3, que no es directa debido a que en el canal 1 usa DAC y en los canales 2 y 3 genera voltaje mediante PWM, por tal raz3n, fue necesario construir una tabla de relaci3n entre el voltaje que se selecciona y el voltaje que entrega el DAC para el alto voltaje del photomultiplicador. En la tabla D, se apunta el resultado, tomando en cuenta que la tarjeta base del photomultiplicador tiene un regulador dc-dc que opera de 0 a 5V y sale de 0 a 2000 V, tambien contiene un amplificador de 2 dentro de la tarjeta base con lo que la entrada se reduce al rango 0 a 2.5 V equivale 0 a 2000 V, es decir una relaci3n de 800. Cuando el voltaje de entrada exede a 2.5 V la salida se sostiene en el m1ximo de 2000 V.

TABLA D1

EQUIVALENCIA DE VOLTAJE SELECCIONADO Y ENTREGADO POR EL HARDWARE

<i>HVesperado</i>	Vdac1	HVwcd1	Vdac2y3	HVwcd2y3
200	0.29	231	0.18	148
500	0.71	562	0.46	373
1000	1.39	1115	0.93	744
1200	1.67	1336	1.12	968
1210	1.68	1350	1.3	1125
1500	2.08	1668	1.4	1120
1800	2.49	2000	1.68	1344
1900	2.63	2000	1.77	1416
2000	2.77	2000	1.86	1488
2200	3.05	2000	2.05	1640
2500	3.46	2000	2.34	1874

De este cuadro obtenemos los factores *1.115* y *0.746* indicadas en las ecuaciones (3) y (4), para seleccionar el correcto alto voltaje (ejemplo: *lago -s hv1 1210* selecciona 1350 V por el canal 1 y 1125 V por el canal 2 3.), 3sto indica que el argumento introducido en el comando ser1 modificado seg1n la tabla D o la curva en la figura D1.

## E. LAGO.SH

```
#!/bin/sh
if ps h -C lago
then
```

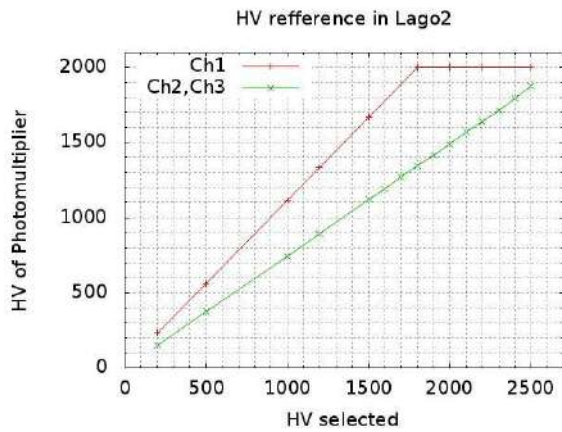


FIG. D1.— Relación de voltaje entrada salida

```

echo "El programa lago ya esta corriendo"
exit
fi
cd /home/lago/lago2/lago/
./lago -x lago.xsvf
echo "sleep 5 seconds" ; sleep 5
./lago -s t1 70 ; sleep 1
./lago -s t2 70 ; sleep 1
./lago -s t3 70 ; sleep 1
./lago -s hv1 1150 ; sleep 1
./lago -s hv2 1900 ; sleep 1
./lago -s hv3 1800
echo "sleep 10 seconds Setting High Voltage" ; sleep 10
./lago -a

echo "sleep 15 seconds to run and HV setup from PWM" ; sleep 15
echo "RUN LAGO2 !!!"
while true
do ./lago -f CHA
done

```

## F. COMPRIMIR.SH

```

#!/bin/sh
## comprimir.sh scripts para manejo de files bruto de Lago
## P.Miranda, Lago2 sep-2012
[ "$#" == "1" ] && [ "$1" == "-h" ] && {
  echo "Programa de scripts para comprimir datos brutos de LAGO"
  echo "      sh comprimir.sh"
  echo "      sh comprimir.sh FileTipo.dat"
  exit
}

DIR=$HOME/lago2/lago
cd $DIR

hora='date +%Y_%m_%d_%Hh00.dat --date="+11800 sec"'
dia='date +%Y_%m_%d.dat --date="+11800 sec"'
mes='date +%Y_%m.dat'
lab=CHA_
file=$lab$hora; ! [ -r $file ] && lab=CHA_nogps_

[ "$#" == "1" ] && {
  Nl='expr length $1'
  let Nf=$Nl-19; let Nlab=$Nl-20
  lab='expr substr $1 1 $Nlab'
  hora='expr substr $1 $Nf 20'
  dia='expr substr $1 $Nf 10'.dat
  mes='expr substr $1 $Nf 7'.dat
}

file=$lab$hora
filedia=$lab$dia
filemes=$lab$mes
! [ -r $file ] && echo "El file No Existe: $file" && exit

./lagoS $DIR/$file
rm -f $DIR/$file

./lagoSseg $DIR/$file"S"
bzip2 $DIR/$file"S"

tar -rf $DIR/datos_zip/$filedia"S.bz2.tar" $file"S.bz2"
rm -f $DIR/$file"S.bz2"

tar -rf $DIR/datos_zip/$filedia".calS.tar" $file".calS"
rm -f $DIR/$file".calS"

cat $DIR/$file"S.seg" >> $DIR/datos_seg/$filedia"S.seg"
rm -f $file"S.seg"

cat $DIR/$file"S.min" >> $DIR/datos_min/$filedia"S.min"
rm -f $file"S.min"

cat $DIR/$file"S.hor" >> $DIR/datos_hor/$filedia"S.hor"

cat $DIR/$file"S.hor" >> $DIR/datos_hor/$filemes"S.hor"
rm -f $file"S.hor"

```

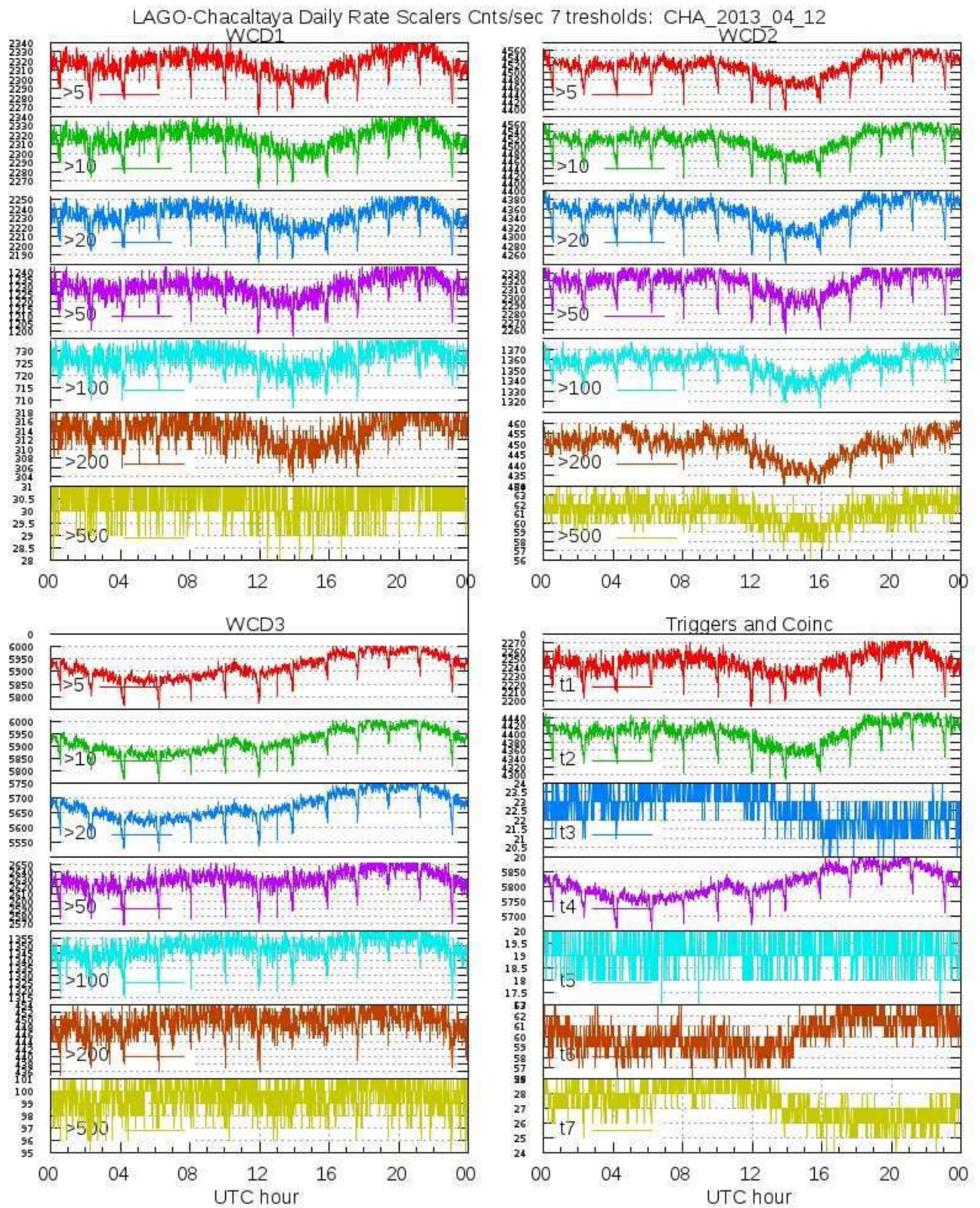


FIG. F1.— Variación temporal diaria en bruto para WCD1,WCD2,WCD3 para los 7 umbrales, y t1 a t7

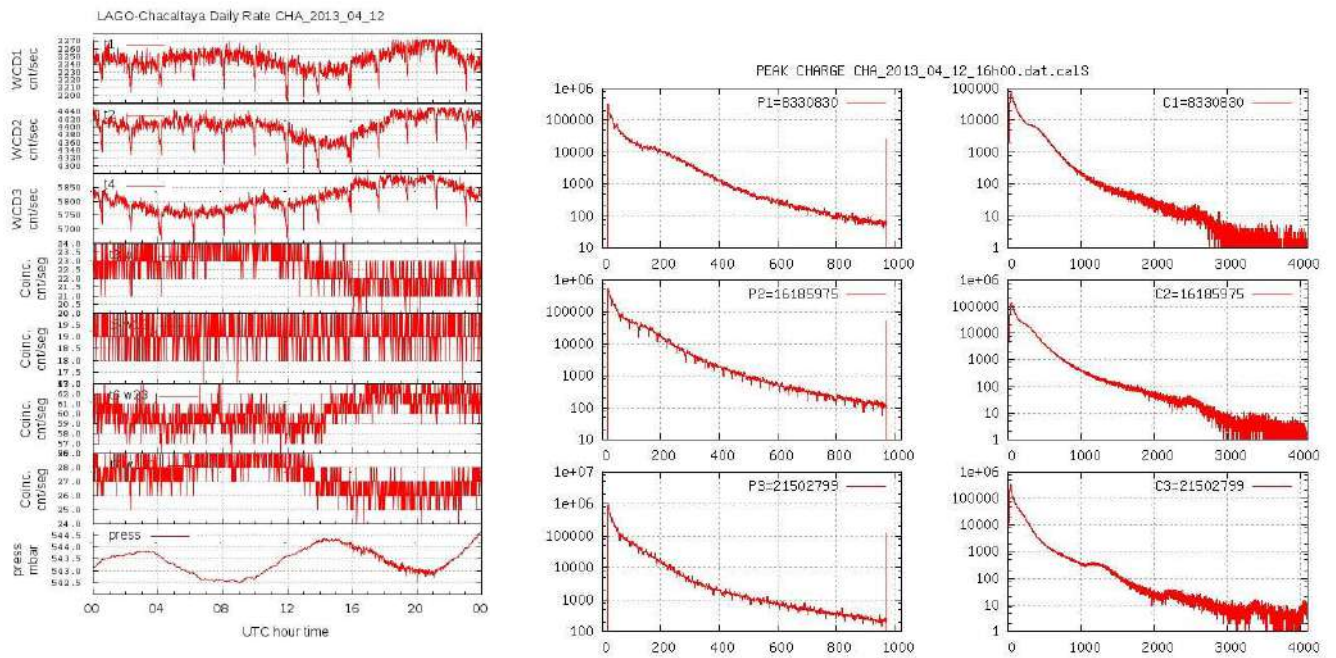


FIG. F2.— (izquierda) Variación temporal en detalle de datos brutos de un día, (derecha) Peak y Charge de una hora

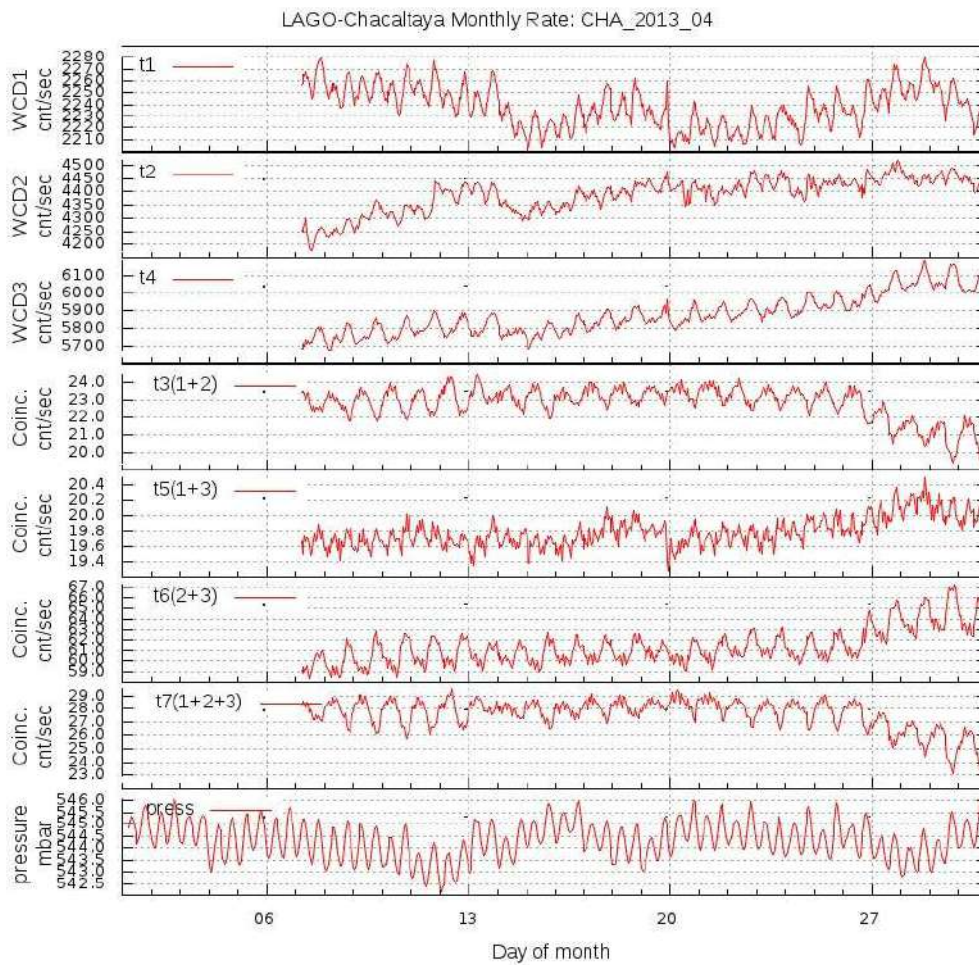


FIG. F3.— Variación temporal mensual

XXV REUNIÓN NACIONAL DE LA SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA  
DEL 21 AL 26 DE OCTUBRE DE 2013  
TARIJA–BOLIVIA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

RESUMEN

Se presenta la relación de ponencias de la XXV Reunión Nacional de Física realizada en Tarija entre el 21 y el 26 de Octubre de 2013.

Código(s) PACS: 01.30.Cc — 01.10.Hx

*Descriptores:* Resúmenes de conferencias — Actividades organizacionales de física

• **Título:**

**LA FÍSICA Y LA CODIFICACIÓN DE LA PUERTA DEL SOL**

**Expositor:**

José Bernardo Puña Velazco

*Universidad Técnica de Oruro*

**Resumen:** La contribución de la Física a la solución del enigma milenario de la Puerta del Sol de Tiwanacu.

• **Título:**

**ESTUDIO DE LA RUV EN TARIJA**

**Expositor:**

Marco Antonio Taquichiri Torrez

*Universidad Autónoma Juan Misael Saracho*

**Resumen:**

Se presentan los resultados de la concentración de Resveratrol en uvas expuestas a diferentes niveles de radiación ultravioleta solar.

• **Título:**

**CONDICIONES DE SINCRONIZACIÓN DE MÁS DE DOS OSCILADORES MÓVILES ACOPLADOS**

**Expositor:**

Roy Omar Edgar Bustos Espinoza

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Se ha trabajado en las condiciones de sincronización de 2 osciladores móviles acoplados encontrando la ocurrencia del fenómeno con una tendencia a que el movimiento pueda favorecer dicha sincronización. En el presente trabajo se pretende ampliar la investigación estudiando la caracterización de la sincronización con más de 2 agentes oscilantes.

• **Título:**

**SISTEMAS INALÁMBRICOS EN LABORATORIO DE FÍSICA**

**Expositor:**

Carlos Raúl Chura Miranda

*Universidad Técnica de Oruro*

**Resumen:**

El presente trabajo constituye una propuesta pedagógica para la enseñanza de la física en pregrado y se diseña con el fin de hacer un aporte al desarrollo del aprendizaje significativo, a partir de prácticas de laboratorio de alta precisión que disminuyan las dudas, faciliten el entendimiento y permitan asociar los conceptos con la realidad práctica.

El enfoque de clase abarca desde la observación real del fenómeno físico, haciendo uso de las nuevas tecnologías, hasta el hecho de justificarlos y explicarlo dentro de las teorías establecidas.

Se pretende describir fenómenos físicos con el uso de sensores inalámbricos, creando un ambiente de trabajo dinámico, sin cables en la demostración del experimento, haciendo uso de los nuevos equipos de laboratorio de la línea Alemana PHYWE.

• **Título:**

**OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA: 1997-2013**

**OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA: 2006-2013**

**Expositor:**

Roy Omar Edgar Bustos Espinoza

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Presentar datos, estadísticas, la historia desde un punto de vista crítico, nuevas perspectivas y el rol de las universidades en la parte académica de los eventos.

- **Título:**

**TEOREMA Y MÉTODO PHER PARA DETERMINANTES Y MATRICES**

**Expositor:**

Fernando Poma Ajoruro

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Con el presente artículo se demostrará un teorema que resume largos y complicados cálculos que se realizan para hallar la determinante de una matriz enunciado como sigue:

Para la matriz  $A: K^{n \times n} \rightarrow K$

$$D(A) = \frac{a_{nn}}{a_{nn-1}^0 a_{nn-2}^1 \cdots a_{11}^{n-2}}$$

Así echando por tierra la idea que para toda matriz triangular su determinante es el producto de los elementos de la diagonal principal.

$$D(A) = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}$$

- **Título:**

**DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE UN SISTEMA CONFINADO DE PARTÍCULAS CARGADAS**

**Expositor:**

Leonardo Félix Apaza Pillco

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Se realiza la simulación numérica de la distribución espacial de un sistema confinado de partículas eléctricamente cargadas usando el método de relajación de la ecuación de Laplace en 3D; los resultados de la simulación se comparan luego con datos experimentales. El sistema consiste de un condensador de placas metálicas paralelas con un contorno metálico de confinamiento. En el interior del condensador yacen varias partículas (esferitas metálicas milimétricas) que se repelen al cargarse por contacto con la placa inferior (sustrato) mientras el contorno de confinamiento impide que se dispersen, dando lugar a la formación de estructuras geométricas en 2D (por ejemplo, islas de Wigner para un contorno circular). En este trabajo se estudian las distribuciones espaciales correspondiente a tres sistemas de partículas (idénticas o distintas) que yacen sobre un sustrato que puede estar horizontal o inclinado. Los resultados de la comparación entre las simulaciones numéricas y los datos experimentales indican que la interacción física dominante corresponde a la interacción coulombiana entre partículas puntuales cargadas no obstante el tamaño finito de las esferitas metálicas.

- **Título:**

**PRIMEROS RESULTADOS DE LAS MEDIDAS EN EL LABORATORIO GAW-CHACALTAYA**

**Expositor:**

Fernando Velarde Apaza

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Medidas de diferentes parámetros de los aerosoles como: coeficientes de dispersión y absorción, distribución de tamaños y concentración volumétrica (entre otros) se vinieron realizando desde diciembre de 2011 hasta la fecha en el laboratorio de cambio climático GAW-CHC instalado en el monte Chacaltaya. Los resultados, después de un año completo de medidas, muestran que existe una marcada variación estacional con máximos en el trimestre agosto-septiembre-octubre. Esta variación estacional esta relacionada con medidas de gases traza como el monóxido de carbono. Esta correlación sugiere que ambas variables tienen la misma fuente de producción que son las quemadas de biomasa. De los resultados se implica que es necesario un análisis del transporte de masas de aire que arriban a Chacaltaya.

- **Título:**

**INTERACCIONES DE LA UVA SOBRE LA UVA**

**Expositor:**

Flavio Ghezzi

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Se discuten los efectos de la radiación ultravioleta sobre diferentes sustancias orgánicas. Se toma como ejemplo la senescencia de diferentes tipos de vid bolivianas. Finalmente se analiza la formación de antioxidantes de las uvas bolivianas.

- **Título:**

**ESTUDIO DE LA RUV-B EN TARIJA**

**Expositor:**

Joel Paco Sarzuri

*Universidad Autónoma Juan Misael Saracho*

**Resumen:**

Se presentan resultados de las mediciones de la RUV-B y su correlación con los datos del satélite.

---

- **Título:**

**ESTADÍSTICA APLICADA AL TRATAMIENTO DE ERRORES EN MODELOS MATEMÁTICOS NO LINEALES**

**Expositor:**

Jaime Burgos Manrique

*Universidad Técnica de Oruro*

**Resumen:**

Es un trabajo de investigación sobre la aplicación de la estadística a problemas que involucran la propagación de errores en funciones no lineales, tanto en forma teórica práctica como en forma computarizada, orientada a la actividad del laboratorio de física en la ingeniería y otras ciencias, con características propias del proceso de E-A y científico. Es un aporte personal con criterios formados por la actividad del laboratorio de física aplicada a la ingeniería a través de teoría de errores en forma analítica y en forma computarizada con el programa "FIS-LAB" creado por mi persona. Este programa permite aplicar la estadística y la simulación de adquisición de datos experimentales y su tratamiento en forma virtual y otras funciones que en su oportunidad podré mostrar.

---

- **Título:**

**ELABORACIÓN DE MAPAS Y ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES DE VARIABLES CLIMÁTICAS Y CONTAMINANTES APLICADOS AL MEDIO AMBIENTE DE BOLIVIA**

**Expositor:**

Iván Efraín Fuentes Miranda

*Universidad Mayor de San Simón*

**Resumen:**

En el presente trabajo se recopiló información bibliográfica referente a lo que son análisis temporales y espaciales aplicados al medio ambiente de variables ambientales. En particular, se analizan las variables: temperatura del aire, contenido total de ozono (columna vertical), índice de aerosoles y radiación ultravioleta eritemática (UV eritemática) y con ello se construyó mapas mensuales de dichas variables para toda Bolivia. Los datos con los que se ha trabajado corresponden a distintos intervalos de tiempo. En el caso de la temperatura de 1949 a 2004 y para el ozono total, el índice de aerosoles y la radiación ultravioleta eritemática diaria, el intervalo de medidas va de 1978 a 2011. Estos últimos datos proceden de información obtenida mediante técnicas de detección remota, la cual está codificada en la página web del sensor TOMS. Los datos de temperatura del aire se obtuvieron en estaciones

meteorológicas terrestres del SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología de Bolivia), en concreto de 19 estaciones situadas en distintas localidades del departamento de Cochabamba. Una vez organizados los datos se elaboró la metodología necesaria para decodificar, seleccionar la grilla de estudio e interpretar la información diaria; toda esta información se llevó a formato establecido según el programa de SIG ILWIS3.6, para elaborar los mapas promedios mensuales para toda Bolivia de las variables ambientales deseadas (ozono, índice de aerosoles, radiación ultravioleta) y para el departamento de Cochabamba en el caso de la temperatura. Con el conjunto de datos iniciales, y apoyados en los productos elaborados para su estudio comparativo, finalmente se realizó los análisis de series temporales para el cercado de Cochabamba utilizando el programa SPSS 11.5, obteniendo las tendencias estacionales, residuos y ciclos que tiene esta información.

---

- **Título:**

**DIGITALIZACIÓN DE IMÁGENES RADIOLOGICAS**

**Expositor:**

Edwin Estanislao Centeno Mamani

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Mecanismo por el cual se puede digitalizar y hacer estudios a los aspectos de las imágenes radiológicas.

Uno de los métodos para un estudio de densitometría de objetos huecos o la distribución diferenciada de densidades utilizando el método de doble pulso de RX sin necesidad de destruir o abrir el objeto en estudio.

---

- **Título:**

**ORIENTACIONES MOLECULARES DE LÍQUIDOS IÓNICOS DEBIDO A UNA CORAZA ESFÉRICA ATÓMICA**

**Expositor:**

Elba Jhannet Colque Zacarias

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Se realizan simulaciones usando el programa de Dinámica Molecular DL-POLY, para caracterizar la orientación de las moléculas de los líquidos iónicos debido a un potencial generado por átomos distribuidos en forma homogénea sobre una esfera. El resultado muestra el comportamiento de la densidad, el desplazamiento cuadrático medio, la distribución espacial de las moléculas y las orientaciones de las mismas.

- **Título:**  
**ANÁLISIS DE DATOS - EXPERIMENTO LAGO 2008, CUDA Y OPEN CL**  
**Expositor:**  
Boris Alberto López Zubieta  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
Análisis de datos del experimento LAGO del año 2008.

- **Título:**  
**FENOMENOS NO LINEALES EN LA REACCION DE BELOUSOV-ZHABOTINKY**  
**Expositor:**  
Sorge Oporto Almaraz  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
1.- Empleando el Oregonator como modelo de la Reacción de Belousov-Zhabotinsky se obtuvieron dos conjuntos de puntos fijos, llevándose a cabo el análisis de estabilidad lineal respectivo. Un tipo de puntos fijos tienen carácter no reactivo y son inestables respecto a las variedades invariantes asociadas al segundo tipo de puntos fijos con carácter reactivo. Estos últimos pueden ser inestables respecto a un ciclo límite o estables respecto a un estado estacionario, dinámica clasificada en el espacio de parámetros en relación a la curva de bifurcación de Hopf; además, se obtuvo el caso límite entre regiones de igual estabilidad. Con fines de comparación, se llevó a cabo un análisis similar para el caso de Oregonator reducido de dos variables dinámicas.  
2.- Con base en los resultados anteriores, se caracterizó dos osciladores paraméricamente idénticos, periódicos y fuera de fase y se los acopló difusivamente para estudiar el fenómeno de sincronización completa. También se llevó a cabo el análisis de estabilidad de la variedad de sincronización respecto a los exponentes longitudinal y transversal de Lyapunov.  
3.- A pH 0.097 y en reactor cerrado se llevó a cabo la reacción BZ y, a partir de métodos espectroscópicos, se obtuvo las series cinéticas de la absorbencia para diferentes concentraciones de referencia de los reactivos, respecto a los cuales se definió y clasificó el espacio de concentraciones de una región de oscilación y otra de estados estacionarios diferenciados por un margen de bifurcación experimental, este último, homólogo a la curva de bifurcación de Hopf que predice el Oregonator. También se observó la variación de margen de bifurcación aumentando el pH y se clasificó la región de oscilación de acuerdo a la dinámica de las series cinéticas.

- **Título:**  
**SERENDIPEA Y OTRAS CURIOSIDADES EN FÍSICA**  
**Expositor:**  
Marcelo Ramírez Ávila  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
La serendipea parece ocurrir con frecuencia en la investigación. Se hace una revisión de los descubrimientos más representativos en los que se presentó esta situación. Se revisan algunos hechos históricos curiosos en la historia de la física.

- **Título:**  
**AVANCES REALIZADOS EN EL SISTEMA LIPAZ**  
**Expositor:**  
María Fernanda Sánchez Barrero  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
Durante los últimos cuatro meses del año 2012, se realizó el cambio de configuración del sistema LIPAZ de BIAXIAL a COAXIAL, lo que conllevó a mejoras en cuanto a calidad de datos. Además se mejoraron las rutinas de procesamiento de datos.

- **Título:**  
**EL PROYECTO GAW/CHC. AVANCES Y PERSPECTIVAS**  
**Expositor:**  
Francesco Zaratti  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
Se describe el avance de la estación GAW/CHC en Chacaltaya, mostrando los resultados de la puesta en operación, los datos obtenidos y los primeros análisis.

- **Título:**  
**ESTUDIO DE HORMIGONES EN EL IIF**  
**Expositor:**  
Eduardo R. Palenque Vidaurre  
*Universidad Mayor de San Andrés*  
**Resumen:**  
Se detalla la serie de estudios sobre las propiedades de los hormigones y la capacidad en equipos y servicios (sensitometría, tomografía, tensiones, capacidad térmica, fluencia, etc), que se ha desarrollado en el IIF-UMSA.

- **Título:**  
**MAPAS CERAÚNICOS DE BOLIVIA**

**Expositor:**

Edgar Ricaldi Yarvi

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Se elaboraran mapas ceraúnicos de Bolivia preliminares que servirán de referencia (mapas de descargas eléctricas manuales en territorio boliviano).

los líquidos iónicos. Se muestran resultados sobre el comportamiento de su volumen, densidad, desplazamiento cuadrático medio y algunas otras características, cuando se modifican las condiciones de presión y temperatura.

---

- **Título:**  
**ESTUDIO DE LÍQUIDOS IÓNICOS MEDIANTE SIMULACIONES COMPUTACIONALES**

**Expositor:**

Armando Reynaldo Ticona Bustillos

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

Usando el programa DL-POLY de dinámica molecular, se analizan las características de

---

- **Título:**  
**PROPIEDADES DE TRANSPORTE Y MAGNÉTICAS EN SISTEMAS NANOESTRUCTURADOS**

**Expositor:**

Wilfredo Tavera Llanos

*Universidad Mayor de San Andrés*

**Resumen:**

La reducción de escala tiene implicaciones sobre determinadas magnitudes físicas que deben ser consideradas cuando se trabaja con nanoestructuras. En esta presentación se analizan estas implicaciones y luego se describen algunas simulaciones realizadas sobre modelos de multicapas magnéticas y agregados metálicos magnéticos.

17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA  
7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA  
COCHABAMBA, DEL 21 AL 23 DE JULIO DE 2012

BUSTOS R.<sup>1,2,16</sup>, RALJEVIC M.<sup>1</sup>, VARGAS M.<sup>3</sup>, GUTIERREZ V. H.<sup>4</sup>, GUAYGUA T.<sup>2,5</sup>, CASTELO J. J.<sup>5</sup>, MALLCO A.<sup>5</sup>,  
VELASCO J.<sup>5</sup>, ANDRADE M.<sup>2,6</sup>, GUZMÁN R.<sup>2,6</sup>, MAMANI R.<sup>2,7</sup>, FUENTES W.<sup>7</sup>, VALDEZ S.<sup>2,8</sup>, JUSTINIANO I.<sup>2,9</sup>,  
JAILLITA J.<sup>2,9</sup>, PAYLLO J. P.<sup>2,10</sup>, CABRERA J.<sup>11</sup>, VARGAS C.<sup>12</sup>, CORAITE O.<sup>2,13</sup>, QUIROZ Z.<sup>2,14</sup>, ORTEGA L.<sup>2,15</sup>,  
CORDERO M.<sup>16</sup>, MORALES G.<sup>2,17</sup>

<sup>1</sup> Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

<sup>2</sup> Comités Olímpicos Bolivianos de Física - Astronomía y Astrofísica

<sup>3</sup> Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), “*Magia de la Física*”, *Carrera de Física*, La Paz

<sup>4</sup> Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH),  
*Facultad de Tecnología - Carrera de Ingeniería de Sistemas*, Sucre

<sup>5</sup> Universidad Técnica de Oruro (UTO), *Facultad Nacional de Ingeniería (FNI)*, Oruro

<sup>6</sup> Universidad Mayor de San Simón (UMSS), *Facultad de Ciencia y Tecnología*, Cochabamba

<sup>7</sup> Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF), *Carrera de Física*, Potosí

<sup>8</sup> Colegio Cardenal Cushing, Santa Cruz de la Sierra

<sup>9</sup> Colegio María Auxiliadora, Cobija, Pando

<sup>10</sup> Colegio Natush Bush, Yacuiba, Tarija

<sup>11</sup> Colegio Amor de Dios, La Paz

<sup>12</sup> Colegio Buenas Nuevas, Sucre

<sup>13</sup> Colegio La Salle, Oruro

<sup>14</sup> Instituto Americano, La Paz

<sup>15</sup> Colegio Felipe Palazón, Tarija

<sup>16</sup> Asociación Boliviana para el Avance de la Ciencia (ABAC) &

<sup>17</sup> Astronomía Sigma Octante, Cochabamba

## RESUMEN

La 17<sup>va</sup> Olimpiada Boliviana de Física (17<sup>va</sup> OBF) y la 7<sup>ma</sup> Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica (7<sup>ma</sup> OBAA) se llevaron a cabo simultáneamente y con éxito del 21 al 23 de Julio de 2012 en la ciudad de Cochabamba.

La 17<sup>va</sup> OBF y 7<sup>ma</sup> OBAA unieron nuevamente esfuerzos con el proyecto: 2<sup>da</sup> Olimpiada Científica Estudiantil Plurinacional Boliviana (2<sup>da</sup> OCEPB) impulsado por el Estado Plurinacional de Bolivia a través del Ministerio de Educación y de su Viceministerio de Ciencia y Tecnología (VCyT), donde se invitó a que participen 6 áreas de las ciencias puras y naturales: **Astronomía y Astrofísica**, Biología, Física, Informática, Matemática y Química.

La organización del evento contó también con la participación de los siguientes organismos e instituciones: Comité Olímpico Boliviano de Astronomía y Astrofísica, Comité Olímpico Boliviano de Física, Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI), la Asociación Boliviana para el Avance de la Ciencia (ABAC), la Dirección Departamental de Cochabamba; las Carreras de Física de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Mayor de San Simón (UMSS) y de la Facultad de Ciencias Puras y Naturales de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA) y la organización Astronomía Sigma Octante de Cochabamba.

Participaron 9 delegaciones departamentales: Beni, Chuquisaca, Cochabamba, La Paz, Oruro, Pando, Potosí, Santa Cruz de la Sierra y Tarija.

En la 17<sup>va</sup> OBF y la 7<sup>ma</sup> OBAA se evaluaron las categorías de 6<sup>to</sup> de primaria y los seis cursos de Secundaria en las etapas previas al evento nacional pero en dicho evento lastimosamente solo participaron los cursos de 3<sup>ro</sup>, 4<sup>to</sup> y 5<sup>to</sup> de Secundaria.

La categoría de 6<sup>to</sup> de Secundaria tienen como principal premio el ingreso libre y directo a cualquiera de las carreras de Ciencias y/o Ingeniería de las universidades comprometidas con la OBF y la OBAA.

En la 2<sup>da</sup> OCEPB se concentraron cerca a 900 personas, 135 de Astronomía y Astrofísica y 135 de Física, entre estudiantes y profesores. También madres y padres de familia que acompañaron a sus hij@s, compartiendo tod@s sus experiencias, costumbres, y culturas.

Las tres categorías, tanto en Astronomía y Astrofísica como en Física: 3<sup>ro</sup>, 4<sup>to</sup> y 5<sup>to</sup> de Secundaria, tuvieron dos modalidades de evaluación: Teórica y Experimental.

Los ganadores de las etapas previas al evento nacional, de las categorías: 2<sup>do</sup>, 1<sup>ro</sup> de Secundaria y 6<sup>to</sup> de Primaria han sido premiad@s por el Ministerio de Educación. Todas las categorías inferiores forman los equipos Bolivianos preseleccionados postulantes a futuros

eventos olímpicos: Latinoamericanos, Iberoamericanos e Internacionales a llevarse a cabo en las gestiones 2013, 2014, 2015, 2016 y 2017 respectivamente.

El gobierno nacional a comprometido el apoyo administrativo de todas las áreas de las olimpiadas desde la divulgación de las convocatorias hasta el apoyo a las delegaciones Bolivianas invitadas a participar fuera de nuestras fronteras. Es sin duda un gran apoyo, pero ha eliminado categorías que antes tenían participación en los eventos nacionales, sin entender todavía el fundamental incentivo que debemos dar a toda la juventud Boliviana, como es el de preseleccionar delegaciones no solo para la siguiente inmediata gestión sino con 3, 4, 5, 6, 7 o más años de anticipación! dicha receta es sin duda la mejor manera de ser cada vez más competitivos a nivel internacional.

Se ha ganado en el número de participantes a nivel nacional, no solo en las áreas urbanas sino también en las áreas rurales de todo el país, motivando e incentivando a la juventud Boliviana al estudio de las Ciencias Puras y Naturales, en especial de la Física, la Astronomía y la Astrofísica.

---

Los Comités Académicos de ambas áreas felicitan a tod@s l@s jóvenes participantes y ganador@s de las distintas etapas y categorías así como también a l@s profesor@s y a todas las unidades educativas fiscales, particulares y de convenio por participar en el apasionante campo de la Física, la Astronomía y la Astrofísica y de esta manera generar mayores capacidades científicas y tecnológicas como aporte al desarrollo del país tanto social, económico como cultural.

A continuación se presentan las soluciones de todas las categorías de ambas olimpiadas: OBF y OBAA de la etapas clasificatorias y del evento nacional de la gestión 2012. La forma de presentación obedece a una metodología en la que el material se pueda utilizar como entrenamiento, no mostrándose las respuestas inmediatamente después de la respectiva pregunta, sino invitando al(a) lector(a) a que pueda el/ella mism@ obtener la respuesta correcta.

---

Página WEB: <http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/>

## **OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA**



## **OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA**

Código(s) PACS: 01.50.Rt — 01.10.Hx

*Descriptor:* Competencias de física — Actividades organizacionales de física

**2<sup>da</sup> ETAPA**  
17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA

**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

**I. Parte Conceptual**

1. Explicar los siguientes procesos físicos de cambio de fase:  
Sublimación  
Vaporización  
Fusión  
Ebullición  
Condensación
2. El punto de ebullición, ¿es el mismo en cualquier lugar de la Tierra o varía? ¿por qué?
3. El átomo está formado por:
4. Si se deposita en un recipiente con agua, un material de menor densidad (corcho) y otro de mayor densidad (plomo), ¿Cuál de ellos flotará? ¿Por qué?
5. ¿Cómo se podría medir la densidad de una papa? Explicar el procedimiento y anotar los instrumentos que se utilizarán.

**II. Parte Práctica**

1. A nivel del mar el agua hierve a 100°C, en Potosí que está a 3900 metros sobre el nivel del mar el agua hierve a 87°C ¿Por qué considera que hay esa diferencia de temperaturas del punto de ebullición del agua?
2. En un esquema muestra todos los estados o fases de la materia.

**1<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

**TRASLADÉ EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA**

1. La tabla periódica es una tabla en la que se clasifican a los:
  - a) Alimentos
  - b) Números
  - c) Átomos
  - d) Animales
2. Una unidad de medida del tiempo es:
  - a) El año
  - b) El gramo
  - c) El kilogramo
  - d) El milímetro

3. ¿Cuál de las siguientes cantidades es mayor que un metro?
  - a) Un segundo
  - b) Un centímetro
  - c) Un milímetro
  - d) Un kilometro
4. Una semana es igual a:
  - a) Medio año
  - b) 7 días
  - c) 2 meses
  - d) 3 horas
5. El átomo está formado por:
  - a) ladrillos
  - b) electrones alrededor de un núcleo
  - c) aire
  - d) tierra
6. Dos niños cerca a una pared lanzan un grito ¿cual escucha primero su propio eco?
  - a) El que está más cerca a la pared
  - b) El que esta mas lejos de la pared
  - c) Ambos escuchan al mismo tiempo
  - d) Ninguno escucha eco
7. Qué cantidad es mayor que 10<sup>2</sup>
  - a) 10<sup>-5</sup>
  - b) 10
  - c) 10<sup>1</sup>
  - d) 10<sup>4</sup>
8. Una hora equivale a:
  - a) 36 segundos
  - b) 3600 segundos
  - c) 3.6 días
  - d) 36 minutos
9. Si una pelota de plastoforno flota en el agua, cuando se aumenta el tamaño de la pelota:
  - a) Se hunde
  - b) Continúa flotando
  - c) No podemos saber qué sucede
  - d) Sale más a flote
10. Si en 5 días hay 120 horas ¿Cuántas horas habrá en medio mes?
  - a) 300 horas
  - b) 100 horas
  - c) 340 horas
  - d) 360 horas

**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**

**TRASLADÉ EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA**

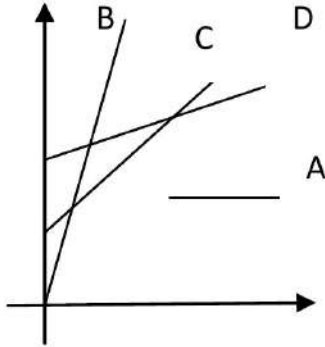
1. Cuando dos cargas tienen signos iguales:
  - a) Se atraen
  - b) Se repelen
  - c) No se atraen ni repelen
  - d) Depende de la cantidad de carga
2. Un objeto A tiene la misma temperatura que un objeto C y C tiene la misma temperatura que B, se puede concluir que:
  - a) A tiene mayor temperatura que B
  - b) A tiene menor temperatura que B
  - c) A y B tienen distintas temperaturas
  - d) A y B tienen la misma temperatura
3. Si dos objetos tienen la misma masa, entonces sus pesos son:
  - a) diferentes
  - b) iguales
  - c) no se puede saber
  - d) depende de la temperatura
4. Si una pelota de plastofomo flota en el agua, cuando se aumenta el tamaño de la pelota :
  - a) Se hunde
  - b) Continúa flotando
  - c) No podemos saber que sucede
  - d) Sale más a flote
5. Si en 5 días hay 120 horas. ¿Cuántas horas habrá en medio mes?
  - a) 300 horas
  - b) 100 horas
  - c) 340 horas
  - d) 360 horas
6. Si una pelota tiene un diámetro igual al doble de otra entonces:
  - a) Ambas pelotas tienen la misma masa
  - b) La grande tiene el doble de masa
  - c) La grande tiene más masa
  - d) La grande tiene menos masa
7. Para medir la masa de un cuerpo se puede usar:
  - a) Un reloj
  - b) una balanza
  - c) una regla
  - d) la longitud de una mano
8. Para medir el tamaño de una persona se puede usar:
  - a) Un reloj
  - b) una balanza
  - c) una romana
  - d) la longitud de una mano
9. El minuto es una unidad de medida de:
  - a) tiempo
  - b) masa
  - c) longitud
  - d) densidad
10. Uno de los pasos fundamentales del método científico es la realización de experimentos para:
  - a) hacerlo más divertido
  - b) comprobar las predicciones
  - c) usar los laboratorios
  - d) utilizar instrumentos de medición sofisticados

### 3<sup>o</sup> DE SECUNDARIA

TRASLADAR EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA

1. Un kilogramo es \_\_\_\_\_ que un miligramo:
  - a) mayor
  - b) menor
  - c) igual
  - d) No se pueden comparar
2. ¿Qué cantidad es mayor que  $10^2$ ?
  - a)  $10^{-5}$
  - b) 10
  - c)  $10^1$
  - d)  $10^4$
3. La cantidad 156 se redondea a:
  - a) cincuenta
  - b) cien
  - c) doscientos
  - d) sesenta
4. Si un minibús tiene mayor rapidez que otro minibús, entonces hará el mismo recorrido que este en:
  - a) Más tiempo
  - b) el mismo tiempo
  - c) menor tiempo
  - d) no se tiene suficiente información para determinar el tiempo
5. Si se mide la altura de una persona con una regla graduada en mm la forma correcta de expresar el resultado es:
  - a)  $1.600 \pm 0.001$  [m]
  - b)  $1.6 \pm 1$  [m]
  - c)  $16 \times 10^{-1}$  [m]
  - d)  $0.16 \times 10^{-2}$  [m]
6. Si el resultado de una medición es  $(10 \pm 1)$  [s], el error porcentual de este resultado es:
  - a) 5%
  - b) 20%
  - c) 10%
  - d) 1%
7. Para medir el tamaño de una persona se puede usar:
  - a) un reloj
  - b) una balanza
  - c) una romana
  - d) la longitud de una mano

8. La cantidad 6.3 se puede redondear a:
- 5
  - 6
  - 7
  - 1



9. En el gráfico  $x$  vs  $t$ , ¿cuál de las gráficas representa mayor velocidad?
- A
  - B
  - C
  - D
10. En el mismo grafico  $x$  vs  $t$ , ¿cuál de las gráficas representa una partícula en reposo?
- A
  - B
  - C
  - D

**4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

TRASLADÉ EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA

- ¿Cuál es el promedio del siguiente conjunto de datos {1,2,3,4,5}?
    - 2.3
    - 0
    - 10
    - 3
- Si se mide la altura de una persona con una regla graduada en mm, la forma correcta de expresar el resultado es:
    - $1.600 \pm 0.001$  [m]
    - $1.6 \pm 1$  [m]
    - $16 \times 10^{-1}$  [m]
    - $0.16 \times 10^{-2}$  [m]
- Si el resultado de una medición es  $(10 \pm 1)$  [s], el error porcentual de este resultado es:
    - 5%
    - 20%
    - 10%
    - 1%

- Para medir el tamaño de una persona se puede usar:
  - un reloj
  - una balanza
  - una romana
  - la longitud de una mano
- La cantidad 6.3 se puede redondear a:
  - 5
  - 6
  - 7
  - 1
- Mientras mayor sea la desviación estándar, entonces:
  - Mayor será el error de la medida
  - Menor será el error de la medida
  - No influye en el error de la medición
  - Significa que no están muy dispersos los datos
- Cuanto será la suma de dos vectores iguales pero de sentidos contrarios
  - 2 veces el vector
  - el mismo vector
  - cero
  - un vector ortogonal
- La mala calibración de una balanza, es un ejemplo de:
  - error sistemático
  - error aleatorio o casual
  - no es un error
  - ninguno de los anteriores

- Para que la suma de dos vectores tenga una magnitud máxima los vectores deben:
  - Ser ortogonales
  - formar un ángulo menor a  $90^\circ$
  - ser paralelos
  - formar un ángulo mayor a  $90^\circ$
- Cuando se mide varias veces lo mismo el resultado es:
  - el que más se repite
  - el promedio
  - se puede escoger uno al azar
  - ninguno de los anteriores

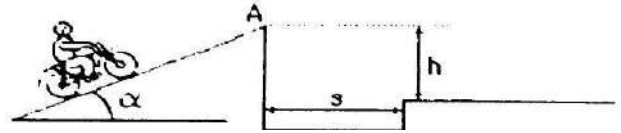
**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

TRASLADÉ EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA

- ¿Cuánto será la suma de dos vectores iguales pero de sentidos contrarios?
  - 2 veces el vector
  - el mismo vector
  - cero
  - un vector ortogonal

2. Si un vehículo alcanza su velocidad máxima en poco tiempo esto quiere decir que:
  - a) Su aceleración es grande
  - b) su aceleración es pequeña
  - c) su aceleración es cero
  - d) su aceleración es negativa.
3. Si el resultado de una medición es  $(10 \pm 1)$  [s], el error porcentual de este resultado es :
  - a) 5%
  - b) 20%
  - c) 10%
  - d) 1%
4. Si un cuerpo tiene aceleración centrípeta, es porque
  - a) su velocidad es constante
  - b) no debe tener movimiento rectilíneo
  - c) su rapidez aumenta
  - d) su rapidez disminuye
5. Para medir el tamaño de una persona se puede usar:
  - a) Un reloj
  - b) una balanza
  - c) una romana
  - d) la longitud de una mano
6. Si sobre un cuerpo no actúa una fuerza neta entonces:
  - a) no cambia su momento lineal
  - b) permanece en reposo
  - c) se acelera
  - d) se detiene repentinamente
7. La ley que indica que ante toda acción hay una reacción es la:
  - a) 1ra ley de Newton
  - b) 2da ley de newton
  - c) 3ra ley de newton
  - d) 4ta ley de newton
8. Si una partícula tiene mayor energía, significa que:
  - a) puede realizar menos trabajo
  - b) puede realizar más trabajo
  - c) no tiene relación con el trabajo
  - d) el trabajo a realizar es cero
9. ¿Cuánto será la suma de dos vectores iguales pero de sentidos contrarios?
  - a) 2 veces el vector
  - b) el mismo vector
  - c) cero
  - d) un vector ortogonal
10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:
  - a) La energía puede crearse a partir de nada
  - b) La energía se conserva
  - c) La energía puede desaparecer
  - d) ninguna de las anteriores

11. ¿Una partícula que es lanzada verticalmente hacia arriba esta en caída libre?
  - a) si
  - b) no
  - c) no se puede determinar



12. Un motociclista asciende por una rampa con la intención de saltar un foso cuyos parámetros se muestran en la figura. ¿Cuál es la velocidad mínima  $v$  que debe tener el motociclista en el momento de desprenderse del punto A para pasar al otro lado del foso? Sean  $h = s = 1\text{ m}$  y  $\alpha = 45^\circ$ .

#### 6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

TRASLADAR EL INCISO CORRECTO (SOLO UNO) A LA CASILLA DE LA DERECHA

1. ¿Qué tipos de cargas eléctricas existen en la naturaleza?
  - a) Neutras
  - b) Positivas y negativas
  - c) Nulas
  - d) ninguna de anteriores
2. ¿Cuánto será la suma de dos vectores iguales pero de sentidos contrarios?
  - a) 2 veces el vector
  - b) el mismo vector
  - c) cero
  - d) un vector ortogonal
3. Las cargas de signos iguales se
  - a) atraen
  - b) repelen
  - c) no existe fuerza entre ellas
  - d) ninguna de las anteriores
4. Para incrementar la magnitud de la fuerza entre cargas eléctricas se podría:
  - a) Cambiar el signo de las cargas
  - b) Disminuir el valor de las cargas
  - c) Disminuir la distancia entre las cargas
  - d) Aumentar la distancia entre las cargas
5. La ley que indica que ante toda acción hay una reacción es la:
  - a) 1ra ley de Newton
  - b) 2da ley de newton
  - c) 3ra ley de newton
  - d) 4ta ley de newton
6. Si una partícula tiene mayor energía significa que:

- a) puede realizar menos trabajo
  - b) puede realizar más trabajo
  - c) no tiene relación con el trabajo
  - d) el trabajo a realizar es cero
7. ¿Qué afirmación es correcta?
- a) La energía puede crearse a partir de nada
  - b) La energía se conserva
  - c) La energía puede desaparecer
  - d) Ninguna de las anteriores
8. El campo eléctrico generado por una carga será menor mientras
- a) mayor sea la carga
  - b) menor sea la carga
  - c) más cerca se esté de la carga generadora
  - d) cuando la carga sea cero
9. Si dos objetos tienen la misma masa, entonces sus pesos son:
- a) diferentes
  - b) iguales
  - c) no se puede saber
  - d) depende de la temperatura
10. Si una pelota tiene un diámetro igual al doble de otra entonces:
- a) Ambas pelotas tienen la misma masa
  - b) La grande tiene el doble de masa
  - c) La grande tiene más masa
  - d) La grande tiene menos masa
11. Se tienen 3 cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $d = 20$  cm. Si 2 de las cargas tienen una magnitud de  $1.8 \times 10^{-15}$  C y ambas son positivas, encuentre la magnitud y el signo que debe tener la carga restante de modo que la fuerza resultante sobre esta sea igual a cero.

**2<sup>da</sup> ETAPA**  
7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE  
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

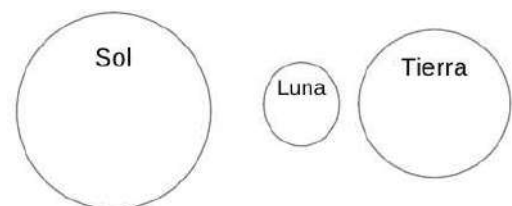
1. Indique cuál de las siguientes frases es falsa:
  - a) La teoría Geocéntrica indica que la Tierra es el centro del Universo.
  - b) La teoría Heliocéntrica indica que el Sol es el centro del Universo.
  - c) Claudio Ptolomeo, astrónomo Griego – Egipcio, defendía la teoría Geocéntrica.
  - d) Nicolás Copérnico, astrónomo Polaco, defendía la teoría Heliocéntrica.
  - e) Actualmente no se acepta ninguna de éstas teorías como ciertas.
2. ¿Qué distancia es mayor?
  - a) La distancia Tierra – Sol
  - b) La distancia Tierra – Luna
3. ¿Cuál astro es más grande, el Sol o la Luna?
  - a) ¿Es posible que dos esferas del mismo tamaño puedan tener densidades distintas?
  - b) ¿Si la respuesta es positiva en el inciso (a), qué concepto jugaría un papel importante?
4. La Luna presenta una superficie que ha recibido muchos impactos cósmicos a lo largo de su existencia, ¿por qué motivo la Tierra no presenta una superficie parecida?
  - a) Porque la Tierra tiene atmosfera y grandes superficies de agua.
  - b) Porque la Tierra es un planeta inmune a los choques cósmicos.
  - c) Porque la Tierra gira con demasiada rapidez impidiendo que sucedan dichas colisiones.
  - d) Porque los objetos cósmicos no pueden llegar a la Tierra.
  - e) Porque no existe ningún objeto cósmico que choque con la Tierra.
5. La siguiente relación define a la densidad de un cuerpo:  $\rho = m/V$ , donde  $m$  es la masa del cuerpo,  $V$  es su volumen. Calcule la densidad de los siguientes cuerpos:
  - a) Cuerpo 1:  $m = 500Kg$   $V = 500m^3$
  - b) Cuerpo 2:  $m = 5Kg$   $V = 5m^3$
  - c) Cuerpo 3:  $m = 0.5Kg$   $V = 0.5m^3$
  - d) ¿Qué concluye de los 3 resultados hallados?
6. El Volumen de un cuerpo puede definirse en función de la densidad,  $\rho$  y de la masa,  $m$  del siguiente modo:  $V = m/\rho$ . Calcule el Volumen de los siguientes cuerpos:
  - a) Cuerpo 1:  $\rho = 500Kg/m^3$   $m = 5Kg$
  - b) Cuerpo 2:  $\rho = 50Kg/m^3$   $m = 50Kg$
  - c) Cuerpo 3:  $\rho = 5Kg/m^3$   $m = 500Kg$
  - d) ¿Qué concluye de los 3 resultados hallados?

7. Calcule la masa de un cuerpo cuya densidad valga  $\rho = 50Kg/m^3$  y su volumen  $V = 5m^3$ .
8. ¿Qué es la Luna?
  - a) El Satélite de la Tierra
  - b) Otro Planeta
  - c) Un Sol apagado
9. ¿Es posible que algún planeta tenga más de una Luna?

**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

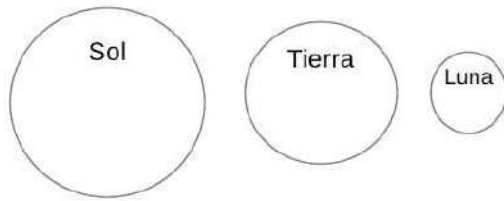
1. Marque con una X cuáles de los siguientes planetas son visibles a simple vista:
  - Neptuno
  - Marte
  - Júpiter
  - Saturno
  - Urano
  - Mercurio
  - Venus
2. ¿Es el Sol una estrella como las que vemos en cualquier noche despejada?
3. Una con una línea los meses del año que mejor le corresponden a una estación:
  - a. Diciembre-Enero-Febrero
  - b. Marzo-Abril-Mayo
  - c. Junio-Julio-Agosto
  - d. Septiembre-October-Noviembre
  - I. Invierno
  - II. Primavera
  - III. Otoño
  - IV. Verano
4. En los siguientes deagramas, indique cuál es el que describe un eclipse de Sol y cuál un eclipse de Luna (los diagramas no están a escala):

(a)



(b)

5. ¿Por qué motivo suceden las mareas?
  - a. Por una fuerza de atracción existente entre la Tierra y la Luna.
  - b. Porque el agua se comporta así sin una dada explicación.
  - c. Las mareas no existen.
  - d. Porque la Tierra rechaza al agua.



6. La medición del tiempo se basa en la rotación de nuestro planeta sobre su propio eje y en su movimiento de traslación alrededor del Sol.
- Falso
  - Verdadero
7. Un día Solar Medio es la medición del tiempo en que el centro del Sol en el cielo vuelve a estar en su misma posición.
- Falso
  - Verdadero
8. Los días son más largos en:
- Verano
  - Otoño
  - Invierno
  - Verano
9. Las noches son más largas en:
- Verano
  - Otoño
  - Invierno
  - Verano
10. Indique el orden de los planetas comenzando desde el Sol.

### 2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA

1. El Sistema Solar es un sistema compuesto por una estrella: el Sol, 8 planetas y una colección de cuerpos menores; se encuentra en una galaxia espiral conocida como la vía láctea, visible desde cualquier región Boliviana. Nuestro Sistema Solar tiene planetas que pueden clasificarse según su estructura como Planetas Terrestres o Telúricos o Interiores, que son relativamente pequeños, de superficie sólida y rocosa, es decir de alta densidad, y los Planetas Jovianos o Exteriores, que son más grandes, gaseosos compuestos de Hidrogeno y Helio principalmente y una densidad mucho menor. Marque con una X los Planetas Jovianos:
- Neptuno  
Marte  
Júpiter  
Saturno  
Urano  
Mercurio  
Venus
2. La Temperatura media en grados centígrados ( $^{\circ}C$ ) en la superficie de los 8 planetas es aproximadamente :

- 139
- 167
- 220
- 57
- 457
- 121
- 197
- 15

Nota: en el planeta Tierra el agua hierve a nivel del mar a  $100^{\circ}C$  y se congela a  $0^{\circ}C$ .

Coloca la letra asignada a cada temperatura, que le corresponda a cada planeta:

Neptuno  
Marte  
Júpiter  
Saturno  
Urano  
Mercurio  
Venus  
Tierra

3. La distancia media al Sol, en Unidades Astronómicas (UA) (una UA es la distancia promedio entre la Tierra y el Sol) de cada planeta es:
- 30.07
  - 0.72
  - 1
  - 9.54
  - 5.20
  - 1.52
  - 19.19
  - 0.39

Coloca la letra asignada a cada distancia que le corresponde a cada Planeta:

Neptuno  
Marte  
Júpiter  
Saturno  
Urano  
Mercurio  
Venus  
Tierra

4. La siguiente relación define a la densidad de un cuerpo:  $\rho = m/V$ , donde  $m$  es la masa del cuerpo,  $V$  es su volumen. Calcule la densidad de los siguientes cuerpos:
- Cuerpo 1:  $m = 500Kg$   $V = 500m^3$
  - Cuerpo 2:  $m = 5Kg$   $V = 5m^3$
  - Cuerpo 3:  $m = 0.5Kg$   $V = 0.5m^3$
- d) ¿Qué concluye de los 3 resultados hallados?
5. El Volumen de un cuerpo puede definirse en función de la densidad,  $\rho$  y de la masa,  $m$  del siguiente modo:  $V = m/\rho$ . Calcule el Volumen de los siguientes cuerpos:
- Cuerpo 1:  $\rho = 500Kg/m^3$   $m = 5Kg$
  - Cuerpo 2:  $\rho = 50Kg/m^3$   $m = 50Kg$
  - Cuerpo 3:  $\rho = 5Kg/m^3$   $m = 500Kg$
- d) ¿Qué concluye de los 3 resultados hallados?

6. Calcule la masa de un cuerpo cuya densidad valga  $\rho = 50 \text{ Kg/m}^3$  y su volumen  $V = 5 \text{ m}^3$ .
7. La velocidad está definida como  $v = d/t$ . Si existiera una nave que viaja a  $192200 \text{ km/h}$  y la distancia de la Tierra a la Luna vale  $384400 \text{ km}$ , ¿en cuánto tiempo llegaría ésta nave desde la Tierra a la Luna?
8. ¿En cuánto tiempo llegaría la nave de la pregunta 7 si viaja a Marte, que está a una distancia del Sol de  $227936640 \text{ km}$  y la Tierra a una distancia del Sol igual a  $149597870 \text{ km}$ ?
9. Si la nave de la pregunta 7 viaja durante 500 horas, ¿a qué distancia se encontrará?
10. Si la nave de la pregunta 7 viaja durante 60 segundos, ¿a qué distancia se encontrará?
2. En la superficie de la esfera celeste están todos los astros.
3. La posición de un astro en la bóveda celeste no nos informa nada acerca de la distancia a la que se encuentra el astro de nosotros.
4. Se denomina **equinoccio** al momento del año en que el Sol está situado en el plano del ecuador celeste donde alcanza el zenit, tal que el paralelo de declinación del Sol y el ecuador celeste coinciden.
5. Los **solsticios** son los momentos del año en los que el Sol alcanza su mayor o menor altura aparente en el cielo, y la duración del día o de la noche son las máximas del año, respectivamente.
6. Los solsticios son los momentos en los que el Sol alcanza la máxima declinación norte ( $+23^\circ 27'$ ) o sur ( $-23^\circ 27'$ ) con respecto al ecuador celeste.
7. Para saber la posición de un punto sobre la superficie de una esfera es necesario conocer dos coordenadas angulares.

### 3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

I. Completa las ideas escogiendo la palabra correcta de las opciones dadas:

1. En el sistema ecuatorial celeste, las coordenadas son la ascensión ----- y la ----- . En el sistema ecuatorial local las coordenadas son el ángulo ----- y la ----- . En el sistema horizontal de coordenadas astronómicas se utilizan dos coordenadas: ----- y ----- . En el sistema de coordenadas geográficas, las coordenadas son la ----- y la ----- .  
*longitud / altura / horario / latitud / recta / azimut / declinación / declinación*
2. El ----- es el punto más elevado por encima del observador. El ----- es el punto diametralmente opuesto al observador. El ----- es un plano tangente a la Tierra y ----- a la vertical del lugar de observación. El ecuador celeste, el polo sur celeste y el polo norte celeste son prolongaciones de sus equivalentes ----- .  
*nadir / terrestres / horizonte celeste / zenit / perpendicular*
3. Los ----- son círculos de la esfera celeste paralelos al ecuador celeste. Los ----- son círculos que pasan por el polo sur celeste y el polo norte celeste. Un ----- es un semicírculo máximo que comienza en el zenit y termina en el nadir. Un ----- de ----- es un círculo paralelo al horizonte celeste.  
*altura / paralelos / altura / círculo / meridianos / vertical*

II. Encierra con un círculo la opción correcta Falso (F) o Verdadero (V):

1. La esfera celeste es una esfera imaginaria de radio arbitrario y centro en el lugar del observador.

### 4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. Completa las ideas escogiendo la palabra correcta de las opciones dadas: [50%]

1. Las estrellas son esferas de gases a muy alta temperatura que emiten al espacio radiación ----- y ----- . Las estrellas se originan en ----- . Por efectos de las fuerzas gravitacionales, las partículas se atraen y se ----- , proceso que va acompañado de un aumento de la temperatura de la nube hasta que se inician reacciones ----- .  
*partículas / nubes de gas interestelar / electromagnética / agrupando / termonucleares*
2. Uno de los métodos para medir las distancias hasta las estrellas es el de ----- . Por semejanza de triángulos es posible conocer indirectamente el valor de distancias ----- . Cuando un objeto es observado desde dos puntos distintos, su posición con respecto a los objetos del fondo se modifica. Este hecho permite medir la distancia a la que se encuentran las ----- .  
*estrellas / paralaje / inaccesibles*
3. Al igual que en la Tierra necesitamos ----- para encontrar un sitio, también necesitamos mapas para explorar la ----- . Un mapa estelar puede mostrarnos con exactitud donde se encuentra un ----- dado. Por este motivo es importante contar con un buen ----- para realizar buenas observaciones astronómicas.  
*astro / mapas / atlas / bóveda celeste*

II. Encierra con un círculo la opción correcta Falso (F) o Verdadero (V):[30%]

1. El paralaje geocéntrico se da cuando la línea base es el diámetro del Sol y el paralaje heliocéntrico cuando la línea base es el radio de la órbita terrestre alrededor del Sol.
2. Es posible medir la distancia hasta las estrellas.
3. Cualquier noche despejada y alejados de la contaminación lumínica de las ciudades es posible apreciar en la bóveda celeste una franja gruesa y blanca compuesta de millones de estrellas juntas, es nuestra galaxia: Andrómeda
4. En base a los datos obtenidos por mediciones radioastronómicas nos indican que la Vía Láctea es una galaxia espiral, con cuatro brazos que parten de su núcleo y se abren hacia el exterior.
5. Cuando dirigimos nuestra vista hacia el centro de la Galaxia, se percibe una creciente densidad de estrellas, lugar ubicado en la dirección de las constelaciones Sagitario, Ofiuco y Escorpión.
6. El diámetro de la Vía Láctea se calcula entre 10 – 12 años luz

III. Parte Práctica [20%]

1. ¿A cuántas unidades astronómicas equivale un pársec?

#### 5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. Completa las ideas escogiendo la palabra correcta de las opciones dadas: [50%]

1. Los planetas se mueven en órbitas \_\_\_\_\_ alrededor del Sol que permanece en uno de los \_\_\_\_\_ de la elipse. La recta que une cada planeta con el Sol barre \_\_\_\_\_ iguales en \_\_\_\_\_ iguales. El \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_ orbital de un planeta es proporcional al \_\_\_\_\_ de la distancia \_\_\_\_\_ del Planeta al Sol.

*áreas / media / cuadrado / elípticas / cubo / periodo / tiempos / focos*

2. La \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ es la distancia que hay de pulso a pulso de una onda. Si la velocidad de propagación de una onda  $v$  es \_\_\_\_\_, ésta es igual a la longitud de onda  $\lambda$  multiplicada por la frecuencia  $f$ , es decir:  $v = \lambda f$ . La \_\_\_\_\_ de una onda es una medida de la variación máxima del desplazamiento u otra magnitud física, como el campo eléctrico, el campo magnético, etc. que varía periódicamente en el \_\_\_\_\_. Es la distancia máxima entre el punto más alejado

verticalmente de una onda y el punto de equilibrio.

*amplitud / onda / tiempo / longitud / constante*

3. Existen varios tipos de telescopios: \_\_\_\_\_, que utilizan lentes; \_\_\_\_\_, que tienen un espejo cóncavo en lugar de la lente del objetivo, y \_\_\_\_\_, que poseen un espejo cóncavo y una lente correctora que sostiene además un espejo secundario.

*catadióptricos / refractores / reflectores*

II. Encierra con un círculo la opción correcta Falso (F) o Verdadero (V):[30%]

1. La **polarización electromagnética** es un fenómeno que puede producirse en las ondas electromagnéticas, como la luz, por el cual el campo eléctrico oscila sólo en un plano determinado, denominado plano de polarización.
2. La **interferencia** es un fenómeno en el que dos o más ondas se superponen para formar una onda resultante de mayor o menor amplitud. El efecto de interferencia puede ser observado en cualquier tipo de ondas, como luz, radio, sonido, ondas en la superficie del agua, etc.
3. La **difracción** es un fenómeno característico de las ondas, éste se basa en el curvado y esparcido de las ondas cuando encuentran un obstáculo o al atravesar una rendija. La difracción ocurre en todo tipo de ondas, desde ondas sonoras, ondas en la superficie de un fluido y ondas electromagnéticas como la luz y las ondas de radio.
4. La frecuencia y el periodo son inversamente proporcionales.
5. La **ley del inverso del cuadrado** se refiere a algunos fenómenos físicos cuya intensidad disminuye linealmente con la distancia al centro donde se originan. En particular, se refiere a fenómenos ondulatorios (sonido y luz) y campos centrales (campos gravitacionales).
6. Se denomina **telescopio** (del griego lejos y ver) al instrumento óptico que permite ver objetos lejanos con mucho más detalle que a simple vista. Es una herramienta fundamental de la astronomía, y cada desarrollo o perfeccionamiento ha sido seguido de avances en nuestra comprensión del Universo.

III. Parte Práctica [20%]

1. Dos constantes fundamentales en la naturaleza son la permitividad eléctrica del vacío y la permeabilidad del vacío, dadas por:  $\epsilon_0 = 8854187817 \times 10^{-12} [C^2 N^{-1} m^{-2}]$  y  $\mu_0 = 4\pi \times$

$10^{-7}[NA^{-2}]$  respectivamente. Una relación fundamental para las ondas electromagnéticas está dada en función de dichas constantes, y es:  $(\epsilon_0\mu_0)^{-1/2}$

- Calcule el valor numérico, con todos los dígitos posibles de ésta relación.
- Indique las unidades finales encontradas de ésta relación.
- Identifique dicho resultado.

AYUDA: Unidad de Fuerza, Newton:  $[N] = [kgms^2]$ , Unidad de Corriente, Ampere:  $[A] = [Cs^{-1}]$

### 6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. Completa las ideas escogiendo la palabra correcta de las opciones dadas: [50%]

- Un **cuerpo negro** es un objeto teórico o ideal que absorbe toda la \_\_\_\_\_ y toda la \_\_\_\_\_ de radiación que incide sobre él. Nada de la radiación incidente se \_\_\_\_\_ de un cuerpo negro. A pesar de su nombre, el cuerpo negro emite luz y constituye un sistema físico idealizado para el estudio de la emisión de radiación \_\_\_\_\_. La luz emitida por un cuerpo negro se denomina \_\_\_\_\_.

*radiación de cuerpo negro / energía / electromagnética / refleja / luz*

- Una **galaxia** es un conjunto masivo de estrellas, nubes de gas, planetas, polvo cósmico, materia oscura, y energía oscura, unidos \_\_\_\_\_. La cantidad de estrellas que forman una galaxia es contable, desde las \_\_\_\_\_, con  $10^7$ , hasta las \_\_\_\_\_, con  $10^{12}$  estrellas. Formando parte de una galaxia existen subestructuras como las \_\_\_\_\_, los \_\_\_\_\_ y los sistemas estelares múltiples.

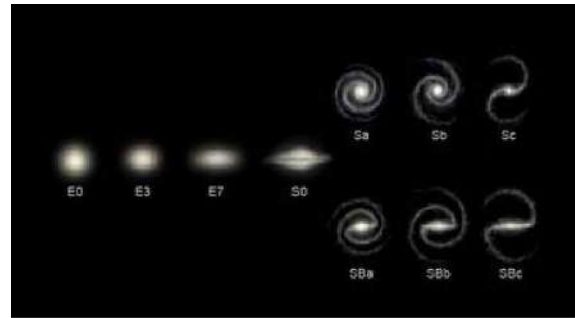
*gravitacionalmente / cúmulos estelares / nebulosas / pequeñas / gigantes*

- La **secuencia de Hubble** es una clasificación de tipos de galaxias desarrollada por Edwin Hubble en 1936. También se la conoce como \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ a consecuencia de la forma de su representación gráfica. Los tipos de galaxias se dividen en: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_.

*espirales / diapason / elípticas / irregulares / diagrama / lenticulares*

II. Encierra con un círculo la opción correcta Falso (F) o Verdadero (V):[30%]

- La ley de Stefan-Boltzmann establece que un cuerpo negro emite radiación térmica con una potencia por unidad de área ( $W/m^2$ ) proporcional a la quinta potencia de su temperatura.



- Se denomina espectro electromagnético a la distribución energética del conjunto de las ondas electromagnéticas.
- La ley de Planck permite calcular la intensidad de la radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura dada T.
- La ley de desplazamiento de Wien especifica que hay una relación inversa entre la longitud de onda en la que se produce el pico de emisión de un cuerpo negro y su temperatura.
- El espectro electromagnético se extiende desde la radiación de menor longitud de onda, como los rayos gamma y los rayos X, pasando por la luz ultravioleta, la luz visible y los rayos infrarrojos, hasta las ondas electromagnéticas de mayor longitud de onda, como son las ondas de radio.

III. Parte Práctica [20%]

- Calcula la longitud de onda máxima de la radiación emitida por una estrella perteneciente a la clase M, equivalente a una temperatura de 3333 [K]. Ayuda: la constante de desplazamiento de Wien vale  $b = 2.8977686 \times 10^{-3}[mK]$ .
- Calcula la emitividad de radiación de la estrella de la pregunta anterior. Ayuda: la constante del **Stefan -Boltzmann** vale  $\sigma = 5.670400 \times 10^{-8}[Wm^2K^{-4}]$

**3<sup>ra</sup> ETAPA**17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

1. Si un cuerpo tiene masa “ $m$ ” y está bajo la acción de la gravedad ¿Cómo se calcula su peso?
2. Si en una región del espacio no existe gravedad. ¿Cuál es el peso de un cuerpo de masa “ $m$ ”?
3. Si la densidad de un sólido se define como:  $\rho = \frac{M}{V}$ . ¿Cómo se define para un líquido?
4. ¿Cuál de los siguientes tríos son ejemplos de energía almacenada?. Subraye la respuesta correcta.
  - a) Alambre - Lámpara - Gasolina
  - b) Gasolina - Batería - Lámpara
  - c) Manzana - Gasolina - Batería
  - d) Batería - Manzana - Lámpara
  - e) Ninguno

PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 15%:

1. Si la masa de un cuerpo es  $M = 50Kg$ . ¿Cuánto vale en libras?
2. Si la densidad de una esfera de radio  $R = 1.2m$ , es  $\rho = 7.5[Kg/cm^3]$
3. Un cilindro de altura  $H = 1m$  y  $1.2m$  de diámetro está lleno de un líquido que tiene un densidad de  $\rho = 1260Kg/cm^3$ . ¿Cuál es su masa?
4. Determinar la masa de un tanque que contiene 500l de agua ( $\rho = 1000Kg/m^3$ )

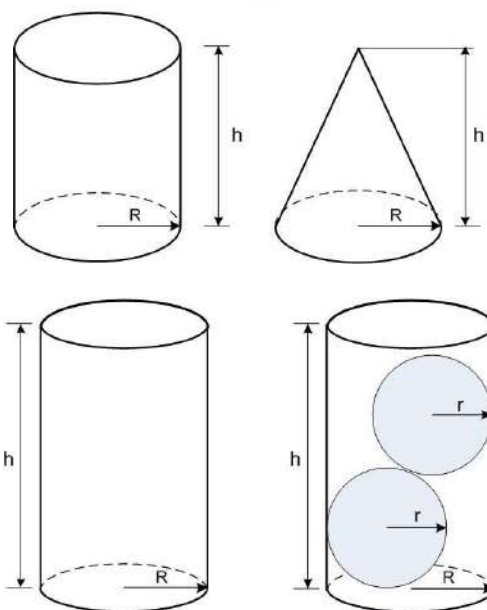
**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

1. Cada instante nace una persona, ¿Significa esto que la masa de la tierra aumenta cada instante?. Justifique su respuesta.
2. ¿Cómo se clasifican los átomos?
3. ¿Cómo se producen las ondas sonoras?
4. Clasifique en orden decreciente la rapidez con la que se propaga el sonido en medios: gaseosos, líquidos, sólidos y el vacío.

PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 15%:

1. Hallar la relación  $\frac{V_{cilindro}}{V_{cono}}$ , volumen del cilindro y del cono que tienen el mismo radio y la misma altura.



2. Un cilindro de  $R = 5cm$  y altura  $h = 20cm$  está lleno de agua, al cilindro se introducen dos esferas de radio  $r = 4cm$ . Determinar la cantidad de agua que se derrama del cilindro.

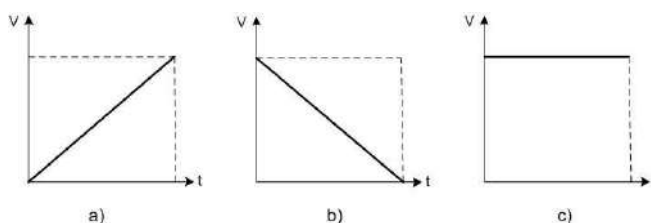
3. Efectuar la siguiente operación:

$$x = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}}{4 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-6}}}$$

**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**

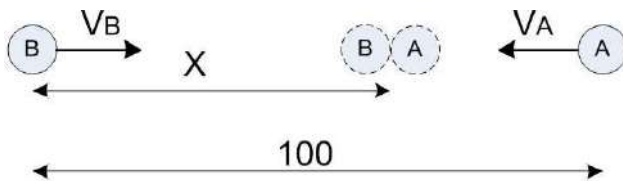
PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

1. ¿Qué entiende por Método Científico?
2. Indique los instrumentos que se utilizan para obtener las mediciones de
  - a) Masa
  - b) Longitud
  - c) Tiempo
  - d) Temperatura
3. El paso de la carga eléctrica en un material conductor es mucho más fácil que un material no conductor. Proporcione dos ejemplos de ambos materiales.
4. ¿Cuál de las gráficas de VELOCIDAD - TIEMPO corresponde al movimiento uniforme?



PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 20%:

- Determinar la cantidad de cobre que se requiere para construir un cilindro hueco de radio externo  $r_e = 10[cm]$ ; radio interno  $r_i = 5[cm]$  y altura  $30[cm]$ . La densidad del cobre es igual a  $8.92[g/cm^3]$ .
- Dos partículas A y B parten al mismo tiempo con velocidades uniformes  $V_A = 20[m/s]$  y  $V_B = 30[m/s]$ . Si la distancia inicial entre ambos es de  $100[m]$ , determine la distancia  $X$  del punto de encuentro de ambos móviles.



- ¿A qué temperatura marcan igual número de grados los termómetros graduados en centígrados y Fahrenheit

### 3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

- Emparejar los términos de la izquierda eligiendo una definición de la derecha, dentro del estudio de la Física.
  - Cantidad vectorial
  - Cantidad escalar
  - signo, magnitud, cantidad y una unidad conveniente
  - magnitud y una unidad conveniente
  - magnitud, cantidad, sentido y una unidad conveniente
  - magnitud, dirección, sentido y una unidad conveniente
- La operación  $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{B})$  da como resultado:
  - Un escalar
  - Un vector
  - No es posible realizar
- ¿Cuál de los siguientes tríos son ejemplos de energía almacenada? Subraye la respuesta correcta.
  - Alambre - Lámpara - Gasolina
  - Gasolina - Batería - Lámpara
  - Manzana - Gasolina - Batería
  - Batería - Manzana - Lámpara
  - Ninguno
- Para que la suma de dos vectores sea cero, dichos vectores deben ser:
  - vectores coplanares
  - vectores perpendiculares

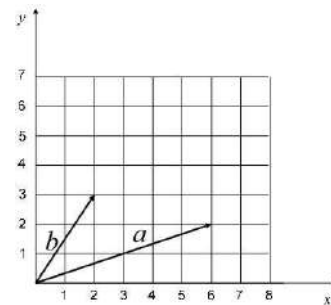
- vectores colineales
- vectores opuestos
- ninguno

PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 20%:

- A partir de la gráfica x-t, determinar la rapidez de un móvil si las medidas de tiempos y velocidades del Movimiento Rectilíneo Uniforme son:

t[s]	x[m]
0	0
2	4
4	8
6	12

- Si el valor verdadero del tiempo que debió emplear un móvil en recorrer  $100[m]$  es  $9.45[s]$  y con un cronómetro se logró medir el tiempo empleado por el móvil, resultando ser  $9.47[s]$ . Determinar el error relativo porcentual de la medida obtenida.
- Por el método gráfico, hallar el resultado de:  $(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{a}$



### 4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

- Defina los tipos de onda: viajera, transversal y longitudinal.
- ¿Es posible que dos muestras de datos puedan tener iguales valores medios, pero distintos grados de dispersión?. Justifique su respuesta.
- Clasifique en orden decreciente la rapidez con la que se propaga el sonido en medios: gaseosos, líquidos, sólidos y el vacío.
- Una de las afirmaciones siguientes está equivocada. Identifíquela subrayando la frase.
  - La magnitud de la componente de un vector no puede ser mayor que la del propio vector.
  - Si la componente de un vector sobre el eje es nula, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.
  - Si un vector es perpendicular a un eje, la

componente del vector sobre dicho eje es nula.  
 d) Si un vector es paralelo a un eje, la magnitud de la componente del vector es igual a la magnitud de dicho vector.

componente del vector sobre dicho eje es nula.  
 d) Si un vector es paralelo a un eje, la magnitud de la componente del vector es igual a la magnitud de dicho vector.

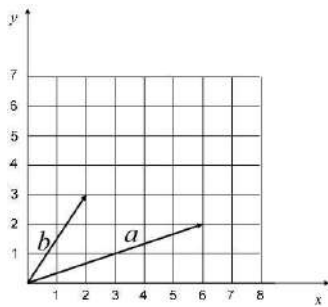
**PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 20%:**

1. Dos grupos de estudiantes miden el tiempo de desplazamiento de un móvil. Los datos se muestran en la siguiente tabla:

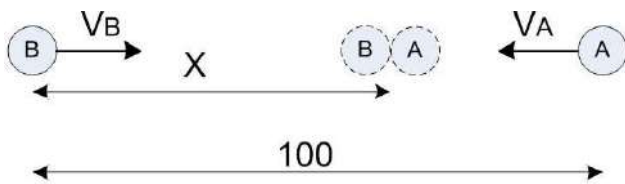
N	1	2	3	4	5	6
t1 [s]	1,47	1,46	1,45	1,46	1,45	1,47
t2 [s]	1,48	1,46	1,44	1,46	1,47	1,45

Determine la magnitud de la desviación estándar de cada grupo estableciendo cuál de los grupos tiene mayor grado de dispersión de sus datos.

2. Por el método gráfico, hallar el resultado de:  $(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{a}$ .



3. Dos partículas A y B parten al mismo tiempo con velocidades uniformes  $V_A = 20[m/s]$  y  $V_B = 30[m/s]$ . Si la distancia inicial entre ambos es de  $100[m]$ , determine la distancia X del punto de encuentro de ambos móviles.

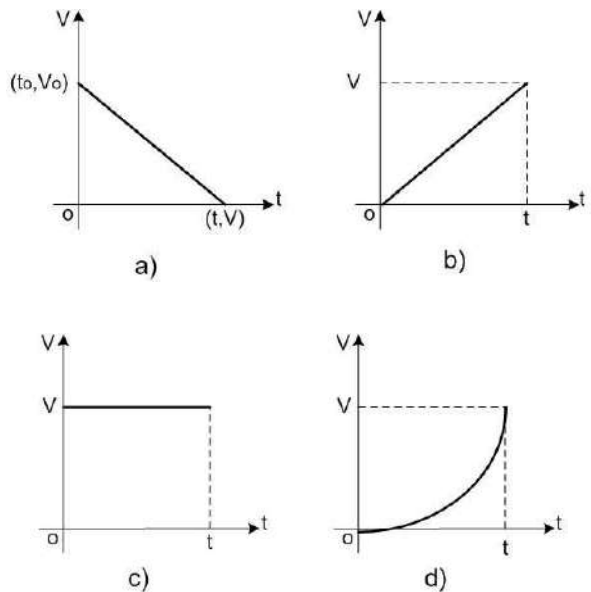


**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

**PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:**

1. Una de las afirmaciones siguientes está equivocada. Identifíquela subrayando la frase.
  - a) La magnitud de la componente de un vector no puede ser mayor que la del propio vector.
  - b) Si la componente de un vector sobre el eje es nula, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.
  - c) Si un vector es perpendicular a un eje, la

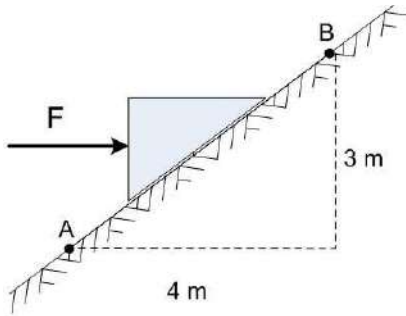
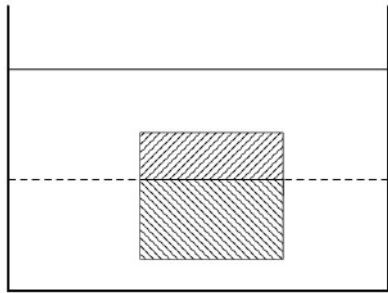
2. Explique cuando el trabajo es:
  - a) positivo
  - b) negativo
  - c) nulo
3. Indique el tipo de movimiento rectilíneo que corresponde a cada uno de los gráficos de velocidad - tiempo.



4. Enuncie el Principio de Conservación de la Energía.

**PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 20%:**

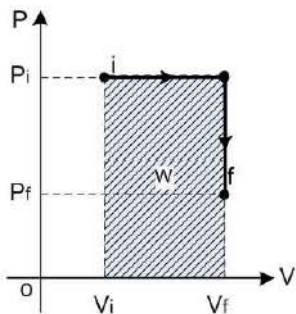
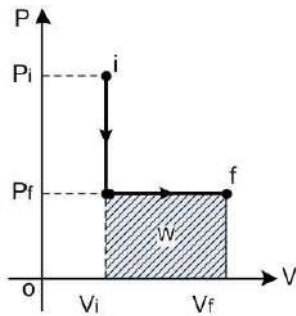
1. En lo alto de una torre se deja caer desde un gotero, una gota cada segundo. Cuando la quinta gota sale del gotero, la primera toca el suelo. Determinar la altura de la torre.
2. Un cubo macizo de madera de lado "a" y densidad  $\rho_c = 940[Kg/m^3]$ , está inmersa y en equilibrio, entre dos líquidos (agua y aceite) cuyas densidades son  $\rho_{ac} = 800[Kg/m^3]$  y  $\rho_{ag} = 1000[Kg/m^3]$ . Determinar el volumen inmerso del bloque en cada líquido.
3. Un cuerpo en forma de cuña de masa igual a  $5[Kg]$ , es empujado por una fuerza horizontal  $F = 250[N]$ , desde A hasta B sobre un plano inclinado. Suponiendo que el cuerpo parte del reposo y despreciando las fuerzas de fricción, determinar su energía cinética en el punto B.



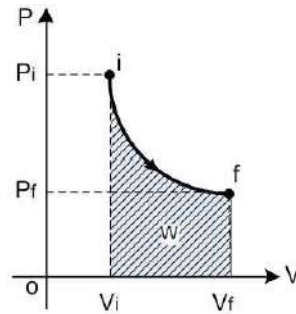
6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL:(40%). Cada pregunta vale 10%:

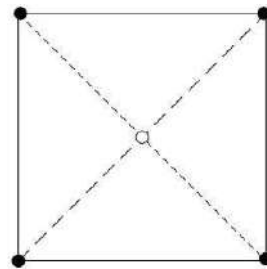
1. Enuncie la Primera Ley de la Termodinámica.
2. El trabajo realizado por un gas en expansión, desde el estado inicial (i) hasta el estado final (f) está dado por el área bajo la curva que une dichos estados en un diagrama P - V. De acuerdo a los tres diagramas P - V ¿A qué conclusión llega usted?



3. El sistema de la figura está formado por 4 cargas idénticas situadas en los vértices de un



cuadrado. Es correcto afirmar que en el centro del cuadrado:



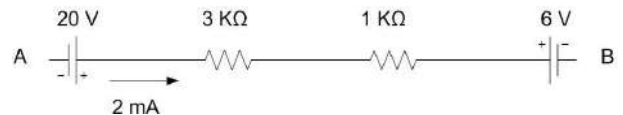
- a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico son nulos
- b) El campo eléctrico no es nulo, pero el potencial eléctrico si
- c) El campo eléctrico es nulo y el potencial eléctrico es no nulo
- d) El campo eléctrico es nulo y el potencial eléctrico es nulo

Subraye la respuesta correcta

4. Realizar el análisis dimensional para la carga eléctrica.

PARTE PRÁCTICA:(60%). CADA PREGUNTA VALE 20%:

1. Se tiene un cilindro provisto de un pistón, que contiene un gas que se expande isobáricamente a una presión de  $2 \times 10^5 [N/m^2]$  desde un volumen inicial de  $100 [cm^3]$ , hasta un volumen de  $300 [cm^3]$ . Realizar el diagrama de Presión - Volumen, y determinar el trabajo realizado en el proceso de expansión.
2. Dos cargas  $q_1$  y  $q_2$  se encuentran separadas una distancia  $d$ . Si se aproximan las cargas hasta quedar separadas una distancia  $d/10$ . Determinar en cuánto aumenta el valor de la fuerza entre cargas.
3. En la figura se muestra la rama de un circuito. Determinar la diferencia de potencial eléctrico  $|V_A - V_B|$ .

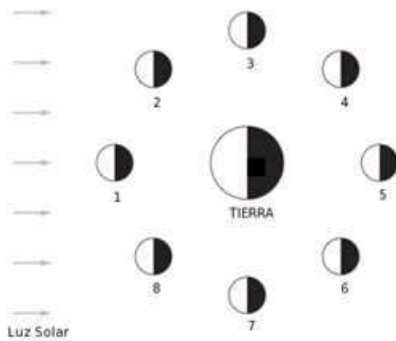


**3<sup>ra</sup> ETAPA**  
7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE  
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

Datos:  $\pi = 3.14159$ ,  $R_{Luna} = 1738000m$ ,  $R_{Tierra} = 6378000m$ ,  $M_{Tierra} = 5.97 \times 10^{24}kg$ ,  $M_{Luna} = (M_{Tierra}/81.3)$

1. (Fases de la Luna) identifique de la siguiente figura el nombre de cada fase en los puntos 1, 3, 5, 7 y sus intermedios:



2. a. ¿Es correcto afirmar que el Norte está “arriba” y que el Sur está “abajo”?  
b. ¿En qué lugar, vaya donde vaya el caminante siempre se dirigirá al Sur?
3. La superficie de una esfera está dada por la relación:  $S = 4\pi R^2$ , donde R es el radio de la esfera. Calcula:
- La Superficie de la Luna
  - La Superficie de la Tierra
  - ¿Cuántas veces la Tierra tiene más superficie que la Luna? Toma en cuenta la superficie total de nuestro planeta, es decir la de los océanos más la de los continentes.
  - El Volumen de la Luna
  - El Volumen de la Tierra
  - ¿Cuántas veces la Tierra tiene más volumen que la Luna?
  - La densidad de la Tierra
  - La densidad de la Luna
- g. Opina sobre tus dos últimos resultados. Toma en cuenta que la densidad de una roca terrestre promedio es:  $\rho_{Roca} = 3.500kg/m^3$
4. ¿Cuál de los dos tiene atmósfera y cuál no?: La Tierra y la Luna

**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

Datos:  $M_{Tierra} = 5.97 \times 10^{24}kg$ ,  $M_{Marte} = 6.42 \times 10^{23}kg$ ,  $M_{Luna} = (M_{Tierra}/81.3)$ ,  $M_{Júpiter} = 1.899 \times 10^{27}kg$ ,  $R_{Júpiter} = 71492km$ ,  $1MegatóndeTNT = 4.184 \times 10^{15}J$

1. Para expresar las magnitudes de los planetas del Sistema Solar es útil, en algunos casos, hacer que las magnitudes de la Tierra funcionen como unidad de medida. Por ejemplo, es posible expresar la masa de los planetas considerando que la masa de la Tierra es la unidad.
- ¿Cuál es la masa de Marte en unidades masas – Tierra?
  - Si la masa del último de los planetas, en unidades masas – Tierra, es de 17.3 ¿Cuánto vale la masa de ese planeta?
  - ¿Cuál es ese planeta?
2. La fuerza de atracción gravitacional de un planeta está dada por la fórmula de Newton:  $F = Gm_1m_2/R^2$ , donde  $m_1$  es la masa del planeta,  $m_2$  la masa de un cuerpo cualquiera,  $R$  el radio del planeta y  $G$  la constante de gravitación universal.
- ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en Júpiter?
  - ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en Marte?
3. ¿Por qué motivo las lluvias de meteoros son predecibles?
4. Suponga que un meteoritoide de  $1000kg$  de masa ingresa a la Tierra a una rapidez de  $30km/s$ . Asumiendo que la atmósfera no tendrá ningún efecto en su masa y su rapidez, calcule:
- la energía cinética en unidades de Joule
  - la energía cinética en Megatones de TNT (trinitrotolueno: potente explosivo)
  - Compare su respuesta con una de las bombas atómicas de la 2da guerra mundial, que liberó una energía igual a 20000 Megatones de TNT.

**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**

Datos:  $M_T = 5.97 \times 10^{24}kg$ ,  $R_T = 6.378 \times 10^6m$ ,  $1añoluz = 0.946 \times 10^{16}m$ ,  $R_{Sol} = 6.961 \times 10^8m$

1. Alfa Centauro, la estrella más cercana al Sol está a una distancia de 4.37 años luz, convierta esa distancia a:
- Kilómetros
  - Parsecs
  - Unidades Astronómicas
2. La estrella VY CAN MAYOR es la estrella más grande conocida hasta el presente, que tiene un radio igual a dos mil doscientas veces el radio del Sol. Calcula:
- ¿Cuántos Soles podrían caber en la estrella VY CAN MAYOR?
  - ¿Cuántos Planetas Tierra podrían caber en la estrella VY CAN MAYOR?
3. ¿Cuál es la densidad de nuestro planeta Tierra?
- Compare su respuesta con la densidad de una roca promedio:  $\rho_{Roca} = 3.500kg/m^3$

- b. ¿Qué es lo que puede inferir de su respuesta del inciso b.?
4. Ordene la estructura de las distintas partes de la estructura del Sol, desde adentro hacia fuera e indique la temperatura aproximada de cada una:
- FOTOSFERA
  - ZONA CONVECTIVA
  - CROMOSFERA
  - ZONA RADIATIVA
  - NÚCLEO
  - CORONA

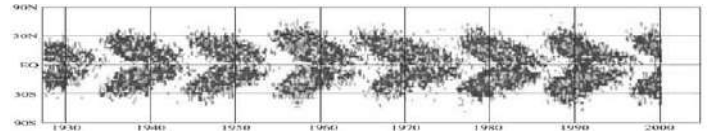
### 3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

Datos para el examen:  $L_{Sol} = 3.846 \times 10^{26} W$ ,  
 $mag_{Sol} = -26.8^m$ ,  $R_{Sol} = 6.961 \times 10^8 m$

- La estrella más próxima a nosotros se llama Alfa Centauro, cuyo paralaje heliocéntrico vale 0.765 segundos de arco.
  - Explique con un gráfico el concepto de paralaje heliocéntrico
  - Calcule la distancia a la que se encuentra Alfa Centauro de nosotros en:
    - Años Luz
    - Parsecs
    - Unidades Astronómicas
- La estrella VY CAN MAYOR es la estrella más grande conocida hasta el presente, tiene un radio igual a dos mil doscientas veces el radio del Sol. Calcule:
  - El flujo saliente de VY CAN MAYOR y cuya luminosidad es igual a  $L = 270000 L_{Sol}$
  - El flujo saliente de la misma estrella si estuviera a una distancia igual a 1.170 pc (que es una milésima de su distancia real)
  - Calcula la magnitud estelar de dicha estrella. Ayuda: usa la magnitud del Sol.
  - Si VY CAN MAYOR estaría en lugar del SOL, ¿hasta donde llegaría? Escribe tu respuesta en Unidades Astronómicas.
- El viento solar abandona isotrópicamente el Sol con una rapidez igual a  $450 km/h$  y llega a la Tierra en 4 días. Se lo ha detectado a más de  $50 UA$  del Sol con un flujo todavía considerable y un flujo casi nulo a  $100 UA$ , que marcaría su orilla o alcance máximo. ¿En cuanto tiempo llegará a su alcance máximo u orilla?
  - Calcula la luminosidad del Sol que llega a un pedazo de tierra de  $1 m^2$  sobre la superficie de nuestro planeta. Ayuda: El flujo en la Tierra es igual a la potencia total del Sol dividido entre el área de una esfera de radio igual a  $1 UA$ .
- En el siguiente gráfico se aprecia el número de manchas solares (cada pequeño punto o raya negra o ploma) en el tiempo (“años” en el eje

horizontal) en función de su localización alrededor del Ecuador (EQ) del Sol (eje vertical), donde N y S simbolizan el polo Norte y el polo Sur del Sol respectivamente. Analizando dicho gráfico, responde:

- ¿Cuál es el periodo de la actividad de las manchas solares? (por ejemplo, el intervalo de tiempo entre dos máximos)
- ¿Cuándo será el siguiente máximo de manchas solares?
- ¿Cuándo fue el último mínimo de manchas solares?



### 4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

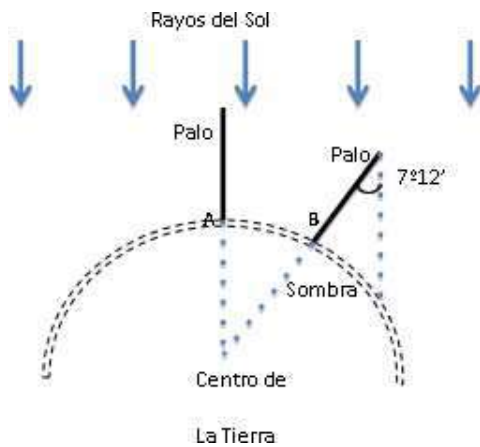
- Indique el nombre de cada uno de éstos telescopios y sus partes más principales:



- La resolución angular de un telescopio viene dada por la siguiente relación:  $RA = 250000 \lambda / d$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda (longitud característica de cada color y de cada onda electromagnética en general) y  $d$  es el diámetro o apertura del telescopio. La resolución angular de nuestros ojos (Ojos Humanos) es:  $RA_{OH} = 60''$ . ¿De qué tamaño tendría que ser la pupila de nuestros ojos para que “veamos” Rayos X? Ayuda: Usa el valor conocido de la longitud de onda de los rayos X:  $\lambda_{RX} = 10^{-8} m$ .
- En el cine, a veces un espectador ve a un actor que se mira en un espejo y el espectador ve la cara del actor en el espejo. Durante la filmación de la escena, ¿qué ve el actor en el espejo?
    - Su propia cara
    - La cara del espectador
    - La cara del director
    - La cámara de cine
    - Imposible de saber
  - ¿Por qué? algunas ambulancias tienen escrito en su parte delantera el símbolo:

AMBULANCIA

4. Eratóstenes, hace unos 2242 años, calculó la circunferencia de la Tierra. ¿Cómo? el sabía que en Asuán (A), Egipto, el día del solsticio de verano los palos no proyectaban sombra alguna al mediodía (el Sol pasaba por el cenit). Eratóstenes, estimó que Alejandría (B) estaba a la misma longitud geográfica que Asuán (más al norte) entonces notó que el mismo día del solsticio de verano, a mediodía en Alejandría, un palo sí hacía sombra (el Sol no pasaba por el cenit). El palo y su sombra constituían los catetos de un triángulo y Eratóstenes midió el ángulo del vértice superior de su triángulo obteniendo  $7^{\circ}12'$ , luego midió la distancia entre Asuán y Alejandría obteniendo 5000 estadios ( $1\text{estadio} = 0.158\text{km}$ ). Calcula:



- La distancia en km Asuán – Alejandría
- La circunferencia de la Tierra
- El radio de la Tierra

**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

Datos:  $M_{Sol} = 1.989 \times 10^{30}\text{kg}$ ,  $R_{Sol} = 6.961 \times 10^8\text{m}$ ,  
 $L_{Sol} = 3.846 \times 10^{26}\text{W}$ ,  $G = 6.673 \times 10^{-11}\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$ ,  
 $1\text{UA} = 1.496 \times 10^{11}\text{m}$

1. La Clasificación estelar más utilizada en Astrofísica es la de Harvard (1890). A continuación se presenta la tabla no totalmente completa:

Clase	Temperatura	Color	Masa*	Radio*	Luminosidad*
O			> 16	> 6.6	
B			2.1 a 16	1.8 a 6.6	
A			1.4 a 2.1	1.4 a 1.8	
F			1.04 a 1.4	1.15 a 1.4	
G			0.8 a 1.04	0.96 a 1.15	
K			0.45 a 0.8	0.7 a 0.96	
M			< 0.45	< 0.7	

\* La Masa, el Radio y la Luminosidad se miden en unidades de la Masa Solar, el Radio Solar y la Luminosidad Solar.

a. Existe una relación Masa – Luminosidad dada por:  $(L/L_{Sol}) = (M/M_{Sol})^{3.5}$ , donde L y

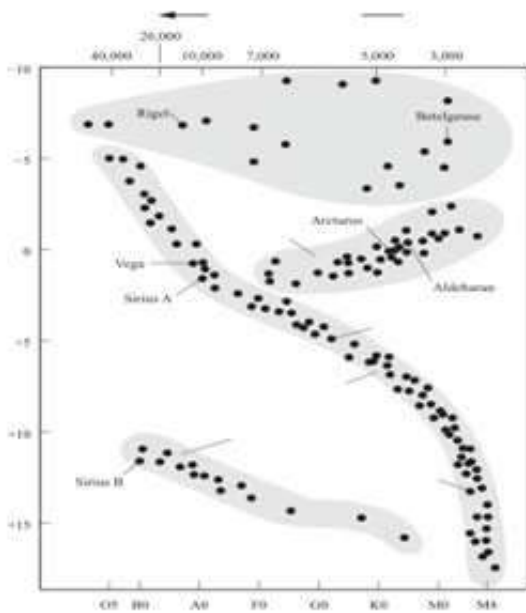
M son la Luminosidad y la Masa de cualquier estrella de la secuencia principal del diagrama Hertzsprung – Russell y  $L_{Sol}$  y  $M_{Sol}$  son la Luminosidad y la Masa del Sol. Calcula la Luminosidad, en la última columna de la Tabla, para cada clase espectral.

- Escribe el color de cada una de éstas clases espectrales en la columna correspondiente.
  - Escribe la Temperatura aproximada de cada una de estas clases espectrales en la columna correspondiente.
- Asumiendo que la luminosidad del Sol ha sido constante en el tiempo ¿Cuánto de energía ha emitido el Sol al espacio en los últimos 1000 millones de años?
    - La cantidad de Energía producida en la formación de una estrella de masa M (nacimiento estelar debido a la contracción gravitacional de una nebulosa o nube de materia interestelar, compuesta por H y He principalmente) viene dada por la relación:  $E = GM^2/R$ . Calcula dicha energía para el caso de nuestro Sol. Donde G es la constante de gravitación universal (su valor está en los datos provistos al comienzo del examen).
    - Compara los resultados de los incisos a. y b. e indica si es posible afirmar que la mayoría de la energía liberada por el Sol en ese tiempo pueda provenir de la energía producida en la contracción gravitacional.
  - Calcule el periodo orbital de La Tierra en segundos y con el valor conocido de 1Unidad Astronómica (UA) y su resultado calcule la masa del Sol.
  - En el siguiente diagrama de Hertzsprung – Russell coloca donde corresponda:
    - las enanas blancas.
    - el Sol.
    - la Temperatura y sus unidades.
    - la Magnitud Absoluta.
    - las estrellas Gigantes.
    - las estrellas Super Gigantes.
    - La secuencia principal

**6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

Datos:  $h_{Planck} = 6.626 \times 10^{-34}\text{Js}$ ,  $M_{Sol} = 2 \times 10^{30}\text{kg}$ ,  
 $R_{Tierra} = 6378 \times 10^3\text{m}$ ,  $L_{Sol} = 3.846 \times 10^{26}\text{W}$ ,  $k_{Wien} = 2.8977686 \times 10^{-3}\text{mK}$ ,  $\rho_{Agua} = 1000\text{g/cc}$

1. Las ondas de Radio, las cuales viajan con la rapidez de cualquier onda electromagnética en el vacío, que puede ser tomada numéricamente igual a  $c = 3.00 \times 10^8\text{m/s}$ , tienen un intervalo de longitudes de onda desde  $10^4$  metros hasta  $0.1\text{m}$ , las microondas desde  $9.3\text{m}$  hasta  $10^{-4}\text{m}$ , las infrarrojas desde  $10^{-3}\text{m}$  hasta  $7 \times 10^{-7}\text{m}$ , la luz visible desde  $7 \times 10^{-7}\text{m}$  (rojo) hasta  $4 \times 10^{-7}\text{m}$  (violeta), la radiación ultravioleta desde  $4 \times 10^{-7}\text{m}$  hasta  $6 \times 10^{-10}\text{m}$ , los



rayos X desde  $10^{-8}m$  hasta  $6 \times 10^{-12}m$  y los rayos Gamma desde  $10 \times 10^{-10}m$  hasta  $10^{-18}m$ . Calcule, para todos los conjuntos del espectro electromagnético, lo siguiente:

- El rango de frecuencias ( $f$ ) con sus unidades correspondientes.
  - El rango de energías, en Joule (J), usando la relación encontrada por Max Planck en 1900, dada por la relación:  $E = hf$ , donde  $h$  es la constante de Planck (ver Datos)
  - El rango de energías, en electrón-Voltios (eV) que es otra unidad de medida de la energía, utilizando la relación de conversión:  $1eV = 1.602 \times 10^{-19}J$ .
  - ¿Cuáles de estos conjuntos se solapan?
- En la constelación de Orión, existen dos estrellas de colores distintos: Betelgeuse emite un resplandor rojo y Rigel que emite un color azul.
    - (Pregunta de respuesta rápida) ¿Cuál de las dos tiene una temperatura superficial más elevada?
      - Betelgeuse
      - Rigel
      - Ambas poseen igual temperatura superficial
      - Imposible de determinar
    - (Justificación de su razonamiento) Calcule el valor de la Temperatura Superficial de ambas estrellas y justifique su respuesta del inciso a.
  - Una enana blanca, posee la interesante propiedad de que mientras más masa tienen poseen menos tamaño, como se puede apreciar en la siguiente tabla:
    - Calcule las densidades de las tres enanas blancas de la tabla e indique qué puede inferir de sus resultados.
    - Suponga que dos enanas blancas tienen

Masa	Radio
$0.5 M_{Sol}$	$1.5 R_{Tierra}$
$1.0 M_{Sol}$	$0.9 R_{Tierra}$
$1.3 M_{Sol}$	$0.4 R_{Tierra}$

la misma temperatura. Se sabe que la más masiva de las 2 es menos luminosa que la menos masiva, en una razón  $(L_{menosMasiva}/L_{MasMasiva}) = 2$  explica el por qué. Ayuda:  $(L/L_{Sol}) = (M/M_{Sol})^{3.5}$  donde  $L$  y  $M$  son la Luminosidad y la Masa de cualquier estrella de la secuencia principal del diagrama Hertzsprung – Russell y  $L_{Sol}$  y  $M_{Sol}$  son la Luminosidad y la Masa del Sol.

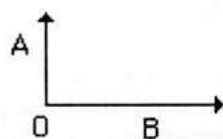
- Un Agujero Negro es una región del espacio cuya enorme densidad, provocada por una gran concentración de masa en su interior, genera un campo gravitacional tal que ninguna partícula material, ni siquiera la luz, puede escapar de él. Estudios sugieren que en el centro de todas las galaxias existe un agujero negro supermasivo de masa  $M$ , cuya densidad se puede calcular de la siguiente relación:  $\rho \approx 6.177 \times 10^{17}(M_{Sol}/M)^2$ .
  - ¿Qué masa tendría que tener el agujero negro para que su densidad sea igual a la del agua?
  - Se cree que en el centro de nuestra galaxia existe un agujero negro de  $4.5 \times 10^6 M_{Sol}$ . ¿Cuánto vale aproximadamente su densidad?

**NACIONAL**  
7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE  
FÍSICA

**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

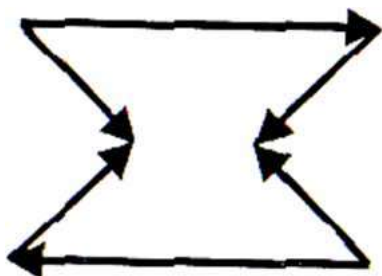
**I. PREGUNTAS CORTAS (1 Punto por pregunta)**

1. Dos móviles, A y B, parten al mismo tiempo del punto O con rapidez de 2 [m/s] y 3 [m/s] respectivamente. Sus direcciones y sentidos se muestran en la figura. La distancia que los separa al cabo de  $t$  segundos es:



- a)  $\sqrt{5}t$  [m]  
b)  $\sqrt{13}t$  [m]  
c)  $13t$  [m]  
d)  $2.5t$  [m]  
e)  $\sqrt{13}t$  [m]

2. Tomando como referencia de escala el vector superior con una magnitud de 6 unidades, la suma de los vectores de la figura tiene un valor igual a:



- a) 0  
b) 2  
c) 10  
d) 10  
e) 20

3. Si un carro recorre 120 [km] en 2 horas, luego 80 [km] en 0.5 horas y finalmente 100 [km] en 3.5 horas, su velocidad media en todo el trayecto es igual a:

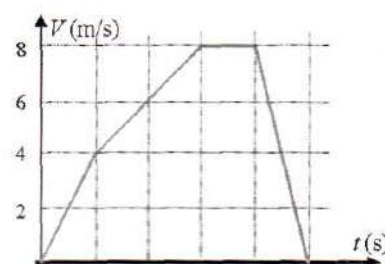
- a) 240 [km/h]  
b) 120 [km/h]  
c) 50 [km/h]  
d) 90 [km/h]

4. Un estudiante realiza en el laboratorio una medida única del diámetro de un disco, obteniendo un valor representativo  $D$  y un error absoluto  $e_D$  iguales a:  $D = 125.6478$  y  $e_D = 0.00256$  El número de cifras significativas correcto para el resultado final del diámetro será:

- a) Tres  
b) dos  
c) uno  
d) cinco  
e) cuatro

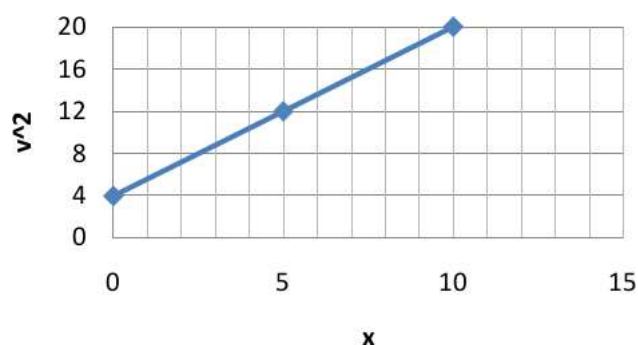
5. Si la medida de la estatura de un estudiante es  $h = (1.68 \pm 0.02)$  [m], ¿Cuál es el error relativo y el error porcentual de la medida?

6. La gráfica muestra el valor de la velocidad en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea. El intervalo durante el cual recorrió mayor distancia está localizado entre:



- a) 0 y 1s  
b) 1 y 2 s  
c) 2 y 3s  
d) 3 y 4 s  
e) 4 y 5 s

7. Un auto se mueve a lo largo de una línea recta. La gráfica de su rapidez al cuadrado,  $v^2$  en función de su distancia recorrida,  $x$  se muestra en la figura (unidades en el SI). La aceleración del auto es igual a:



- a)  $0.2 \text{ m/s}^2$   
b)  $0.4 \text{ m/s}^2$   
c)  $0.6 \text{ m/s}^2$   
d)  $0.8 \text{ m/s}^2$   
e)  $0.2 \text{ m/s}^2$

8. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde un punto que se encuentra a una altura  $h$ . Determinar con que velocidad cae la pelota si se sabe que la distancia total que recorrió fue 3 h.

- a)  $\sqrt{2gh}$
- b)  $\sqrt{3gh}$
- c)  $3\sqrt{gh}$
- d)  $\sqrt{3gh}/2$
- e)  $\sqrt{2}\sqrt{gh}$

## II. PROBLEMAS (6 Puntos por pregunta)

1. Dados los tres números: 49238;  $6.382 \times 10^4$ ; 86.545
  - a) Multiplicarlos
  - b) Sumar los dos primeros números y el resultado multiplicar por el tercero
  - c) Multiplicar los dos últimos y dividir el resultado entre el primero
 Dar todas las respuestas con el número correcto de cifras significativas
2. En un experimento se ha hecho la medida de un tiempo  $T[s]$  en función de una distancia  $b[cm]$  para un cuerpo en movimiento. Grafique el tiempo  $T$  en función de la distancia  $b$  e indique cual es el valor mínimo de  $T$  y a que valor de  $b$  corresponde.

T [s]	b [cm]
3,07	1,3
2,056	3,3
1,692	5,3
1,476	7,3
1,356	9,3
1,312	11,3
1,264	13,3
1,236	15,3
1,224	17,3
1,224	19,3
1,238	21,3
1,244	23,3
1,274	25,3
1,3	27,3
1,306	29,3
1,326	31,3
1,332	33,3

3. Un coche que se desplaza a  $v_0 = 90$  km/h comienza a frenar con movimiento uniformemente retardado hasta alcanzar una cierta velocidad mínima ( $v_m$ ); luego comienza a acelerar con movimiento uniformemente acelerado hasta alcanzar de nuevo la velocidad de 90 [km/h]. Al realizar esta maniobra, el coche emplea un tiempo de un minuto y recorre una distancia de 1 [km]. ¿Cuál es la velocidad mínima del coche?

4. Desde un tejado caen una tras otra dos gotas. Después del tiempo  $t = 2[s]$  de desprenderse la segunda gota la distancia entre las dos gotas es de 25 [m]. ¿Cuánto tiempo antes que la segunda comenzó a caer la primera?
  - a) 0.5 s
  - b) 1 s
  - c) 1.5 s
  - d) 2 s
  - e) 2.5 s

## Prueba Experimental AFORO DE CAUDALES

### 1. Objetivo

Determinar la relación que existe entre tiempo de salida de un volumen determinado de agua y el área del orificio.

### 2. Introducción

Se Consideran varias latas fabricadas en hojalata, las que se usan en el envasado de conservas. Cada una de las latas tiene un pequeño orificio circular de diámetro conocido en su fondo. Los diámetros de cada uno son distintos entre si. Cuando las latas se llenan con un determinado volumen de agua estas tardan en vaciarse un tiempo que depende del diámetro del orificio.

### 3. Lista de Materiales

- Un frasco de plástico transparente
- Papel Milimetrado
- Tijeras
- Cronómetro
- Cinco latas con orificios perforados de distintos diámetros

### 4. Procedimiento Experimental

Las latas se llenan en turno con agua usando uno de los frascos de vidrio mientras el otro sirve para coleccionar el agua que sale por el agujero. En la pared del frasco se adhiere una tira de papel milimétrico que sirve para aforar el volumen de agua que va entrando al frasco. Sobre le papel se hacen dos marcas que sirven de referencia la volumen que se toma en cuenta. La parte baja del frasco, que generalmente no es precisamente cilíndrica se inunda para así no tomarla en cuenta.

Tomar el tiempo que tarda en llenar el volumen seleccionado, y llenar la tabla siguiente:

Diámetro [m]	Tiempo [s]

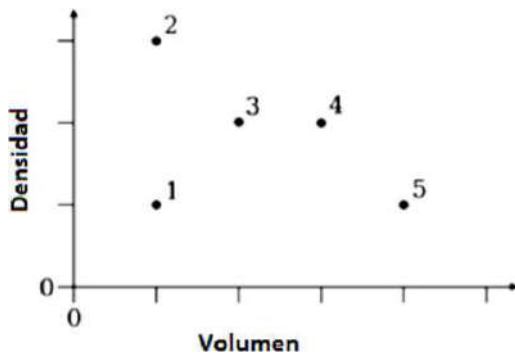
Grafique los valores de la tabla obtenida de Tiempo vs. diámetro.

**Sugerencia**

Mida un cierto volumen fijo de agua que haya salido de la lata utilizando el frasco transparente. El volumen puede medirse entre dos marcas a distinta altura en la pared del frasco, sin necesidad de conocer la sección transversal del frasco, siempre y cuando la sección sea uniforme. Probablemente la parte inferior del frasco este redondeada y la sección no será uniforme, por lo que la marca inferior deberá colocarse antes donde empiece la curvatura del frasco.

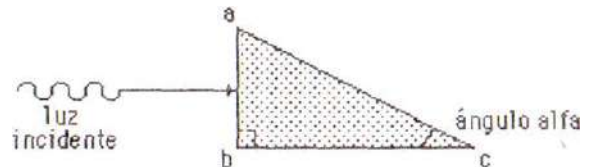
**4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA****I. PREGUNTAS CORTAS (1 Punto por pregunta)**

1. Cuando la luz pasa a través de un prisma y se divide en los colores del espectro, este es un ejemplo de:
  - a) Dispersión
  - b) Difracción
  - c) Reflexión
  - d) Refracción
2. La densidad y el volumen de cinco objetos del mismo material es graficada en la figura adjunta. ¿Cuáles de los objetos tienen la misma masa?



- a) 3 y 5
  - b) 3 y 4
  - c) 1 y 2
  - d) 1 y 3
  - e) 1 y 5
3. Un regimiento desfila con un ritmo de 120 pasos por minuto obedeciendo los golpes de un tambor que le precede. Se observa que la última fila esta con el pie izquierdo al frente cuando la primera fila esta con el pie derecho al frente. Cuál es la longitud del regimiento? Considere la velocidad del sonido  $v=340$  m/s.
    - a) 170 m
    - b) 34 m
    - c) 340 m
    - d) 68 m
    - e) 255 m

4. Un rayo de luz incide normalmente sobre la cara  $ab$  de un prisma de cristal (índice de refracción del prisma,  $n = 1.52$ ) como se muestra en la figura. Considerando que el prisma está sumergido en el agua ( $n = 1.33$  para el agua), ¿Cuál es el máximo valor del ángulo  $\alpha$  para que el rayo sea totalmente reflejado en la cara  $ac$ ? (Escoja la opción que más se acerque al resultado que obtenga)



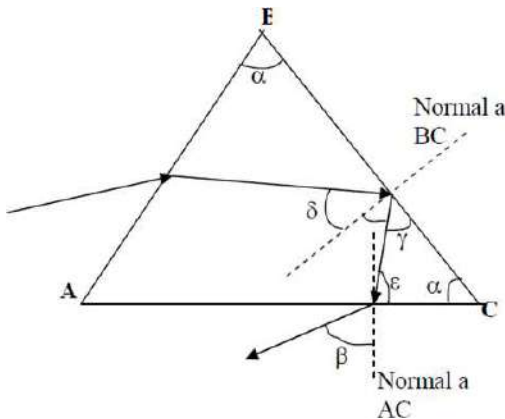
- a)  $20^\circ$
  - b)  $30^\circ$
  - c)  $40^\circ$
  - d)  $45^\circ$
  - e)  $50^\circ$
5. Un piloto viaja en un jet a la velocidad del sonido y se acerca a una fuente estacionaria. ¿Cuál será la frecuencia aparente que escucha el piloto de un silbido acústico de 1000 Hz emitido desde dicha fuente?
    - a) Cero
    - b) 500 Hz
    - c) 1000 Hz
    - d) 1500 Hz
    - e) 2000 Hz
  6. Un rayo de luz pasa del vacío a un vidrio con índice de refracción  $n$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
    - a) La frecuencia y la velocidad de la luz disminuyen  $n$  veces
    - b) La longitud de onda y la velocidad disminuyen  $n$  veces
    - c) La frecuencia y la velocidad de la luz no varían
    - d) La longitud de onda aumenta en  $n$  veces y la frecuencia disminuye en  $n$  veces
    - e) La longitud de la onda disminuye  $n$  veces y la frecuencia aumenta  $n$  veces
  7. Desde la ventana de un tren, un pasajero arroja un cuerpo hacia atrás con cierta velocidad  $v$ . Consideremos para el tren cuatro situaciones: a) está inmóvil, b) se mueve con velocidad constante, c) está acelerando, d) está frenando. Es cierto que:
    - A. En todas las ocasiones el cuerpo tarda el mismo tiempo en caer
    - B. En todas las ocasiones el cuerpo desciende formando una parábola con respecto al pasajero
    - C. En las situaciones (a) y (b) un observador sobre la vía ve que el cuerpo cae en línea recta
    - D. En el caso (d) el cuerpo cae más lentamente que en el (c)

E. En el caso (d) el movimiento del cuerpo forma una parábola hacia atrás y en el (c) hacia adelante.

8. En el quinto segundo de un movimiento uniformemente desacelerado, un cuerpo recorre 5 cm y se detiene. ¿Qué distancia recorrió el cuerpo en el tercer segundo de este movimiento?
- (a) 10 cm  
(b) 15 cm  
(c) 20 cm  
(d) 25 cm  
(e) 30 cm

## II. PROBLEMAS (6 Puntos por pregunta)

- Un submarino desciende en dirección vertical con una velocidad constante  $v$ . En un determinado instante emite un sonido que dura un tiempo  $T_0$ . El sonido se refleja en el fondo del mar, llega al submarino y el tiempo que dura el sonido reflejado medido en el submarino es  $T$ . Si la velocidad del sonido en el agua es  $c$ , determinar la velocidad con la que se sumerge el submarino.
- Considere un prisma de vidrio triangular ABC equilátero con índice de refracción  $n=1.5$ . Por su cara AB inciden rayos luminosos que llegan a la cara BC, unos se refractan y otros se reflejan. Los que se reflejan llegan a la cara AC y salen al aire formando un cierto ángulo  $\beta$ . Se pide determinar el mayor ángulo  $\beta$  posible.



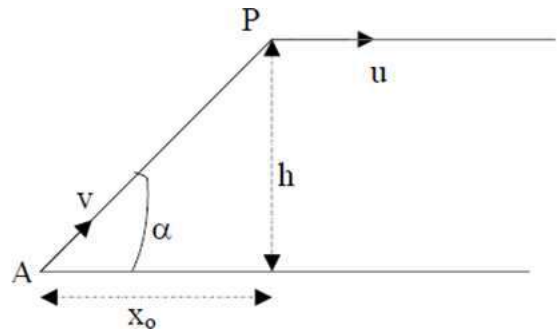
- Un pato vuela en línea recta con velocidad constante  $u$  y a una altura  $h$  sobre el suelo. Un cazador situado en A dispara una bala con una velocidad  $v$  apuntando en la dirección del pato tal como muestra la figura. El pato es alcanzado por la bala y se pide la altura a la que volaba.

### Prueba Experimental

## DIFRACCIÓN CON UN DISCO COMPACTO

### 1. Objetivo

Determinar la distancia de separación entre surcos de un disco compacto



### 2. Introducción

Los discos compactos conocidos también como CD's, sirven para almacenar una gran cantidad de información en su superficie. La información que guardan puede consistir en programas de cómputo, datos, o música la cual es digitalizada mediante una serie de pequeñas cavidades a lo largo de un surco en espiral sobre una de las caras del CD.

El surco corre en una espiral continua desde una circunferencia interior hasta una exterior. El surco es muy delgado y las cavidades tienen una profundidad de unos 0.12 mm por debajo de la base del mismo. La información contenida en la espiral es descifrada en un lector o reproductor de CD's, con un láser de 780 nm que enfoca luz en el surco. Un sistema óptico y electrónico en el reproductor de CD's, recoge la información.

Para poder estimar la separación entre los surcos de un disco se debe utilizar la ecuación de difracción.

$$\pm m = d \operatorname{sen} \theta.$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda del láser,  $d$  es la distancia de separación entre franja y franja de la rejilla (surcos del disco compacto) y  $\theta$  es el ángulo de difracción, la figura siguiente muestra la geometría usada para el ángulo de difracción.

### 3. Lista de Materiales

- Un CD
- Una pantalla Amplia (Cartulina Blanca)
- Apuntador laser de 780 nm
- Flexo

**Advertencia:** No mire directamente al apuntador laser, ni lo dirija a los ojos de ninguna otra persona.

### 4. Procedimiento Experimental

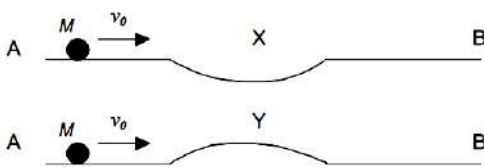
- Fijar la cartulina blanca en la pared para que esta sirva de pantalla.
- Sujetar el laser a unos 10 cm del disco, y hacer que el rayo incida de manera perpendicular a la superficie del disco compacto.
- Hallar el valor del ángulo de difracción con su respectivo error.

- Determine la distancia de separación entre surcos del disco compacto con su - respectivo error.

5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

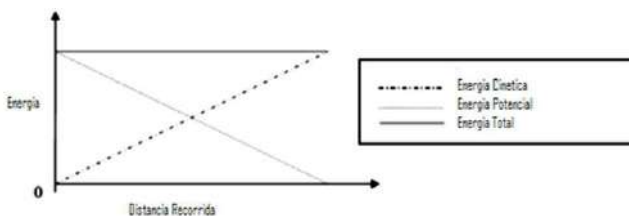
I. PREGUNTAS CORTAS (1 Punto por pregunta)

- Una pequeña masa  $M$  tiene una velocidad inicial  $v_0$  y se desliza de A hacia B por dos posibles trayectorias: una de ellas tiene una región cóncava en X, y la otra tiene una región convexa en Y, siendo ambas idénticas geoméricamente pero invertidas. Si se ignora la fricción, cuál de las dos trayectorias le toma menos tiempo a la masa  $M$ .



- Vía X
- Vía Y
- No se puede inferir nada
- El tiempo es el mismo

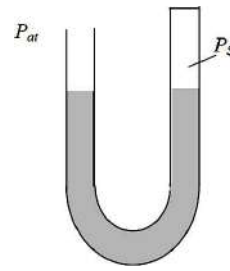
- El gráfico representa la energía cinética, la energía potencial y la energía total del movimiento de un bloque. Cuál describe mejor el movimiento del bloque?



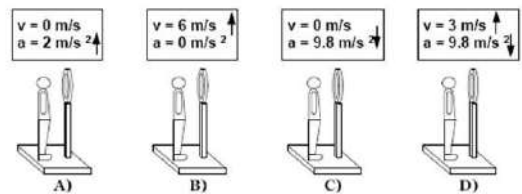
- Se desliza hacia abajo de un plano inclinado con una velocidad constante
- Cae con una velocidad constante
- Acelera en el plano de una superficie horizontal
- Cae libremente por la acción de la gravedad
- Ninguno

- Un tubo de vidrio en U que está sellado en un extremo y abierto al otro a la presión atmosférica, contiene mercurio de modo tal que en ambas ramas la altura es la misma. La presión del mercurio en el extremo cerrado es  $P_s$  y la presión atmosférica es  $P_{atm}$ . Qué se puede decir acerca de la presión de este sistema?

- $P_s = P_{atm}$
- La presión en todos los puntos del mercurio es la misma
- $P_s > P_{atm}$
- $P_s < P_{atm}$



- Una persona de masa  $M$  está parada sobre una báscula dentro de un elevador. La velocidad y la aceleración, tanto en magnitud como en dirección, se dan en cada una de las situaciones mostradas en la figura. En cuál de las situaciones la báscula indicará el menor peso de la persona.



- En A
  - En D
  - En B, C y D
  - En C
  - En C y D
- P: La temperatura no es constante en un proceso adiabático  
Q: Un proceso adiabático no obedece la ecuación del gas ideal
    - El estamento P es correcto pero Q es incorrecto
    - El estamento P es incorrecto pero Q es correcto
    - Ambos estamentos son correctos y Q es correcto por las razones dadas en P
    - Ambos estamentos son correctos y Q no es la razón por la que ocurre P
  - Considere un pistón cilíndrico en el que tanto la masa del pistón como la presión atmosférica que actúa sobre éste son constantes. Un gas en el cilindro está calentándose y se expande. Cuál de las siguientes sentencias es verdadera?
    - La densidad del gas crece
    - La presión del gas decrece
    - La energía interna del sistema se mantiene constante
    - En este proceso el gas realiza trabajo
  - Se ha propuesto un sistema que es capaz de extraer del océano energía calórica para realizar un trabajo útil. La idea es la siguiente: el volumen de agua en el océano es igual a 1370 millones de  $\text{km}^3$ . Tomando (para simplificar los cálculos) la densidad del agua marina como la

del agua dulce, hallamos que su masa constituye alrededor de  $1.4 \times 10^{21} \text{ kg}$ . Ya que la capacidad calórica del agua es aproximadamente igual a  $4.2 \text{ kJ/kgK}$ , con el enfriamiento de todas las aguas del océano mundial en  $1\text{K}$  se desprenderán  $6 \times 10^{24} \text{ J}$ . Teniendo en cuenta que en un año todas las centrales eléctricas del mundo generaran  $2 \times 10^{19} \text{ J}$  tendríamos energía para cientos de miles de años. Qué ley se violaría con este proceso?

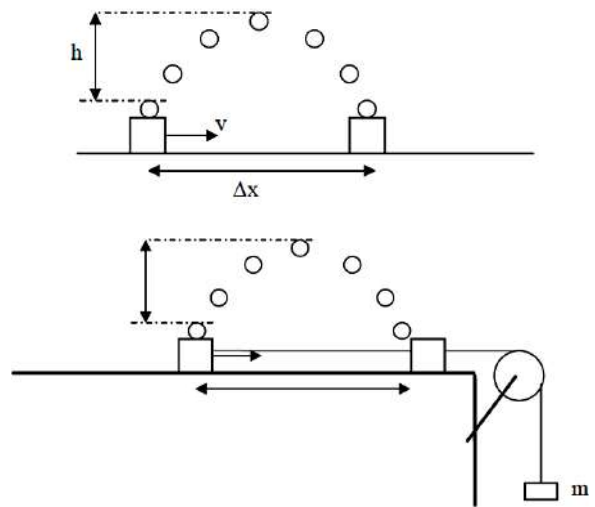
- La ley cero de la termodinámica
  - La primera ley de la termodinámica
  - La segunda ley de la termodinámica
  - La ley de Kelvin
  - No se viola ninguna ley
8. Un ascensor se mueve uniformemente con tres personas a bordo. Al llegar al quinto piso se detiene. En el instante en que se detiene se observa que:
- Aumenta el peso de las personas
  - Disminuye su peso pero aumenta la fuerza de gravedad
  - Disminuye su peso
  - Aumenta su peso y la fuerza de gravedad
  - Depende del sentido del movimiento.

## II. PROBLEMAS (6 Puntos Prob. 1 y 15 Puntos Prob. 2)

- En los extremos de una palanca de brazos iguales se cuelgan dos cuerpos de la misma masa. Uno de los cuerpos se introduce en un líquido de densidad  $\rho_1$  y el otro en un líquido de densidad  $\rho_2$ , observándose que la palanca sigue en equilibrio. Calcular la relación de densidades entre ambos cuerpos.
- Un carrito para demostraciones de mecánica puede lanzar verticalmente hacia arriba una bola y luego recogerla. Con este dispositivo se demuestra que la bola retorna al carrito incluso si este se desplaza con velocidad constante  $v$  sobre un riel horizontal sin rozamiento. La masa del carrito es  $1300 \text{ g}$  y su longitud  $10 \text{ cm}$ , la masa de la bola es  $10 \text{ g}$  y su diámetro  $2 \text{ cm}$ . La bola se lanza desde el centro del carrito. En un experimento el carrito recorre una distancia  $\Delta x = 0.40 \text{ [m]}$  y la bola alcanza una altura máxima de  $h = 0.50 \text{ [m]}$ .

a) Calcular la velocidad de salida vertical  $v_h$  de la bola con respecto al carrito y la velocidad de este,  $v$ .

En otro experimento se demuestra que la bola puede caer fuera del carrito si este está acelerando durante el tiempo que la bola permanece en el aire. La aceleración del carrito se consigue mediante una masa  $m$  atada al carrito y colocada como indica la figura inferior. Se admite que no existe rozamiento y las masas de la polea y de la cuerda son despreciables.

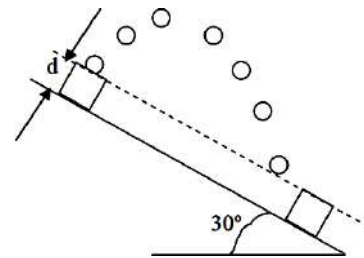


Las velocidades de salida vertical de la bola y del carrito son las mismas que en el apartado anterior.

b) Calcular el valor mínimo de la masa  $m$  que determina que la bola no llegue a tocar la parte superior del carrito.

En otro experimento, al riel se le da una inclinación de  $30^\circ$  con respecto a la horizontal y el carrito se deja rodar libremente a partir del reposo. Justamente en el momento en que parte el carrito, se lanza la bola hacia arriba en dirección perpendicular a la riel y con un valor de la velocidad igual al del inciso a). En ese instante la bola se encuentra a una altura  $d$  respecto del riel.

c) Calcular las posiciones de la bola y del carrito cuando la bola este de nuevo a una altura  $d$  sobre la riel.



## Prueba Experimental PÉNDULO BIFILAR

- Objetivo** Determinar la dependencia entre el periodo de oscilación  $T$  del péndulo (oscilando respecto de un eje que pasa por su centro en forma de péndulo de torsión) en función de la longitud  $\lambda$  de los hilos y la separación  $s$  entre estos.

### 2. Introducción

Un péndulo bifilar está formado por una varilla metálica suspendida de dos hilos paralelos como se muestra en la figura 1, el cual realizará

un movimiento oscilatorio de torsión luego de desviar la varilla un ángulo pequeño respecto del eje horizontal OA (el eje OA es paralelo a la varilla en reposo y durante la oscilación la varilla permanece en posición horizontal)

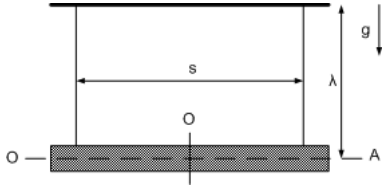


FIG. 1.— Péndulo Bifilar

El periodo de oscilación  $T$  de la varilla respecto del eje vertical que pasa por O depende del momento de inercia  $I$ , el cual a su vez depende de la distribución de las masas respecto al cual gira la barra, el largo de los hilos  $\lambda$ , y la distancia de separación  $s$ , entre otras magnitudes que permanecen constantes.

Resolviendo la dinámica del péndulo (solución teórica en base a la aplicación de la 2da ley de Newton y denotando por  $M$  la masa de la varilla e  $I$  el momento de inercia por torsión) se obtiene:

$$T = 4\pi \sqrt{\frac{I\lambda}{Mgs^2}}$$

De lo que trata este experimento es de verificar empíricamente esta ecuación.

### 3. Lista de Materiales

- Dos hilos largos
- Flexo
- Barra Metálica
- Papel Milimetrado
- Cronómetro
- Soporte para el Péndulo Bifilar
- Balanza

### 4. Procedimiento Experimental

1) Con los materiales que le han sido entregados, arme el montaje de la figura 1 para establecer el péndulo bifilar, cuidando que las cuerdas permanezcan siempre paralelas y equidistantes al centro de la barra. *Precaución: cuando mueva el péndulo, desviando la varilla un pequeño ángulo, el centro de ella debe permanecer en reposo, esto es, la simetría debe mantenerse.*

2) Manteniendo el largo  $\lambda$  de las cuerdas constante, construya una tabla de datos del periodo  $T$  de oscilación y la distancia  $s$  entre las cuerdas.

3) Grafique los valores de la tabla de valores obtenida en el punto 2 y tras la obtención de la ecuación empírica, obtenga  $n$ . (ver sugerencia)

4) Manteniendo constante la distancia  $s$  entre los hilos construya una tabla de datos del periodo  $T$  de oscilación y del largo de los hilos  $\lambda$ .

5) Grafique los datos de la tabla de valores obtenida en el punto 4 y tras la obtención de la ecuación empírica obtenga  $m$ .

6) A partir de la información obtenida en los puntos anteriores determine la constante  $k$ .

7) A partir del valor de de la constante  $k$  obtenga el valor de la gravedad en Cochabamba.

**Sugerencia** Si variamos la separación  $s$  entre los hilos del péndulo bifilar manteniendo fija la longitud  $\lambda$  de los hilos y después variamos  $\lambda$  manteniendo fijo  $s$ , es fácil percatarse que el periodo de oscilación  $T$  está en función de estas dos cantidades. Por lo tanto, podemos escribir:

$$T = k\lambda^m s^n$$

O bien,

$$\log T = m \log \lambda + n \log s + \log k$$

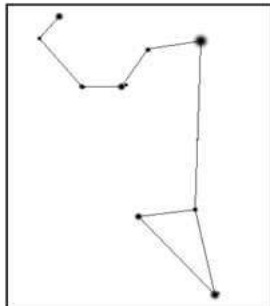
Note que si mantenemos  $s$  constante y variamos  $\lambda$ , la primera relación se convierte en la ecuación de una recta con pendiente  $m$ . Análogamente, si variamos  $s$  y mantenemos constante  $\lambda$ , la pendiente de esta otra recta es  $n$ .

**NACIONAL**  
7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE  
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

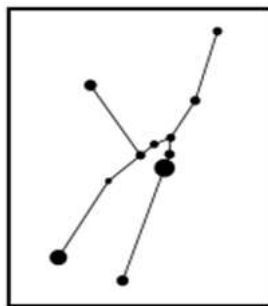
**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

**I. PREGUNTAS CORTAS (2 Puntos por pregunta)**

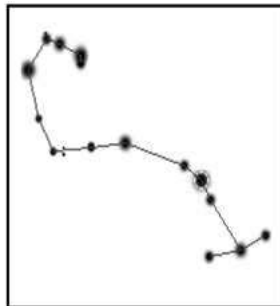
1. ¿Cuándo pasa el Sol por el cénit, para un observador ubicado en el ecuador?
  - (a) Siempre
  - (b) El 21 de septiembre
  - (c) En ambos equinoccios
  - (d) En el solsticio
  - (e) Nunca
2. ¿Cuántos segundos de arco tiene un grado?
  - (a) 60
  - (b) 360
  - (c) 3600
  - (d) 10000
3. (4 puntos) Cada una de las siguientes figuras muestra una constelación, pero solo una de ellas tiene una característica que la diferencia de las demás. Indique cuál es la constelación y en qué se diferencia.



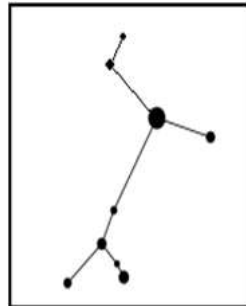
(a)



(b)



(c)



(d)

4. (4 puntos) Las “estrellas fugaces” son:
  - (a) Partículas de polvo y hielo, o rocas que se encuentran en el espacio y que son interceptadas por la órbita terrestre.
  - (b) Restos de cometas o de la formación del Sistema Solar.
  - (c) Objetos que en ocasiones alcanzan la superficie de la Tierra debido a que no se desintegran por completo en la atmósfera.

- (d) Todas las anteriores.
  - (e) Ninguna alternativa es correcta.
5. En la esfera celeste, la posición del Sol en el cielo vista desde la Tierra (con respecto a las estrellas), está cambiando constantemente; el camino que éste sigue se llama eclíptica. ¿Cuánto tiempo aproximadamente le toma al Sol realizar un “viaje” completo alrededor de la eclíptica?
    - (a) 23 horas 56 minutos
    - (b) 24 horas
    - (c) 27 días
    - (d) 183 días
    - (e) 365 días
  6. La paralaje heliocéntrica de una estrella es 0.76 segundos de arco. ¿Cuál es la distancia de esta estrella en años luz?
    - (a) 2.82
    - (b) 3.56
    - (c) 4.29
    - (d) 5.74
  7. En los días 13 y 14 de marzo del 2012 los planetas Venus y Júpiter que son los más brillantes estaban en conjunción, o sea, ambos estaban angularmente muy próximos. Todos los estudiantes que observaron esta conjunción llegaron a la conclusión de que la separación angular de los planetas en esos días fue equivalente al diámetro de aproximadamente 6 Lunas llenas (una Luna llena equivale a 0.52 grados). ¿Cuántos grados estaban separados angularmente Venus y Júpiter?
    - (a) Aumenta
    - (b) Permanece igual
    - (c) Disminuye
  8. Si la distancia de un astro al observador aumenta, su diámetro aparente:
    - (a) Aumenta dos veces
    - (b) Aumenta cuatro veces
    - (c) Disminuye dos veces
    - (d) Disminuye cuatro veces
  9. Si la distancia de una estrella al observador aumenta al doble, su brillo:
    - (a) Aumenta dos veces
    - (b) Aumenta cuatro veces
    - (c) Disminuye dos veces
    - (d) Disminuye cuatro veces
  10. La diferencia de brillo entre una estrella de 1ra magnitud y una de 6ta magnitud es de:
    - (a) 5 veces
    - (b) 10 veces
    - (c) 50 veces
    - (d) 100 veces
    - (e) 500 veces
    - (f) 1000 veces
  11. La magnitud absoluta se determina asumiendo que la estrella se encuentra a una distancia de:
    - (a) 1 año luz
    - (b) 1 parsec

- (c) 5 años luz  
(d) 5 parsecs  
(e) 10 años luz  
(f) 10 parsecs
12. El ángulo que existe entre el polo elevado y el horizonte es igual a:  
(a) La latitud  
(b) la longitud  
(c) la oblicuidad de la eclíptica  
(d) la hora sideral
13. El ángulo que forma el plano del ecuador celeste con la vertical del lugar, es, con relación a la altura del polo elevado:  
(a) Mayor  
(b) Igual  
(c) Menor
14. Un observador que se encuentra en el polo sur, verá la Luna sobre el horizonte en intervalos de:  
(a) Una hora sí otra no  
(b) Una semana sí otra no  
(c) Medio mes sí y medio mes no  
(d) Un mes sí otro no  
(e) Medio año sí otro no  
(f) Solo cuando sea de noche
15. El ángulo horario se mide a partir del meridiano del lugar, en sentido:  
(a) Directo  
(b) Retrogrado  
(c) contrario a la declinación
16. La ascensión recta aumenta en sentido:  
(a) Directo  
(b) Retrogrado  
(c) Contario a la declinación
17. El movimiento de rotación de la Tierra es en sentido:  
(a) Directo  
(b) Retrogrado  
(c) Paralelo al meridiano
18. Un observador en Cochabamba ve culminar una estrella, un observador en Greenwich (Inglaterra), verá que la misma estrella culmina:  
(a) Después  
(b) Antes  
(c) Al mismo instante

## II. PREGUNTAS DE DESARROLLO (15 Puntos por pregunta)

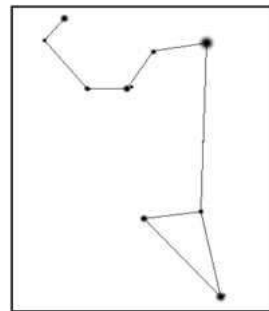
1. Si la Luna llena brilla con magnitud aparente de  $-12.5$  y Venus brilla con una magnitud aparente de  $-4.0$ , ¿cuántas veces más brillante es la Luna que Venus? (de el resultado con 2 cifras significativas).

2. Un observador en el polo norte ve una estrella a  $40^\circ$  de altura; un observador en el ecuador de la Tierra ve la misma estrella culminando. ¿A qué altura sobre el horizonte estará la estrella para el observador en el ecuador terrestre?
3. Un observador mide que una estrella que culmina tiene una distancia cenital de  $30^\circ$ . Si su declinación es de  $20^\circ$ , ¿cuál es la latitud del observador?
4. Una estrella de magnitud absoluta igual a  $-2.0$  se encuentra a 40 pc de distancia de nuestro sistema solar, ¿cuál será la magnitud de dicha estrella vista desde la Tierra.

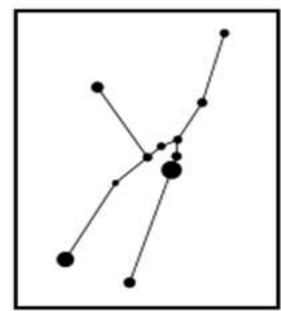
## 4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

### I. PREGUNTAS CORTAS (Debe justificar todas sus respuestas) (1 Punto por pregunta)

1. Cada una de las figuras siguientes muestra una constelación, pero una de ellas tiene algo que la diferencia de las demás. Indique cuál es y qué la diferencia.



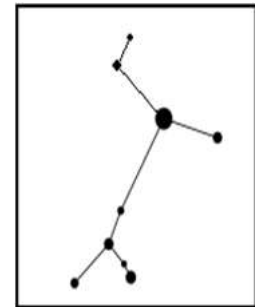
(a)



(b)



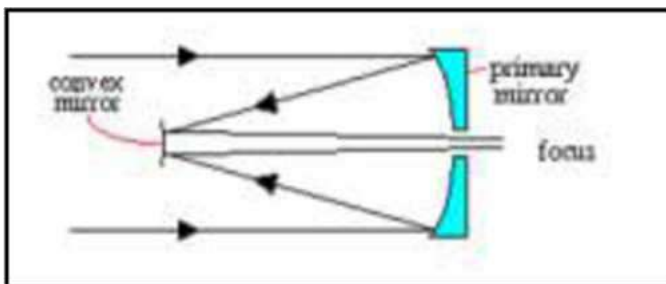
(c)



(d)

2. La distancia desde el Sistema Solar hasta Alfa Centauro es aproximadamente 4 años luz. Si la velocidad de la luz es de  $300000$  [km/s] y una nave terrícola puede alcanzar una velocidad de  $30$  [km/h], ¿cuánto demoraría esta nave en llegar a Alfa Centauro?
- (a) 1,44 años  
(b) 4 años  
(c)  $1,44 \times 10^4$  años  
(d)  $4 \times 10^4$  años  
(e)  $1,44 \times 10^8$  años

3. En qué etapa de su evolución estelar se encuentra el Sol?
  - (a) En su etapa de formación
  - (b) Cerca de convertirse en enana blanca
  - (c) En su Última Etapa
  - (d) En 5000 años será una estrella gigante roja
  - (e) Ninguna Alternativa es correcta
4. ¿Cuál de las siguientes estrellas, además del Sol, está más próxima a nosotros?
  - (a) Sistema estelar  $\alpha$  Centauri (Próxima Centauri,  $\alpha$  Centauri A,  $\alpha$  Centauri B)
  - (b) Aldebarán
  - (c) Rigel
  - (d) Antares
  - (e) Sirius
5. La galaxia más grande de nuestro grupo local de galaxias es:
  - a) Galaxia Andrómeda
  - b) Nuestra galaxia, la Vía Láctea
  - c) Nube Mayor de Magallanes
  - d) Una de las galaxias satélites de la Vía Láctea
  - e) La Nube Menor de Magallanes
6. Si la longitud focal del objetivo de un telescopio es 1 m y la longitud focal del ocular es 20 mm, la magnificación del telescopio es:
  - (a) 10
  - (b) 50
  - (c) 100
  - (d) 200
7. El tipo de telescopio que se muestra en la figura es:
  - (a) Newtoniano
  - (b) Cassegrain
  - (c) Coude
  - (d) Maksukov
10. El poder de un telescopio para resolver dos fuentes puntuales depende del diámetro del objetivo en una relación:
  - (a) Directamente proporcional
  - (b) Inversamente proporcional
  - (c) Inversamente proporcional al cuadrado del diámetro
  - (d) No depende del diámetro del objetivo
11. Un espejo esférico al reflejar los rayos luminosos que llegan paralelos a su eje:
  - (a) Hace que todos pasen por un punto único llamado foco
  - (b) No produce un foco único, es decir los rayos reflejados se concentran en diferentes puntos
  - (c) No se usan los espejos esféricos en los telescopios
12. La aberración cromática es propia de los telescopios
  - (a) Reflectores
  - (b) Refractores
  - (c) Catadióptricos
  - (d) infrarrojos
13. La imagen que produce un telescopio es mayor cuando
  - (a) Aumenta el diámetro del objetivo
  - (b) Disminuye la distancia focal
  - (c) Disminuye el diámetro del objetivo
  - (d) Aumenta la distancia focal
14. El primer telescopio usado en astronomía era del tipo
  - (a) Schmidt-Cassegrain
  - (b) Maksutov
  - (c) Refractor
  - (d) Reflector
  - (e) Electrónico



8. ¿Qué sucede con la resolución de un telescopio cuando se incrementa su distancia focal?
  - (a) Aumenta
  - (b) Disminuye
  - (c) No cambia
9. ¿Qué sucede con los aumentos en un telescopio al disminuir la distancia focal de un ocular?
  - (a) Se incrementan
  - (b) Disminuyen
  - (c) No cambian
15. Oort postuló que alrededor del Sol se encuentra una nube que es la que da origen a:
  - (a) los asteroides
  - (b) los satélites
  - (c) los cometas
  - (d) los meteoritos
  - (e) los planetas
16. Las erupciones solares (flares), emiten desde la fotosfera solar:
  - (a) átomos de hierro
  - (b) protones
  - (c) materia oscura
  - (d) neutrinos
17. Las manchas solares son regiones de la fotosfera solar:
  - (a) sin hidrógeno
  - (b) sin magnetismo
  - (c) de menor temperatura
  - (d) sucias

18. El ciclo de actividad de las manchas solares tiene un periodo de aproximadamente:
- (a) 11 años
  - (b) 18 años
  - (c) 1 siglo
  - (d) 3 siglos
19. La corona solar es parte de:
- (a) La fotosfera solar
  - (b) la atmósfera solar
  - (c) la zona convectiva solar
20. El núcleo del Sol tiene una temperatura aproximada de:
- (a) 5700 K
  - (b)  $2 \times 10^5$  K
  - (c)  $15 \times 10^6$  K

II. USO DE TELESCOPIO (0.5 Puntos por respuesta correcta)

21. Las figuras a continuación presentan distintas vistas de un Telescopio. Se pide emparejar los nombres de los ítems de la Tabla de Respuestas con sus números correspondientes de las figuras. Por ej. para el primer ítem (Ajuste de Acimut) la ubicación corresponde al elemento 27.

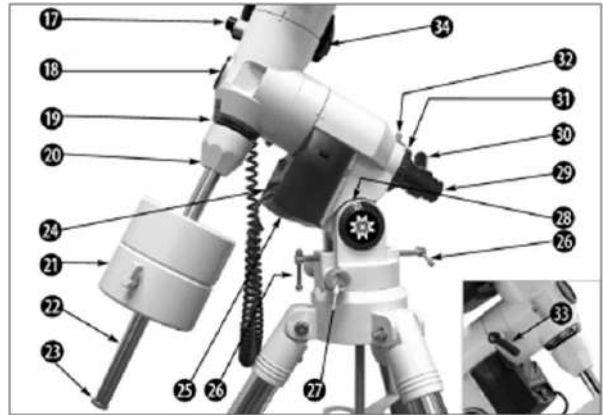
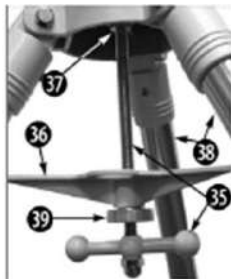
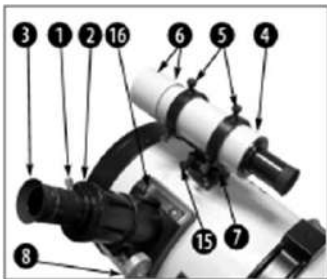
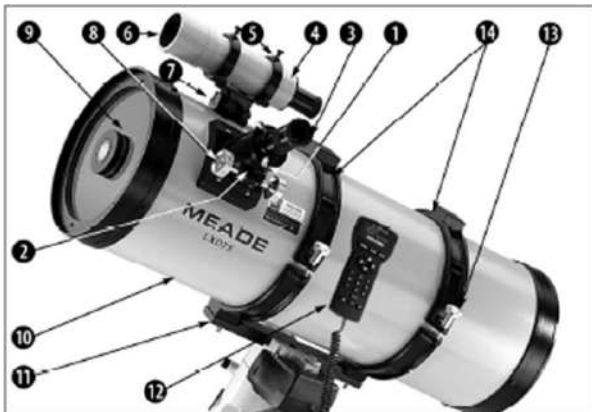


TABLA 1  
TABLA DE RESPUESTAS - TELESCOPIO

ITEM	N
Ajuste de Acimut	
Ajuste de Latitud	
Anillos de Montaje	
Arnés de Montaje	
Barra de Contrapesos	
Barra Espaciadora	
Base de Barra de Contrapeso	
Base del Buscador	
Buscador	
Buscador de Alineación Polar	
Cabezal del Trípode	
Candado AR	
Candado de Declinación	
Celda Frontal	
Controlador Autoestar	
Dial de AR	
Dial de Declinación	
Dial de Latitud	
Iluminador LED del Buscador Polar	
Motor de AR	
Motor DEC	
Ocular	
Panel de Control Computarizado	
Patas del Trípode	
Perilla en T y Rosca	
Perillas de aseguramiento	
Perillas de Enfoque	
Porta Ocular	
Seguro de Contrapesos	
Seguro de Disco AR	
Seguro del enfocador	
Seguros de Contrapesos	
Tapa del Buscador Polar	
Tapa Frontal Corrector	
Tornillo del Buscador	
Tornillo Opresor del Ocular	
Tornillos de Alineación	
Tubo Óptico	
Tuerca de Tensión	

III. PROBLEMAS (6 Puntos por respuesta correcta)

1. Si la Luna llena brilla con magnitud aparente de  $-12.5$  y Venus brilla con una magnitud aparente de  $-4.0$ . ¿Cuántas veces más brillante es la Luna que Venus? (de el resultado con 2 cifras significativas).

2. Un observador ve que al culminar una estrella, esta tiene una distancia cenital de  $30^\circ$ . Si su declinación es de  $10^\circ$ , ¿cuál es la latitud del observador?
3. Considere que la densidad de flujo de una es-

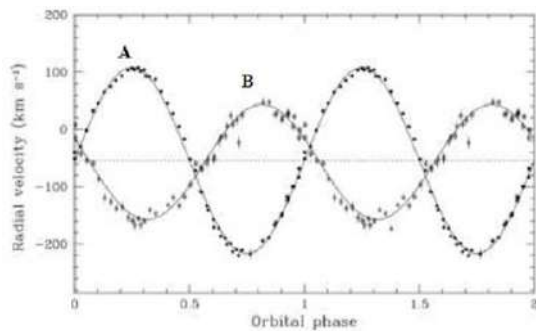
trella es  $F_1$  y su magnitud aparente es  $m_1$ . Si después de cierto tiempo el flujo aumenta a  $F_2 = 2F_1$ , siendo  $m_2$  su magnitud aparente respectiva, demuestre que la magnitud aparente  $m_2$  es:

$$m_2 = m_1 - \frac{5}{2} \log(2)$$

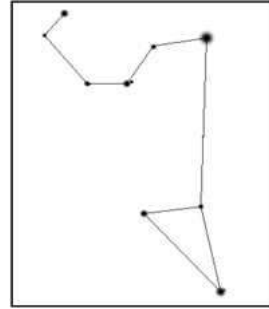
### 5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

#### I. PREGUNTAS CORTAS (2 Puntos por pregunta)

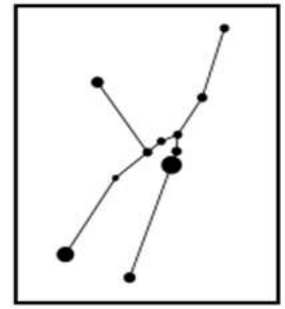
- La Tierra orbita al Sol una vez al año y la Luna orbita a la Tierra aproximadamente una vez al mes. Desde la Tierra se puede observar el cambio de fases de la Luna; si un observador está parado en la Luna y observa a la Tierra, ¿cuál es el periodo de las fases de la Tierra vistas por el observador?
  - El mismo periodo que las fases de la Luna
  - Un periodo un poco más grande que las fases de la Luna
  - Un periodo un poco más corto que las fases de la Luna
  - El periodo es de un año
- La curva de velocidad radial para un sistema binario se muestra en la figura. Las velocidades radiales (Radial velocity) son graficadas en función de las correspondientes fases del sistema binario (Orbital phase). ¿Qué afirmación es verdadera sobre las propiedades de las velocidades radiales ( $V_A$ ,  $V_B$ ), los periodos orbitales ( $T_A$ ,  $T_B$ ) y las masas ( $M_A$ ,  $M_B$ ) del sistema binario?
  - $V_A > V_B$ ,  $T_A > T_B$ ,  $M_A > M_B$
  - $V_A < V_B$ ,  $T_A = T_B$ ,  $M_A > M_B$
  - $V_A < V_B$ ,  $T_A < T_B$ ,  $M_A < M_B$
  - $V_A > V_B$ ,  $T_A = T_B$ ,  $M_A < M_B$



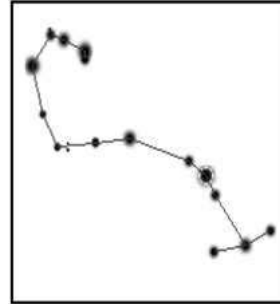
- Cada una de las figuras siguientes muestra una constelación, pero una de ellas tiene algo que la diferencia de las demás. Indique cuál es y cuál la diferencia.
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones resulta(n) útil(es) para medir distancias a diferentes escalas en el Universo?
  - A veces se puede ver a Venus transitando sobre el disco solar.



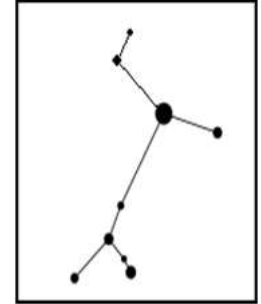
(a)



(b)



(c)



(d)

- Las estrellas parecen cambiar su posición en el cielo si se ven con 6 meses de diferencia.
- Las estrellas exhiben corrimiento Doppler.
- Todas las supernovas tipo Ia tienen la misma luminosidad absoluta.

- i, ii, iii
- ii, iii, iv
- i, ii, iv
- i, iii, iv
- Todas
- Ninguna

- Kepler en su segunda ley ("ley de áreas") establece que:
  - Los planetas se mantienen siempre a la misma distancia del Sol
  - Los planetas se mueven siempre con la misma rapidez.
  - Los planetas se mueven más rápido cuando están más lejos del Sol
  - Los planetas se mueven más rápido cuando están más cerca del Sol
  - Ninguna de las anteriores.

- Cuando decimos que el Universo se expande, queremos decir que:
  - Los átomos y todos los objetos compuesto por ellos se van haciendo mas grandes.
  - Las galaxias lejanas se alejan unas de otras, sin cambiar sus tamaños en forma apreciable
  - Todos los objetos se alejan de un punto bien definido, donde ocurrió el Big Bang
  - Hay cada vez más objetos astronómicos
  - Hay cada vez más materia oscura
- El principal combustible de las estrellas como el Sol, en la secuencia principal, es el:

- a) Hidrógeno  
b) Helio  
c) Carbono  
d) Litio  
e) Nitrógeno
8. La razón por la que siempre vemos la misma cara de la Luna es que:
- a) Existen 5 grados de ángulo entre los planos de la Luna y la Tierra.  
b) La Luna no rota en absoluto.  
c) El periodo rotacional de la Luna es igual a su periodo sinódico.  
d) El efecto de marea de la Luna sobre la Tierra.
9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no utiliza el término tamaño angular o distancia angular correctamente?
- a) La distancia angular entre esas dos estrellas brillantes es de 2 metros.  
b) El tamaño angular de la Luna es de 1/2 grado.  
c) La distancia angular entre esas casas es 30°.  
d) Puedes usar tu mano extendida para estimar los tamaños angulares y las distancias angulares.
10. ¿Qué sucede con la resolución de un telescopio cuando se incrementa su distancia focal?
- (a) Aumenta  
(b) Disminuye  
(c) No cambia
11. El poder de un telescopio para resolver dos fuentes puntuales depende del diámetro del objetivo en una relación:
- (a) Directamente proporcional  
(b) Inversamente proporcional  
(c) Inversamente proporcional al cuadrado del diámetro  
(d) No depende del diámetro del objetivo
12. Las estrellas que tiene mayor temperatura superficial son las estrellas de tipo:
- (a) F  
(b) K  
(c) O  
(d) G
13. Las estrella de tipo M, son estrellas de coloración:
- (a) Azulada  
(b) Rojiza  
(c) Violeta  
(d) Blanca
14. Las gigantes rojas se encuentran en el diagrama H-R, en la región que corresponde a:
- (a) La secuencia principal  
(b) Las estrellas de menor luminosidad  
(c) Las estrellas más luminosas
15. Los cúmulos abiertos presentan estrellas que corresponden en el diagrama H-R a:
- (a) Enanas blancas  
(b) Supergigantes rojas  
(c) La secuencia principal  
(d) La rama menos luminosa de la secuencia principal
16. El diagrama H-R relaciona:
- (a) La luminosidad y tipo espectral de la estrellas  
(b) La masa y edad de las estrellas  
(c) El tipo espectral de las estrellas y su metalicidad
17. Las estrellas más viejas se encuentran en:
- (a) Los cúmulos abiertos  
(b) Los brazos de las galaxias  
(c) Los cúmulos globulares  
(d) Alrededor de los agujeros negros
18. El Sol cuando finalice su ciclo de vida, terminará como:
- (a) Una enana blanca  
(b) Una estrella de neutrones  
(c) Un agujero negro
19. El espectro solar contiene líneas de:
- (a) Emisión  
(b) Absorción  
(c) Ninguna de éstas
20. Podemos conocer la composición química de las estrellas utilizando:
- (a) Un mechero bunsen  
(b) Su lugar en el diagrama H-R  
(c) El análisis espectral  
(d) La magnitud bolométrica
- II. USO DE TELESCOPIO (15 Puntos)
1. Las figuras a continuación presentan distintas vistas de un Telescopio. Se pide emparejar los nombres de los ítems de la Tabla de Respuestas con sus números correspondientes de las figuras. Por ej. para el primer ítem (Ajuste de Acimut) la ubicación corresponde al elemento 27.
- III. PROBLEMAS (15 Puntos por respuesta correcta)
1. Si la constante de Hubble tendría el valor de  $H = 40(km/s)/Mpc$ ; ¿cuál sería la edad del Universo? (Expresé su resultado en años)
2. Calcular a qué altura es necesario elevarse sobre el Polo Norte, para poder ver un satélite geostacionario. Datos: Radio de la Tierra  $R_T = 6400km$ , Aceleración de la gravedad  $g = 9.81m/s^2$ .

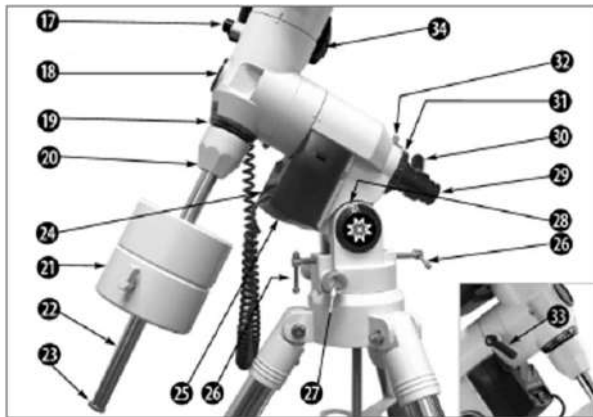
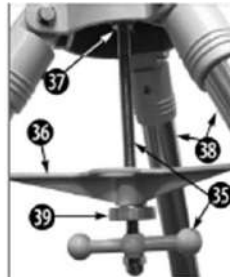
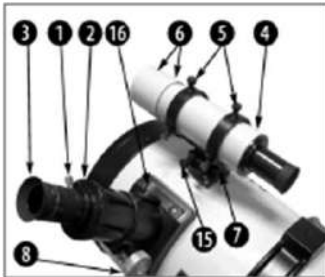
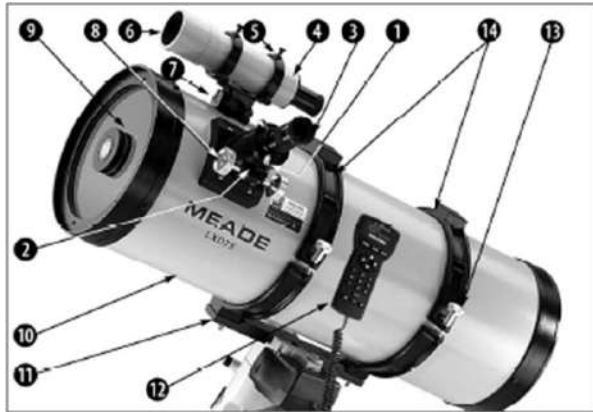
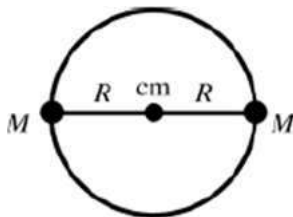


TABLA 2  
TABLA DE RESPUESTAS - TELESCOPIO

ITEM	N
Ajuste de Acimut	
Ajuste de Latitud	
Anillos de Montaje	
Arnés de Montaje	
Barra de Contrapesos	
Barra Espaciadora	
Base de Barra de Contrapeso	
Base del Buscador	
Buscador	
Buscador de Alineación Polar	
Cabezal del Trípode	
Candado AR	
Candado de Declinación	
Celda Frontal	
Controlador Autoestiar	
Dial de AR	
Dial de Declinación	
Dial de Latitud	
Iluminador LED del Buscador Polar	
Motor de AR	
Motor DEC	
Ocular	
Panel de Control Computarizado	
Patas del Trípode	
Perilla en T y Rosca	
Perillas de aseguramiento	
Perillas de Enfoque	
Porta Ocular	
Seguro de Contrapesos	
Seguro de Disco AR	
Seguro del enfocador	
Seguros de Contrapesos	
Tapa del Buscador Polar	
Tapa Frontal Corrector	
Tornillo del Buscador	
Tornillo Opresor del Ocular	
Tornillos de Alineación	
Tubo Óptico	
Tuerca de Tensión	

3. Dos estrellas idénticas, con masa  $M$  cada una, orbitan alrededor de su centro de masas (sistema binario de masas iguales). Cada órbita es circular y de radio  $R$ , de modo que las dos estrellas se encuentran siempre en lados opuestos del círculo. a) Encuentre la fuerza gravitacional que ejerce una estrella sobre la otra. b) Encuentre la velocidad orbital de cada estrella y el periodo de la órbita. c) ¿Cuánta energía se requiere para separar las dos estrellas al infinito?



**EXAMEN OBSERVACIONAL**

**I. Primera parte** (Cuenta con 8 minutos)

- En las cartas celestes que se han entregado, identificar de qué objetos se trata: tipo de objeto (galaxia, nebulosa, cúmulo abierto, cúmulo globular, estrella, etc.), denominación (denominación de catálogo, nombre propio si lo tiene), para ello se dan las coordenadas ecuatoriales. Anotar las respuestas en las casillas asignadas en la hoja y entregarla al encargado del examen observacional que se encuentra afuera.
  - (a) Objeto 1: Ascensión Recta:  $16^h 29.4^m$   
Declinación:  $-26^{\circ} 26'$
  - (b) Objeto 2: Ascensión Recta:  $16^h 41.7^m$   
Declinación:  $+36^{\circ} 28'$
  - (c) Objeto 3: Ascensión Recta:  $14^h 32.7^m$   
Declinación:  $-44^{\circ} 10'$

2. En las cartas celestes entregadas, determinar la posición del objeto, cuyas coordenadas ecuatoriales son dadas a continuación:

Objeto 4: Ascensión Recta:  $13^h30.1^m$   
 Declinación:  $-06^\circ47'$

¿Existe indicación del objeto en las cartas celestes? (¿figura el objeto en ellas?)

Al salir para la segunda parte del examen observacional, se deberá identificar la zona del cielo donde se debería encontrar el objeto, si existe algún astro ahí, se apuntará a dicho objeto el telescopio, indicando de que objeto celeste se trata.

contelación.

- a. Triángulo austral
- b. Sagitario

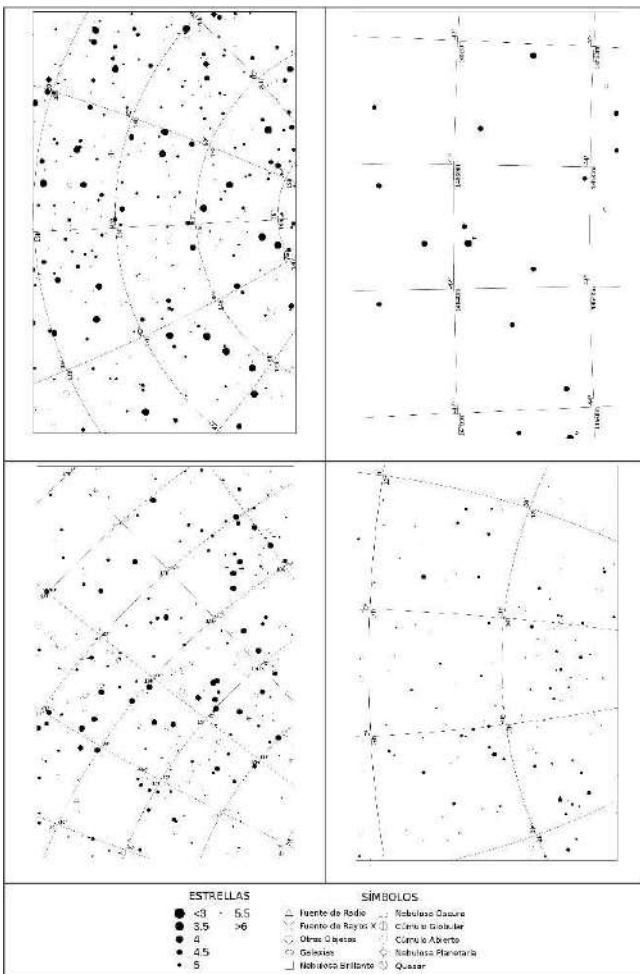
5. ¿Hacia dónde se encuentra el punto cardinal Sur?

Durante los últimos 5 minutos.

6. Apunta con el telescopio el Objeto 4 cuya posición fue dada en la primera parte del examen.

- a. ¿Qué es?
- b. ¿Qué se llama?

FIG. 2.— Carta Celeste



**II. Segunda parte** (contará con 9 minutos en total) se saldrá al aire libre, observaciones a simple vista y con telescopio.

Durante los primeros 4 minutos (espera máxima de 30 segundos por pregunta).

3. ¿Cuál es el nombre de la estrella que estoy apuntando, a qué constelación pertenece?
4. Usando el apuntador laser, muestra donde está apuntando las estrellas más importantes de la

**SOLUCIONES 2<sup>da</sup> ETAPA**  
17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

**I. Parte Conceptual**

1. Sublimación: es el cambio de estado de la materia sólida al estado gaseoso sin pasar por el estado líquido.

Vaporización: es el cambio del estado líquido al gaseoso.

Fusión: es el cambio de estado de la materia del sólido al líquido.

Ebullición: es el proceso físico en que el líquido pasa al estado gaseoso.

Condensación: cambio de estado de la materia que se encuentra en forma gaseosa a forma líquida.

2. No, porque este depende de la presión atmosférica del lugar, la cual a su vez depende de la altura que varía según el lugar de la Tierra.

3. Electrones, protones y neutrones.

4. El material que flotará será el corcho porque la densidad de este es mucho menor que la del agua.

5. Se coloca agua en un recipiente graduado, se introduce la papa y se mide el volumen de agua desplazado, posterior mente se mide la masa de la papa con una balanza y se calcula la densidad mediante la ecuación: densidad = masa / volumen.

**II. Parte Práctica**

1. Porque la presión a nivel del mar es mayor que en Potosí.

2.



**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. c
- 2. a
- 3. d
- 4. b
- 5. b
- 6. a
- 7. d
- 8. b
- 9. b
- 10. d

**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. b
- 2. d
- 3. b
- 4. b
- 5. d
- 6. c
- 7. b
- 8. d
- 9. a
- 10. b

**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. a
- 2. d
- 3. c
- 4. c
- 5. a
- 6. c
- 7. d
- 8. b
- 9. b
- 10. a

**4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. d
- 2. a

- 3. c
- 4. d
- 5. b
- 6. a
- 7. c
- 8. a
- 9. c
- 10. b

**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. c
- 2. a
- 3. c
- 4. b
- 5. d
- 6. a
- 7. c
- 8. b
- 9. c
- 10. b
- 11. a
- 12.  $3.54m/s$

**6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

- 1. b
- 2. c
- 3. b
- 4. c
- 5. c
- 6. b
- 7. b
- 8. b
- 9. b
- 10. c
- 11. Dibujando el sistema de cargas se observa que no hay forma de que la fuerza neta sea cero, ni para una carga negativa ni para una positiva. Por tanto, la respuesta al problema es que esa situación no se puede dar: NO HAY SOLUCION.

**SOLUCIONES 2<sup>da</sup> ETAPA**7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE  
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA**6<sup>to</sup> DE PRIMARIA**

1. (e)
2. (a)
3. El sol
  - (a) Si
  - (b) La masa
4. (a)
5. a)  $\rho = \frac{500Kg}{500m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 b)  $\rho = \frac{5Kg}{5m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 c)  $\rho = \frac{500Kg}{500m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 d) Los tres cuerpos tiene la misma densidad a pesar de tener masas y volúmenes diferentes.
6. a)  $V = \frac{5Kg}{500Kg/m^3} = 100m^3$   
 b)  $V = \frac{50Kg}{50Kg/m^3} = 1m^3$   
 c)  $V = \frac{5Kg}{500Kg/m^3} = 0.01m^3$   
 d) Que el volumen aumenta si la masa aumenta y la densidad disminuye.
7.  $m = \rho V = 50Kg/m^3 \times 5m^3 = 250Kg$
8. (a)
9. Sí, por ejemplo: MARTE, JUPITER, SATURNO, ETC.

**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

1. Marte, Júpiter, Saturno, Mercurio y Venus
2. Si
3. (a) IV  
(b) III  
(c) I  
(d) II
4. (a) Eclipse de Sol  
(b) Eclipse de Luna
5. (a)
6. Verdadero
7. Verdadero
8. Verano
9. Invierno
10. Mercurio - Venus - Tierra - Marte - Júpiter - Saturno - Urano - Neptuno.

**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**

1. Neptuno, Júpiter, Saturno y Urano.
2. c. Neptuno - d. Marte - f. Júpiter - a. Saturno - g. Urano - e. Mercurio - b. Venus - h. Tierra
3. a. Neptuno - f. Marte - e. Júpiter - d. Saturno - g. Urano - h. Mercurio - b. Venus - c. Tierra
4. a)  $\rho = \frac{500Kg}{500m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 b)  $\rho = \frac{5Kg}{5m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 c)  $\rho = \frac{500Kg}{500m^3} = 1 \frac{Kg}{m^3}$   
 d) Los tres cuerpos tiene la misma densidad a pesar de tener masas y volúmenes diferentes.
5. a)  $V = \frac{5Kg}{500Kg/m^3} = 100m^3$   
 b)  $V = \frac{50Kg}{50Kg/m^3} = 1m^3$   
 c)  $V = \frac{5Kg}{500Kg/m^3} = 0.01m^3$   
 d) Que el volumen aumenta si la masa aumenta y la densidad disminuye.
6.  $m = \rho V = 50Kg/m^3 \times 5m^3 = 250Kg$
7.  $t = d/v \Rightarrow t = \frac{384400Km}{192200Km/h} \Rightarrow t = 2h$
8.  $t = d/v \Rightarrow t = \frac{(227936640 - 149597870)km}{192200Km/h} \Rightarrow t = 407.58985h$
9.  $d = t \times v \Rightarrow d = 7h \times 192200km = 1345400km$
10.  $d = t \times v = 60s \times \frac{1h}{3600s} \times 192200 \frac{Km}{h} = 3203.33Km$

**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

1. En el sistema ecuatorial celeste, las coordenadas son la ascensión recta y la declinación. En el sistema ecuatorial local las coordenadas son el ángulo horario y la declinación. En el sistema horizontal de coordenadas astronómicas se utilizan dos coordenadas: azimut y altura. En el sistema de coordenadas geográficas, las coordenadas son la latitud y la longitud.
2. El zenit es el punto más elevado por encima del observador. El nadir es el punto diametralmente opuesto al observador. El horizonte celeste es un plano tangente a la Tierra y perpendicular a la vertical del lugar de observación. El ecuador celeste, el polo sur celeste y el polo norte celeste son prolongaciones de sus equivalentes terrestres.
3. Los paralelos son círculos de la esfera celeste paralelos al ecuador celeste. Los meridianos son círculos que pasan por el polo sur celeste y el polo norte celeste. Un círculo vertical es un semicírculo máximo que comienza en el zenit y termina en el nadir. Un círculo de altura es un círculo paralelo al horizonte celeste.

1. V

- 2. V
- 3. V
- 4. V
- 5. V
- 6. V
- 7. V

**4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

1. Las estrellas son esferas de gases a muy alta temperatura que emiten al espacio radiación electromagnética y partículas. Las estrellas se originan en nubes de gas interestelar. Por efectos de las fuerzas gravitacionales, las partículas se atraen y se van agrupando, proceso que va acompañado de un aumento de la temperatura de la nube hasta que se inician reacciones termonucleares.
2. Uno de los métodos para medir las distancias hasta las estrellas es el de paralaje. Por semejanza de triángulos es posible conocer indirectamente el valor de distancias inaccesibles. Cuando un objeto es observado desde dos puntos distintos, su posición con respecto a los objetos del fondo se modifica. Este hecho permite medir la distancia a la que se encuentran las estrellas.
3. Al igual que en la Tierra necesitamos mapas para encontrar un sitio, también necesitamos mapas para explorar la bóveda celeste. Un mapa estelar puede mostrarnos con exactitud donde se encuentra un astro dado. Por este motivo es importante contar con un buen atlas para realizar buenas observaciones astronómicas.

- 1. F
- 2. V
- 3. F
- 4. V
- 5. V
- 6. F

1. El pársec es la distancia que corresponde a un paralaje heliocéntrico igual a 1". Convirtiendo esta unidad angular a radianes:

$$1'' * \frac{1^\circ}{3600''} \times \frac{2\pi rad}{360^\circ} = 4.848136811 \times 10^{-6} rad$$

ahora usando la definición:  $d = \frac{1}{\alpha rad} UA$ , donde:  $d = 1[pc]$ , tendremos que:

$$1[pc] = \frac{1}{4.848136811 \times 10^{-6}} [UA] = 206264.8 [UA] \cong 206265 [UA]$$

**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

1. Los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol que permanece en uno de los focos de la elipse. La recta que une cada planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales. El cuadrado del periodo orbital de un planeta es proporcional al cubo de la distancia media del Planeta al Sol.
2. La longitud de onda es la distancia que hay de pulso a pulso de una onda. Si la velocidad de propagación de una onda  $v$  es constante, ésta es igual a la longitud de onda  $\lambda$  multiplicada por la frecuencia  $f$ , es decir:  $v = \lambda f$ . La amplitud de una onda es una medida de la variación máxima del desplazamiento u otra magnitud física, como el campo eléctrico, el campo magnético, etc. que varía periódicamente en el tiempo. Es la distancia máxima entre el punto más alejado verticalmente de una onda y el punto de equilibrio.
3. Existen varios tipos de telescopios: refractores, que utilizan lentes; reflectores, que tienen un espejo cóncavo en lugar de la lente del objetivo, y catadióptricos, que poseen un espejo cóncavo y una lente correctora que sostiene además un espejo secundario.

- 1. V
- 2. V
- 3. V
- 4. F
- 5. F
- 6. V
- 1.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.854187817 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \times 4 \times 3.14159 \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}}} = 299792458 \left[ \frac{1}{\frac{s}{m}} = \frac{m}{s} \right]$$

es la velocidad de las ondas electromagnéticas o la velocidad de la luz.

**6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

1. Un **cuerpo negro** es un objeto teórico o ideal que absorbe toda la luz y toda la energía de radiación que incide sobre él. Nada de la radiación incidente se refleja de un cuerpo negro. A pesar de su nombre, el cuerpo negro emite luz y constituye un sistema físico idealizado para el estudio de la emisión de radiación electromagnética. La luz emitida por un cuerpo negro se denomina radiación de cuerpo negro.

2. Una **galaxia** es un conjunto masivo de estrellas, nubes de gas, planetas, polvo cósmico, materia oscura, y energía oscura, unidos gravitacionalmente. La cantidad de estrellas que forman una galaxia es contable, desde las pequeñas, con  $10^7$ , hasta las gigantes, con  $10^{12}$  estrellas. Formando parte de una galaxia existen subestructuras como las nebulosas, los cúmulos estelares y los sistemas estelares múltiples.
3. La **secuencia de Hubble** es una clasificación de tipos de galaxias desarrollada por Edwin Hubble en 1936. También se la conoce como diagrama de diapasón a consecuencia de la forma de su representación gráfica. Los tipos de galaxias se dividen en: elípticas, lenticulares, espirales e irregulares.

1. F
2. V
3. V
4. V
5. V

1.

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2.8977686 \times 10^{-3}[mK]}{3333[K]} =$$

$$= 8.694175218 \times 10^{-7}[m]$$

2.

$$\phi = \sigma T^4 = 5.670400 \times 10^{-8}[Wm^2K^{-4}] \times (3333K)^4 =$$

$$= 6.997694 \times 10^6[Wm^{-2}]$$

## SOLUCIONES 3<sup>ra</sup> ETAPA

17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

### 6<sup>to</sup> DE PRIMARIA

#### I. Parte Conceptual

1. Multiplicando su masa por la gravedad:  $W = mg$ .
2. Su peso es cero.
3. De la misma manera.
4. c) Manzana-Gasolina-Batería

#### II. Parte Práctica

1.  $= 50Kg \times \frac{1lb}{0.4536Kg} = 110.23lb$
2. El volumen de la esfera es:  
 $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 1.2^3 = 7.24m^3$   
 $M = \rho \times V = 7.5 \times 7.24 = 54.29[Kg]$
3.  $V = \frac{\pi}{4} D^2 H = \frac{\pi}{4} \times 1.2^2 \times 1 = 1.13m^3$   
 $M = \rho \times V = 1260 \times 1.13 = 1423.8[Kg]$
4.  $V = 500l = 0.5m^3$   
 $M = \rho \times V = 1000 \times 0.5 = 500[Kg]$

### 1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

#### I. Parte Conceptual

1. EL incremento en el número de personas no incrementa la masa de la Tierra. Los átomos que componen nuestro cuerpo son los mismos que estaban antes. Las células humanas son reordenamientos de materia que ya existía. La masa de la Tierra aumenta 40[KTn] de polvo interplanetario cada año.
2. Se clasifican según su número atómico y el número de protones que hay en su núcleo.
3. El sonido se genera por la vibración de objetos materiales.
4. 1) sólidos 2) líquidos 3) gases 4) en el vacío no se propaga el sonido.

#### II. Parte Práctica

1.  $\frac{V_{cilindro}}{V_{cono}} = \frac{\pi R^2 h}{\pi/3 R^2 h} = 3$
2. Volumen de la esfera:  $V = 4/3 \times \pi r^3 = 4/3 \times \pi 4^3 = 85.33\pi cm^3$   
 Volumen del agua desplazada:  $V_d = 2V = 170.67\pi cm^3$
3.  $x = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}}{4 \times 10^2 \times 45 \times 10^{-5}}} = 4.58$

### 2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA

#### I. Parte Conceptual

1. El "camino hacia el conocimiento". Método de investigación usado principalmente en la producción de conocimiento de ciencias.  
 - Procedimiento ó instrumento de la ciencia, destinado a explicar fenómenos, y establecer relaciones entre los hechos, enunciando principios y leyes que expliquen los fenómenos físicos del Mundo, permitiendo obtener con estos conocimientos, aplicaciones útiles pra el hombre.
2. a) Masa: Balanza  
 b) Longitud: Metro  
 c) Tiempo: Rreloj  
 d) Temperatura: Termómetro

Se pueden considerar otras opciones

#### 3. - CONDUCTORES

- a) Cobre
- b) Aluminio

#### - NO CONDUCTORES

- a) Plástico
- b) Vidrio

(Existen varias opciones)

#### 4. c)

#### II. Parte Práctica

1.  $m = \rho V = \rho(V_e - V_i)$   
 $\Rightarrow m = \rho(\pi r_e^2 h - \pi r_i^2 h) = \rho \pi h (r_e^2 - r_i^2)$   
 $m = 8.92g/cm^3 \times \pi \times 30cm \times (10^2 - 5^2)[cm^2]$   
 $m = 63051.76g \Rightarrow m = 63.05[Kg]$
2.  $x_A = d - v_A t$   
 $x_B = v_B t$   
 $x_A = x_B = x$   
 $x = d - v_A(x/v_B)$   
 $x = d/(1 + v_A/v_B)$   
 $x = 60[m]$
3. Será cuando  $-40^\circ C = -40^\circ F$

### 3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

#### I. Parte Conceptual

1. a)  $\Leftrightarrow$  u)  
 b)  $\Leftrightarrow$  y)
2. b) un vector
3. c) Manzana - Gasolina - Batería
4. d) vectores opuestos.

II. Parte Práctica

1. En movimiento rectilíneo, la relación  $x - t$ :

$$x = Vt$$

Donde la constante  $v$  es la recta que pasa por el origen, entonces:

$$v = tg\alpha = \frac{\text{catetoopuesto}}{\text{catetoadyacente}} \Rightarrow v = \frac{12}{6} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$

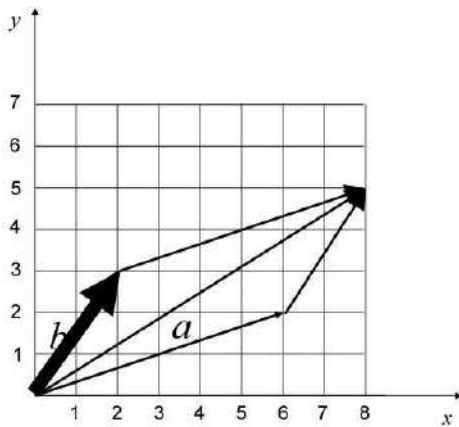
$$v = 2[m/s]$$

2.  $\epsilon_t\% = \frac{\text{valormedio} - \text{valorverdadero}}{\text{valorverdadero}} \times 100\%$

$$\epsilon_t\% = \frac{9.47[s] - 9.45[s]}{9.45[s]} \times 100\%$$

$$\epsilon_t\% = 0.21\%$$

3.  $\vec{b}$



4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. Parte Conceptual

1. - Onda viajera: cuando una sola protuberancia de onda, llamada pulso de onda, se forma y viaja a lo largo de una cuerda con rapidez definida. No tiene frecuencia ni longitud de onda.
  - Onda transversal: cuando la dirección de propagación de la onda es transversal al movimiento de las partículas del medio.
  - Onda longitudinal: cuando la dirección de propagación de la onda es la misma que el del movimiento de las partículas del medio.
2. Sí, porque se puede obtener iguales valores medidos con diferentes datos. La dispersión esta relacionada con la precisión de los datos.
3. 1) sólidos  
2) líquidos  
3) gases  
4) En el vacío no se propaga el sonido
4. b) Si la componente de un vector sobre el eje es nula, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.

No.	$t_1$	$t_1^2$	$t_2$	$t_2^2$
1	1.47	2.1609	1.48	2.1904
2	1.46	2.1316	1.46	2.1316
3	1.45	2.1025	1.44	2.0736
4	1.46	2.1316	1.46	2.1316
5	1.45	2.1025	1.47	2.1609
6	1.47	2.1609	1.45	2.1025
suma	8.76	12.79	8.76	12.7906

II. Parte Práctica

$$1. s_1 = t_1^2 - t_1^2nn - 1 = 12.79 - 8.76266 - 1$$

$$s_1 = 8.94 \times 10^{-3}[s]$$

$$s_2 = t_2^2 - t_2^2nn - 1 = 12.7906 - 8.76266 - 1$$

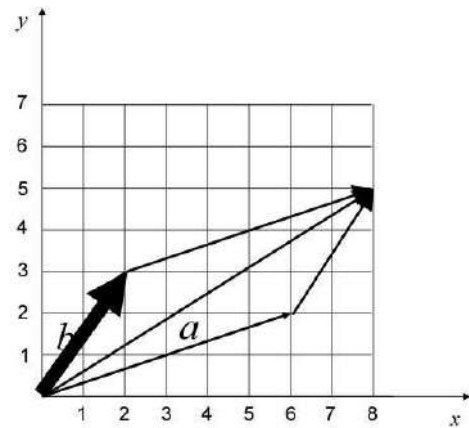
$$s_2 = 14.14 \times 10^{-3}[s]$$

La dispersión del grupo 2 es mayor que la del grupo 1.

ADICIONAL: Valores medios

$$t_1 = t_2t_{in} = 8.766 = 1.46[s]$$

2.  $\vec{b}$



$$3. x_A = d - v_A t$$

$$x_B = v_B t$$

$$x_A = x_B = x$$

$$x = d - v_A(x/v_B)$$

$$x = d/(1 + v_A/v_B)$$

$$x = 60[m]$$

5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. Parte Conceptual

1. b) Si la componente de un vector sobre el eje es nula, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.
2. a) Cuando el desplazamiento tiene el mismo sentido que la fuerza.  
b) Cuando el desplazamiento tiene sentido contrario a la fuerza.  
c) Cuando el desplazamiento es nulo, cuando la fuerza es cero o cuando la fuerza y el desplazamiento sean perpendiculares.

3. a) Uniformemente acelerada  $a < 0$   
 b) Uniformemente acelerado  $a > 0$   
 c) Uniforme  $a = 0$   
 d) variado  $a = \text{variable}$
4. "La energía puede transformarse de una clase en otra, pero no puede ser creada ni destruida. De manera que la energía total es constante".

## II. Parte Práctica

1.  $h = V_0 + gt^2$  pero:  $V_0 = 0 \Rightarrow h = 1/2gt^2$   
 como se trata de cinco gotas, el tiempo es 4 segundos, entonces:  
 $h = 1/2 \times 9.81 \times 42 = 78.48[m]$
2.  $E = E_1 + E_2$   
 $FV = 0$   
 $E_1 + E_2 - P = 0$   
 $\gamma_1 \times V_1 + \gamma_2 \times V_2 - \gamma_c \times V_c = 0$   
 $\Rightarrow \rho_1 \times g \times a^2 y + \rho_2 \times g \times a^2 x + \rho_c \times g \times a^2 x = \rho_c g \times a^3$   
 $\Rightarrow x = a - y$   
 $\rho_1 \times g \times a^2 \times y + \rho_2 \times g \times a^3 - \rho_2 \times g \times a^2 \times y = \rho_c \times g \times a^3$   
 $\Rightarrow \rho_1 \times y + \rho_2 \times a - \rho_c \times a$   
 $y = a(\rho_c - \rho_2)(\rho_1 - \rho_2) = a(940 - 800)(1000 - 800) = 0.7a$   
 $\Rightarrow y = 0.7a \Rightarrow x = 0.3a$   
 $V_1 = a^2 y = a^2 0.7a = 0.7a^3$   
 $V_2 = a^2 x = a^2 0.3a = 0.3a^3$

3.  $E_B - E_A = W_F$   
 $E_A = 0$   
 $E_B = K_B + U_B = K_B + mgh$   
 $W_F = Fd \cos \theta$   
 $d = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$   
 $\cos \theta = a/d = 4/5$   
 $\Rightarrow K_B = W_F - U_B$   
 $K_B = Fa - mgh = 250 \times 4 - 5 \times 9.81 \times 3$   
 $K_B = 852.85J$

## 6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

### I. Parte Conceptual

1. "La variación de la energía interna de un sistema es igual al trabajo aplicado sobre dicho sistema más la cantidad de calor que se le suministra".
2. El trabajo depende del proceso seguido por el sistema, no solo de los estados inicial y final.
3. c)  
 $q = I/T = C$   
 $[I] = [\text{Amperios}]; [t] = [s]$   
 solución: carga  $q = I/t$

## II. Parte Práctica

1.  $W = P(V_2 - V_1) = 2 \times 10^5 \times (0.0003 - 0.0001)m^3 = 40[J]$
2.  $F_0$  es la fuerza que ejercen las cargas cuando están separadas una distancia  $d$ :  $F_0 = \frac{K \times q_1 \times q_2}{d^2}$   
 $F$  es la fuerza que ejercen las cargas cuando están separadas una distancia  $d/10$ :  $F = \frac{K \times q_1 \times q_2}{(d/10)^2} = 100 \frac{K \times q_1 \times q_2}{d^2}$   
 $\Rightarrow F = 100F_0$
3.  $|V_A - V_B| = V_1 - V_{R1} - V_{R2} - V_2$   
 $V_R = IR$   
 $|V_A - V_B| = 20V - 6V - 2V - 6V = 6V$

## SOLUCIONES 3<sup>ra</sup> ETAPA

### 7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

#### 6<sup>to</sup> DE PRIMARIA

1. Luna Nueva - 2. Luna Nueva Visible - 3. Cuarto Creciente - 4. Luna Gibosa Creciente - 5. Luna Llena - 6. Luna Gibosa Menguante - 7. Cuarto Menguante - 8. Luna Menguante
- a. No, por que estamos moviéndonos en el espacio donde no hay arriba ni abajo, todo es relativo. Por ejemplo el mapa de Bolivia bien podría ser:

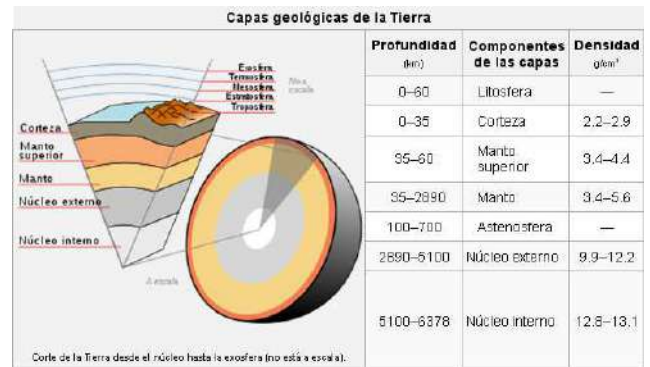


b. En el Polo Norte.

- a.  $S_{Luna} = 4\pi R_{Luna}^2 = 4(3.14159)(1738000m)^2 = 3.79697 \times 10^{13}m^2$
- b.  $S_{Tierra} = 4\pi R_{Tierra}^2 = 4(3.14159)(6378000m)^2 = 5.11297 \times 10^{14}m^2$
- c.  $S_{Tierra}/S_{Luna} = 13.467$  o sea  $S_{Tierra} = 13.467S_{Luna}$
- d.  $V_{Luna} = \frac{4\pi R_{Luna}^3}{3} = 4(3.14159)(1738000m)^3/3 = 2.199 \times 10^{19}m^3$
- e.  $V_{Tierra} = \frac{4\pi R_{Tierra}^3}{3} = 4(3.14159)(6378000m)^3/3 = 1.087 \times 10^{21}m^3$
- f.  $V_{Tierra}/V_{Luna} = 49.432$  o sea  $V_{Tierra} = 49.432V_{Luna}$
- g.  $\rho_{Luna} = \frac{M_{Luna}}{V_{Luna}} = \frac{5.97 \times 10^{24}/81.3}{2.199 \times 10^{19}m^3} = 3339.324kg/m^3$
- h.  $\rho_{Tierra} = \frac{M_{Tierra}}{V_{Tierra}} = \frac{5.97 \times 10^{24}kg}{1.087 \times 10^{21}m^3} = 5492.180kg/m^3$
- i.  $\rho_{Tierra}/\rho_{Luna} = 1.645$  o sea  $\rho_{Tierra} = 1.645\rho_{Luna}$

La densidad de la Luna es muy próxima a la densidad de una roca de la corteza terrestre, punto a favor de que la Luna surgió de una gran colisión entre un planeta pequeño y la Tierra que contribuyo con parte de su corteza.

Al ser la densidad de una roca terrestre promedio ( $\rho_{Roca} = 3.500kg/m^3$ ) menor que la densidad de la Tierra, nos indica que el núcleo de la Tierra debe ser mucho mas denso, es decir de un elemento más pesado. Hoy en día se conocen muy bien las distintas capas geológicas de nuestro planeta con sus respectivas densidades (fuente: Wikipedia):



4. La Tierra tiene atmósfera, la Luna no.

#### 1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

- a.  $6.418 \times 10^{23}kg/5.974 \times 10^{24}kg = 0.108$
- b.  $M_x/5.974 \times 10^{24}kg = 17.3$ , entonces  $M_x = 1.03 \times 10^{26}kg$
- c. Neptuno
- a.  $g_{Jupiter} = GM_{Jupiter}/R_{Jupiter}^2 = 24.79m/s^2$
- b.  $g_{Marte} = GM_{Marte}/R_{Marte}^2 = 3.71m/s^2$
- $g_{Jupiter}/g_{Marte} = 6.68$  o sea  $g_{Jupiter} = 6.68g_{Marte}$
3. Las lluvias de meteoros son predecibles por que éstas son causadas cuando nuestro planeta intercepta el polvo que deja en su trayectoria orbital un cometa. Nuestro planeta se encuentra en la misma posición de su órbita cada vez que completa una revolución o cada año entonces, intercepta la órbita de algún cometa regularmente año tras año, pudiendo de este modo predecir las lluvias de meteoros.
- a.  $E_{Cinetica} = 0.5 \times M \times v^2 = 0.5 \times 10^4 \times 180000^2 = 5 \times 10^{13}J$
- b.  $5 \times 10^{13}J \times 1MegatóndeTNT/4.184 \times 10^{15}J = 0.012Megatonnes = 12kilotones$
- c. Sin duda sería una catástrofe, más si cayera en algún continente, pero la atmosfera juega un papel fundamental en su masa y rapidez por que en la primera interacción de la roca

cósmica con nuestra atmosfera se genera un intenso calor pulverizando prácticamente el peligro. La probabilidad de que un asteroide mucho más grande choque con la Tierra es de 1 en 1 millón de años.

## 2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA

1. a.  $4.37 \text{añosluz} \times 0.946 \times 10^{16} \text{m/añoluz} \times 1 \text{km}/10^3 \text{m} = 4.13402 \times 10^{13} \text{km}$
- b.  $4.37 \text{añosluz} \times 1 \text{pc}/3.26 \text{añosluz} = 1.3405 \text{pc}$
- c.  $1.3405 \text{pc} \times 206265 \text{UA}/\text{pc} = 276496 \text{UA}$

2. a.  $R_{VYCanMayor} = 2200 R_{Sol}$

$$V_{Sol} = 4\pi R_{Sol}^3/3$$

$$V_{VYCanMayor} = 4\pi R_{VYCanMayor}^3/3 = 4\pi(2200 R_{Sol})^3/3 =$$

$$= V_{VYCanMayor} = 2200^3(4\pi R_{Sol}^3/3) = 2200^3 V_{Sol} = 1.0648 \times 10_{10} V_{Sol}$$

Por lo tanto en la estrella VY Can Mayor pueden haber  $1.0648 \times 10_{10}$  Soles, o sea 10648000000 Soles! Más de diez mil millones de Soles.

$$b. \text{Volumen}_{Tierra} = 1.08321 \times 10^{12} \text{km}^3$$

$$\text{Volumen}_{Sol} = 1.4122 \times 10^{18} \text{km}^3$$

En consecuencia caben  $1303717.65$  Tierras en el Sol  $1303717.65 \times 1.0648 \times 10^{10} = 1.388198558 \times 10^{16}$  Tierras en VYCan Mayor.

3. a.  $\rho = M_T/V_T = 5.97 \times 10^{24} \text{kg}/(4/3)\pi(6.378 \times 10^6 \text{m})^3 = 5.500 \text{kg}/\text{m}^3$

b. Que el núcleo Terrestre debe ser mucho más denso que el presentado en la superficie.

4. NUCLEO - ZONA RADIATIVA - ZONA CONVECTIVA - FOTOSFERA - CROMOSFERA - CORONA.

(fuente: Resumen de Wikipedia):

El Sol presenta una estructura en capas esféricas o en "capas de cebolla". La frontera física y las diferencias químicas entre las distintas capas son difíciles de establecer. Sin embargo, se puede determinar una función física que es diferente para cada una de las capas. En la actualidad, la astrofísica dispone de un modelo de estructura solar que explica satisfactoriamente la mayor parte de los fenómenos observados. Según este modelo, el Sol está formado por: 1) núcleo, 2) zona radiante, 3) zona convectiva, 4) fotosfera, 5) cromosfera, 6) corona.

1) Núcleo: Ocupa unos 139 000 km del radio solar, 1/5 del mismo, y es en esta zona donde se verifican las reacciones termonucleares que proporcionan toda la energía que el Sol produce. El Sol está constituido por un 81 por ciento de hidrógeno, 18 por ciento de helio, y el 1 por ciento restante se reparte entre otros elementos. En su centro se calcula que existe

un 49 por ciento de hidrógeno, 49 por ciento de helio y un 2 por ciento que se distribuye en otros elementos que sirven como catalizadores (La catálisis es el proceso por el cual se aumenta o disminuye la velocidad de una reacción química, debido a la participación de una sustancia llamada catalizador) en las reacciones termonucleares.

2) Zona Radiante: En 1938 Hans Albrecht Bethe (1906-2005), en los Estados Unidos, y Carl Friedrich von Weizsäcker (1912-2007), en Alemania, simultánea e independientemente, encontraron el hecho notable de que un grupo de reacciones en las que intervienen el carbono y el nitrógeno como catalizadores constituyen un ciclo, que se repite una y otra vez, mientras dura el hidrógeno. A este grupo de reacciones se les conoce como ciclo de Bethe o del carbono, y es equivalente a la fusión de cuatro protones en un núcleo de helio. En estas reacciones de fusión hay una pérdida de masa, esto es, el hidrógeno consumido pesa más que el helio producido. Esa diferencia de masa se transforma en energía, según la ecuación de Einstein ( $E = mc^2$ ), donde E es la energía, m la masa y c la velocidad de la luz. Estas reacciones nucleares transforman el 0,7 por ciento de la masa afectada en fotones, con una longitud de onda cortísima y, por lo tanto, muy energéticos y penetrantes. La energía producida mantiene el equilibrio térmico del núcleo solar a temperaturas aproximadamente de 15 millones de grados Kelvin.

3) Zona Convectiva: Esta región se extiende por encima de la zona radiante, y en ella los gases solares dejan de estar ionizados y los fotones son absorbidos con facilidad y se convierten en un material opaco al transporte de radiación. Por lo tanto, el transporte de energía se realiza por convección (transferencia de calor), de modo que el calor se transporta de manera no homogénea y turbulenta por el propio fluido. Los fluidos se dilatan al ser calentados y disminuyen su densidad. Por lo tanto, se forman corrientes ascendentes de material desde la zona caliente hasta la zona superior, y simultáneamente se producen movimientos descendentes de material desde las zonas exteriores frías. Así, a unos 200 000 km bajo la fotosfera del Sol, el gas se vuelve opaco por efecto de la disminución de la temperatura; en consecuencia, absorbe los fotones procedentes de las zonas inferiores y se calienta a expensas de su energía. Se forman así secciones convectivas turbulentas, en las que las parcelas de gas caliente y ligero suben hasta la fotosfera, donde nuevamente la atmósfera solar se vuelve transparente a la radiación y el gas caliente cede su energía en forma de luz visible, y se enfría antes de volver a descender a las profundidades.

4) Fotosfera: La fotosfera es la zona visible donde se emite luz visible del Sol. La fotosfera se considera como la "superficie" solar y, vista a través de un telescopio, se presenta formada por gránulos brillantes que se proyectan sobre un fondo más oscuro. A causa de la agitación de nuestra atmósfera, estos gránulos parecen estar siempre en agitación. Puesto que el Sol es gaseoso, su fotosfera es algo transparente: puede ser observada hasta una profundidad de unos cientos de kilómetros antes de volverse completamente opaca. Normalmente se considera que la fotosfera solar tiene unos 100 o 200 km de profundidad.

Aunque el borde o limbo del Sol aparece bastante nítido en una fotografía o en la imagen solar proyectada con un telescopio, se aprecia fácilmente que el brillo del disco solar disminuye hacia el borde. Este fenómeno de oscurecimiento del centro al limbo es consecuencia de que el Sol es un cuerpo gaseoso con una temperatura que disminuye con la distancia al centro. La luz que se ve en el centro procede en la mayor parte de las capas inferiores de la fotosfera, más caliente y por tanto más luminosa. Al mirar hacia el limbo, la dirección visual del observador es casi tangente al borde del disco solar por lo que llega radiación procedente sobre todo de las capas superiores de la fotosfera, más frías y emitiendo con menor intensidad que las capas profundas en la base de la fotosfera.

Un fotón tarda un promedio de 10 días desde que surge de la fusión de dos átomos de hidrógeno, en atravesar la zona radiante y un mes en recorrer los 200 000 km de la zona convectiva, empleando tan sólo unos 8 minutos y medio en cruzar la distancia que separa la Tierra del Sol. No se trata de que los fotones viajen más rápidamente ahora, sino que en el exterior del Sol el camino de los fotones no se ve obstaculizado por los continuos cambios, choques, quiebros y turbulencias que experimentaban en el interior del Sol.

5) Cromosfera: La cromosfera es una capa exterior a la fotosfera visualmente mucho más transparente. Su tamaño es de aproximadamente 10000 km, y es imposible observarla sin filtros especiales, pues es eclipsada por el mayor brillo de la fotosfera. La cromosfera puede observarse durante un eclipse solar en un tono rojizo característico y en longitudes de onda específicas, notablemente en H, una longitud de onda característica de la emisión por hidrógeno a muy alta temperatura.

Las prominencias solares ascienden ocasionalmente desde la fotosfera, alcanzan alturas de hasta 150000 km y producen erupciones solares espectaculares.

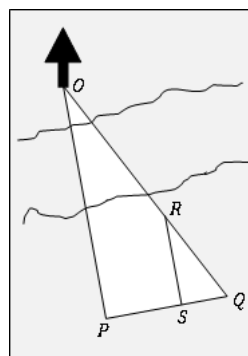
6) Corona Solar: La corona solar está formada por las capas más tenues de la atmósfera su-

perior solar. Su temperatura alcanza los millones de kelvin, una cifra muy superior a la de la capa que le sigue, la fotosfera, siendo esta inversión térmica uno de los principales enigmas de la ciencia solar reciente. Estas elevadísimas temperaturas son un dato engañoso y consecuencia de la alta velocidad de las pocas partículas que componen la atmósfera solar. Sus grandes velocidades son debidas a la baja densidad del material coronal, a los intensos campos magnéticos emitidos por el Sol y a las ondas de choque que rompen en la superficie solar estimuladas por las células convectivas. Como resultado de su elevada temperatura, desde la corona se emite gran cantidad de energía en rayos X. En realidad, estas temperaturas no son más que un indicador de las altas velocidades que alcanza el material coronal que se acelera en las líneas de campo magnético y en dramáticas eyecciones de material coronal. Lo cierto es que esa capa es demasiado poco densa como para poder hablar de temperatura en el sentido usual de agitación térmica.

La corona solar solamente es observable desde el espacio con instrumentos adecuados que anteponen un disco opaco para eclipsar artificialmente al Sol o durante un eclipse solar natural desde la Tierra. El material tenue de la corona es continuamente expulsado por la fuerte radiación solar dando lugar a un viento solar.

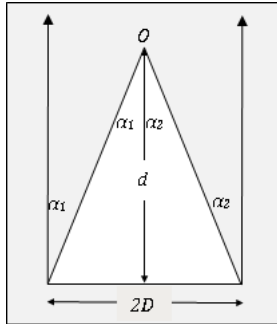
### 3<sup>o</sup> DE SECUNDARIA

#### 1. a. Veamos el método de **Triangulación**



Este es el método más usado para medir distancias grandes que sean inaccesibles. Por ejemplo, como medir la distancia de un árbol que está al otro lado del río sin atravesarlo (figura). La solución se la encuentra colocando al árbol en una de los vértices de un triángulo rectángulo  $OPQ$ . Luego se construye el triángulo equivalente  $RSQ$ .  $PQ$  es la línea base del primer triángulo, y  $SQ$  es la línea base del segundo triángulo. Nota que se cumple la equivalencia:  $\frac{OP}{RS} = \frac{PQ}{SQ}$ , de donde:  $OP = SR\left(\frac{PQ}{SQ}\right)$  y que las distancias  $SR$ ,  $PQ$  y  $SQ$  son fáciles de medir, por lo tanto la distancia  $OP$  será

también fácil de calcular. Notemos que la dirección del árbol, visto desde  $P$ , es diferente a la dirección del árbol visto desde  $Q$ . Se define **paralaje** al cambio de posición aparente del objeto en observación debido al cambio de posición del observador.



Este mismo principio se usa en la astronomía.

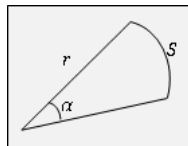
Supón que en el punto  $O$  está la estrella de la cual queremos medir su distancia  $d$ . La línea base en este caso será  $2D$ ;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son los ángulos entre la dirección del objeto visto desde ambos extremos de la línea base con respecto a una dirección de otro objeto (otra estrella) mucho más distante que será tomada como referencia (en el ejemplo del árbol esta referencia puede ser una montaña en el horizonte) (figura). Por lo tanto es fácil ver que:

$$\tan(\alpha_1) = \tan(\alpha_2) = \frac{D}{d}$$

Para ángulos pequeños ( $\alpha_1 \leq 4^\circ \cong 7 \times 10^{-2} [rad]$ ) se cumple que  $\tan \alpha_1 \cong \alpha_1 [rad]$ , y si  $\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  tal que:

$$\tan(\alpha) \cong \alpha [rad] = \frac{D}{d} \Rightarrow d = \frac{D}{\alpha} [m]$$

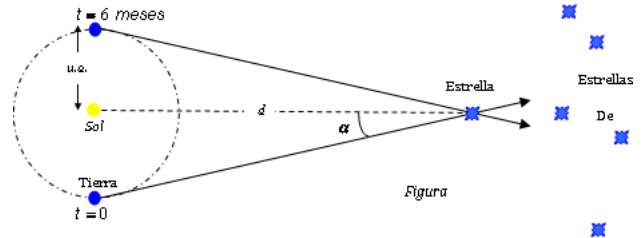
En radianes, el valor de un ángulo es igual al arco que el encierra, dividido entre el radio de arco de circunferencia correspondiente al ángulo. Es decir, el valor de un ángulo en radianes es (figura):  $\alpha [rad] = \frac{S}{r}$



**Paralaje Geocéntrico y Heliocéntrico**

Cuando la línea base es tomada igual al diámetro de la Tierra, entonces se puede medir la distancia a la que está la Luna o algunos planetas visibles. Este método es el llamado *paralaje geocéntrico*. De la penúltima ecuación se tendrá que:  $d = \frac{R_{\oplus}}{\alpha} [m]$  ( $\alpha$  se mide en radianes).

De una manera equivalente se puede usar la línea base igual a la distancia Tierra-Sol, que se define como una unidad astronómica: 1 U.A., entonces se puede medir la distancia a la que está una estrella. Este método se conoce como el *paralaje heliocéntrico* (Figura).



A medida que nuestro planeta gira en torno al Sol, es posible medir la distancia a la que está una estrella midiendo la dirección de la estrella en relación a las estrellas del fondo, para lo cual se debe fijar la fecha, hora, minuto y segundo de la observación, es decir, cuando la Tierra está a un lado del Sol y volver a hacer la medición exactamente seis meses más tarde, cuando la Tierra está al otro lado del Sol.

Ahora tendremos que:  $d = \frac{1}{\alpha} [u.a.]$ , donde  $\alpha$  se mide en radianes.

b. Convirtamos  $0.765''$  de arco a radianes:

$$\alpha = 0.765'' \times 1^\circ/3600'' \times 2\pi rad/360^\circ = 3.70882466 \times 10^{-6} rad$$

Ahora, usemos la relación:  $d = 1/\alpha$ ,

donde  $d = 1pc$  tal que:

$$1pc = (3.636 \times 10^{-6} rad)^{-1} = 269627.1977UA$$

$$\begin{aligned} \text{o en años luz: } & 269627.1977UA \times 150 \times 10^9 m/UA / 0.946 \times 10^{16} m \approx 4.3 \text{ años luz} \\ \Rightarrow & 4.3 \text{ años luz} \times 1pc / 3.26 \text{ años luz} \approx 1.32pc \end{aligned}$$

2. a. El flujo saliente de VY CAN MAYOR cuya luminosidad es igual a  $L = 270000L_{Sol}$

$$\begin{aligned} \text{Flujo} &= L_{VYCanMayor} / (4\pi(R_{VYCanMayor})^2) \\ \text{Flujo} &= 270000L_{Sol} / (4\pi(2200R_{Sol})^2) = 3523502.2W/m^2 \end{aligned}$$

b. El flujo saliente de la misma estrella si estuviera a una distancia igual a  $1.170pc$  (que es una milésima de su distancia real)

$$\begin{aligned} \text{Flujo} &= L_{VYCanMayor} / (4\pi(1.170pc)^2) \\ \text{Flujo} &= 270000L_{Sol} / (4\pi(1.170 \times 3.086 \times 10^{16}m)^2) = 5.04 \times 10^{-4}W/m^2 \end{aligned}$$

c. Desde su distancia real, el flujo será:

$$\begin{aligned} \text{Flujo}_{Estrella} &= L_{VYCanMayor} / (4\pi(1170pc)^2) \\ \text{Flujo}_{Estrella} &= 270000L_{Sol} / (4\pi(1170 \times 3.086 \times 10^{16}m)^2) = 5.04 \times 10^{-10}W/m^2 \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \text{Magnitud}_{Estrella} &= \\ \text{Magnitud}_{Sol} - 2.5 \log(\text{Flujo}_{Estrella} / \text{Flujo}_{Sol}) &= \\ +4.278m & \end{aligned}$$

d.  $2200R_{Sol} = 2200 \times 6.961 \times 10^8 = 1.5312 \times 10^{12}m \times 1UA/150 \times 10^9 = 10.208UA!!!$

3. a.  $t = d/v = (100UA \times 150 \times 10^9m/UA)/(450km/h \times 10^3m/km \times 1h/3600s)$

$t = 1.2 \times 10^{11}s$

b.  $Flujo = 3.846 \times 10^{26}W/(4\pi(1UA)^2)$

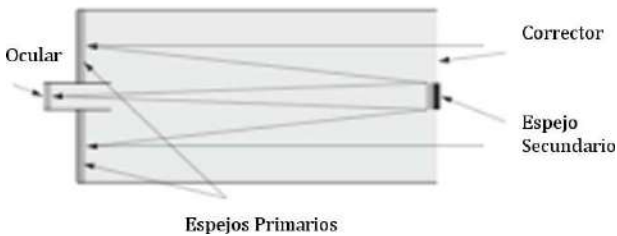
$Flujo = 3.846 \times 10^{26}W/(4\pi(150 \times 10^9m)^2) = 1360.24W/m^2$

Este valor es conocido como la Constante Solar.

- 4. a. 11
- b. 2012
- c. 1997

4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

TELESCOPIO REFLECTOR



TELESCOPIO REFRACTOR



- 1.
- 2. Como:  $RA = 250000\lambda/d$ , entonces,  $d = 250000\lambda/RA_{OH} = 250000 \times 10^{-8}/60 = 4.17 \times 10^{-5}m = 0.0000417m!!!$ . El diámetro de un ojo humano está en el rango de 3 a 4.5mm. Si tomamos por ejemplo 0.00417 esa supuesta pupila debería ser 100 veces más pequeña que la que tenemos.
- 3. a. iv. Los rayos de luz provenientes de la cara de un actor deben reflejarse del espejo y entrar en la cámara. Si estos rayos de luz se invierten, la luz de la cámara se refleja en el espejo y entra en los ojos del actor.  
b. En caso de emergencia, una ambulancia debe ir a altas velocidades. Si un conductor escucha tocar bocina proveniente de atrás lo primero que hace es mirar por el espejo retrovisor, lo que verá en su espejo es el nombre clarísimo: **AMBULANCIA** y le dará paso. Sin duda has notado que cuando te miras a un espejo y levantas la mano izquierda tu imagen levanta la

mano derecha o si cierras el ojo derecho tu imagen cierra el ojo izquierdo. Esa inversión de la imagen es la que utilizan las ambulancias para hacer entender rápidamente a los otros conductores su urgencia.

4. a.  $5000 \times 0.158 = 790km$

b. La circunferencia es  $C = 2\pi R$

Como a  $7^\circ 12' = 7.2$  le corresponden  $790km$ , entonces a  $360^\circ$  le corresponderá la circunferencia  $C$ , es decir:

$C = 360 \times 790/7.2 = 39500km$

c.  $R = C/2\pi = 6286.6km$ , valor no muy alejado del real:  $6378.1km$ .

Calculemos el error relativo:

$E_{Rel} = |6378.1 - 6286.6|/6378.1 \times 100 = 1.44\%$

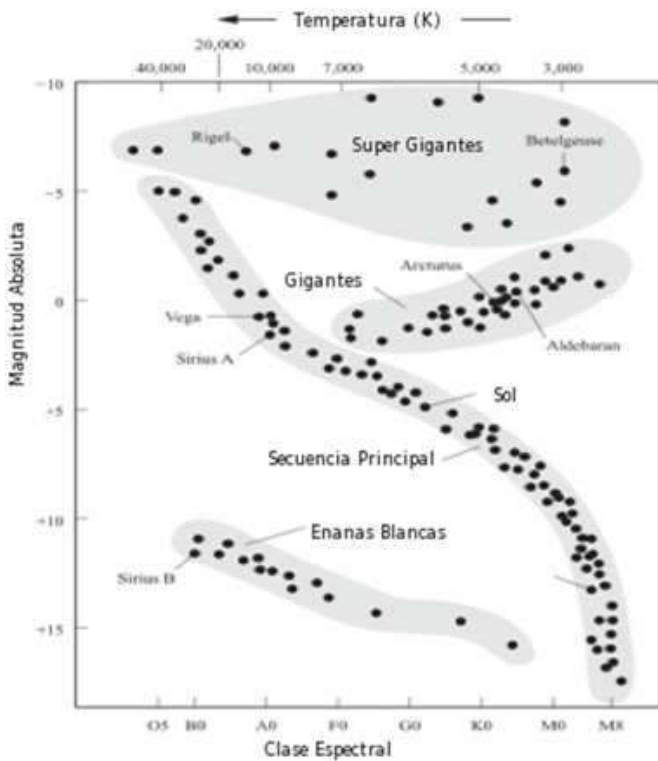
nada mal para un cálculo realizado hace más de 2200 años!

5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

Clase	Temperatura	Color	Luminosidad	%
O	> 33000	Azul	> 30000	0.00003
B	10000 a 33000	Blanco azulado	25 a 30000	0.13
A	7500 a 10000	Blanco	5 a 25	0.6
F	6000 a 7500	Blanco Amarillento	1.5 a 5	3
G	5200 a 6000	Amarillo	0.6 a 1.5	7.6
K	3700 a 5200	Naranja	0.08 a 0.6	12.1
M	< 3700	Rojo Naranja	< 0.08	76.45

- 1.
- 2. a.  $E_a = Lt = 3.846 \times 10^{26} J/s \times 10^{10} años \times 3.16 \times 10^7 s/año = 1.2 \times 10^{44} J$   
b.  $E_b = GM_{Sol}^2/R_{Sol}$   
 $E_b = 6.673 \times 10^{-11} m^3/kg s^2 (1.989 \times 10^{30} kg)^2 / 6.961 \times 10^8 m = 3.8 \times 10^{41} J$   
c.  $E_b$  es 1000 veces más pequeña que  $E_a$  por lo que la energía liberada tienen otros orígenes que la energía producida en la contracción o colapso gravitacional, estos orígenes son nucleares, procesos que suceden internamente dentro de cada estrella.
- 3. Cuando el periodo se mide en años y la distancia media de la Tierra al Sol  $D_{TS}$  se mide en unidades astronómicas(UA), la 3ra ley de Kepler nos dice:  $P^2 = D_{TS}^3$ . Usando mecánica de Newton, es posible expresarla como:  $P^2 = 4\pi^2 D_{TS}^3 / (G(m + M))$ . Asumiendo que  $m \ll M$  (la masa de la Tierra es mucho más pequeña que la masa del Sol) entonces  $m + M \approx M$ , por lo tanto,  $M = 4\pi^2 D_{TS}^3 / (GP^2) = 2 \times 10^{30} kg$ .

4.



6<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

1. d. las fronteras entre los conjuntos no están bien definidas entre los rayos X y la radiación UV por ejemplo, o los rayos X y la radiación gamma.

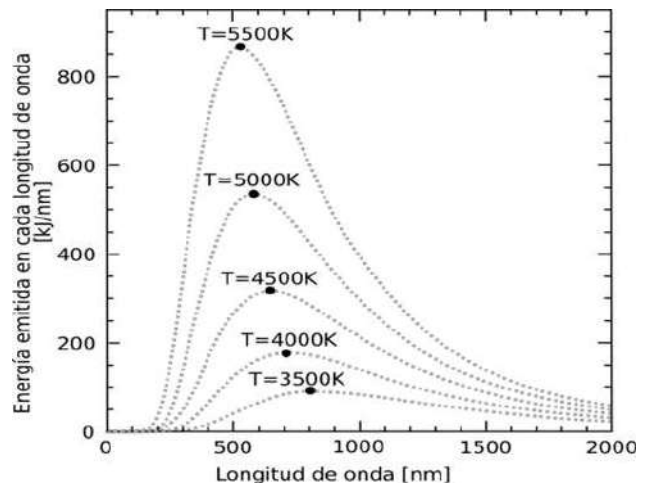
Banda	Longitud de onda (m)	Frecuencia (Hz)	Energía (J)
Rayos gamma	< 10 pm	> 30,0 EHz	> 20 × 10 <sup>15</sup> J
Rayos X	< 10 nm	> 30,0 PHz	> 20 × 10 <sup>18</sup> J
Ultravioleta extremo	< 200 nm	> 1,5 PHz	> 993 × 10 <sup>21</sup> J
Ultravioleta cercano	< 380 nm	> 789 THz	> 523 × 10 <sup>21</sup> J
Luz Visible	< 780 nm	> 384 THz	> 255 × 10 <sup>21</sup> J
Infrarrojo cercano	< 2,5 μm	> 120 THz	> 79 × 10 <sup>21</sup> J
Infrarrojo medio	< 50 μm	> 6,00 THz	> 4 × 10 <sup>21</sup> J
Infrarrojo lejano/submilimétrico	< 1 mm	> 300 GHz	> 200 × 10 <sup>24</sup> J
Microondas	< 30 cm	> 1 GHz	> 2 × 10 <sup>24</sup> J
Ultra Alta	< 1 m	> 300 MHz	> 19.8 × 10 <sup>26</sup> J
Frecuencia - Radio			
Muy Alta	< 10 m	> 30 MHz	> 19.8 × 10 <sup>28</sup> J
Frecuencia - Radio			
Onda Corta - Radio	< 180 m	> 1,7 MHz	> 11.22 × 10 <sup>28</sup> J
Onda Media - Radio	< 650 m	> 650 kHz	> 42.9 × 10 <sup>29</sup> J
Onda Larga - Radio	< 10 km	> 30 kHz	> 19.8 × 10 <sup>30</sup> J
Muy Baja	> 10 km	< 30 kHz	< 19.8 × 10 <sup>30</sup> J
Frecuencia - Radio			

2. a. ii. Rigel, por que es azul y en consecuencia tiene una longitud de onda más corta que el Rojo (Betelgeuse) lo que implica una mayor temperatura según la ley de Wien.

b. La ley del desplazamiento de Wien indica como el pico de la distribución de la longitud de onda se desplaza hacia longitudes de onda

ν	λ	E	Radiación
10 <sup>22</sup>	10 <sup>-13</sup>	10 <sup>8</sup>	RAYOS GAMMA
10 <sup>21</sup>		10 <sup>7</sup>	
		10 <sup>6</sup> = 1MeV	RAYO X
10 <sup>18</sup>	10 <sup>-10</sup> 1Å	10 <sup>5</sup>	
	10 <sup>-2</sup> 1nm	10 <sup>4</sup>	ULTRAVIOLETA
10 <sup>15</sup>		10 <sup>3</sup> 1keV	
		1 eV	VISIBLE
		10 <sup>-23</sup>	INFRARROJO
1 THz (terahertz)	10 <sup>-12</sup>	10 <sup>-9</sup>	
	10 <sup>-3</sup> 1 mm	10 <sup>-3</sup>	MICROONDAS
1 GHz (gigahertz)	10 <sup>9</sup>	10 <sup>-4</sup>	
	10 <sup>21</sup> m	10 <sup>-26</sup>	Radar
		10 <sup>-7</sup>	
1 MHz (megahertz)	10 <sup>6</sup>	10 <sup>-8</sup>	VHF (frecuencia ultra alta)
	10 <sup>-7</sup> 1 km	10 <sup>-9</sup>	VHF(Tv) FM (frecuencia muy alta)
1 KHz (kilohertz)	10 <sup>3</sup>	10 <sup>-10</sup>	Transmisión de radio
	10 <sup>6</sup> 1 mm	10 <sup>-12</sup>	
		10 <sup>-11</sup>	RADIOFRECUENCIA
1 HZ	10 <sup>0</sup>	10 <sup>-13</sup>	
		10 <sup>-14</sup>	
		10 <sup>-15</sup>	

más cortas conforme aumenta la temperatura:  $\lambda_{max}T = k_{Wien} = 2.8977686 \times 10^{-3}m$ , donde  $\lambda_{max}$  es la longitud de onda que alcanza el máximo de la curva: intensidad de la radiación de un cuerpo negro vs la longitud de onda y  $T$  es la temperatura absoluta de la superficie del objeto que emite la radiación:



Las longitudes de onda del rojo y del azul son respectivamente:  $7 \times 10^{-7}m$  y  $4.5 \times 10^{-7}m$  por lo tanto:

$$T_{Betelgeuse} = 2.8977686 \times 10^{-3}mK / 7 \times 10^{-7}m = 4139.669K$$

$$T_{Rigel} = 2.8977686 \times 10^{-3}mK / 4.5 \times 10^{-7}m = 6439.486K$$

3. a. Usando el concepto de densidad, los datos sobre la masa del Sol y el radio de la Tierra dados en la hoja del examen en:  $\rho = M/V = M/(4\pi R^3/3)$ , tendremos:

Masa	Radio	$\rho(kg/m^3)$
$0.5 M_{Sol}$	$1.5 R_{Tierra}$	$272636544 \approx 2.726 \times 10^8$
$1.0 M_{Sol}$	$0.9 R_{Tierra}$	$2524412450 \approx 2.523 \times 10^9$
$1.3 M_{Sol}$	$0.4 R_{Tierra}$	$37381026230 \approx 3.738 \times 10^{10}$

Cuanto más pequeña, la estrella enana blanca tiene una densidad más elevada.

b. La enana blanca más masiva tiene un tamaño mas pequeño que la enana blanca menos masiva que tiene un tamaño más grande y en consecuencia mayor área para emitir ondas electromagnéticas o luz.

4. Nota.- En realidad existe cierto tipo de radiación que si puede escapar de un agujero negro, la misma ha sido predicha por la mecánica cuántica y se la ha detectado en el caso de Cygnus X1.

a.  $\rho \approx 6.177 \times 10^{17} (MSol/M)^2 = \rho_{Agua} = 1000kg/m^3$ , entonces:

$$M = [(6.177 \times 10^{17} \times (2 \times 10^{30})^2) / 1000]^{1/2} = 4.97 \times 10^{37} kg \approx 25 \times 10^6 M_{Sol}$$

b.  $\rho \approx 6.177 \times 10^{17} (M_{Sol}/4.5 \times 10^6 M_{Sol})^2 = 6.177 \times 10^{17} (1/4.5 \times 10^6)^2 \approx 30504kg/m^3$

# SOLUCIONES NACIONAL

17<sup>va</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA

## I. Preguntas Cortas

1. e)

Las distancias entre A y 0 y entre B y 0 son, al cabo de  $t$  segundos,  $E2t[m]$  y  $3t[m]$ , respectivamente. En el triángulo rectángulo AOB, AB es la hipotenusa, de donde  $AB = \sqrt{4+9}$ ,  $t = \sqrt{13}t$ .

2. a)

3. c)

4. a)

5.  $E = 0.0012$ ;  $E\% = 0.12\%$

6. d)

7. d)

8. e)

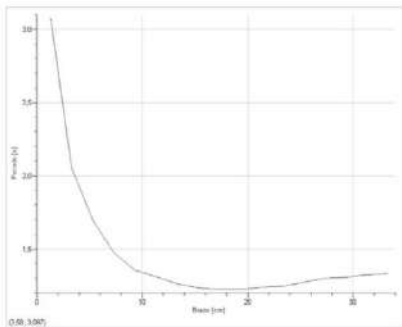
## II. Problemas

1. a) 29013310873.90

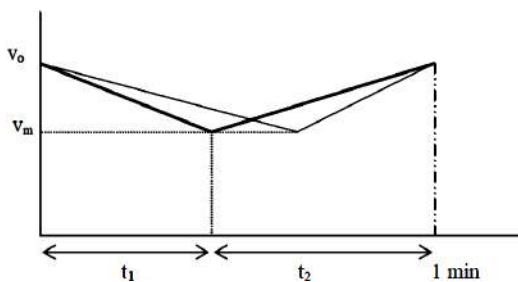
b) 9784640.96

c) 11.22

2. El valor de T mínimo corresponde a  $b = 18[cm]$  y es igual a  $T = 1.22[s]$  aproximadamente.



3. Este problema se resuelve fácilmente de manera gráfica.



El valor numérico del área de los dos trapezoides vale  $1[km]$

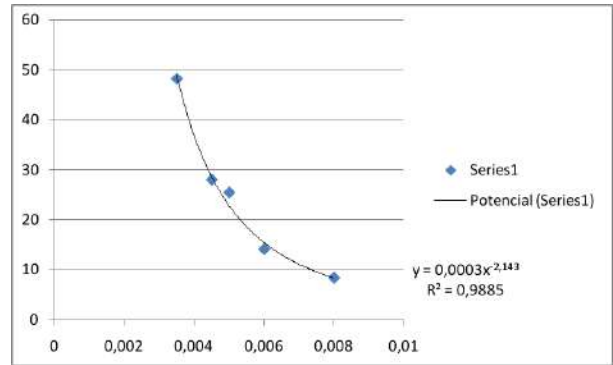
$$1 = \frac{V_0 + V_m}{2}t_1 + \frac{V_0 + V_m}{2}t_2 = \frac{(V_0 + V_m)}{2}(t_1 + t_2)$$

$$V_m = \frac{2}{t_1 + t_2} - V_0 = 30 \frac{km}{h}$$

4. b)

- Prueba Experimental  
Resultados

Diámetro [m]	Tiempo [s]
0.0035	48.19
0.0045	28.04
0.0050	25.53
0.0060	14.19
0.0080	8.47



Se observa que a medida que aumenta el diámetro del orificio, disminuye el tiempo de descarga tal como era de esperar.

## 4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

### I. Preguntas Cortas

1. a)

2. a)

3. a)

Existe un retraso en la marcha de la primera y la última fila debido al tiempo que tarda el sonido de los golpes de tambor en atravesar la longitud del regimiento. Según el enunciado, este tiempo es igual al tiempo que tardan los soldados en dar un paso. La frecuencia de marcha de  $120 \text{ pasos/min}$  equivale a  $2 \text{ pasos/seg}$ , de donde cada paso demora  $1/2s$ . Por tanto la longitud del regimiento es  $340m/s \times 1/2s = 170m$

4. b)

El máximo ángulo alfa se encuentra asumiendo que el ángulo  $\beta$  entre el rayo incidente y la normal a la cara 'ac' es el ángulo límite para la interfase cristal-agua, o sea:  $\text{sen}\beta = n_{\text{agua}}/n_{\text{cristal}}$ . Como alfa y beta son complementarios:  $\alpha = \pi/2 - \arcsen(n_{\text{agua}}/n_{\text{cristal}})$ . Numéricamente este es un valor cercano a los  $30^\circ$ .

5. e)

Basta aplicar la ecuación del efecto Doppler con la velocidad de la fuente nula, velocidad del observador (el jet) igual a la del sonido y considerando que la frecuencia aumenta por existir una aproximación relativa entre fuente y observador.

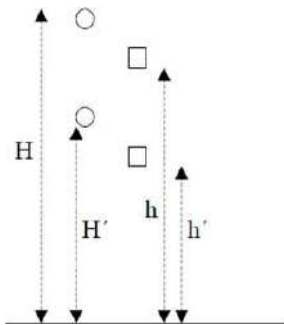
6. b)

7. A)

8. d)

II. Problemas

1. Designamos con  $H$  la altura a la que está el submarino respecto del fondo del mar cuando empieza a emitir el sonido y con  $H'$  la posición cuando termina de emitirse la señal. Con  $h$  designamos la posición del submarino cuando empieza a recibir la señal reflejada en el fondo y  $h'$  cuando termina. La figura inferior aclara estos valores.



Las posiciones se han puesto separadas para claridad de la figura. Entre las posiciones  $H$  y  $H'$  el tiempo transcurrido es  $T_0$  y entre  $h$  y  $h'$ ,  $T$ .

$$H - H' = vT_0$$

$$h - h' = vT$$

El sonido emitido en  $H$  viaja  $H + h$  al llegar al submarino y emplea un tiempo  $\tau_1$  y en ese mismo tiempo el submarino recorre  $H - h$ .

$$H + h = c\tau_1; H - h = v\tau_1$$

$$\rightarrow \frac{H + h}{c} = \frac{H - h}{v}$$

$$\rightarrow H(c - v) = h(c + v)$$

$$\rightarrow H = \frac{c + v}{c - v} h$$

El fin de la señal sonora se emite en la posición del submarino  $H'$  y esa señal recorre la distancia  $H' + h'$  cuando llega al submarino empleando un tiempo  $\tau_2$  y en ese mismo tiempo el submarino recorre  $H' - h'$

$$H' + h' = c\tau_2; H' - h' = v\tau_2$$

$$\rightarrow \frac{H' + h'}{c} = \frac{H' - h'}{v}$$

$$\rightarrow H'(c - v) = h'(c + v)$$

$$\rightarrow H' = \frac{c + v}{c - v} h'$$

Sustituyendo  $H$  y  $H'$  en la primera ecuación:

$$\frac{c + v}{c - v} h - \frac{c + v}{c - v} T = T_0 \rightarrow \frac{c + v}{c - v} (h - h') = vT_0$$

Sustituyendo en la última ecuación  $h - h'$  se tiene:

$$\frac{c + v}{c - v} vT = vT_0 \rightarrow \frac{c + v}{c - v} T = T_0$$

$$\rightarrow cT + vT = cT_0 - vT_0 \rightarrow v = \frac{T_0 - Tc}{T_0 + T} c$$

2. Los rayos que llegan a la cara BC y se reflejan deben hacerlo con un ángulo  $\delta$  el cual a ser mayor que el ángulo límite, ya que si es menor se refractan en la cara BC.

De la figura se deduce: que el ángulo de incidencia sobre la cara AC vale:  $90 - \epsilon$  y  $\gamma = 90 - \delta$

Según la ley de Snell:  $n \cdot \text{sen}(90 - \epsilon) = 1 \cdot \text{sen } \beta$

Para que  $\beta$  sea el mayor ángulo posible es necesario que sea  $\epsilon$  sea menor posible.

$$\epsilon + \gamma + \alpha = 180 \rightarrow \epsilon = 180 - (90 - \delta) - \alpha = 90 + \delta - \alpha$$

De la última expresión se deduce que el valor mínimo de  $\epsilon$  ocurre cuando  $\delta$  sea mínimo precisamente el valor mínimo de  $\delta$  se produce cuando es igual al ángulo límite prisma aire.

$$1.5 \text{ sen } 1 = 1 \text{ sen } 90 \rightarrow \text{sen } 1 = 11.5 \rightarrow 1 = \delta = 41.8^\circ$$

$$1.5 \text{ sen}[90 - (30 + \delta)] = \text{sen } \beta$$

$$\rightarrow 1.5 \text{ sen}(90 - 71.8) = \text{sen } \beta \rightarrow \beta = 27.9^\circ$$

3. Dado que la bala alcanza al pato en un tiempo  $t_i$ , en ese instante las coordenadas del pato y de la bala son las mismas coordenadas del pato en el tiempo  $t_i$ :  $(x_o + ut_i; h)$ .

La bala describe una trayectoria parabólica siendo sus ecuaciones:

$$x = v \cos \alpha t; y = v \text{ sen } \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Coordenadas de la bala en el tiempo  $t_i$  :  $(v \cos \alpha t_i, h = v \text{ sen } \alpha t_i - \frac{1}{2}gt_i^2)$

$$v \cos \alpha t_i = x_o + ut_i \rightarrow t_i = \frac{x_o}{v \cos \alpha - u}$$

$$v \text{ sen } \alpha t_i - \frac{1}{2}gt_i^2 = h$$

sustituyendo el tiempo en la segunda ecuación

$$v \operatorname{sen} \alpha \frac{x_o}{v \cos \alpha - u} - \frac{1}{2} g \left( \frac{x_o}{v \cos \alpha - u} \right)^2 = h$$

$$\frac{x_o}{v \cos \alpha - u} \left[ v \operatorname{sen} \alpha - \frac{1}{2} g x_o v \cos \alpha - u \right] = h$$

De la figura se deduce:

$$\tan \alpha = \frac{h}{x_o} \rightarrow x_o = \frac{h}{\tan \alpha}$$

$$\frac{h}{\tan(v \cos \alpha - u)} \left[ v \operatorname{sen} \alpha - \frac{1}{2} \frac{gh}{\tan \alpha (v \cos \alpha - u)} \right] = h$$

$$\rightarrow \frac{v \cos \alpha}{v \cos \alpha - u} - \frac{gh}{2 \tan^2 \alpha (v \cos \alpha - u)^2} = 1$$

$$\frac{gh}{2 \tan^2 \alpha (v \cos \alpha - u)^2} = \frac{v \cos \alpha}{v \cos \alpha - u} - 1 = \frac{u}{v \cos \alpha - u}$$

$$\rightarrow \frac{gh}{2 \tan^2 \alpha (v \cos \alpha - u)^2} = u$$

$$h = \frac{2u \tan^2 \alpha (v \cos \alpha - u)}{g}$$

**- Prueba Experimental**

**Resultados**

$m\lambda = dsen\theta$ , donde  $\theta = \arctan(s/l)$

Tomando  $m = 1$  y  $\lambda = 780[nm]$  (especificaciones del laser):

$l = 8[cm]$

$s = 4,8[cm]$

$\theta = \arctan(4,8/8) = 30,96375653^\circ$

$d = m\lambda/sen\theta = 780 \times 10^{-9}/sen(30,96)$

$d = 1,5144511 \times 10^{-6}[m]$

**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

**I. Preguntas Cortas**

1. a)

2. d)

3. a)

4. e)

5. a)

6. d)

El gas en el cilindro es calentado y se expande.

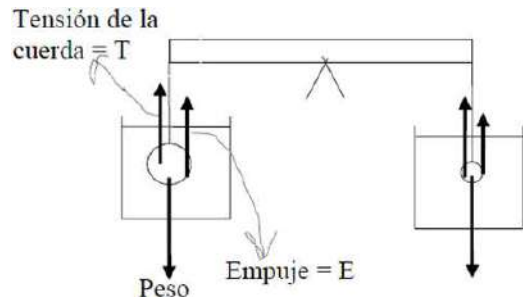
7. c)

Para el funcionamiento de máquinas térmicas de cualquier tipo es indispensable la existencia de diferencias de temperaturas (un calentador y un refrigerador). Eso exige la llamada segunda ley de la termodinámica las aguas del océano pueden considerarse como un calentador gigantesco. Pero para la instalación térmica que utilice sus recursos energéticos, se requiere un refrigerador del mismo tamaño, que no estamos en condiciones de proponer.

8. e)

**II. Problemas**

1. En la figura inferior se hace un esquema de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos



Sobre cada cuerpo actúan su peso  $P$ , la tensión de la cuerda  $T$  y el empuje del líquido. Para ambos cuerpos el peso es el mismo por lo dicho en el enunciado, la tensión es la misma porque la reacción a cada  $T$  está aplicada en la palanca y ésta se encuentra en equilibrio, finalmente los empujes han de ser iguales y si los líquidos tienen diferentes densidades es que los cuerpos tienen diferentes volúmenes.

$$v_1 \rho_1 g = v_2 \rho_2 g \rightarrow \frac{m}{d_1} \rho_1 g = \frac{m}{d_2} \rho_2 g \rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

2. a) Consideremos un sistema de referencia ligado al suelo, el eje  $X$  paralelo al suelo y el eje  $Y$  perpendicular al anterior. Respecto de este sistema, en el instante inicial de salida de la bola, su velocidad horizontal es  $v$  y su velocidad vertical  $v_b$ .

Las ecuaciones de movimiento son:

$$x = vt; y = v_h t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v; v_y = \frac{dy}{dt} = v_h - gt$$

Cuando la bola alcance la altura máxima  $h$ ,  $v_y = 0$ , por tanto:

$$0 = v_h - gt_h \rightarrow t_h = \frac{v_b}{g}$$

$$y = h = v_h \frac{v_h}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_h^2}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_h^2}{g}$$

Cuando la bola vuelva a ocupar la misma posición vertical que a la salida, entonces su abscisa es  $\Delta x$  y su ordenada cero. Designando por  $t_m$  al tiempo.

$$0 = v_h t_m - \frac{1}{2} g t_m^2 \rightarrow t_m = 0$$

$$t_m = \frac{2v_h}{g} = 2t_h \rightarrow vt_m = v \frac{2v_h}{g}$$

Entonces:

$$v_b = \sqrt{2gh} \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 0.50} = 3.13 \frac{m}{s}$$

$$v = \frac{\Delta x g}{2v} = \frac{0.40 \cdot 9.81}{2 \cdot 3.13} = 0.63 \frac{m}{s}$$

b) Puesto que la bola tiene las mismas velocidades que en el apartado a) su altura máxima  $h$  y su alcance horizontal  $\Delta x$  son los mismos. Para que la bola pase rozando la parte superior del carrito es preciso que éste se desplace una distancia  $\Delta x$  mas la mitad de la longitud del carrito mas el radio de la bola, esto es:

$$\Delta x' = \Delta x + 0.05 + 0.001m = 0.46m$$

La ecuación del desplazamiento del carrito sobre el rail es:

$$\Delta x' = vt + \frac{1}{2}at^2$$

El tiempo de duración del movimiento del carrito es el mismo que el de la bola en el aire y se calculó en el aparato anterior  $t_m = \frac{2v_h}{g}$ .

La aceleración del carrito es provocada por la masa  $m$  que debe arrastrar a la masa  $M$  del carrito

$$mg = (m + M)a \rightarrow a = \frac{m}{m + M}g$$

Finalmente:

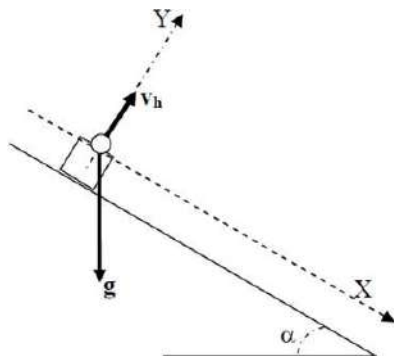
$$0.46 = v \frac{2v_b}{g} + \frac{1}{2} \frac{m}{m + M} g \left( \frac{2v_h}{g} \right)^2$$

$$\rightarrow 0.46 = 0.63 \frac{2 \cdot 3.13}{9.81} + \frac{4m \cdot 3.13^2}{2m + 1.39 \cdot 81}$$

$$\rightarrow 0.058 = 1.997 \frac{m}{m + 1.3} \rightarrow \frac{m + 1.3}{m} = 34.4$$

$$\rightarrow \frac{1.3}{m} = 34.4 \rightarrow m = 0.039kg$$

c) En la figura inferior se indica el sistema de referencia



Sobre ese sistema de referencia las componentes de la aceleración de la gravedad son:

$$Eje X : g \sen \alpha; Eje Y : -g \cos \alpha$$

Las ecuaciones de movimiento de la bola respecto al sistema son:

$$x = \frac{1}{2}g \sen \alpha t^2$$

$$y = v_h t - \frac{1}{2}g \cos \alpha t^2$$

Cuando la bola vuelva a alcanzar la altura  $d$  sobre el eje su coordenada  $y$  es nula

$$0 = v_h t_v - \frac{1}{2}g \cos \alpha t_v^2$$

$$\rightarrow t_v = 0 \vee t_v = \frac{2v_h}{g \cos \alpha}$$

La coordenada  $x$ , vale cuando  $t = t_v$

$$x = \frac{1}{2}g \sen \alpha \frac{4v_h^2}{g^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sen 30^\circ 3.13^2}{9.81 \cos^2 30^\circ} = 1.33m$$

El carrito parte del reposo con velocidad nula y está sometido igualmente a la aceleración  $g \sen \alpha$  por tanto su coordenada sobre el eje  $X$  es la misma anterior; en definitiva la bola vuelve al carrito aún cuando éste se haya desplazado con aceleración.

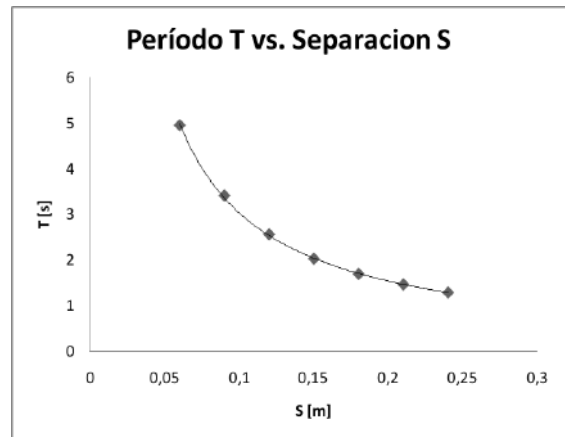
- Prueba Experimental

i. **T vs. s**

Manteniendo el largo  $\lambda$  de las cuerdas constante, construya la tabla de datos del periodo  $T$  de oscilación y la distancia  $s$ .

$$\lambda = 60[cm], m = 79.29[g], l = 35[cm]$$

S [m]	T [s]
0,06	4,953
0,09	3,414
0,12	2,566
0,15	2,034
0,18	1,702
0,21	1,472
0,24	1,294



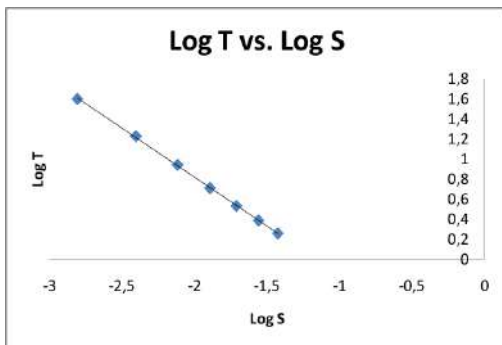
Tomando  $\lambda = cte.$  se tiene:  
 $\log T = m \log \lambda + n \log s + \log k$

$\Rightarrow \log T = c + n \log s,$

donde:  $c = m \log \lambda + \log k.$

Se ajusta:  $\log T = c + n \log s$  a  $y = A + Bx$

Log S	Log T
-2,813410717	1,59999345
-2,407945609	1,22788462
-2,120263536	0,94234827
-1,897119985	0,7100043
-1,714798428	0,53180403
-1,560647748	0,38662202
-1,427116356	0,2577382

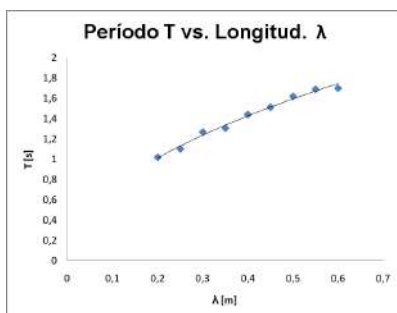


- $A = -1,136629187$
- $B = -0,9764366934 = b$
- $R = -0,9998441362$
- $\sigma_A = 0,01575415551$
- $\sigma_B = 0,00771076565 = \sigma_b$
- $a = 0,320898891 [ms]$
- $\sigma_a = 0,00505549103 [ms]$
- $T = 0,32 \times S^{-0,97} [s]$
- $n = b = -0,9764366934$

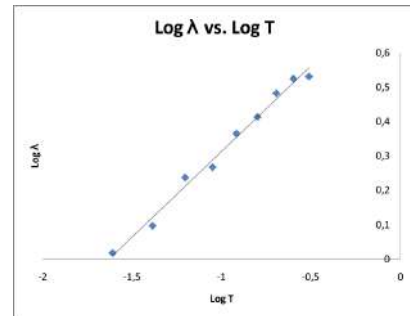
**ii. T vs.  $\lambda$**

Tomando  $S = 18 [cm]$  constante

$\lambda$ [m]	T [s]
0,20	1,018
0,25	1,102
0,30	1,268
0,35	1,307
0,40	1,442
0,45	1,513
0,50	1,621
0,55	1,691
0,60	1,702



Log $\lambda$	Log T
-1,609437912	0,01783992
-1,386294361	0,09712671
-1,203972804	0,23744086
-1,049822124	0,26773443
-0,916290732	0,36603104
-0,798507696	0,41409443
-0,693147181	0,48304324
-0,597837001	0,52532007
-0,510825624	0,53180403



- $A = 0,8105567189$
- $B = 0,4967497684 = b$
- $R = 0,9947137756$
- $\sigma_A = 0,0200593253$
- $\sigma_B = 0,01938223452 = \sigma_b$
- $a = 2,249159788 [s/m^{1/2}]$
- $\sigma_a = 0,04511662784 [s/m^{1/2}]$
- $T = 2,25 \times \lambda^{0,497} [s]$
- $m = b = 0,4967497684$
- $a = k \times \lambda^m \Rightarrow k = a \times \lambda^{-m}$
- $\Rightarrow k = 0,321 \times 0,60^{-0,497}$
- $k = 0,412485614326$
- $k = 4\pi \sqrt{\frac{l}{mg}}$
- $\Rightarrow k = \frac{4}{3} \pi^2 \frac{l^2}{k^2}$
- $g = 9,445519839 [m/s^2]$

**SOLUCIONES NACIONAL**

7<sup>ma</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**

**I. PREGUNTAS CORTAS**

- 1. c)
- 2. c)
- 3. d)

Las constelaciones son: a) Leo, b) Taurus, c) Scorpio y d) Canis Mayor, las tres primeras son constelaciones zodiacales, mientras que la cuarta no lo es, entonces (d) presenta diferencia con las demás, por tal razón.

- 4. d)
- 5. e)
- 6. c)

$$d(pc) = 1/p(arcsec) \Rightarrow 1.315pc \Rightarrow d = 4.29añosluz$$

7.  $6 \times 0.52 = 3.12^\circ$

Estaban separados 3 grados.

- 8. c)
- 9. d)
- 10. d)
- 11. f)
- 12. a)
- 13. b)
- 14. c)
- 15. b)
- 16. a)
- 17. a)
- 18. b)

**II. PREGUNTAS DE DESARROLLO**

1. Dado que la escala de magnitudes obedece a una relación logarítmica, por la relación de Poisson:

La razón entre sus brillos (siendo  $I_1$  el brillo de la Luna y  $I_2$  el brillo de Venus) será:

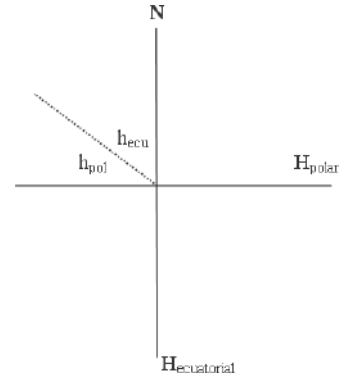
$$\frac{I_1}{I_2} \cong 2.512^{(m_2 - m_1)},$$

Reemplazando valores

$$\frac{I_1}{I_2} \cong 2.512^{(-4) - (-12.5)} = 2512.85...$$

Por lo tanto: El brillo de la Luna es  $2.5 \times 10^3$  veces mayor que el de Venus; (también se puede aceptar que: la Luna es 2500 veces más brillante que Venus).

2. El horizonte geocéntrico del observador en el ecuador terrestre es perpendicular al horizonte geocéntrico del observador en el polo norte.



La estrella, además, al estar culminando para el observador en el ecuador, determina que el plano de altura de ambos observadores sea el mismo (pasa por el meridiano del observador en el ecuador el cual pasa por los polos).

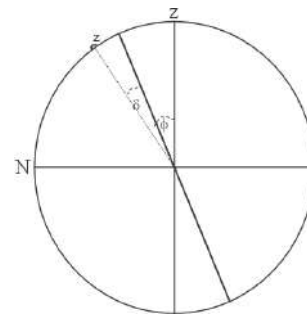
Así la altura a la que ve el observador ecuatorial la estrella es el complemento de la altura para el observador polar.

Así:

$$h_{ecu} = 90^\circ - h_{pol},$$

Reemplazando valores, se obtiene que la altura en que el Observador ecuatorial ve la estrella es de  $50^\circ$ .

3. En el gráfico se puede apreciar que:



$$\delta = z + \phi$$

para la distancia cenital se respeta la convención de signo al momento de culminación, además de lo habitual para los signos de la latitud y declinación.

Por lo tanto:  $\phi = \delta - z,$

Reemplazando valores:  $\phi = 20^\circ - 30^\circ = -10^\circ,$

La latitud del observador es de  $20^\circ$  al Sur del Ecuador.

4. Siendo el módulo de distancia:  $m - M = 5 \log(d) - 5$ ,

Donde  $d$  es la distancia dada en parsecs,  $m$  la magnitud aparente de la estrella (que es la incógnita) y  $M$  la magnitud absoluta de la estrella.

Despejando:  $m = 5 \log(d) - 5 + M$ ,

Reemplazando valores:  $m = 5 \log(40) - 5 + (-2) = 1.5$ ,

La magnitud aparente de la estrella será +1.0.

4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

I. PREGUNTAS CORTAS

1. d)

Las constelaciones son: a) Leo, b) Taurus, c) Scorpio y d) Canis Mayor, las tres primeras son constelaciones zodiacales, mientras que la cuarta no lo es, entonces (d) presenta diferencia con las demás, por tal razón.

2. e)

3. e)

4. a)

5. a)

6. b)

7. b)

8. c)

9. a)

10. b)

11. b)

12. b)

13. d)

14. c)

15. c)

16. b)

17. c)

18. a)

19. b)

20. c)

II. USO DE TELESCOPIO

21.

III. PROBLEMAS

TABLA 3  
TABLA DE RESPUESTAS - TELESCOPIO

ITEM	N
Ajuste de Acimut	27
Ajuste de Latitud	26
Anillos de Montaje	14
Arnés de Montaje	11
Barra de Contrapesos	22
Barra Espaciadora	36
Base de Barra de Contrapeso	20
Base del Buscador	7
Buscador	4
Buscador de Alineación Polar	29
Cabezal del Trípode	37
Candado AR	33
Candado de Declinación	17
Celda Frontal	6
Controlador Autoestar	12
Dial de AR	31
Dial de Declinación	19
Dial de Latitud	28
Iluminador LED del Buscador Polar	30
Motor de AR	25
Motor DEC	24
Ocular	3
Panel de Control Computarizado	24
Patas del Trípode	38
Perilla en T y Rosca	35
Perillas de aseguramiento	13
Perillas de Enfoque	8
Porta Ocular	2
Seguro de Contrapesos	23
Seguro de Disco AR	32
Seguro del enfocador	16
Seguros de Contrapesos	21
Tapa del Buscador Polar	18
Tapa Frontal Corrector	9
Tornillo del Buscador	15
Tornillo Opresor del Ocular	1
Tornillos de Alineación	5
Tubo Óptico	10
Tuerca de Tensión	39

1. Dado que la escala de magnitudes obedece a una relación logarítmica, por la relación de Poisson:

La razón entre sus brillos (siendo  $I_1$  el brillo de la Luna y  $I_2$  el brillo de Venus) será:

$$\frac{I_1}{I_2} \cong 2.512^{(m_2 - m_1)},$$

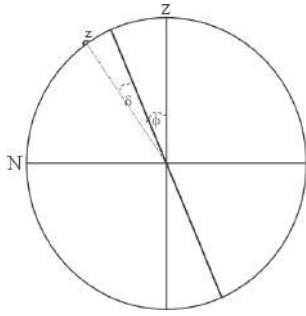
Reemplazando valores

$$\frac{I_1}{I_2} \cong 2.512^{(-4) - (-12.5)} = 2512.85...$$

Por lo tanto: El brillo de la Luna es  $2.5 \times 10^3$  veces mayor que el de Venus; (también se puede aceptar que: la Luna es 2500 veces más brillante que Venus).

2. En el gráfico se puede apreciar que:

$$\delta = z + \phi$$



para la distancia cenital se respeta la convención de signo al momento de culminación, además de lo habitual para los signos de la latitud y declinación.

Por lo tanto:  $\phi = \delta - z$ ,

Reemplazando valores:  $\phi = 20^\circ - 30^\circ = -10^\circ$ ,

La latitud del observador es de  $20^\circ$  al Sur del Ecuador.

3. Para la estrella de magnitud  $m_1$  se tiene que:

$$m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_0}\right).$$

Después del aumento se tiene que la nueva magnitud es:

$$m - 2 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right).$$

Considerando que  $F_2 = 2F_1$  se tiene que la ecuación anterior se transforma en:

$$m_2 = -\frac{5}{2} \left[ \log\left(\frac{2F_1}{F_2}\right) \right]$$

$$m_2 = -\frac{5}{2} \log(2) + \log(F_1) - \log(F_0)$$

$$m_2 = -\frac{5}{2} \log(2) - \frac{5}{2} [\log(F_1) - \log(F_0)]$$

$$m_2 = -\frac{5}{2} \log(2) - \frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_0}\right).$$

La expresión  $-\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_0}\right)$  es la Ecuación, por lo tanto:

$$m_2 = -\frac{5}{2} \log(2) + m_1$$

$$m_2 = m_1 - \frac{5}{2} \log(2)$$

**5<sup>to</sup> DE SECUNDARIA**

**I. PREGUNTAS CORTAS**

- 1. a)
- 2. d)

3. d)

Las constelaciones son: a) Leo, b) Taurus, c) Scorpio y d) Canis Mayor, las tres primeras son constelaciones zodiacales, mientras que la cuarta no lo es, entonces (d) presenta diferencia con las demás, por tal razón.

4. c)

Con el efecto Doppler podemos estimar la velocidad de las estrellas pero no la distancia. La distancia Tierra-Sol fue exitosamente estimada por la utilización del método de tránsito de Venus. La opción b) se refiere al método de paralaje. Las magnitudes absolutas de las supernovasson una especie de faro que permite medir distancias cosmológicas. Por tanto, resp: i, ii y iv.

5. d)

6. b)

7. a)

8. c)

9. a)

10. c)

11. b)

12. c)

13. b)

14. c)

15. b)

16. c)

17. c)

18. a)

19. c)

20. a)

21. b)

22. c)

**II. USO DE TELESCOPIO**

1.

**III. PROBLEMAS**

1. Dado que la ley de Hubble muestra que la  $\nu$  de recesión es proporcional a la distancia que nos separa de las galaxias, esto es:  $\nu = Hd$

Además, siendo  $\nu = \frac{d}{t}$

Mostramos que la edad del Universo es igual al inverso de la constante de Hubble (se trata de una aproximación aceptable), es decir  $t = \frac{1}{H}$

TABLA 4  
TABLA DE RESPUESTAS - TELESCOPIO

ITEM	N
Ajuste de Acimut	27
Ajuste de Latitud	26
Anillos de Montaje	14
Arnés de Montaje	11
Barra de Contrapesos	22
Barra Espaciadora	36
Base de Barra de Contrapeso	20
Base del Buscador	7
Buscador	4
Buscador de Alineación Polar	29
Cabezal del Trípode	37
Candado AR	33
Candado de Declinación	17
Celda Frontal	6
Controlador Autoestar	12
Dial de AR	31
Dial de Declinación	19
Dial de Latitud	28
Iluminador LED del Buscador Polar	30
Motor de AR	25
Motor DEC	24
Ocular	3
Panel de Control Computarizado	24
Patatas del Trípode	38
Perilla en T y Rosca	35
Perillas de aseguramiento	13
Perillas de Enfoque	8
Porta Ocular	2
Seguro de Contrapesos	23
Seguro de Disco AR	32
Seguro del enfocador	16
Seguros de Contrapesos	21
Tapa del Buscador Polar	18
Tapa Frontal Corrector	9
Tornillo del Buscador	15
Tornillo Opresor del Ocular	1
Tornillos de Alineación	5
Tubo Óptico	10
Tuerca de Tensión	39

Por lo tanto:

$$t = \frac{1}{(40km \cdot s^{-1} Mpc^{-1})} = \frac{1}{40} s \frac{Mpc}{km}$$

es necesario convertir Mpc a km, lo cual da:

$$1Mpc = 3.085678 \times 10^{19} km$$

Por lo que:  $t = 24.4 \times 10^9 años$

Por lo que la edad del universo sería de 24 mil millones de años.

- Un satélite geostacionario su órbita se encuentra en el plano del ecuador terrestre y tiene un periodo de 24 horas. Su característica es que visto desde un lugar del ecuador parece que se encuentra en reposo respecto de ese lugar, puesto que su periodo de rotación coincide con el de la tierra.

Calculamos la distancia que existe desde el centro de la tierra a la posición del satélite, para

ello establecemos que la fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite es la fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite es la fuerza de atracción gravitatoria entre la tierra y dicho satélite.

$$\frac{m_s v^2}{R_s} = G \frac{M_T \times m_s}{R_s^2}$$

$$v^2 = G \frac{M_T}{R_s} \quad (1)$$

Por otra parte tenemos las ecuaciones:

$$v = \frac{2R_s}{T}$$

$$g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Que llevadas a la ecuación (1)

$$\frac{4^2 R_s^2}{T^2} = \frac{g_0 R_T^2}{R_s}$$

$$R_s = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2}} = 4,24 \times 10^7 [m]$$

En la figura siguiente se representa la situación del satélite y de la tierra.

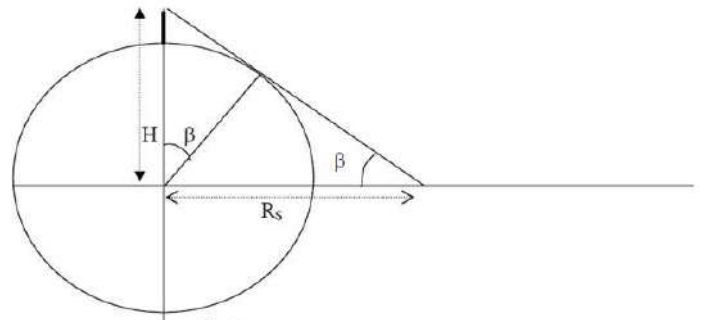


Fig.1

Observando la figura se deduce que:

$$\tan \beta = \frac{R_T}{R_s} = \frac{6400}{4.24 \times 10^4}$$

$$\beta = 8.59^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{R_T}{H}$$

$H = 6473 km$ , la altura sobre el Polo Norte será 73 km.

- (a) Las dos estrellas están separadas por una distancia  $2R$ , tal que

$$F_g = \frac{GM^2}{(2R)^2} = \frac{GM^2}{4R^2}$$

b)

$$\frac{GM^2}{4R^2} = M \left( \frac{v^2}{R} \right)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{GM}{4R}}$$

y

$$T = \frac{2R}{\nu} = 2\pi R \sqrt{\frac{4R}{GM}} = 4\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

c)

$$K_1 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = 2\left(\frac{1}{2}M\right)\left(\frac{GM}{4R}\right) = \frac{GM^2}{4R}$$

$$U_1 = -\frac{GM^2}{2R}$$

Entonces la energía requerida es:

$$W = -(K_1 + U_1) = -\left(\frac{GM^2}{4R} - \frac{GM^2}{2R}\right) = \frac{GM^2}{4R}$$

### EXAMEN OBSERVACIONAL

#### I. Primera parte

1. (a) Estrella;  $\alpha$  Sco, Antares  
(b) Cúmulo globular; M 13, NGC 6205  
(c) Galaxia; NGC 5643
2. No.

#### II. Segunda parte

3. a. Arturo,  $-\alpha-$ , Bootes o Boyero  
b. Spica,  $-\alpha-$ , Virgo  
c. Altair,  $-\alpha-$ , Aguila  
d. Vega,  $-\alpha-$ , Lira  
e.  $\alpha$  Cen - Rigil Kentaurus -, Centauro
4. a. Identifica la estrella más importante del Triángulo austral  
b. Identifica la estrella más importante de Sagitario
5. Indentifica el punto cardinal sur.
6. a. Un planeta  
b. Saturno

## LA ÓRBITA DEL SATÉLITE TÚPAC KATARI

### THE TÚPAC KATARI SATELLITE ORBIT

RUDY VILCA SALINAS

Carrera de Ciencias Físicas y Energías Alternativas  
Universidad Pública de El Alto  
Av. Sucre esq. Pascoe  
El Alto, Bolivia

#### RESUMEN

Desde el 20 de diciembre de 2013, el satélite boliviano Túpac Katari se encuentra orbitando alrededor de la Tierra, y lo hace “según se difundió en su oportunidad por diversos medios” en una órbita geostacionaria a una altura de 36000 km. Pero, ¿por qué se lo colocó a esa altura? ¿Podría haber sido puesto en otra? En este trabajo se deduce la altura a la que debe estar un satélite geostacionario aplicando las leyes elementales de la mecánica.

Código(s) PACS: 01.40.Ha — 45.50.Pk

*Descriptores:* Enseñanza de la ciencia — Mecánica celeste

#### ABSTRACT

From December 20 (2013) on, the Bolivian satellite Túpac Katari is orbiting Earth in a geostationary orbit at a 36000 km height (as it was publicly informed by different media). Why is it orbiting at such a height? Could it be orbiting at a different height? In this work we deduce the specific height at which a geostationary satellite must be orbiting by applying elementary laws of mechanics.

*Subject headings:* Science teaching — Celestial mechanics

#### 1. INTRODUCCIÓN

La historia de los satélites artificiales, comenzó en plena realización del “Año Geofísico Internacional”<sup>1</sup> cuando el 4 de octubre de 1957 fue puesto en órbita el Sputnik 1, satélite lanzado por la entonces Unión Soviética. Desde aquella fecha, los satélites de diversas clases y de diversas procedencias han proliferado y a la fecha, contando tan sólo los activos, su número supera el millar.

Una clase especial de los satélites artificiales, es la de los llamados “satélites geostacionarios”, cuya principal característica es mantenerse siempre, invariablemente, sobre un mismo punto del ecuador terrestre, lo cual se consigue haciendo que el satélite gire circularmente en el plano del ecuador (Figura 1), a la misma velocidad rotacional que la Tierra, es decir, la velocidad de giro del satélite es tal que, al igual que la Tierra, da una vuelta en un día (se dice entonces que el periodo de rotación del satélite coincide con el de la Tierra). A esta clase de satélites pertenece el Túpac Katari. Los satélites de este tipo son ideales para aplicaciones en comunicaciones y en meteorología; el hecho de que su órbita sea ecu-

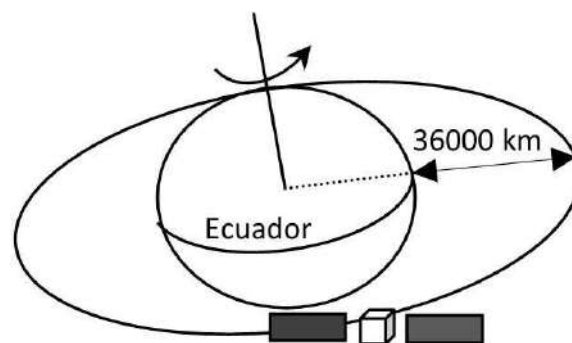


FIG. 1.— Esquema de una órbita geostacionaria.

atorial, los hace idóneos para aquellos países que, como Bolivia, se encuentran a baja latitudes, cerca de la línea del ecuador, mientras que para países de latitudes altas (y que por tanto están alejados del ecuador) -como es el caso de Rusia, por ejemplo-, estos satélites no son los más adecuados, en cuyo caso recurren a otros tipos de satélites.

Cabe señalar que en el caso del satélite boliviano, éste no se halla directamente sobre Bolivia, sino un poco más al oeste, a una longitud de  $87.2^\circ$  (Bolivia está entre las longitudes  $57^\circ$  y  $69^\circ$  oeste), sin embargo, esto no representa ningún inconveniente teniendo en cuenta la relativamente amplia cobertura del satélite.

<sup>1</sup> Periodo del 1 de julio de 1957 al 31 de diciembre de 1958, en el que se desplegó un colosal programa global de significativas investigaciones concernientes a la Tierra, al Sol y al espacio, con la participación de más de 5000 científicos y la colaboración mancomunada de 64 países.

## 2. MÁS SOBRE SATÉLITES GEOESTACIONARIOS

Ya señalamos que, para que un satélite sea geoestacionario, es decir, para que se mantenga siempre sobre la misma región ecuatorial (sobre Bolivia, en el caso optimista del Túpac), éste deberá dar una vuelta alrededor de la Tierra en un día. Para desarrollar esta velocidad orbital el satélite no puede estar en cualquier órbita, sino sólo en la órbita permitida para tal velocidad. Se puede decir que en el espacio existen ciertas “leyes de tránsito” que asignan para cada velocidad su correspondiente “carril” (órbita). A continuación determinaremos la altura de la órbita geoestacionaria desde dos enfoques equivalentes.

### 2.1. Primer enfoque: la tercera ley de Kepler

En este primer enfoque se obtiene un resultado aproximado para la altura de un satélite geoestacionario usando una ley empírica que era conocida antes de la síntesis newtoniana de las leyes de la dinámica, por lo que su aplicación al sistema Tierra-Luna-satélite resulta ser más sencilla y directa.

Estudiando datos de los movimientos de los planetas, Kepler (1571-1630) descubrió tres importantes leyes a las que se supeditan los planetas al girar en torno al Sol; nos interesa la tercera ley: *Los periodos de revolución ( $T$ ) de los planetas elevados al cuadrado son proporcionales a los cubos de sus semiejes mayores ( $R$ ),  $T^2 \propto R^3$ . Esta ley que rige en el sistema solar se puede aplicar al sistema de la Tierra, alrededor de la cual giran la Luna<sup>2</sup> y los satélites artificiales. Para el caso de la Luna (L) y el Túpac (t), la tercera ley de Kepler toma la forma  $T_L^2/R_L^3 = T_T^2/R_T^3$ , de donde se despeja:*

$$R_T = R_L \sqrt[3]{\left(\frac{T_T}{T_L}\right)^2}. \quad (1)$$

Usaremos los siguientes datos:  $T_L = (27.32 \pm 0.01)d$ ,  $R_L = (60.0 \pm 0.2)rt$ ,  $T_T = (1.000 \pm 0.003)d$ , donde  $d$  es un día solar y  $rt = 6380$  km (radio terrestre ecuatorial). El periodo del Túpac evidentemente es “un día”, aclarando que se trata realmente de un “día sideral”, que es igual a  $23^h 56' 4''$ , es decir, un poco menos que el día solar. Sustituyendo estos datos en (1), resulta un radio orbital  $R_T = (6.62 \pm 0.05)rt$ , de donde la altura del Túpac (distancia sobre la superficie terrestre y, digamos, sobre Bolivia) será  $h = (R_T - 1)rt = (5.62 \pm 0.05)rt = (35800 \pm 300)km$ .

<sup>2</sup> **Nota del editor:** si bien la Tierra se puede considerar (aproximadamente) un buen sistema de referencia inercial para el movimiento orbital de satélites artificiales, no es evidente, *a priori*, que deba ocurrir lo mismo para el caso del movimiento orbital de la Luna en torno a la Tierra, pues la fuerza que ejerce el Sol sobre la Luna es 2.12 veces mayor que la fuerza que ejerce la Tierra sobre la Luna. Sin embargo, es interesante comprobar analíticamente que la dinámica del sistema Tierra-Luna equivale, de manera aproximada, a suponer que sobre la Luna no actúa otra fuerza que la atracción de la Tierra en reposo, tal como lo supuso originalmente Newton al despreciar la interacción Sol-Luna (I. Newton, *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, Libro III: fenómeno VI y proposición IV, teorema IV).

### 2.2. Segundo enfoque: la ley de gravitación universal

La ley de gravitación universal debida a Newton (1642-1727), nos dice que entre dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$ , cuyos centros de masa están separados una distancia  $r$ , existe una fuerza de atracción igual a:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2)$$

donde  $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$  es la constante de gravitación universal. Para el caso de la Tierra y el Túpac tendremos  $m_1 = M$  y  $m_2 = m$  respectivamente.

A continuación examinemos la cuestión del movimiento circular. Para que un cuerpo de masa  $m$  realice un movimiento circular, necesariamente debe existir una fuerza centrípeta  $F_c$  que, de acuerdo a la segunda ley de Newton, corresponderá a una aceleración centrípeta  $a_c$ , de acuerdo a la ecuación de movimiento (segunda ley de Newton)

$$F_c = m a_c \quad (3)$$

Sustituyendo  $a_c = \omega^2 r$ , donde  $\omega = 2\pi/T$  es la velocidad angular correspondiente a una trayectoria orbital de radio  $r$  y periodo  $T$ , (3) queda como:

$$F_c = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}. \quad (4)$$

Para el caso del Túpac, que realiza un movimiento circular alrededor de la Tierra, (4) queda como  $GMm/r^2 = 4\pi^2 m r/T^2$ , de donde se despeja  $r$ :

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}. \quad (5)$$

Sustituyendo los datos  $T = T_T = (86164.0 \pm 0.1)s$ ,  $M = (5.97 \pm 0.01) \times 10^{24} kg$  y el Parámetro Gravitacional<sup>3</sup> (cuyo uso es ventajoso desde el punto de vista de la precisión)  $GM = (398600.4418 \pm 0.0009) kgm^3 s^{-2}$ , se tiene de (5) que  $r = (42164.14 \pm 0.03)km$ . Ésta es la distancia del satélite al centro de la Tierra; dado que el radio terrestre en el ecuador es  $R_T = (6378 \pm 1)km$ , obtenemos finalmente la altura del satélite sobre la superficie de la Tierra,  $h = (35786 \pm 1)km$ .

## 3. CONCLUSIONES

Calculamos la altura del satélite Túpac Katari usando dos enfoques de las leyes elementales de la mecánica: el enfoque de la tercera ley de Kepler y el enfoque de la ley de gravitación universal (ciertamente las leyes de Kepler se deducen de la ley de gravitación universal, por lo que ambos enfoques son equivalentes). Los resultados numéricos que se obtienen son razonablemente buenos; el más preciso corresponde a una altura  $h = (35786 \pm 1)km$ . En los cálculos se consideró a la Tierra como una esfera perfecta. Si se toma en cuenta los efectos debido a las correcciones menores (aparentemente despreciables) en el movimiento del satélite, como ser: el achatamiento terrestre en los polos, la atracción de

<sup>3</sup> *Standard gravitational parameter* (wikipedia.org).

---

## REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

### COMITÉ EDITORIAL

**Sociedad Boliviana de Física**

**Dr. Diego Sanjinés Castedo**

Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

**Instituto de Investigaciones Físicas**

**Lic. Alfonso Velarde Chávez**

Email: avelarde@fiumsa.edu.bo

**Dr. Eduardo Palenque Vidaurre**

Email: edyruy@yahoo.es

**Carrera de Física**

**Dr. Armando R. Ticona Bustillos**

Email: aticon@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

---

#### Misión

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica semestralmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

#### Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

#### Instrucciones para los autores

Los trabajos enviados para su publicación deberán estar escritos preferentemente en castellano. Trabajos escritos en inglés podrán ser aceptados por el Comité Editorial y, pasado el proceso de aceptación, serán traducidos al castellano para su publicación en la RBF.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ , *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. Las figuras deberán tener una resolución razonable a fin de que puedan ser vistas con suficiente claridad por el lector.

Los artículos científicos serán revisados por el Comité Editorial y posteriormente por un par de árbitros anónimos quienes dan el veredicto sobre si el artículo es aceptado o no.

La comunicación de los autores con los árbitros se realiza únicamente a través del editor encargado del área.

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.

**Conflicto de interés:** Los autores que envíen artículos para su publicación en la RBF admiten que no tienen conflicto de interés en relación a los trabajos realizados y presentados.