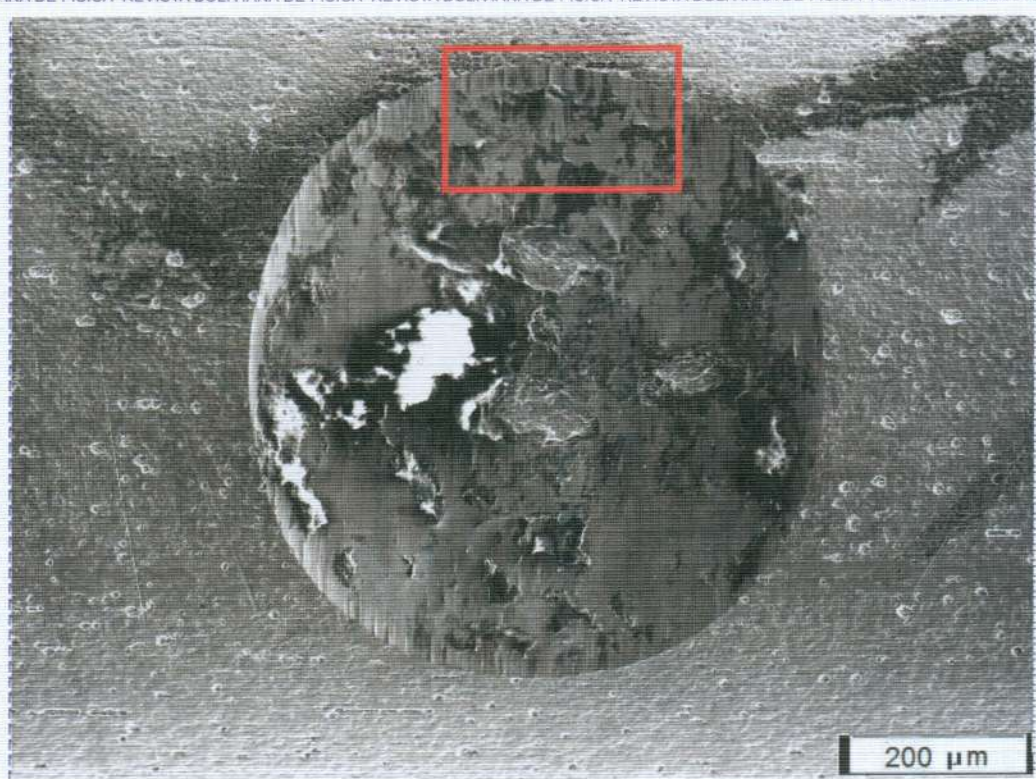


ISSN - 1562 - 3823

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 29

DICIEMBRE 2016 • LA PAZ - BOLIVIA



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS
CARRERA DE FÍSICA - UMSA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

Ésta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Dr. Diego Sanjinés Castedo
Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

Instituto de Investigaciones Físicas

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Email: avelarde@fiumsa.edu.bo
M. Sc. Javier Quispe
Email: javierlinux21@gmail.com

Carrera de Física

Dr. Armando R. Ticona Bustillos
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

CONSEJO EDITORIAL

Dr. Oscar Antonio Rondón

Institute of Nuclear and Particle Physics
University of Virginia
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901
804 924-6787, USA
Email: or@virginia.edu

Dr. Carlos Navia

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
Email: gfcnoj@if.uff.br

Dr. Yutao Xing

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
Email: xing@if.uff.br

Dr. Jorge Luiz Fernandes de Oliveira

Instituto de Geociências
Universidade Federal Fluminense
Campus Praia Vermelha
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-346, Niterói, RJ-Brasil
Email: jolufo@vm.uff.br

Dr. Nuno Miguel Melo Crokidakis Peregrino

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
Email: nuno@if.uff.br

ISSN 1562-3823



Revista Boliviana de Física

PUBLICACIÓN DE
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS
CARRERA DE FÍSICA
UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
Y
SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 29
DICIEMBRE DE 2016

Revista Boliviana de Física

ISSN 1562-3823

Indexada en: SciELO, Latindex, Periódica

<http://www.scielo.org.bo>

<http://www.latindex.unam.mx>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

Diseño: A. Ticona

Dirección: Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.

Tel: (591 2) 2792999; FAX: (591 2) 2792622.

Portada: Imagen frontal del daño por *fretting* en alambres de nitinol.

Formato $\LaTeX 2_{\epsilon}$. *Tipo de fuente utilizada:* newcentury

IMPRESO EN BOLIVIA — PRINTED IN BOLIVIA

CONTENIDO

A. ARTÍCULOS

RESULTADOS DEL TALLER “INSTRUMENTACIÓN EN FÍSICA DE PARTÍCULAS ELEMENTALES” COMO PARTE DEL PROYECTO <i>ESCARAMUJO</i> EN LA PAZ – BOLIVIA <i>N. Guachalla, S. Yáñez & C. Calle</i>	1
SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES CON CONDICIONES DE CONTORNO ABIERTAS POR EL MÉTODO DE MONTE CARLO <i>F. Suño</i>	6
ANÁLISIS DEL DAÑO POR <i>FRETTING</i> EN ALAMBRES DE NITINOL <i>C. E. Callisaya, S. Soria & H. Soul</i>	17

D. ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

19 ^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA, 9 ^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA <i>Bustos R. et al.</i>	23
--	----

RESULTADOS DEL TALLER “INSTRUMENTACIÓN EN FÍSICA DE PARTÍCULAS ELEMENTALES”
COMO PARTE DEL PROYECTO *ESCARAMUJO* EN LA PAZ – BOLIVIA

RESULTS OF THE WORKSHOP “INSTRUMENTATION IN ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS”
AS PART OF THE *ESCARAMUJO* PROJECT IN LA PAZ – BOLIVIA

NAOMI GUACHALLA ALARCÓN[†], SERGIO YÁÑEZ PAGANS[‡], & CARLA CALLE GARCÍA^{*}

Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física
Universidad Mayor de San Andrés
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635
La Paz - Bolivia

(Recibido 9 de junio de 2016; aceptado 6 de julio de 2016)

RESUMEN

En este trabajo mostramos los resultados obtenidos en el taller “Instrumentación en Física de Partículas Elementales” como parte del proyecto *Escaramujo*. Este proyecto consistió de la construcción de tres detectores con base en centelladores plásticos y fotomultiplicadores de silicio que utilizamos para medir la tasa de partículas cargadas (TPC) a diferentes altitudes (entre 3427 y 5238 msnm) y a una misma altitud (5238 msnm). Además, caracterizamos filtros de plomo de diferentes grosores mediante la medición de la TPC con los detectores ubicados debajo de éstos. Hallamos que la TPC crece exponencialmente con la altitud y que presenta fluctuaciones a una misma altitud. Por otro lado, nuestros resultados indican que filtros de plomo con grosores superiores a un valor crítico de 5 mm son capaces de absorber partículas cargadas, ocasionando un decrecimiento de tipo exponencial en la TPC en función del grosor, mientras que los filtros con grosor inferior a dicho valor ocasionan un incremento en la TPC.

Código(s) PACS: 95.55.Vj — 95.85.Ry — 95.45.+i

Descriptores: Detectores de partículas elementales y rayos cósmicos — Rayos cósmicos — Instalaciones de detección.

ABSTRACT

In this paper we show the results obtained in the workshop “Instrumentation in Elementary Particle Physics” as a part of the *Escaramujo* project which consisted of the construction of three detectors based on plastic scintillators and silicon photomultipliers that we used for measuring the rate of charged particles (TPC) at different altitudes (between 3427 and 5238 masl) and at the same altitude (5238 masl). Moreover, we characterized lead filters of different thicknesses by measuring the TPC with the detector located below them. We found that the TPC grows exponentially with altitude and that it has fluctuations at the same altitude. On the other hand, our results indicate that lead filters with thickness greater than a critical value of 5 mm are capable of absorbing charged particles, causing an exponential decrease in the TPC as a function of the thickness; meanwhile the filters with thickness lower than that value cause an increase in TPC.

Subject headings: Elementary particle and cosmic ray detectors — Cosmic rays — Observatories and site testing.

1. INTRODUCCIÓN

En 1911, Victor Hess descubrió que existía radiación penetrante en la atmósfera proveniente del espacio exterior y la denominó “rayos cósmicos”, término que engloba todo tipo de partículas que llegan a la Tierra provenientes del espacio exterior (Gaisser 1990). Además, dedujo que la intensidad

de la radiación producida por los rayos cósmicos secundarios aumenta con la altitud. Cuando los rayos cósmicos llegan a la atmósfera terrestre producen chubascos de partículas de alta energía, los cuales se desarrollan a lo largo de la misma debido a la interacción con los núcleos atómicos que se encuentran en el aire (Antoni et al. 2003).

Como parte del Proyecto Escaramujo¹ el Dr. Federico Izraelevitch dictó el taller: “Instrumentación

[†]naomiguuaa@physics.org

[‡]sergioyapa@physics.org

^{*}carlacalle@physics.org

¹ <http://es.escaramujoproject.org/>

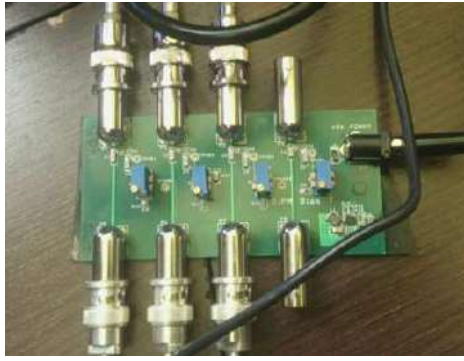


FIG. 1.— Fotografía del DV, se observan los canales de entrada y de salida en la parte superior e inferior, respectivamente. Éste fue empleado para regular el voltaje operativo manualmente.

en Física de Partículas Elementales” en distintas instituciones de Latinoamérica. Éste tuvo como objetivo construir y poner en marcha detectores de rayos cósmicos basados en centelladores plásticos y fotomultiplicadores de silicio (SiPM). Durante el taller dictado en La Paz – Bolivia utilizamos los detectores para tomar medidas de la TPC a una misma altitud y a diferentes altitudes, estas últimas tuvieron como fin reproducir los resultados del experimento de Victor Hess. Además, medimos la TPC con los detectores ubicados debajo de diferentes filtros de plomo a fin de comprobar su capacidad de absorber partículas cargadas.

En el presente trabajo analizamos los datos obtenidos durante el taller anteriormente mencionado. Encontramos que a una misma altitud la TPC presenta fluctuaciones y que existe una dependencia exponencial de la misma con la altitud. Además, comprobamos que los filtros de plomo que poseen un grosor superior a un cierto valor crítico (5 [mm]) son capaces de absorber partículas cargadas, mientras que los que poseen un grosor inferior a dicho valor incrementan la TPC, comportamiento que pudo deberse a interacciones de rayos γ con dichos filtros que generan un exceso de partículas cargadas.

2. DESCRIPCIÓN Y CONSTRUCCIÓN DEL DETECTOR

Construimos tres detectores² con centelladores plásticos (EJ-200, Eljen Technology) cuadrados de 25.5 cm de lado y 1.0 cm de grosor. Estos últimos emiten fotones visibles debido a interacciones electromagnéticas con partículas cargadas, principalmente ionización y excitación. Sin embargo, algunos de estos fotones poseen un ángulo de incidencia menor al ángulo crítico, lo que implica que estos no son reflejados por sus paredes y “escapan”. Con el fin de que todos estos fotones se refracten hacia el centellador nuevamente y sigan su trayectoria a través de él, recubrimos el mismo con papel tyvek blanco y con papel negro, este último para evitar el ingreso de fotones de fuentes externas al centellador. Dejamos espacio suficiente en ambas capas de papel para colo-

² De aquí en adelante, llamaremos a los detectores basados en centelladores plásticos y fotomultiplicadores de silicio (SiPM) simplemente como detectores.



FIG. 2.— Fotografía del conversor TDC que sirvió para digitalizar los pulsos eléctricos.

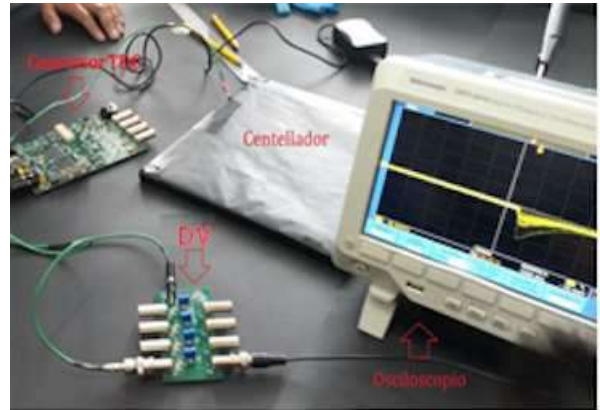


FIG. 3.— Fotografía de la conexión realizada para visualizar el pulso analógico en el osciloscopio con uno de los detectores. Realizamos la misma conexión para los otros detectores.

car el fotomultiplicador de silicio (SiPM³) cuadrado de 6 [mm] de lado, éste tenía la función de recibir la luz de centelleo, producir electrones, incrementar la cantidad de los mismos y convertirlos en un pulso eléctrico (Buzhan et al. 2003). Posteriormente, conectamos cada uno de estos detectores a un canal de entrada de un divisor de voltaje (denominado DV) que sirvió para regular manualmente el voltaje operativo (Fig. 1).

Conectamos el DV a un conversor TDC⁴ (QuarkNet (Rylander et al. 2010), proporcionado por Fermi-Lab) que tuvo como función digitalizar los pulsos eléctricos (Fig. 2). Además, conectamos el canal de salida del DV a un osciloscopio (Tektronix DPO 3034 300MHz 2.5GS/s) en el cual observamos un pulso analógico que nos permitió comprobar el correcto funcionamiento de cada detector (Fig. 3).

El ingreso de fotones a un detector genera una variación en el voltaje operativo, es por esto que exponamos cada detector a fuentes externas de luz y tomamos medidas de la variación en el voltaje operativo, esto con el fin de comprobar que no existan regiones en el detector por las que puedan ingresar los fotones de dichas fuentes.

³ A diferencia de un fotomultiplicador convencional, el SiPM opera en el orden de los voltios y no en el de los kilovoltios (Silicon photomultiplier 2016).

⁴ Time-to-Digital Converter.



FIG. 4.— Fotografía de la minicomputadora Raspberry PI2.

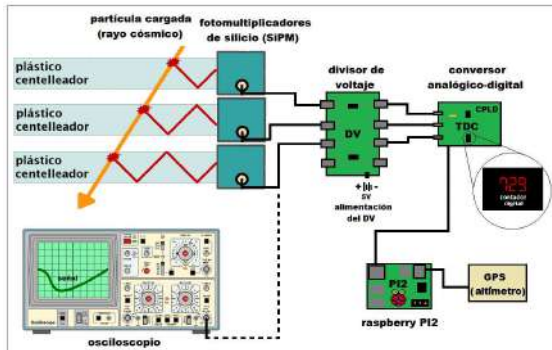


FIG. 5.— Diagrama del arreglo experimental para la toma de datos. Empleamos el osciloscopio únicamente para comprobar el correcto funcionamiento de los detectores.

Finalmente, apilamos los detectores y conectamos el convertidor TDC a la computadora Raspberry PI2 (Fig. 4), que mediante el programa Minicom (Minicom 2016) permitió ajustar los parámetros (umbral, trigger⁵, etc.) y recolectar datos. También conectamos un GPS a dicha computadora para medir la altitud (Fig. 5).

2.1. Calibración del detector

Con el fin de encontrar el voltaje operativo y el voltaje de umbral (mediante el cual se discriminan las partículas menos energéticas) adecuados de un detector para la toma de datos, medimos la TPC (en Hz^6) para diferentes voltajes y un umbral fijo. Realizamos esto para diferentes valores del umbral (20, 30 y 40 [mV]) y hallamos la región de plateau para cada uno de estos (Fig. 6). A partir de dichas regiones obtuvimos un intervalo del voltaje operativo (28.8–29.8 [V]) y un voltaje de umbral (30 [mV]), escogimos este último debido a que existe menor variación en los puntos en su región de plateau en comparación con las regiones de plateau correspondientes a otros valores del voltaje de umbral. A recomendación del Dr. Federico Izraelevitch, supusi-

⁵ Nos permite capturar las señales cuando se cumple una condición determinada en la señal, por ejemplo cuando ésta supera el umbral.

⁶ Hz = cuentas/s.

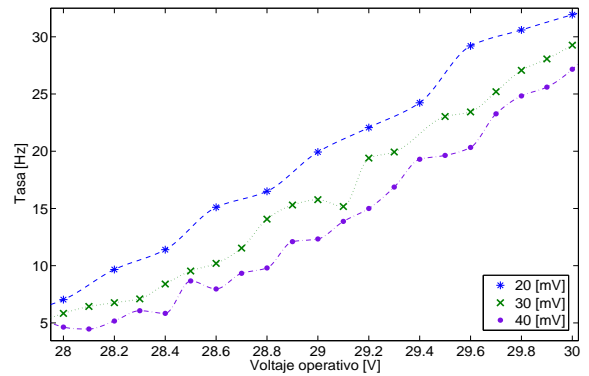


FIG. 6.— TPC en función del voltaje operativo para tres diferentes valores fijos del umbral (20, 30 y 40 [mV]). Nótese las regiones de plateau entre los valores 28.8 y 29.8 [V] de el voltaje operativo.

mos valores del voltaje operativo y del voltaje de umbral similares para los otros dos detectores, esto debido a que dichos detectores fueron manufacturados de igual manera.

3. TOMA DE DATOS EXPERIMENTALES

3.1. Medición de la TPC en función de la altitud

Este experimento consistió en medir la TPC a diferentes altitudes. Tomamos datos a lo largo de la trayectoria entre el Laboratorio de Rayos Cósmicos (LRC) de la Universidad Mayor de San Andrés ubicado en el campus de Cota Cota (3427 m.s.n.m.) (Fig. 7) hasta el Laboratorio de Chacaltaya (5238 m.s.n.m.). Medimos la TPC en intervalos de 2 minutos con el fin de tener datos suficientes para realizar un análisis estadístico y tener una tendencia clara entre las variables estudiadas.

Se realizó un segundo experimento, el cual consistió en medir la TPC a una misma altitud en el Laboratorio de Chacaltaya (5238 m.s.n.m.). En este caso, medimos la TPC en intervalos de 5 minutos a lo largo de 1.5 horas, nuevamente para tener datos suficientes para realizar un análisis estadístico y tener una tendencia clara. El error en la medida de la TPC se debe a fluctuaciones de la misma, por lo que a través de los datos obtenidos en este experimento (Fig. 10) pudimos calcular el error porcentual (0.4%). Como se mencionó anteriormente, tomamos datos para una única altitud, por lo que no sabemos el error asociado a la TPC a diferentes altitudes, sin embargo, este experimento nos da una idea de su valor.

3.2. Caracterización de filtros de plomo

Este experimento consistió en medir la TPC con los detectores ubicados debajo de filtros de plomo para estudiar su capacidad de absorber las partículas menos energéticas. Empleamos filtros de plomo de diferentes grosores (5, 10, 15, ..., 40 [mm]) como se muestra en la Fig. 8.

4. RESULTADOS

4.1. Medición de la TPC en función de la altitud



FIG. 7.— Trayecto realizado entre el Campus Universitario ($16^{\circ}32'19.64''$ Lat. S, $68^{\circ}3'59.00''$ Long. W) y el Laboratorio de Chacaltaya ($16^{\circ}21'11.78''$ Lat. S, $68^{\circ}7'53.22''$ Long. W), con una diferencia de altitudes de 1811 [m].

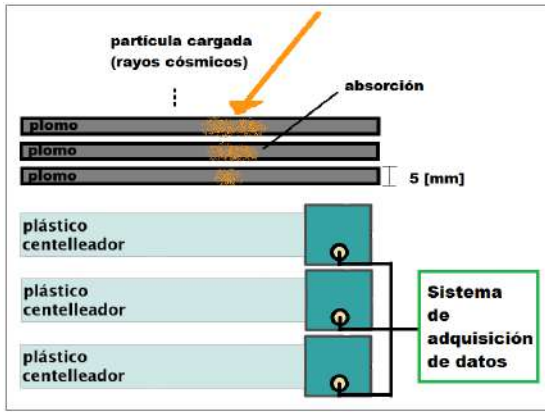


FIG. 8.— Diagrama de los detectores con filtros de plomo de 5 [mm] de grosor ubicados sobre ellos. La variación en el grosor de los filtros de plomo consistió en una superposición paulatina de filtros.

Los resultados hallados para la TPC a diferentes altitudes se muestran en la Fig. 9. Realizamos un ajuste exponencial con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.972$.

La ecuación que mejor describe el comportamiento de los datos está dada por la ecuación (1)

$$T(h) = ae^{bh}, \quad (1)$$

donde T es la TPC, h es la altitud y a , b son coeficientes dados por

$$\begin{aligned} a &= 5.9 \pm 0.8, \\ b &= 0.0003 \pm 0.0001. \end{aligned} \quad (2)$$

Por otro lado, los resultados hallados para la TPC a una misma altitud se muestran en la Fig. 10.

4.2. Caracterización de filtros de plomo

Los resultados hallados para la TPC con los detectores ubicados debajo de diferentes filtros de plomo se muestran en la Fig. 11. Observamos un incremento de la TPC con filtros con grosores menores al valor crítico, el cual es 5 [mm]. Además, observamos

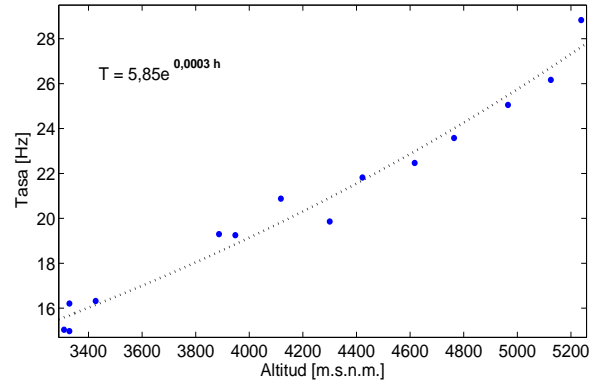


FIG. 9.— Datos tomados durante la subida a Chacaltaya ajustados a una función exponencial y su respectiva ecuación. La TPC máxima es 28,83 [Hz] a una altitud de 5238 m.s.n.m y la mínima es 14,98 [Hz] a una altitud de 3329 m.s.n.m. Resultados semejantes se presentan en los experimentos realizados por Víctor Hess (Hess 1912).

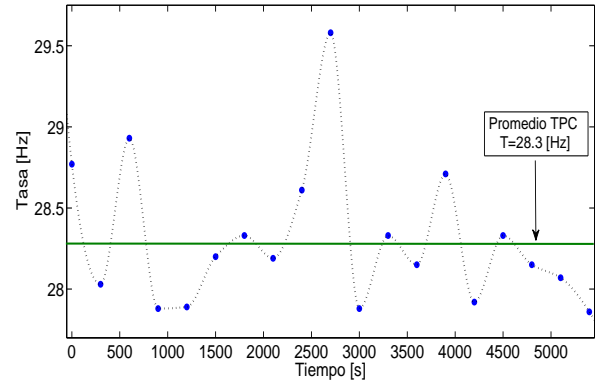


FIG. 10.— Medidas de la TPC durante 1.5 horas a una misma altitud (5240 m.s.n.m.), con un valor máximo de 29.58 [Hz] y un mínimo de 27.86 [Hz]. El valor promedio de la TPC es 28.30 [Hz] con una desviación estándar $\sigma = 0.45$ y un error de 0.10. Podemos apreciar las fluctuaciones en la TPC para diferentes tiempos.

un decrecimiento de la misma con filtros con grosores superiores a dicho valor.

La ecuación más simple que describe satisfactoriamente el comportamiento de los datos, con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.999$, está dada por la ecuación (3)

$$T(x) = Ae^{Bx} + Ce^{Dx}, \quad (3)$$

donde T es la TPC, x es el grosor del filtro de plomo y A , B , C , D son coeficientes dados por:

$$\begin{aligned} A &= 39.4 \pm 0.9 \text{ [Hz]}, \\ B &= -0.099 \pm 0.001 \text{ [mm}^{-1}\text{]}, \\ C &= -12.5 \pm 1.2 \text{ [Hz]}, \\ D &= -0.7 \pm 0.4 \text{ [mm}^{-1}\text{]}. \end{aligned}$$

⁷ Este coeficiente se conoce como “longitud de radiación” que es la distancia media a la cual un electrón pierde toda su energía (excepto $1/e$) mediante bremsstrahlung (Groom & Klein 2000).

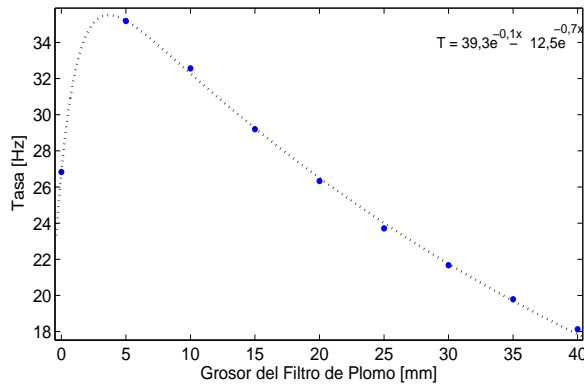


FIG. 11.— Medidas de la TPC con filtros de plomo de diferentes grosores. Estos datos fueron tomados en el Laboratorio de Chacaltaya (5238 m.s.n.m.).

5. CONCLUSIONES

Encontramos que la TPC crece exponencialmente con la altitud y que la misma fluctúa en el intervalo $27.86 \leq T \leq 29.58$ [Hz] al ser medida a una misma altitud (Laboratorio de Chacaltaya (5238 m.s.n.m.)). Además, encontramos que los filtros de plomo con grosores menores al valor crítico ($x \leq 5$ [mm]) son incapaces de absorber partículas de la TPC dado que estos incrementan la misma, este comportamiento

se describe por la ecuación de Bethe-Bloch (Bethe & Ashkin 1953). El mismo pudo deberse a las interacciones de rayos γ con dichos filtros, las cuales generan un exceso de partículas cargadas. Por otro lado, los resultados muestran que los filtros de plomo son absorbentes si tienen grosores superiores al valor crítico ($x > 5$ [mm]). El comportamiento de la TPC detectada debajo de los filtros mencionados puede ser modelado mediante una suma de dos funciones exponenciales con coeficientes (A , C) de signos opuestos y exponentes (B , D) negativos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Dr. Federico Izraelvitch, fundador del proyecto Escaramujo. A los docentes del laboratorio de rayos cósmicos de la Universidad Mayor de San Andrés: Dr. Martín Subieta, Dr. Hugo Rivera, Ing. Pedro Miranda. A los patrocinadores del proyecto Escaramujo: Senselight, Eljen Technology, RAICES, RE.C.A.R.MO, Consulado General de la República de Argentina, LAGO y Fermilab. Además a los participantes del proyecto Escaramujo: Maricela Flores (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla), César Cornejo, Kevin Cordero, Erick Berazain, Ronald Condori y Javier Ríos por su colaboración en la construcción de los detectores y en la toma de datos.

REFERENCIAS

- Antoni T. et al. (2003), *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* **513**, 490
- Bethe H. A. & Ashkin J. (1953), *Experimental nuclear physics* (E. Segre (Wiley, New York))
- Buzhan P. et al. (2003), *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* **504**, 48
- Gaisser T. K. (1990), *Cosmic rays and particle physics* (Cambridge University Press)
- Groom D. E. & Klein S. R. (2000), *The European Physical Journal C-Particles and Fields* **15**, 163
- Hess V. F. (1912), *Z. Phys.* **13**, 1084
- Minicom (2016), <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Minicom&oldid=717026370>
- Silicon photomultiplier (2016), https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Silicon_photomultiplier&oldid=705772134
- Rylander J. et al. (2010) *QuarkNet Cosmic Ray Muon Detector* (Users Manual—Series “6000” DAQ.)

SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES CON CONDICIONES DE CONTORNO ABIERTAS POR EL MÉTODO DE MONTE CARLO

SOLUTION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH OPEN BOUNDARY CONDITIONS BY THE MONTE CARLO METHOD

V. FRANZ SUXO MAMANI[†]

Carrera de Física

Universidad Mayor de San Andrés

c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635

La Paz - Bolivia

(Recibido 17 de junio de 2016; aceptado 15 de diciembre de 2016)

RESUMEN

El método estocástico de Monte Carlo se aplica para resolver ecuaciones diferenciales parciales que tienen condiciones de contorno abiertas, es decir, ecuaciones cuyo dominio de solución es infinito. Aplicamos este método a la ecuación de Laplace y a la ecuación de difusión, las cuales modelan fenómenos estacionarios y fenómenos de evolución temporal respectivamente, que son de mucho interés en la física. Como un primer paso se comprueba la eficacia del método de Monte Carlo al comparar los resultados numéricos con las soluciones analíticas de problemas conocidos. El siguiente paso fue aplicar el método a problemas físicos más complejos que no tienen solución analítica. Encontramos que en el caso de la ecuación de difusión, el método de Monte Carlo se aplica directamente sobre el dominio infinito del problema, mientras que en los métodos numéricos más comunes se requiere acotar el dominio del problema.

Código(s) PACS: 02.70.c — 02.70.Bf — 02.70.Uu

Descriptores: Técnicas computacionales y simulaciones — Método de diferencias finitas — Aplicaciones de métodos de Monte Carlo

ABSTRACT

The stochastic Monte Carlo method is applied to solve partial differential equations with open boundary conditions, i.e., equations that have solutions in an infinite domain. First, we test the effectiveness of the Monte Carlo method by comparing results with the analytical solutions of known problems. Next, we applied the method to more complex physical problems that have no analytical solution. We found that in the case of the diffusion equation, the Monte Carlo method is applied directly on the infinite domain of the problem, while in the most popular numerical methods a bound solution domain is required.

Subject headings: Computational techniques and simulations — Finite-difference methods — Applications of Monte Carlo methods

1. INTRODUCCIÓN

Fenómenos físicos en estado estacionario o en evolución temporal son expresados y modelados a través de EDP's elípticas y parabólicas respectivamente. Dependiendo de la complejidad de las condiciones de contorno y las condiciones iniciales, existen soluciones analíticas sólo para casos simples y/o situaciones ideales. El grado de complejidad es aún mayor cuando las condiciones de contorno son abiertas, es decir cuando ciertos fenómenos físicos presentan el dominio de solución extendiéndose hasta el infinito, localizando las condiciones de contorno de manera parcial o total en el infinito.

Para fenómenos que tienen dominios de solución finito, existen varios métodos numéricos como por ejemplo: Diferencias Finitas, Elementos Finitos y Redes de Boltzmann sólo por mencionar algunos. Mientras que, para fenómenos con dominios de solución infinito no se cuenta con una metodología numérica específica, pero en éstos casos aún se pueden utilizar los métodos numéricos citados.

La metodología numérica trabaja sólo sobre EDP's que tienen dominios de solución discretizado y finito, debido a que generalmente se recurre al uso de matrices para representar el dominio de solución, que obviamente debe ser finito. Por tanto, al aplicar algún método numérico para resolver una EDP que tiene un dominio de solución infinito, es necesario

[†]email: fsuxo@fiumsa.edu.bo

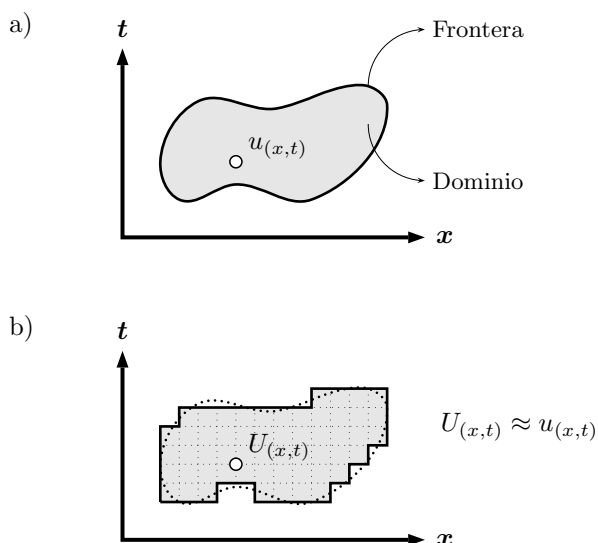


FIG. 1.— Dominio de solución de una EDP de variable espacio-temporal. a) Dominio de solución continuo, y su respectivo b) Dominio de solución discretizado.

acotar de alguna manera su dominio de solución. En Sanjinés (2006) se resuelve la ecuación de Laplace que tiene un contorno abierto mediante el método de Diferencias Finitas, previamente acotando el dominio de solución infinito hasta una distancia razonable con respecto al centro del dominio.

Otra alternativa numérica un tanto diferente para resolver EDP's es el método de Monte Carlo, en ésta metodología se discretiza la EDP mediante Diferencias Finitas, pero no se requiere del uso de matrices para resolver la ecuación en ningún momento. El proceso de discretización por Diferencias Finitas sólo es necesario para obtener las Probabilidades de Transición, que se utilizan en los Paseos Aleatorios que se simulan a través de todo el dominio de solución, tal como se puede ver en Suxo (2011). En síntesis, la solución de una EDP por Monte Carlo se resume a: conteos, sumas y promedios, además no es necesario resolver globalmente el dominio de solución como en los otros métodos citados, se puede resolver sólo una parte de interés, e inclusive un sólo punto del dominio.

El método de Monte Carlo con las características intrínsecas que tiene, resulta ser un buen candidato para abordar fenómenos físicos que presentan un dominio de solución infinito. En este trabajo se aplica ésta metodología estocástica a dos fenómenos específicos: el potencial y la difusión, procesos que son gobernados por las ecuaciones de Laplace y Difusión respectivamente. En primera instancia, se resuelven problemas bien conocidos que tienen soluciones analíticas con el fin de comparar resultados y observar la confiabilidad del método, y finalmente, el método se aplica a situaciones más complejas y reales que no cuentan con solución analítica alguna.

2. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE UNA EDP Y CONDICIONES DE CONTORNO

2.1. Solución numérica de una EDP

Si un determinado fenómeno físico $u = u(x,y,z,t)$ es expresado mediante una EDP, las condiciones de contorno y/o las condiciones iniciales de la ecuación se encargan de particularizar y definir por completo la naturaleza del fenómeno. Las condiciones de contorno están relacionadas a las variables espaciales (x, y, z) , mientras que, las condiciones iniciales sólo a la variable temporal (t) , pero entre ambas condiciones forman la frontera¹ del dominio de solución de la EDP (véase Fig:1a, para el caso $u(x,t)$), siendo la condición inicial también un contorno.

Resolver una EDP mediante métodos numéricos, significa discretizar el dominio de solución y su respectiva frontera (véase Fig:1b, para el caso $U(x,t)$). Este proceso genera un sesgo de error en las soluciones halladas por el método numérico $U(x,t)$ respecto a la solución exacta $u(x,t)$. Pero siempre es posible aproximar la solución numérica a la exacta $U(x,t) \approx u(x,t)$, reduciendo el error de la solución hasta un grado de tolerancia según la forma de discretización² (Sheid (1968), Kreyszig (2006)).

La solución numérica $U(x,t)$ es un conjunto discreto y finito que se expresa mediante una matriz:

$$U_{(x,t)} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & \cdots & U_{1m} \\ U_{21} & U_{22} & & & U_{2m} \\ U_{21} & & & & \\ \vdots & & & & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & & \cdots & U_{nm} \end{pmatrix}$$

donde, la configuración de los elementos de ésta matriz depende del tipo de EDP y su respectiva forma de discretización. Para hallar la solución $U(x,t)$ se procede a través de operaciones matriciales o resolver directamente el sistema de ecuaciones lineales (Sheid (1968), Press (2007)).

2.2. Condición de Contorno Abierto (CCA)

Existen fenómenos físicos que tienen propiedades infinitas o fenómenos que interactúan con un entorno infinito, como por ejemplo: materia de dimensiones infinita ó materia que se encuentra en un medio infinito, respectivamente. Las EDP's que representan éstos fenómenos físicos, manifiestan el dominio de solución de forma infinita ubicando la frontera en el infinito, es decir la frontera es abierta y el dominio es infinito.

Si un dominio de solución infinito es sometido a una discretización, tanto el dominio como la frontera resultan ser también infinitos. Por tanto las condiciones de contorno discretizadas son abiertas, pero están referidas especialmente a la dimensión espacial y no a la dimensión temporal que es en sí un contorno abierto natural, que se extiende desde el presente $(t = 0)$ hasta un tiempo futuro $(t \rightarrow \infty)$.

¹ En el caso más general la frontera encierra a un hiper-espacio $xyzt$ y en un caso sencillo-didáctico encierra a un plano xt .

² Por ejemplo: en EDP's elípticas se utiliza el método de discretización de Liebmann, mientras que, en las parabólicas se hace uso del método de Crank-Nicolson.

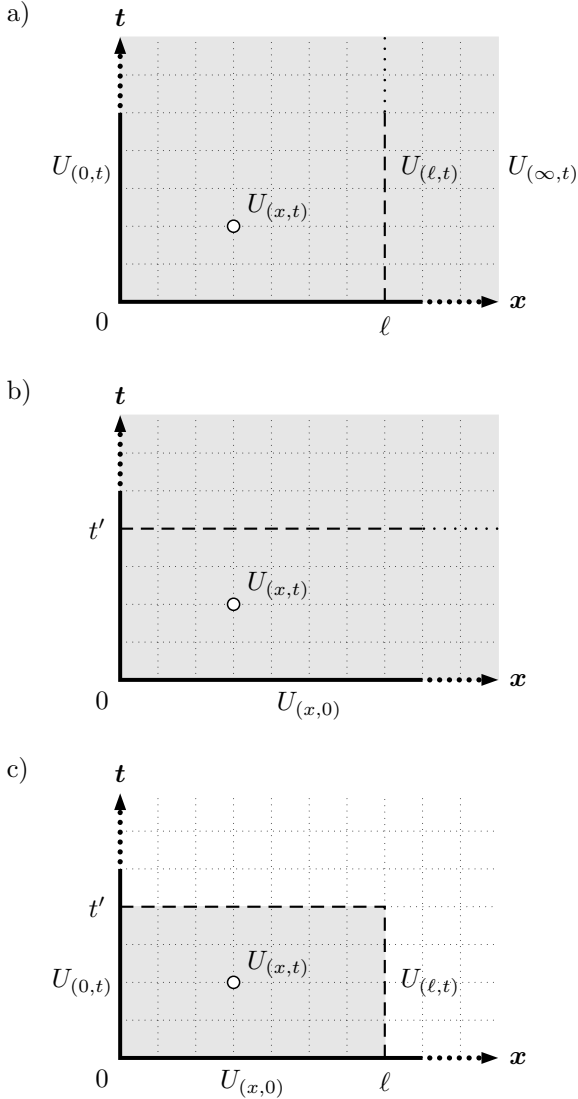


FIG. 2.— Procedimiento para acotar un dominio de solución infinito y discretizado de una EDP de variable espacio–temporal. Proceso: a) *espacial* y b) *temporal*. c) Dominio de solución acotado.

2.3. Solución Numérica de EDP's con CCA's

Para resolver numéricamente EDP's con CCA's que previamente fué discretizado, es necesario acotar el dominio de solución infinito: espacialmente y temporalmente. En el proceso de acotamiento del dominio infinito, es importante diferenciar entre el acotamiento debido a la parte: *espacial* y *temporal*.

En el acotamiento espacial el contorno $U_{(\infty,t)}$ es trasladado desde el infinito hasta una posición finita $x = \ell$ (véase Fig:2a), y ésta acción implica realizar una nueva aproximación $U_{(\infty,t)} \approx U_{(\ell,t)}$ en la solución de la EDP, además de la aproximación debido a la discretización numérica. Mientras que, en el acotamiento temporal el contorno de la condición inicial $U_{(x,0)}$ se ubican en $t = 0$, y el contorno ubicado en una posición $t' > 0$ no contiene datos del problema (véase Fig:2b), lo que indica que sólo se realiza un corte (No es un proceso de traslado de contorno!) en el dominio de solución sin generar aproximación alguna en la solución de la EDP.

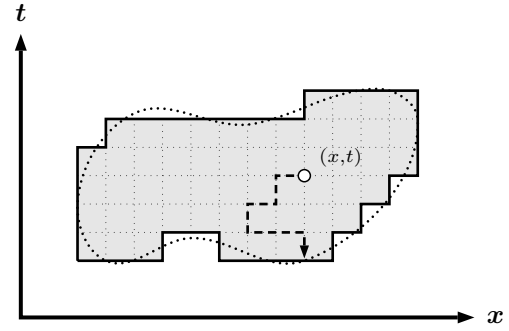


FIG. 3.— Paseo aleatorio sobre un dominio de solución discretizado de una partícula que emerge del punto (x, t) y termina en la frontera del dominio.

La razón principal para acotar el dominio de solución de una EDP con CCA, es transformar el dominio infinito a un dominio finito, con el fin de obtener un conjunto de solución $U_{(x,t)}$ finito (véase Fig:2c). A continuación, para hallar la solución de la EDP se puede proceder de la misma manera estandar, tal como se describió para la solución de una EDP con dominio de solución finito.

3. CONDICIONES DE CONTORNO ABIERTAS Y EL MÉTODO MONTE CARLO

3.1. Solución de EDP's por Monte Carlo

El método Monte Carlo es otra metodología numérica para resolver EDP's y es una conjunción de dos métodos: Diferencias Finitas y Paseos Aleatorios (Random Walk). La discretización de una EDP y su dominio de solución a través de Diferencias Finitas, otorga las *Probabilidades de Transición* que requieren los Paseos Aleatorios que se simulan computacionalmente en el dominio de solución discretizado. Para más detalles ver Suxo (2011).

Según el método Monte Carlo, el dominio de solución es el ámbito donde se realizan los paseos aleatorios de un número de partículas N que emergen de un determinado punto del dominio (x, t) . Termina el paseo de una partícula cuando llega a la frontera del dominio (véase Fig:3), y finalmente se procede a: contar, sumar y promediar los valores de la frontera donde llegaron las partículas para obtener la solución $U_{(x,t)}$. A medida que se incrementa el número de partículas N se obtiene un mayor grado de exactitud en las soluciones $U_{(x,t)}$ (Sheid (1968)).

Introducir Diferencias Finitas en Monte Carlo para resolver una EDP, no significa realizar un tratamiento matricial en dicho proceso. En el método de Monte Carlo, no es necesario el uso de matrices u otro recurso matemático para representar el dominio de solución, siendo ésta la diferencia fundamental con las demás metodologías, como ser: Diferencias Finitas, Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, Redes de Boltzmann, . . . , etc (Sheid (1968), Press (2007), Mohamad (2011)). Otra particularidad crucial del método Monte Carlo, radica en que no es necesario resolver simultáneamente la totalidad del dominio de solución (discreto), porque se procede a resolver el dominio punto a punto, es decir se puede resolver el dominio de solución de manera: total, par-

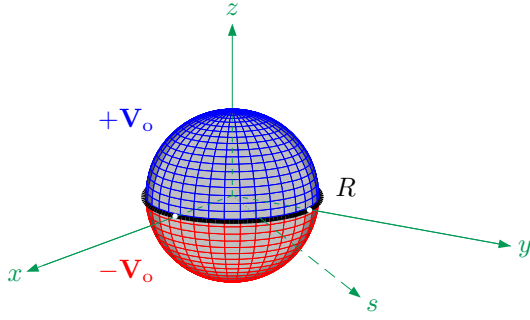


FIG. 4.— Capacitor esférico de radio R conformado por dos hemisferios cargados contrariamente a un mismo potencial V_0 .

cial o un punto individual.

3.2. Solución de EDP's con CCA's por Monte Carlo

Con las características expuestas que tiene el proceso de Monte Carlo más las diferencias mencionadas con otras metodologías, el método Monte Carlo es el adecuado para resolver (numéricamente) EDP's con CCA's por las siguientes razones:

- Es posible abordar EDP's que poseen dominios de solución infinitos a través de simulaciones computacionales, porque no se requieren herramientas matriciales. Caso contrario se necesitan matrices (arreglos) infinitas que no existen e imposibles en un computador.
- No es necesario resolver de manera total el dominio de solución de una EDP. Es posible resolver sólo una región de interés, evitando así el alto costo computacional, es decir: largos tiempos de simulación—ejecución.
- Es posible programar el paseo aleatorio de partículas sobre un dominio de solución infinito, debido a que durante la trayectoria no se realiza registro de datos. Sólo se verifica el punto de la frontera al cuál llega una partícula para proceder a sumar su valor.

Para resolver satisfactoriamente EDP's con CCA's mediante el método de Monte Carlo, es imperativo garantizar que: **los paseos aleatorios arriben a buen puerto**, es decir *las partículas que emergen de un punto del dominio deben terminar necesariamente en la frontera* (en una condición de contorno ó condición inicial). De lo contrario, el paseo aleatorio de una partícula no terminaría jamás.

La forma de proceder para garantizar que un paseo aleatorio arribe a buen puerto, depende del fenómeno físico (tipo de EDP: elíptica, parabólica o hiperbólica). A continuación, se ilustra en detalle la manera de garantizar el requisito mencionado, resolviendo las ecuaciones de: Laplace y Difusión, que modelan fenómenos estacionarios y de evolución temporal respectivamente.

3.3. Ecuación de Laplace

La ecuación de Laplace pertenece al tipo EDP elíptica, por tanto representa a fenómenos estacionarios y tiene como frontera del dominio sólo condiciones de contorno.

Problema: Capacitor esférico de radio R conformado por dos hemisferios que se encuentran a un mismo potencial eléctrico V_0 pero de signo contrario (véase Fig:4). Hallar el potencial fuera del capacitor.

Solución: Debido a la geometría del capacitor, el potencial eléctrico se expresa en coordenadas esféricas $u = u(r, \theta, \phi)$ y por su simetría azimutal ($\phi = \text{cte}$) finalmente es expresado como: $u = u(r, \theta)$. La EDP que modela el potencial eléctrico y sus respectivas condiciones de contorno se muestran a continuación:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1)$$

$$u_{(R, \theta)} = f(\theta) = \left. \begin{array}{l} +V_0 \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ -V_0 \quad \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u(r, \theta) = 0$$

donde, la ecuación representa a una EDP con CCA.

Para resolver el problema mediante el método de Monte Carlo, en primer lugar se debe discretizar la EDP (Ec:1) a través del método de Diferencias Finitas utilizando las siguientes aproximaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \approx \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} \\ \frac{\partial u}{\partial r} \approx \frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2 \Delta r} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \approx \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{(\Delta \theta)^2} \\ \frac{\partial u}{\partial \theta} \approx \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j-1}}{2 \Delta \theta} \end{array} \right\} \quad (3)$$

donde, el valor discreto: $U_{i,j} \equiv U_{(i\Delta r, j\Delta \theta)} \approx u_{(r, \theta)}$ y de manera semejante se relacionan los valores vecinos. Las derivadas angulares se desarrollan en *diferencias finitas centrales* para obtener una simetría polar (necesaria en el contorno periódico, ver Fig:5), mientras que, en las derivadas radiales es indiferente cualquier desarrollo.

Reemplazando las Ecs:3 en la Ec:1 y despejando el punto central $U_{i,j}$ se obtiene la ecuación que otorga las Probabilidades de Transición (Ec:4) hacia los cuatro puntos vecinos:

$$U_{i,j} = \frac{1 + \alpha}{2(1 + \beta)} U_{i+1,j} + \frac{1 - \alpha}{2(1 + \beta)} U_{i-1,j} + \frac{\beta + \gamma}{2(1 + \beta)} U_{i,j+1} + \frac{\beta - \gamma}{2(1 + \beta)} U_{i,j-1} \quad (4)$$

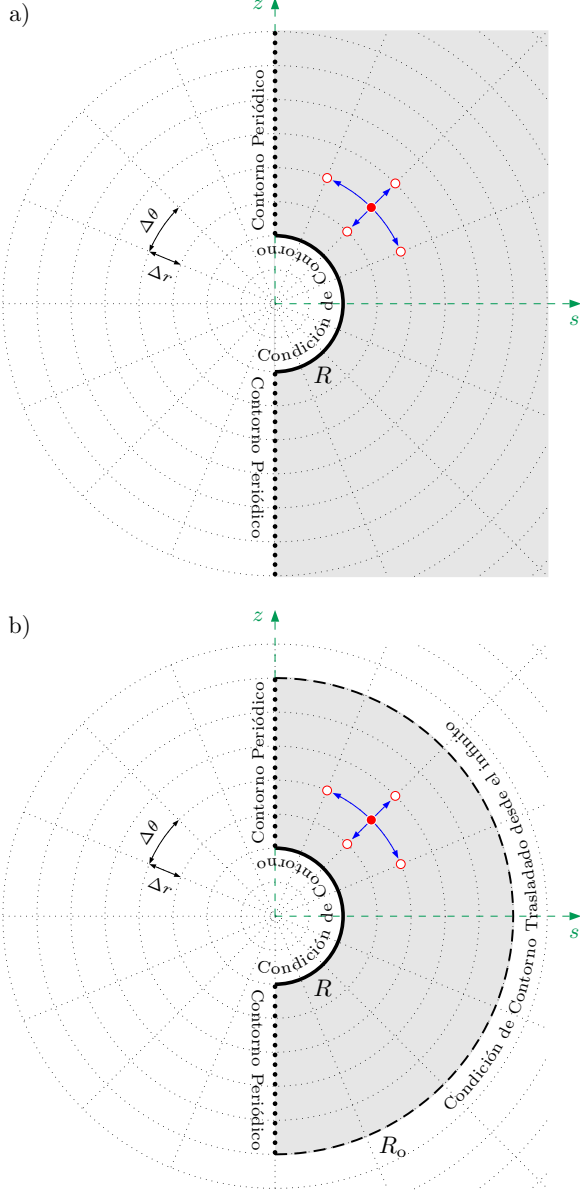


FIG. 5.— Proceso para acotar un dominio de solución infinito más sus respectivas condiciones de contorno. Dominio: a) Semi-anillo infinito y b) Semi-anillo acotado.

donde, las variables α , β y γ tienen valores igual a:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{i} \\ \beta &= \frac{1}{(i \Delta\theta)^2} \\ \gamma &= \frac{1}{2 i^2 \Delta\theta \tan(j \Delta\theta)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Las Probabilidades de Transición (Ec:4) son la herramienta del método de Monte Carlo para resolver la ecuación de Laplace (Ec:1), simulando paseos aleatorios sobre el dominio de solución: el semi-anillo infinito adherido al plano sz (véase Fig:5a). La fron-

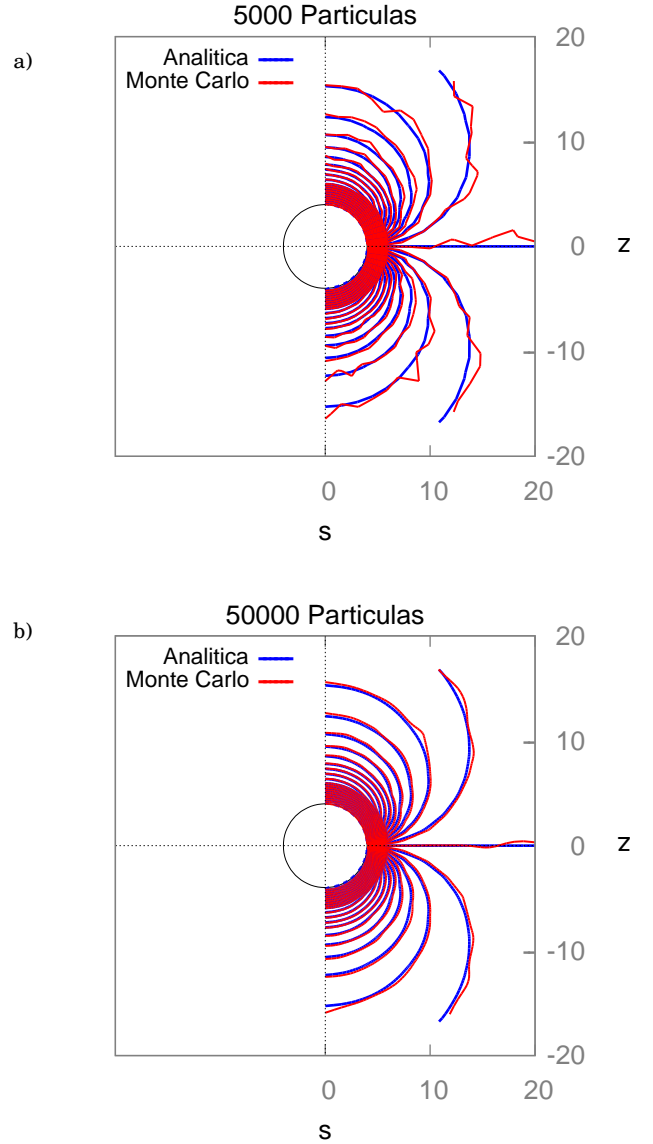


FIG. 6.— Líneas equipotenciales (del potencial eléctrico) obtenido via: Monte Carlo Vs. Solución Analítica. Simulación: a) 5000 partículas y b) 50000 partículas.

tera del dominio está conformada por: a) un contorno periódico a lo largo del eje z , más dos contornos semi-circulares de b) radio R y c) radio infinito³.

El paseo aleatorio acaba su recorrido sólo cuando arriba al contorno semi-circular de radio R , si por el contrario en su paso se encuentra con un contorno periódico, el paseo sufre una reflexión especular debido a la simetría polar continuando su recorrido⁴.

³ El radio infinito no es posible representar gráficamente. Por otra parte, el eje s se encuentra confinado al plano xy y puede asignarse cualquier dirección debido a la simetría azimutal.

⁴ Sumando los términos angulares $U_{i,j+1}$ y $U_{i,j-1}$ se genera el término de reflexión especular $U_{i,j\pm 1}$. Por tanto, cuando la partícula se encuentra en el eje z se utiliza la ecuación:

$$U_{i,j} = \frac{1+\alpha}{2(1+\beta)} U_{i+1,j} + \frac{1-\alpha}{2(1+\beta)} U_{i-1,j} + \frac{2\beta}{2(1+\beta)} U_{i,j\pm 1}$$

de manera similar se relacionan los valores vecinos. Es necesario utilizar *diferencias finitas hacia atrás* en la derivada temporal, para obtener el sentido de la dirección temporal (eje vertical) hacia el pasado

(abajo), ver Fig:8.

Reemplazando las Ecs:9 en la Ec:7 y depejando el punto central $U_{i,k}$ se obtiene la ecuación que otorga las Probabilidades de Transición (Ec:10) hacia los tres puntos vecinos:

$$U_{i,k} = \frac{\alpha}{2\alpha+1} U_{i+1,k} + \frac{\alpha}{2\alpha+1} U_{i-1,k} + \frac{1}{2\alpha+1} U_{i,k-1} \quad (10)$$

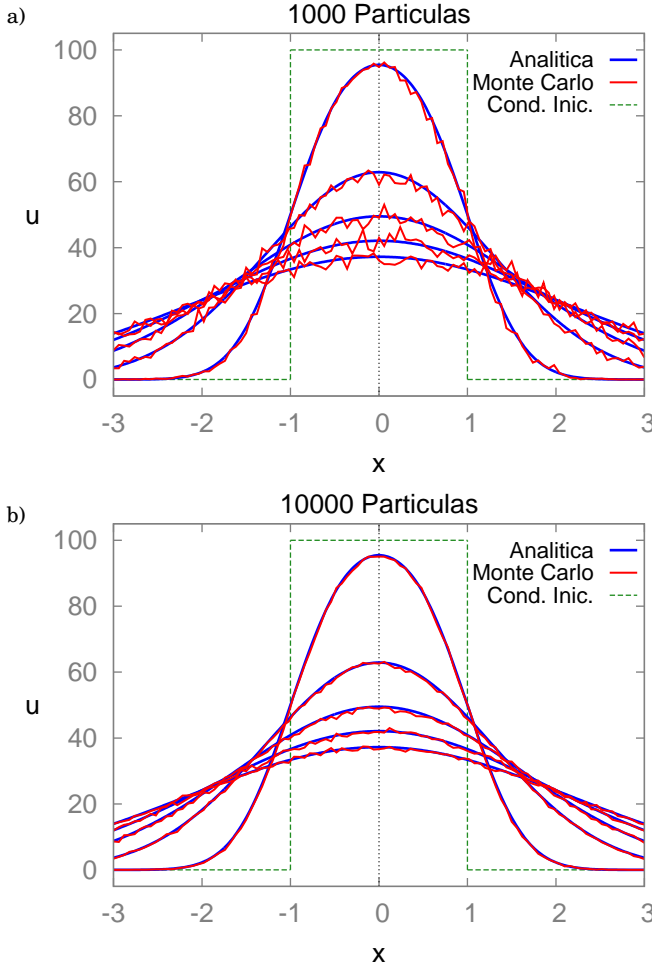


FIG. 9.— Evolución temporal de la temperatura en la varilla obtenido via: Monte Carlo Vs. Solución Analítica. Simulación: a) 1000 partículas y b) 10000 partículas.

donde, el valor α es el criterio de convergencia⁷ igual:

$$\alpha = \lambda \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (11)$$

Las Probabilidades de Transición (Ec:10) usados en Monte Carlo resuelven la ecuación de Difusión (Ec:7), simulando paseos aleatorios sobre el dominio de solución: el semi-plano infinito xt (véase Fig:8). La frontera del dominio está conformada por: a) Dos condiciones de contorno (líneas verticales infinitas) ubicados en el infinito positivo y negativo del eje

⁷ El método Diferencias Finitas impone que se cumpla: $\alpha < \frac{1}{2}$.

x , más b) una condición inicial (línea horizontal infinita) extendida a lo largo del eje x .

Los paseos aleatorios tienen tres direcciones de transición: dos horizontales (izquierda–derecha) y una vertical hacia abajo (véase Fig:8). Por tanto, los paseos aleatorios en su recorrido van bajando gradualmente para finalmente terminar en la condición inicial, y no en las condiciones de contorno ubicadas en el infinito⁸. En conclusión, *que un paseo aleatorio arribe a buen puerto: ¡está garantizada!* sin la necesidad de acotar el dominio de solución infinito.

Resultado: La evolución temporal de la temperatura en la varilla infinita es una superficie $u = u(x,t)$, pero se representa mediante la función $u = u(x)$ por cada t con el fin de comparar con la solución analítica (Simmons (2002), Kreyszig (2006)) siguiente:

$$u_{(x,t)} = \frac{T_0}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{L/2 - x}{2\sqrt{\lambda t}} \right) - \operatorname{erf} \left(-\frac{L/2 + x}{2\sqrt{\lambda t}} \right) \right] \quad (12)$$

donde, los datos: $L = 2 \text{ cm}$, $T_0 = 100^\circ \text{C}$ y $\lambda = 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Los paseos aleatorios se realizan sobre un dominio semi–infinito (sin acotar) igual a: $|x| < \infty$ y $0 \leq t \leq \frac{17}{8} \text{ s}$, donde para un determinado punto del dominio ($i\Delta x, k\Delta t$) se simulan: $N = 1000$ y 10000 partículas. En el proceso de discretización del dominio de solución, en la parte espacial: $\Delta x = 3L/100$ con $i = -50, -49, \dots, 0, \dots, 49, 50$ y en la parte temporal: $\Delta t = (\frac{17}{8} \text{ s})/1190$ con $k = 0, 1, 2, \dots, 1190$.

Se obtuvieron resultados $U_{(i\Delta x, k\Delta t)}$ para una parte central de la varilla: $|x| \leq \frac{3}{2}L$ para cinco instantes de tiempo: $t = \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{9}{8}, \frac{13}{8}, \text{ y } \frac{17}{8} \text{ s}$, que se exponen en la Fig:9 en comparación con la solución analítica (Ec:12). La figura muestra la efectividad del método Monte Carlo, y también su precisión a medida que se incrementa el número de partículas simuladas computacionalmente.

4. APLICACIONES

La efectividad del método Monte Carlo para resolver EDP's con CCA's ha sido comprobada, ahora se aplica la metodología descrita para resolver problemas que no cuentan solución analítica.

4.1. Potencial eléctrico entre una Esfera hueca y una Varilla delgada

⁸ Respetando el criterio de convergencia, la probabilidad de un paso hacia abajo es: $P_{(\alpha < \frac{1}{2})} > 50\%$. Es decir, es más probable el movimiento vertical (hacia la condición inicial) a los horizontales.

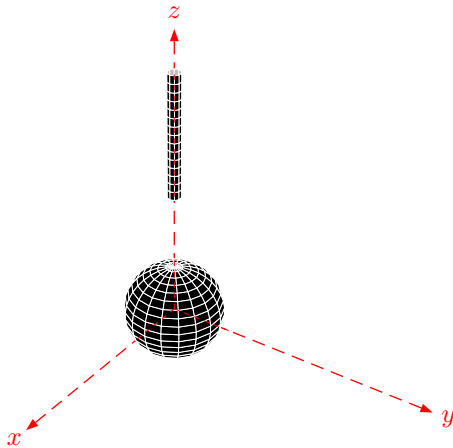


FIG. 10.— Sistema conformado por una esfera y una varilla.

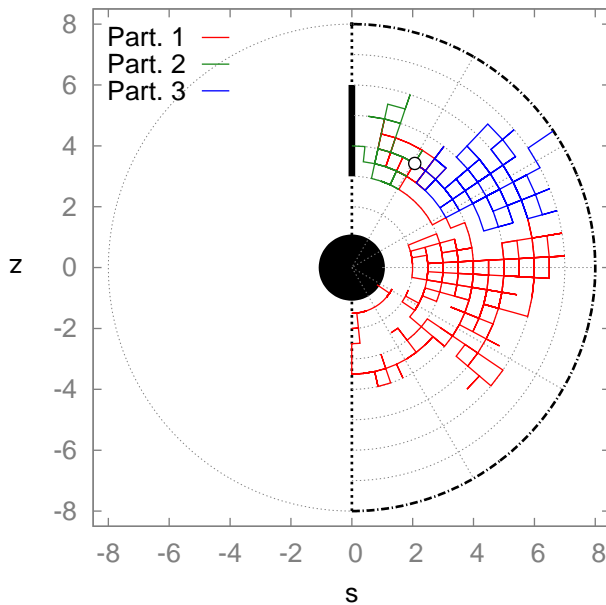


FIG. 11.— Paseos aleatorios simulados computacionalmente sobre el dominio (acotado) del sistema de la Fig:10.

El estudio realizado al capacitor esférico en la Sec:3.3 es la base de este problema. Ahora, el capacitor es la esfera hueca y una varilla delgada se incluye radialmente al sistema (véase Fig:10). El problema consiste en encontrar el potencial eléctrico de interacción entre ambos objetos.

En el dominio de solución (previamente acotado) donde se producen los paseos aleatorios se incluye la varilla⁹, tal como se ve en la Fig:11. La figura muestra tres paseos aleatorios (de partículas) simulados computacionalmente: 1) la roja arriba a la esfera previamente pasando por un contorno periódico, 2) la verde arriba a la varilla y 3) la azul arriba al con-

⁹ La inclusión de la varilla en el dominio, no rompe la simetría azimutal del problema debido a su posición estratégica.

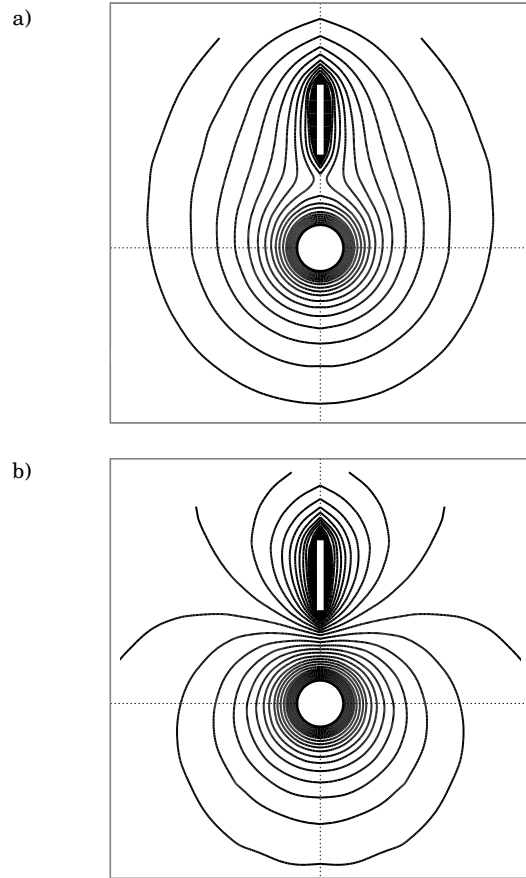


FIG. 12.— Líneas equipotenciales (del potencial eléctrico) entre una esfera y una varilla obtenido via Monte Carlo. a) Ambas del mismo signo y b) de signo contrario.

torno trasladado desde el infinito.

En el estudio, los contornos Esfera–Varilla se encuentran a un mismo potencial eléctrico $\pm V_0$ en dos casos diferentes: a) ambas del mismo signo y b) de signo contrario. Los resultados obtenidos en ambas situaciones se exponen en la Fig:12, los cuales se representan por líneas equipotenciales.

4.2. Difusión de la Concentración de un sector circular en el Plano

Se estudia la ecuación de Difusión en coordenadas polares, y los detalles para transformar la EDP en una ecuación de Probabilidades de Transición se expone en el Ape:A. El problema consiste en encontrar la evolución temporal de una determinada configuración de concentración: $u = u(r, \theta, t)$, que en un inicio tiene la forma de un sector circular (véase Fig:13).

El dominio de solución es un volumen cilíndrico infinito (que descansa sobre el plano xy), por tanto su frontera está conformada por: a) el área lateral cilíndrica (de radio y altura infinita) ubicada en el infinito como *condición de contorno*, más b) el círculo (de radio infinito) ubicado sobre el plano xy como *condición inicial* (véase Fig:14).

Un paso aleatorio tiene cinco posibles direcciones de transición: cuatro espaciales–polares (horizon-

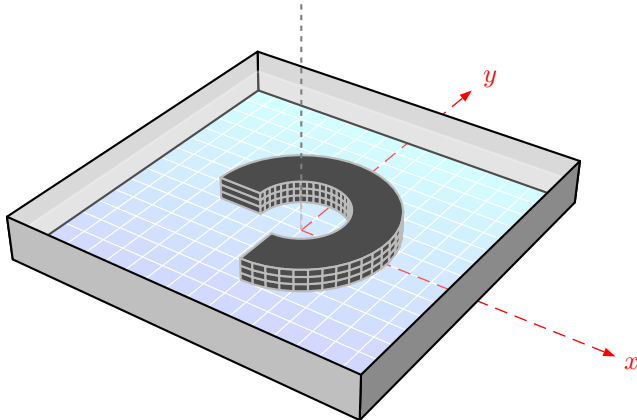


FIG. 13.— Concentración (tinta en agua) de forma circular.

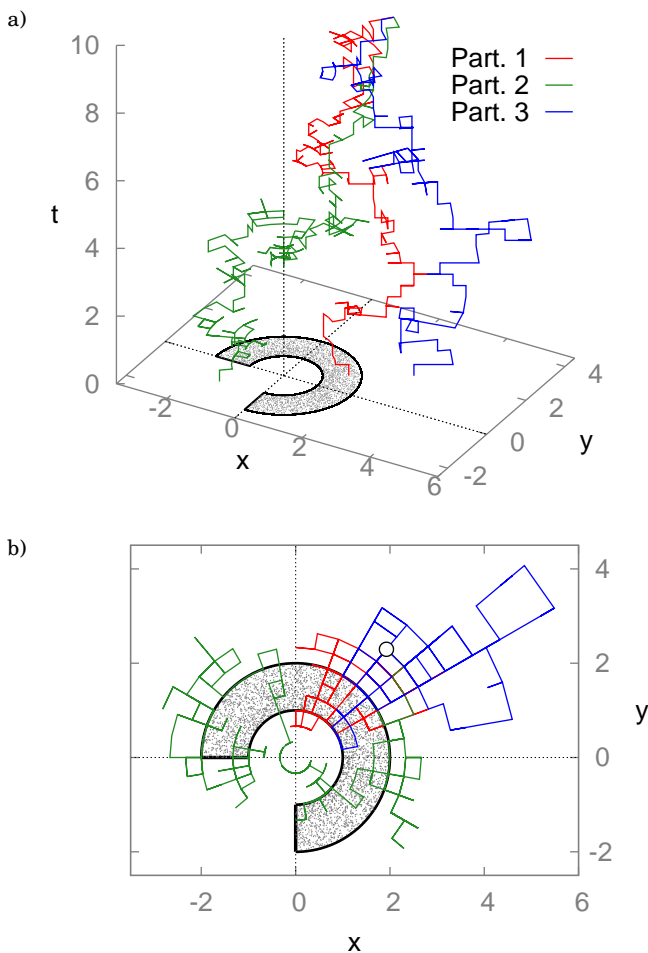
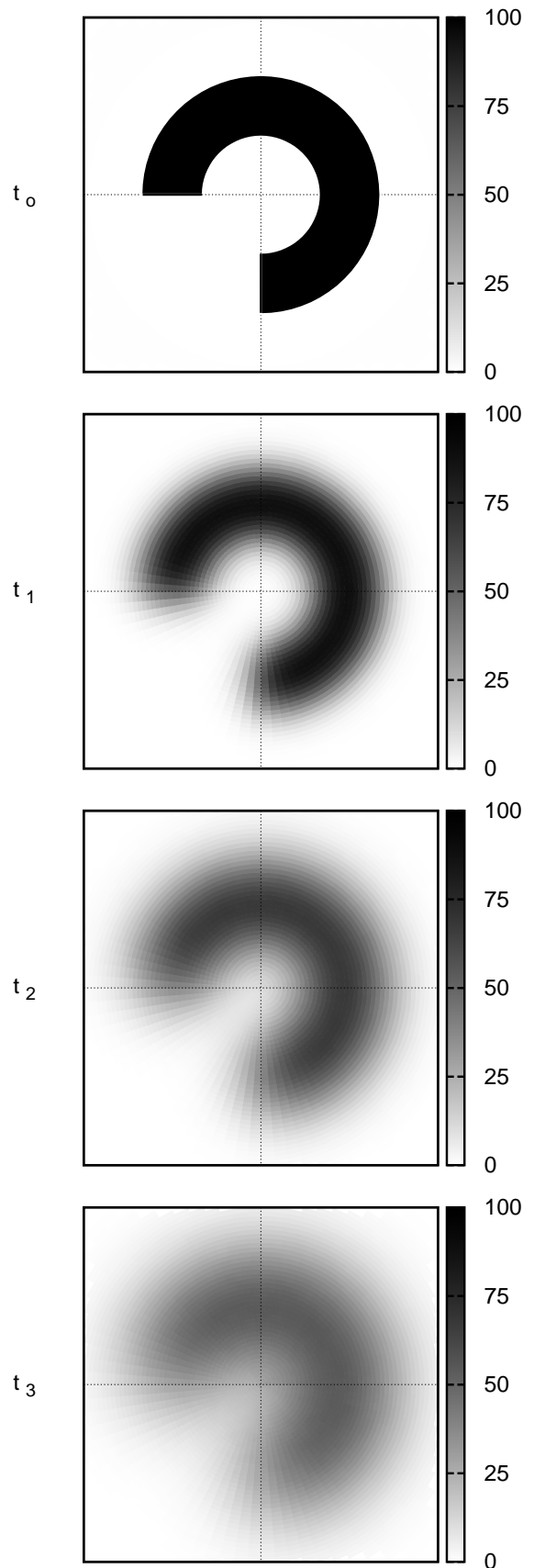


FIG. 14.— Paseos aleatorios simulados computacionalmente sobre el dominio (infinito) del sistema de la Fig:13. Paseos aleatorios: a) simulados en 3D y su respectiva b) proyección en 2D.

tales paralelos al plano xy) y una temporal (vertical hacia abajo). En la Fig:14a, se muestran tres paseos aleatorios sobre el dominio infinito que fueron simulados computacionalmente: todas arriban a la condición inicial, donde sólo una de ellas (partícula

FIG. 15.— Difusión de la concentración de un sector circular. Concentración inicial en t_0 y su respectiva evolución temporal para tres instantes de tiempo: t_1 , t_2 y t_3 .

roja) llega al sector circular, mientras las restantes acaban fuera del sector (partículas, verde y azul).

En el estudio, el sector circular tiene una concentración C_0 que puede representar a una mancha de tinta presente en agua, donde el recipiente es extremadamente amplio pero de muy poca profundidad. Se obtuvieron resultados sobre el proceso de difusión de la concentración para tres instantes de tiempo, que se exponen en la Fig:15.

5. CONCLUSIONES

Es posible resolver las ecuaciones de: Laplace y Difusión que tienen condiciones de contorno abiertas mediante el método Monte Carlo. 1) En la ecuación de Laplace es necesario acotar el dominio de solución infinito previamente para su posterior solución por Monte Carlo, mientras que, 2) en la ecuación de Difusión el método Monte Carlo trabaja directamente sobre el dominio de solución infinito, sin la necesidad de acotar el dominio.

Justamente, en los resultados del caso dos radica la importancia de este trabajo, porque las metodologías numéricas popularmente usadas no pueden trabajar sobre dominios infinitos directamente, deben acotar siempre el dominio de cualquier EDP incluido la ecuación de Difusión.

6. PERSPECTIVAS

La posibilidad de trabajar con la ecuación de Difusión sin someterlo a procesos de acotamiento, nos motiva a explorar procesos de difusión más complejos, como ser: a) difusión en tres dimensiones ó b) difusión en presencia de obstáculos físicos c) para su posterior aplicación a difusión en conductos porosos abiertos e infinitos.

También existe la posibilidad de estudiar fenómenos de transporte más complejos como ser: procesos difusivos y advectivos simultáneamente, en el cual la ecuación que gobierna estos procesos es la ecuación de difusión-advención:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \nabla^2 u - \nu \nabla u$$

donde, λ es el coeficiente de difusión y ν la velocidad del sistema. Esta ecuación es la base de los modelos que describen la propagación de contaminantes en el aire, derramamientos de petróleo en el mar, etc, procesos que son de relevada importancia en la actualidad debido a los problemas ambientales que atraviesa el planeta.

APÉNDICE

A. MÉTODO DE MONTE CARLO PARA: ECUACIÓN DE DIFUSIÓN EN COORDENADAS POLARES

La ecuación de Difusión en coordenadas polares que modela un fenómeno físico $u = u(r, \theta, t)$, es expresado de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (A1)$$

El método Monte Carlo requiere discretizar la EDP para obtener un dominio de solución discreto, para el ámbito de los paseos aleatorios, por tanto se desarrolla la EDP en Diferencias Finitas a través de las siguientes aproximaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} &\approx \frac{U_{i+1,j,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i-1,j,k}}{(\Delta r)^2} \\ \frac{\partial u}{\partial r} &\approx \frac{U_{i,j,k} - U_{i-1,j,k}}{\Delta r} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} &\approx \frac{U_{i,j+1,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j-1,k}}{(\Delta \theta)^2} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &\approx \frac{U_{i,j,k} - U_{i,j,k-1}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (A2)$$

donde, el valor $U_{i,j,k} \equiv U_{(i\Delta r, j\Delta \theta, k\Delta t)} \approx u_{(r, \theta, t)}$ y de manera semejante se relacionan los demás valores vecinos: $U_{i+1,j,k}$, $U_{i-1,j,k}$, $U_{i,j+1,k}$, $U_{i,j-1,k}$ y $U_{i,j,k-1}$. Es necesario hacer uso de *diferencias finitas hacia atrás* en la parte temporal y en la primera derivada de la parte radial. En el primer caso, para obtener el sentido de la dirección temporal hacia el pasado para que los paseos aleatorios siempre terminen en la condición inicial del problema (ver Fig:14a). En el segundo caso, el objetivo es impedir que los paseos aleatorios se encuentren con el origen de coordenadas (punto indeterminado), es decir que la probabilidad de transición hacia el origen sea igual a cero cuando se encuentren a un paso del origen (ver Fig:14b y Ec:A3).

Reemplazando las aproximaciones (A2) en la EDP (A1) y dejando el término central $U_{i,j,k}$ se obtiene la ecuación que otorga las Probabilidades de Transición (A3) hacia los cinco puntos vecinos.

Las direcciones de transición son de dos tipos: las espaciales y la temporal. En las espaciales dos son radiales (hacia: adentro y fuera del origen) y las otras dos son angulares (dirección: horario y antihorario), mientras que, la temporal es hacia atrás ó hacia el pasado (vertical hacia abajo).

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k} = & \frac{\alpha}{\alpha(2-\beta+2\gamma)+1} U_{i+1,j,k} + \frac{\alpha(1-\beta)}{\alpha(2-\beta+2\gamma)+1} U_{i-1,j,k} \\
& + \frac{\alpha\gamma}{\alpha(2-\beta+2\gamma)+1} U_{i,j+1,k} + \frac{\alpha\gamma}{\alpha(2-\beta+2\gamma)+1} U_{i,j-1,k} + \frac{1}{\alpha(2-\beta+2\gamma)+1} U_{i,j,k-1} \quad (\text{A3})
\end{aligned}$$

donde, las variables α , β y γ tienen los valores:

$$\left. \begin{aligned}
\alpha &= \lambda \frac{\Delta t}{(\Delta r)^2} \\
\beta &= \frac{1}{i} \\
\gamma &= \frac{1}{(i \Delta \theta)^2}
\end{aligned} \right\} \quad (\text{A4})$$

vergenza impuesto por la utilización del método de Diferencias Finitas:

$$\alpha \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{(\Delta \theta)^2} \right] < \frac{1}{2} \quad (\text{A5})$$

y las variables α y $\Delta \theta$ indican el criterio de con-

REFERENCIAS

- Kreyszig E. (2006), *Advanced Engineering Mathematics* (John Wiley & Sons)
- Mohamad A. (2011), *Lattice Boltzmann Method – Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes* (Springer)
- Press W. (2007), *Numerical Recipes 3rd Edition* (Oxford University Press)
- Sanjinés D. (2006), *Revista Boliviana de Física* **12**, 17
- Sheid F. (1968), *Numerical Analysis* (McGraw-Hill)
- Simmons G. (2002), *Differential Equations with Applications and Historical Notes* (McGraw-Hill)
- Suxo F. (2011), *Revista Boliviana de Física* **19**, 24

ANÁLISIS DEL DAÑO POR *FRETTING* EN ALAMBRES DE NITINOL

ANALYSIS OF NITINOL DAMAGE IN WIRES BY FRETTING

C. E. CALLISAYA^{1*}

¹Física, FCyT- Universidad Mayor de San Simón
Av. Oquendo y Jordán, Cochabamba, Bolivia

S. SORIA^{2,3} & H. SOUL^{2,3}

²División Física de Metales, Centro Atómico Bariloche - Instituto Balseiro
CNEA - Av. E. Bustillo 9500, 8400 S. C. de Bariloche, Argentina &

³CONICET (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas)
(Recibido 29 de septiembre de 2016; aceptado 26 de diciembre de 2016)

RESUMEN

En este trabajo caracterizamos el daño por *fretting* de los alambres de nitinol y discutimos de qué manera influye en dicho proceso la transformación martensítica característica de estas aleaciones que son ampliamente utilizadas en la industria biomédica por ser materiales super-elásticos. Como resultado de caracterizar esta propiedad se obtuvo el módulo de elasticidad 54 GPa y 30 GPa para las fases de austenita y martensita respectivamente. Para caracterizar el daño por *fretting* se realizó ensayos con carga normal variable y con carga normal constante (P). Para valores de P entre 16 N y 50 N se observó que la disminución de P provoca un incremento del coeficiente de fricción. Para diferentes condiciones de carga normal y un desplazamiento $\delta = 50 \mu\text{m}$ se observaron los regímenes de MFR para los valores P = 50, 20 N; para estos dos valores de P se halló la formación de fisuras en el límite de la zona de adherencia y deslizamiento (*stick-slip*), con dirección en el sentido del deslizamiento. Al disminuir P aumentó la proporción del área de contacto con deslizamiento lo que llevó a un aumento del desgaste para P = 20 N. Los residuos producidos con ambos tipos de carga fueron de la misma naturaleza, con estructura de TiO₂ y NiO. Finalmente se observó la influencia de la super-elasticidad del NiTi, que se manifestó en la gráfica de fuerza tangencial vs. desplazamiento, con la existencia de una pendiente adicional que corresponde a la rigidez de transformación martensítica del nitinol.

Código(s) PACS: 62.20.-x — 62.20.D- — 62.20.Qp

Descriptores: Propiedades mecánicas de sólidos — Elasticidad — Fricción, tribología y dureza.

ABSTRACT

We characterize the damage by fretting in nitinol wires and discuss how the martensitic transformation affects that process, being such transformation typical of these alloys which are widely used in biomedical industry given its super-elasticity. We have obtained an elasticity modulus with values 54 GPa and 30 GPa for the austenite and martensite phases respectively. For the characterization of the fretting damage we carried on tests with a variable normal load and with a normal constant load (P). For values of P between 16 N and 50 N we observed that for lower values of P there was an increment in the friction coefficient. For different load conditions and a displacement $\delta = 50 \mu\text{m}$ we observed MFR regimes for the values P = 50, 20 N; for these two values of P we found crack formations in the limit of the adherence and displacement zones (*stick-slip*), oriented along the displacement direction. For lower values of P there was an increment in the displacement contact area which yielded an increment of wear for P = 20 N. The debris produced with both types of load had the same structure of TiO₂ and NiO. We finally observed the influence of the NiTi super-elasticity in the force vs. displacement graph as an additional tilt which corresponds to the stiffness of the martensitic transformation of nitinol.

Subject headings: Mechanical properties of solids — Elasticity — Friction, tribology and hardness

*cynthiaesther26@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

El nitinol es la aleación de Niquel y Titanio en proporciones casi equimolares, estas aleaciones son ampliamente utilizadas en la industria biomédica, por ejemplo en la ortodoncia en la fabricación de los *stents*, debido a su buena biocompatibilidad y el comportamiento super-elástico del material a temperaturas cercanas a la del cuerpo humano, lo que le confiere la propiedad de memoria de forma (Qian et al. 2005a). La super-elasticidad se debe a una transformación de fase inducida por tensión mecánica, donde partiendo de una fase denominada austenita se obtiene otra martensita, desarrollándose grandes deformaciones que se recuperan al eliminar la carga.

El fretting se produce cuando entre dos cuerpos en contacto se presenta un movimiento oscilatorio de pequeña amplitud (de 10 a 300 μm), generalmente asociado a vibraciones no deseadas, el cual puede conllevar al desgaste de los componentes, debido a la remoción de material, o una disminución de la vida a fatiga debido a la iniciación temprana de fisuras (Liu & Hill 2009). En las aplicaciones biomédicas, por la presencia de vibraciones o el efecto de carga cíclicas se presentan micro desplazamientos en los implantes (Kligman et al. 2007).

Si bien el uso de aleaciones de NiTi en la industria médica es extendido, existen aspectos del comportamiento al largo plazo que continúan siendo materia de investigación. En particular, la disminución de la vida a la fatiga [4, 5] y el deterioro en la biocompatibilidad (Racek et al. 2015) debido a la rotura en la capa superficial de óxidos de titanio asociados al daño por fretting. Debido a esto, un estudio sistemático del comportamiento al fretting en NiTi resulta relevante para sus aplicaciones tecnológicas en biomedicina.

En el presente trabajo se realizaron ensayos de fretting entre Nitinol-Nitinol (NiTi-NiTi), en aire a temperatura ambiente. Se caracterizaron las propiedades de super-elasticidad del material y se realizaron ensayos de fretting a carga constante y carga variable.

2. MÉTODOS Y MATERIALES

Se utiliza un alambre de nitinol con un diámetro de 1,2 mm. Este es un material super-elástico, con una composición de 50,8% Ni y 49,2% Ti, en porcentaje atómico y presenta una temperatura austenita final (A_f) de 10 °C, y fue fabricado por la empresa Memory Metalle (actualmente Memry GmbH).

Los ensayos de ciclado uniaxial superelástico, se realizaron en la máquina de ensayos INSTRON 5567. Se realizó inicialmente el ensayo a una temperatura de 35° C, valor representativo a la temperatura del cuerpo humano. Durante los ensayos se adquirieron valores de desplazamiento del travesaño (Δx), fuerza (F) tomada con una celda de carga INSTRON de $\pm 5\text{kN}$. Adicionalmente, se utilizó un extensómetro de contacto MTS de 25 mm de longitud calibrada, con el fin de medir localmente la deformación en el tramo central de la probeta.

Con la probeta preparada (ver Figura 1.a), se armó el montaje experimental. Luego, se calibró el extensómetro con un tornillo micrométrico. Se adhirió el extensómetro a la probeta en la zona central utilizando bandas elásticas. Se trabajó controlando el desplazamiento del travesaño con una velocidad constante de 0,5mm/min.

El ensayo se realizó en dos etapas; ciclado 1 y 2. En intermedio de ambos ciclados se realizó un tratamiento de térmico, un recocido del Nitinol a 80°C, para liberar tensiones acumuladas y eliminar porciones de martensita. Entonces el ciclado 2 se realiza posterior al tratamiento térmico (Post TT).

Se estudió el daño superficial en el alambre y se evaluó utilizando un microscopio óptico marca Leica Modelo DMRM y mediante microscopía electrónica de barrido (Scanning Electron Microscopy, SEM) con un equipo phillips 515. Se utilizó para determinar la profundidad de los scars un perfilómetro óptico Veeco modelo Wyco NT1100. Las partículas producidas por el desgaste se estudiaron mediante microscopía electrónica de transmisión (Transmission Electron Microscopy TEM) con Phillips CM200UT. La composición elemental de los *debris*¹ se caracterizó mediante espectroscopia de dispersión de energía (energy dispersive spectroscopy EDS). Para el TEM, los *debris* se disolvieron en hexano y se montaron sobre una grilla de Cu con Formvar/Carbon.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Caracterización de la super-elasticidad del Nitinol

En la Figura 2 se muestran las curvas medidas de tensión-deformación del NiTi correspondientes a diferentes ciclos super-elásticos obtenidos. Este exhibe el *plateau* de tensión superior, asociado al paso de austenita a martensita, y en sentido contrario el *plateau* inferior, asociado a la transformación de martensita a austenita. Este proceso de carga y descarga presenta una histéresis. También se puede observar que existe una remanencia en la deformación al final de cada ciclo y una disminución en los niveles de tensión correspondientes a los *plateaus* superior e inferior. Del primer ciclado resulta una deformación residual del 0,5%, acumulada tras los primeros 100 ciclos.

A partir de la curva se puede calcular las constantes elásticas en la fase austenita y martensita, y a partir del primer ciclado los valores son: elasticidad del nitinol en la fase austenita de 54 GPa y en la fase martensita 30 GPa.

3.2. Caracterización del daño por fretting de NiTi-NiTi

3.2.1. Resultados carga normal variable

De la Figura 3, la relación entre el deslizamiento de contacto y el deslizamiento impuesto se halla en un rango mayor al 25% durante todo el ensayo, criterio de Zhou et al. (Qian et al. 2005b), entonces

¹ *Debris* del inglés detrito que es el resultado de la descomposición de una masa sólida en partículas

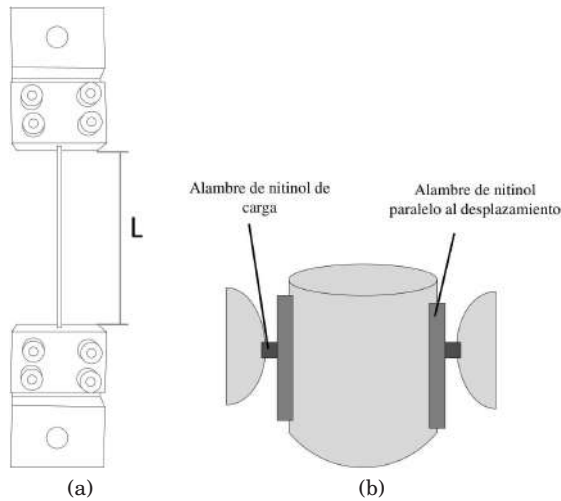


FIG. 1.— Esquema del Nitinol para los procesos experimentales. (a) Probeta para ciclado uniaxial. (b) Muestra para ensayo de fretting.

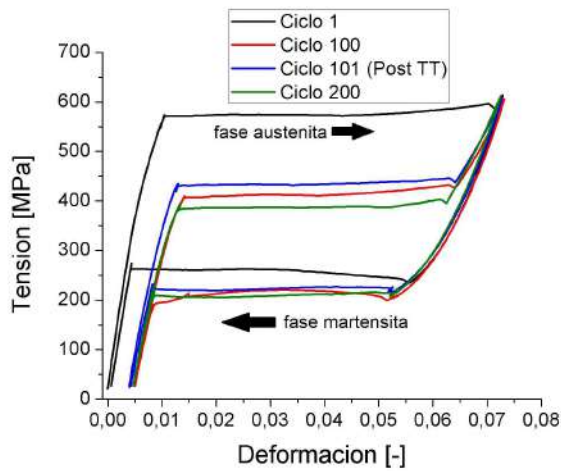


FIG. 2.— Curva de tensión-deformación en la fase austenita y martensita del NiTi

la curva para las condiciones dadas pertenece a un Régimen *Gross-Slip*.

La evolución de la curva a lo largo del ciclado indica que inicialmente hubo deslizamiento entre los alambres por contaminación (Qian et al. 2005a).

De la curva fuerza tangencial-amplitud de desplazamiento, se calculó la rigidez tangencial² para diferentes ciclos y como resultado se tiene los valores de la rigidez tangencial a lo largo del ciclado y por otro lado entre el ciclo 6000 y 10000, se observó una pendiente adicional como se ve en la Figura 4, éste pertenece a la rigidez durante la transformación martensítica en el nitinol.

En la Figura 5, se observa que a la caída de carga el coeficiente de fricción va aumentando, a lo largo del ciclado.

Por SEM se observó oxidación y volumen removido del material (ver Figura 6.a), se analizó para diferentes zonas de daño y los scars³ mediante EDS (ver

² La rigidez es igual a la pendiente de la región lineal.

³ Scars del inglés cicatriz que es la marca superficial del daño,

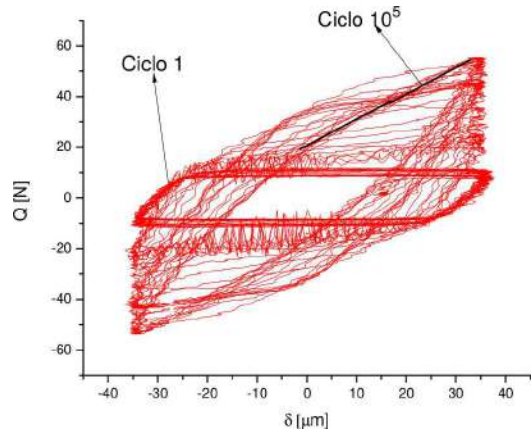


FIG. 3.— Curva de fuerza tangencial-amplitud de desplazamiento, para el Regimen *gross slip*

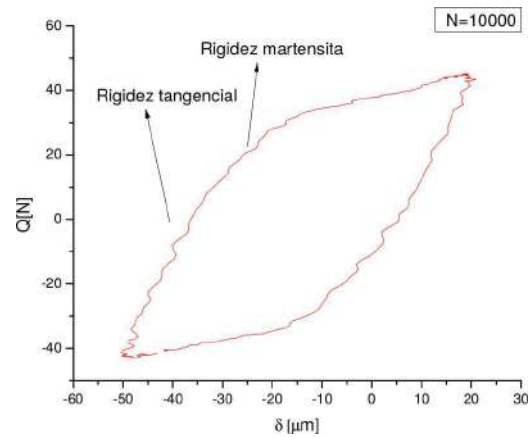


FIG. 4.— Curva de fuerza tangencial-amplitud de desplazamiento, en el ciclo número 10000

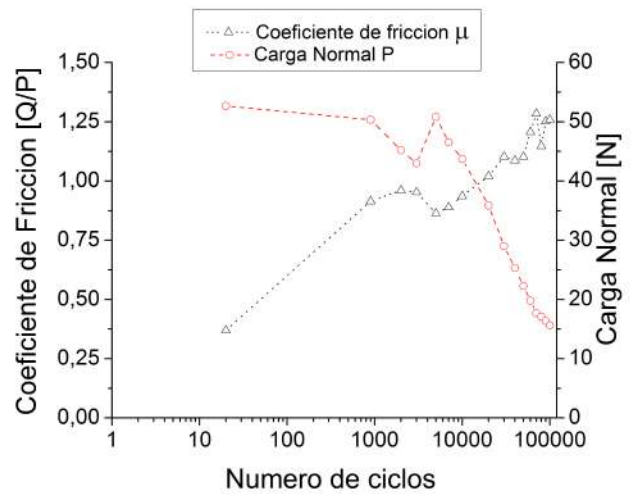


FIG. 5.— Evolución del coeficiente de fricción y la carga normal con el número de ciclos

capaz de generar fisuras en el área de contacto.

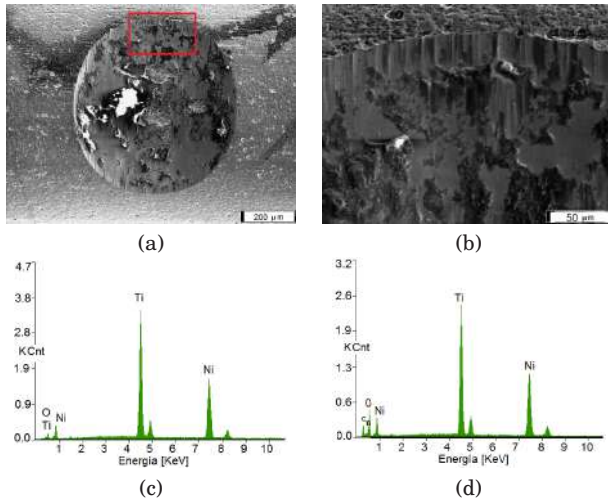


FIG. 6.— Morfología del material por SEM para carga normal variable. (a) Daño vista frontal. (b) Parte superior del daño. (c) EDS de la superficie sin *scar*. (d) EDS de una zona del *scar*.

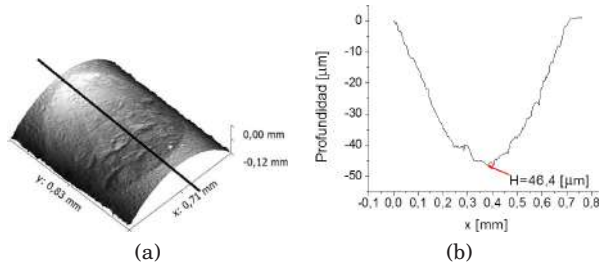


FIG. 7.— Topografía por perfilometría óptica.

Figura 6 c y d), en el cual se evidenció la existencia de oxígeno en las zonas más oscuras y claras, que se corresponderían con capas de óxidos. Se puede apreciar que los óxidos tienden a acumularse en una cierta dirección que es la del deslizamiento impuesto.

A partir de la imagen se pudo calcular el radio del daño por desgaste y mediante la fórmula de cilindros cruzados de Warburton (Warburton & Bradford 1986), se calculó la profundidad y el volumen de desgaste, $108 \mu\text{m}$ y $21 \times 10^6 \mu\text{m}^3$, respectivamente.

Mediante perfilometría óptica, se observó el daño y se midió la profundidad del desgaste (ver la Figura 7 a y b); tomando un valor de $46,4 \mu\text{m}$. Considerando una carga normal promedio en el ensayo de 36 N se calculó la constante de desgaste según el modelo de Archard la cual tiene un valor de $4,6 \times 10^{-5} \text{mm}^3/\text{Nm}$.

Se debe notar que la medida de la profundidad del scar por SEM y perfilometría óptica difieren, siendo sobrestimado el valor de la profundidad por los modelos teóricos.

Los *debris* fueron analizados mediante TEM, a partir de la técnica de campo claro y oscuro (ver Figura 8 a y b) y a su vez se obtuvieron los patrones de difracción de electrones, de los *debris*. Mediante campo oscuro se pudo observar que si bien los *debris* poseen tamaños del orden de los cientos de nanómetros, están compuestos por partículas con tamaños entre 5-20 nm, las cuales se presentan claras en la Figura 8 b. A partir de los patrones

de difracción de electrones, como se esperaba por el SEM, se verificó la existencia de óxidos. De la Figura 8.c, se halló que las mismas estaban compuestas por NiO y TiO_2 .

3.2.2. Comportamiento a carga constante en MFR

De la Figura 9 a y b, se puede observar un cambio en las Curvas Q- δ de la condición de *Gross Slip a Partial Slip* para una carga normal constante de 50 y 20 N, lo que determinó un *Mixed Fretting Regime MFR*.

Por SEM se observa que pertenece a un MFR debido a la presencia de una región central de *Stick*, la cual disminuye su área al bajar la carga. También se observó la presencia de fisuras y material removido (ver Figura 10.a). En particular, el volumen de material removido aumentó al disminuir la carga normal, aumentando el desgaste.

Por perfilometría óptica, si bien ambos ensayos pertenecen a un mismo régimen, se observa claramente que aumenta la profundidad y el diámetro del *scar* al bajar la carga.

De la Figura 10.d a una carga de 20 N, se observó el daño por desgaste y se midió la profundidad del desgaste promedio (ver la Figura 11 c y d); tomando un valor de $11,28 \mu\text{m}$. Considerando una carga normal en el ensayo de 20 N se calculó la constante de desgaste según el modelo de Archard la cual tiene un valor de $5,99 \times 10^{-7} \text{mm}^3/\text{Nm}$.

A la presencia de desgaste para la carga normal de 20 N, se logró recoger los *debris* (caso contrario para $P=50 \text{ N}$), para un análisis mediante TEM y se obtuvo los mismos resultados que en el caso de carga variable. Los *debris* de los alambres de Nitinol estaban compuestos por NiO y TiO_2 .

3.2.3. Comportamiento de la carga constante en GSR

A partir de la curva Q- δ de este ensayo y por el criterio de Zhou et al. (Qian et al. 2005b), estas curvas para las condiciones dadas pertenece a un Régimen *Gross-Slip*.

La evolución de la curva a lo largo del ciclado indica que inicialmente hubo deslizamiento entre los alambres por contaminación (Qian et al. 2005a).

Por SEM se observó oxidación y desgaste o volumen removido del material (ver Figura 13.a). En la Figura 13.b se realizaron EDS en diferentes zonas oscuras y claras (ver Figura 13 c), que se corresponderían con capas de óxidos. Se puede apreciar que los óxidos tienden a acumularse en una cierta dirección que es la del deslizamiento impuesto.

A partir de la imagen se pudo calcular el radio del daño por desgaste y mediante la fórmula de cilindros cruzados de Warburton [8], se calculó la profundidad y el volumen de desgaste, $57,6 \mu\text{m}$ y $6,2 \times 10^6 \mu\text{m}^3$, respectivamente.

Mediante perfilometría óptica, se observó el daño y se midió la profundidad del desgaste (ver la Figura 14 a y b); tomando un valor de $15,65 \mu\text{m}$. Considerando una carga normal de 10 N se calculó la constante de desgaste según el modelo de Archard la cual tiene un valor de $3,1 \times 10^{-5} \text{mm}^3/\text{Nm}$.

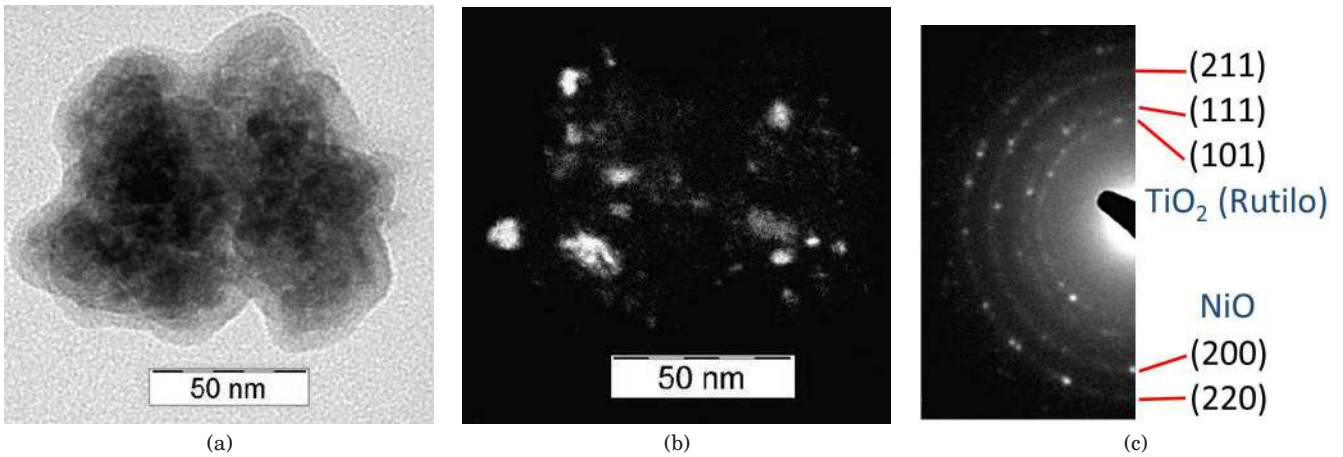


FIG. 8.— Morfología de los *debris* y difracción de las partículas

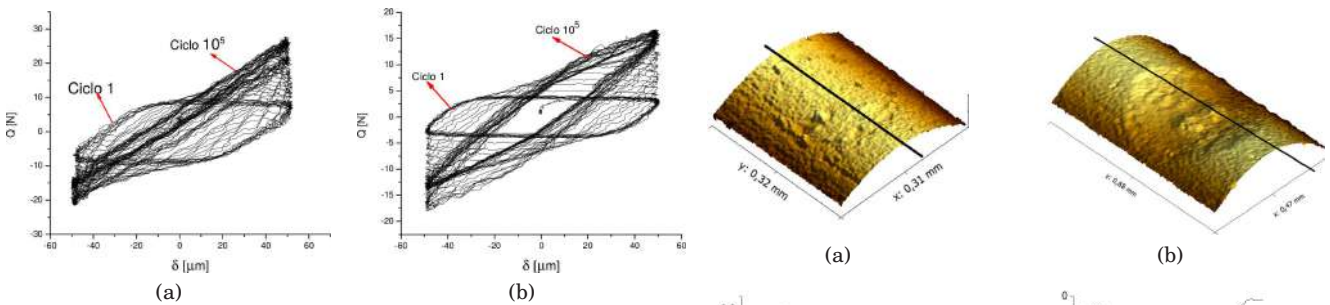


FIG. 9.— Curvas de fuerza tangencial-amplitud de desplazamiento, para el Régimen *Mixed Fretting*. (a) Para una carga Normal de 50 N. (b) Para una carga Normal de 20 N.

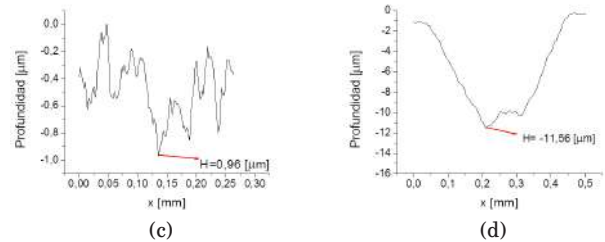


FIG. 11.— Morfología del material por perfilometría óptica.

FIG. 10.— Morfología del material por SEM.

Se debe notar que la medida de la profundidad del scar por SEM y perfilometría óptica difieren, siendo sobrestimado el valor de la profundidad por los modelos teóricos.

4. CONCLUSIONES

Se estudió el daño por fretting en alambres de nitinol. Se caracterizó la propiedades del material

hallando el módulo de elasticidad para las fases de austenita y martensita, 54 GPa y 30 GPa, respectivamente.

En fretting con carga normal variable entre 50 y 16 N, se observó un daño por desgaste y oxidación del material. Con carga normal variable se observó que con disminución de la carga P aumenta el coeficiente de fricción.

Para diferentes condiciones de carga normal P y $\delta = 50 \mu\text{m}$ se observaron los regímenes de MFR ($P=50, 20 \text{ N}$), para ambas cargas se halló la formación de fisuras en el límite de la zona de adherencia y deslizamiento (stick-slip), con dirección en sentido del deslizamiento. Al disminuir la carga, aumentó la proporción del área de contacto con deslizamiento lo que llevó a un aumento del desgaste para 20 N de carga.

Los *debris* producidos con carga normal variable y carga constante fueron de la misma naturaleza, con estructura de TiO_2 y NiO.

En el estudio del daño por fretting, se observó la influencia de la super-elasticidad del NiTi, que se manifestó en la gráfica de fuerza tangencial-

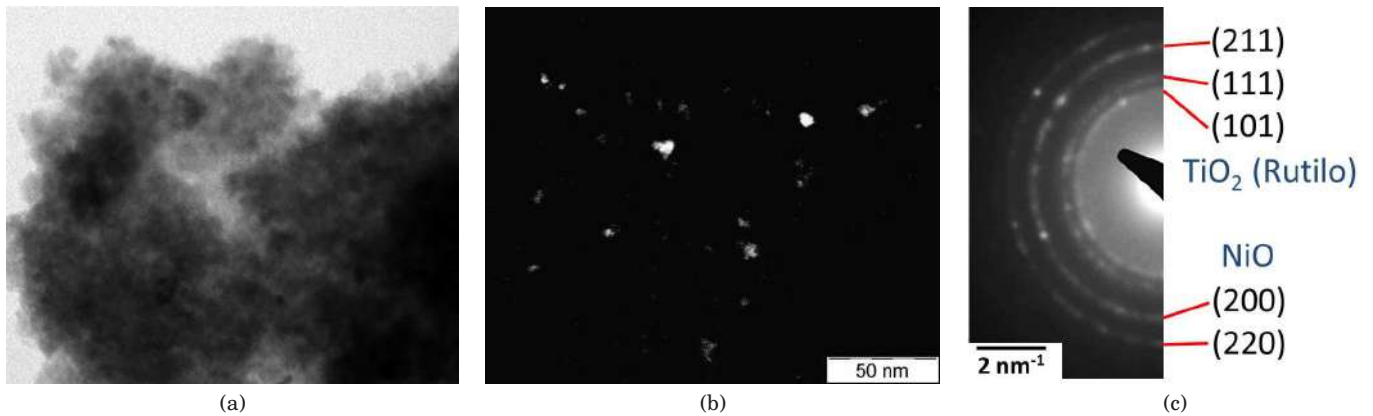


FIG. 12.— Morfología de los *debris* y difracción de las partículas.

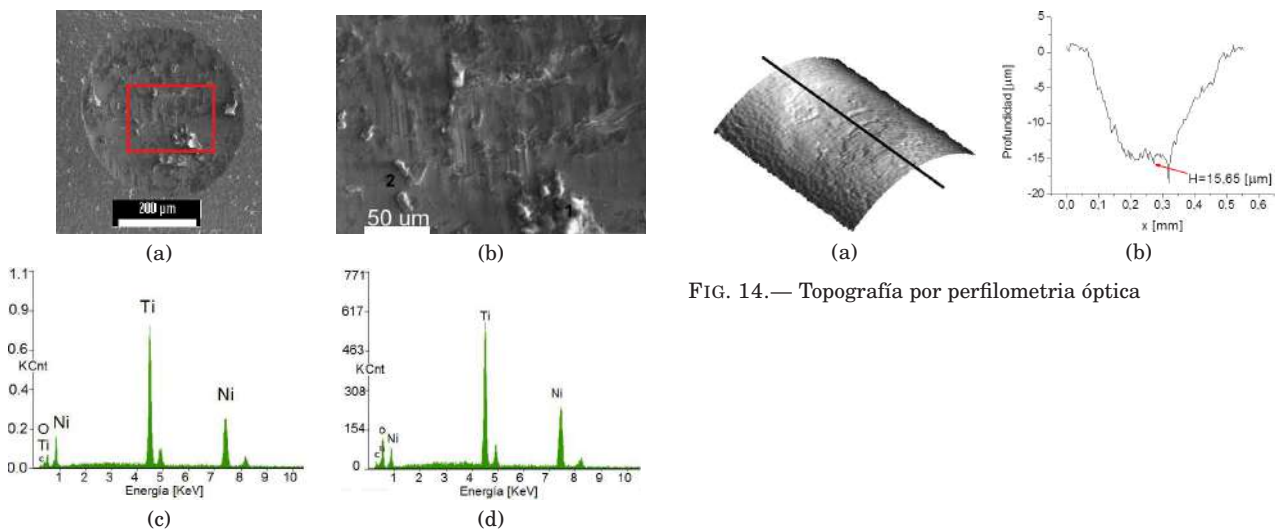


FIG. 14.— Topografía por perfilometría óptica

FIG. 13.— Morfología del material por SEM. (a) Daño vista frontal. (b) Parte superior del daño. (c) EDS de la superficie sin *scar* 2. (d) EDS de una zona del *scar* 1.

desplazamiento, con la existencia de una pendiente adicional correspondiente a la rigidez de transformación martensítica del nitinol.

REFERENCIAS

Kligman M., Furman B. D., Padgett D. E. & Wright T. M. (2007), *The Journal of Arthroplasty* **22**, 258
 Liu K. K. & Hill M. R. (2009), *Tribology International* **42**, 1250
 Qian L. M., Sun Q. P. & Zhou Z. R. (2005a), *Tribology Letters* **18**, 463

Qian L. M., Zhou Z. R. & Sun Q. P. (2005b), *Wear* **259**, 309
 Racek J. et al. (2015), *Materials Today Proc.* **2**, 965
 Warwurton J. & Bradford R. (1986), *Wear* **113**, 331

19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA
9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

1ra ETAPA: UNIDADES EDUCATIVAS

2da ETAPA: DISTRITAL

3ra ETAPA: DEPARTAMENTAL

4ta ETAPA: FINAL NACIONAL: Santa Cruz de la Sierra, 9 al 13 de septiembre de 2014

RALJEVIC M.^{1,2}, MAMANI E.^{1,2}, MUÑOZ R.², AGUILAR J. C.³, MEJÍA G.¹², MARTINEZ L.¹², MORALES G.¹⁰, GUAYGUA T.⁵, JEMIO C.⁵, ANDRADE M.⁶, GUZMÁN R.⁶, VILLA M.⁷, HUALLPA R.⁷, VALDEZ S.⁸, JUSTINIANO I.⁹, RODRIGUEZ F.⁴, ASTETE R.⁴, AVENDAÑO J.¹¹, JAILLITA J.⁹, GUTIERREZ P.¹³, CONDO V.¹⁵, ORTEGA L.¹⁵, ZALLES R.¹⁴, BUSTOS R.^{1,2}

¹ Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

² Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), *Carrera de la Física, Planetario Max Schreier*, La Paz

³ Asociación Boliviana para el Avance de la Ciencia (ABAC)

⁴ Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH),
Facultad de Tecnología - Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre

⁵ Universidad Técnica de Oruro (UTO), *Facultad Nacional de Ingeniería (FNI)*, Oruro

⁶ Universidad Mayor de San Simón (UMSS), *Facultad de Ciencia y Tecnología*, Cochabamba

⁷ Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF), *Carrera de Física*, Potosí

⁸ ASTROCRUZ, Santa Cruz de la Sierra

⁹ Colegio María Auxiliadora, Cobija, Pando

¹⁰ Universidad Simón I. Patiño, Cochabamba

¹¹ Escuela Superior de Formación de Maestros Enrique Finot, Santa Cruz de la Sierra

¹² Universidad Privada de Santa Cruz (UPSA), Santa Cruz de la Sierra

¹³ Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS), Tarija

¹⁴ Observatorio Astronómico Nacional (OAN), Tarija &

¹⁵ Asociación Boliviana para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (AMEC), Beni

RESUMEN

La 19^{va} Olimpiada Boliviana de Física (19^{va} OBF) y la 9^{na} Olimpiada Boliviana de Astronomía y Astrofísica (9^{na} OBAA) se llevaron a cabo con éxito en 4 etapas de la gestión 2014: *1ra ETAPA: exámenes internos de selección en cada UNIDAD EDUCATIVA*, *2da ETAPA, DISTRITAL: exámenes simultáneos en cada uno de los 277 distritos de todo el país*, *25 de Mayo de 2014*, *3ra ETAPA: DEPARTAMENTAL: exámenes que se tomaron a l@s mejores estudiantes de la 2da etapa*, *27 de Julio de 2014* y *4ta ETAPA: NACIONAL: donde participaron solo 3 categorías: 3º, 4º y 5º de secundaria. Se llevó a cabo del 9 al 13 de Septiembre de 2014 en la ciudad capital de Santa Cruz de la Sierra con la participación de 9 equipos por categoría por cada olimpiada.*

Ambas olimpiadas (OBF - OBAA) se acoplaron, por cuarto año consecutivo, al proyecto impulsado por el Ministerio de Educación del Estado Plurinacional de Bolivia, titulado: *Olimpiada Científica Estudiantil Plurinacional Boliviana (OCEPB)*, donde, se invitó a que participen 8 áreas de las ciencias puras y naturales: Astronomía y Astrofísica, Biología, Física, Informática, Matemática, Química, Geografía y Robótica.

La organización del evento contó también con la participación de los siguientes organismos e instituciones: Comité Olímpico Boliviano de Astronomía y Astrofísica, Comité Olímpico Boliviano de Física, Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI), la Asociación Boliviana para el Avance de la Ciencia (ABAC), la Dirección Departamental de Cochabamba; las Carreras de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), la Universidad Mayor de San Simón (UMSS), y la Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF), los departamentos de Física de la Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra (UPSA), la Universidad Técnica de Oruro (UTO), la Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCh), la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS) y la Asociación para el Mejoramiento de la enseñanza de las Ciencias (AMEC).

En la 19^{va} OBF y la 9^{na} OBAA se evaluaron 7 categorías, 6º de primaria y todos los grados de secundaria, en las tres etapas previas al evento nacional. En la 4ta etapa, de ámbito nacional, por la estructura de la OCEPB sólo participaron los cursos de 3º, 4º y 5º de Secundaria. Es recomendable dar el incentivo a toda la juventud Boliviana mediante la motivación y la sana competencia en el evento nacional. Con ello se logra el entrenamiento continuo no

solo para la siguiente inmediata gestión, sino varios años de anticipación; dicha receta es sin duda la mejor manera de incrementar el conocimiento en la juventud boliviana y además para que nuestros representantes sean cada vez más competitivos a nivel internacional.

L@s ganador@s de las categorías: 5^o, 4^o, 3^o, 2^o, 1^o de Secundaria y 6^o de Primaria, podrán formar los equipos Bolivianos preseleccionados postulantes a futuros eventos olímpicos: Latinoamericanos, Iberoamericanos e Internacionales a llevarse a cabo las siguientes gestiones 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018 respectivamente. Cada año se realiza la selección de los equipos mediante tareas, prácticas y exámenes durante el periodo de entrenamiento y durante las concentraciones preparadas por el Comité Académico de cada área.

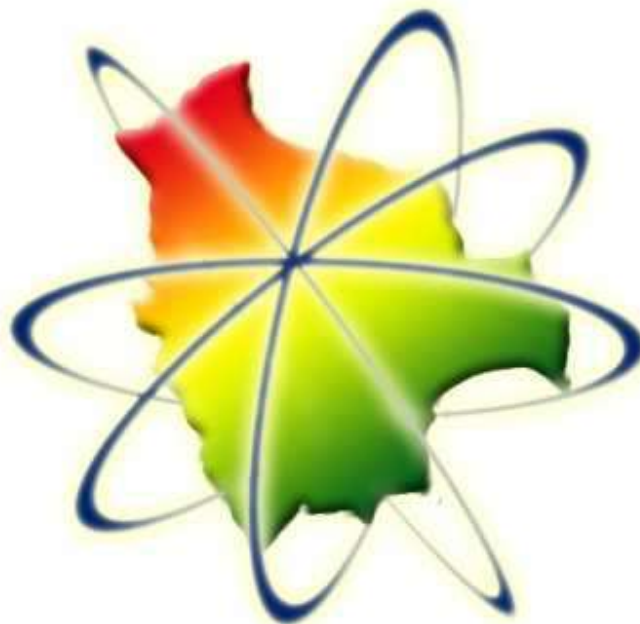
Los ganadores de la categoría de 6^o de Secundaria, tienen como principal premio, el ingreso libre y directo a cualquiera de las carreras de Ciencias y/o Ingeniería de las universidades comprometidas con las olimpiadas.

¡Felicidades! a tod@s l@s jóvenes participantes y ganador@s de las distintas etapas y categorías así como también a sus respectiv@s maestr@s de todas las Unidades Educativas fiscales, particulares y de convenio de todo el país que se animaron a participar en el apasionante mundo de la Física, la Astronomía y Astrofísica, porque están dando un digno ejemplo a seguir por otros establecimientos, profesor@s, estudiantes contemporáneos y por todas las generaciones venideras.

A continuación, se presentan las soluciones de las pruebas de la 2da y 3ra Etapa Departamental en todas las categorías de ambas olimpiadas: 19^{va} OBF y la 9^{na} OBAA.

Página WEB: <http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/>

OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA



OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

Código(s) PACS: 01.50.Rt — 01.10.Hx

Descriptor: Competencias de física — Actividades organizacionales de física

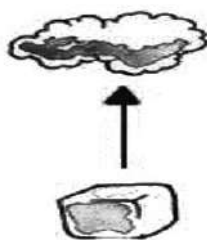
2^{da} **ETAPA**
19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

6^{to} **DE PRIMARIA**

PARTE TEÓRICA (40%)
(Cada pregunta vale 10%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página.

1. (10 %) El nombre del cambio de fase que corresponde al proceso representado en el siguiente gráfico, es:



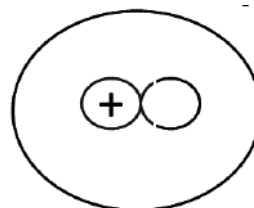
- (a) condensación
(b) evaporación
(c) fusión
(d) sublimación
(e) ninguno de los anteriores

2. (10%) El nombre del cambio de fase que corresponde al proceso representado en el siguiente gráfico, es:



- (a) condensación
(b) evaporación
(c) fusión
(d) sublimación
(e) ninguno de los anteriores

3. (10%) En el siguiente dibujo se ha representado un átomo, pero en el gráfico le falta el:



- (a) el neutrón
(b) el fotón
(c) el quark
(d) el positrón
(e) el electrón

4. (10%) ¿Cuáles de los siguientes conceptos se pueden medir?

- I. la sonrisa de un niño
- II. el amor entre familiares
- III. la longitud de un puente
- IV. el volumen de una botella de refresco
- V. la imaginación de una persona creativa

- (a) I,II
(b) III,IV
(c) I, V
(d) I,II,V
(e) I,V

PARTE PRÁCTICA (60%)
(Cada pregunta vale 30%)

5. (30 %) En la siguiente tabla, se registran los datos de un experimento (se pretende conocer el punto de fusión de una sustancia); en base a los datos tabulados, se puede afirmar que el punto de fusión del material es:

Tiempo	Temperatura
0 [s]	318 [°C]
30 [s]	298 [°C]
60 [s]	264 [°C]
90 [s]	232 [°C]
120 [s]	232 [°C]
150 [s]	232 [°C]
180 [s]	232 [°C]

- (a) 298 [°C]
(b) 318 [°C]
(c) 232 [°C]
(d) 264 [°C]
(e) ninguno de los anteriores

6. (30 %) Se tiene una taza de leche (capacidad de $250 \text{ [cm}^3\text{]}$), si la taza está llena y la masa de la leche es 400 [g] , la densidad en $\text{[g/cm}^3\text{]}$, es:

- (a) 2.9
- (b) 9.1
- (c) 1.6
- (d) 6.4
- (e) ninguno de los anteriores

(e) la onza

4. (10%) En el sistema cgs la unidad de la longitud es:

- (a) el metro
- (b) el centímetro
- (c) pie
- (d) la pulgada
- (e) ninguno de los anteriores

1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

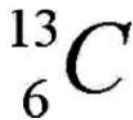
Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) ¿Cuál es el número másico, del elemento químico cuyos datos se muestran el siguiente gráfico?



- (a) 13
- (b) 27
- (c) 6
- (d) 2.4
- (e) 3

2. (10%) ¿Cuál es el número atómico, del elemento químico cuyos datos se muestran el siguiente gráfico?



- (a) 231
- (b) 13
- (c) 6
- (d) 2.4
- (e) 118

3. (10%) La unidad correspondiente del sistema MKS para la masa es:

- (a) la onza troy
- (b) la libra
- (c) el kilogramo
- (d) el gramo

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (30 %) La densidad de cierto material es $19.3 \times 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, en $\text{[g/cm}^3\text{]}$ es:

- (a) $19.3 \text{ [g/cm}^3\text{]}$
- (b) $19.3 \times 10^3 \text{ [g/cm}^3\text{]}$
- (c) $1.93 \times 10^3 \text{ [g/cm}^3\text{]}$
- (d) $0.193 \times 10^3 \text{ [g/cm}^3\text{]}$
- (e) ninguno de los anteriores

6. (30 %) El sonido del grito de ¡gol!, se escucha 1.2 [s] más tarde, en un casa cercana a un estadio de fútbol, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 [m/s] , ¿a qué distancia se encuentra la casa del estadio?

- (a) 131m
- (b) 730m
- (c) 501m
- (d) 231m
- (e) 408m

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Una magnitud fundamental es:

- (a) el peso
- (b) la energía
- (c) la aceleración
- (d) la velocidad
- (e) la masa

2. (10%) El peso se define como:

- (a) El producto de la masa por la aceleración de la gravedad
- (b) igual a la masa
- (c) El producto de la masa por la velocidad

- (d) El producto de la densidad por la aceleración de la gravedad
 (e) ninguno de los anteriores
3. (10%) De acuerdo a la ley de atracción eléctrica, las cargas de distintos signos:
- (a) se repelen
 (b) no tienen relación entre si
 (c) se debe considerar la fuente de la carga
 (d) no se puede tener certeza
 (e) se atraen
4. (10%) En Bolivia las unidades de la temperatura, usualmente se miden en grados:
- (a) [°F]
 (b) [K]
 (c) [°C]
 (d) [R]
 (e) ninguna de las anteriores
- (a) falso
 (b) verdadero
 (c) incluye otro tipo de errores
 (d) ninguna de las respuestas
 (e) los incisos c) y a)
2. (10%) La masa del átomo de hidrógeno es 1.66×10^{-24} [g], en notación decimal se debe recorrer la coma decimal :
- (a) 24 dígitos a la izquierda
 (b) 24 dígitos a la derecha
 (c) 23 a la izquierda
 (d) 23 a la derecha
 (e) ninguna de las respuestas anteriores
3. (10%) En algunas moléculas la distancia entre átomos es del orden de 0.1 [nm]; en metros esa distancia es:
- (a) 0.1×10^{-7} [m]
 (b) 0.1×10^{-6} [m]
 (c) 0.1×10^{-8} [m]
 (d) 0.1×10^{-9} [m]
 (e) 0.1×10^{-5} [m]

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (30 %) La densidad de cierto material es 19.3×10^3 [kg/m³], en [g/cm³] es:
- (a) 19.3 [g/cm³]
 (b) 19.3×10^3 [g/cm³]
 (c) 1.93×10^3 [g/cm³]
 (d) 0.193×10^3 [g/cm³]
 (e) ninguno de los anteriores
6. (30 %) Suponga que el cabello crece a razón 0,08 cm por día, al cabo de un mes de 30 días, ¿cuál será el tamaño de ese cabello?
- (a) 5 [cm]
 (b) 8 [cm]
 (c) 10 [cm]
 (d) 12 [cm]
 (e) ninguna de las anteriores

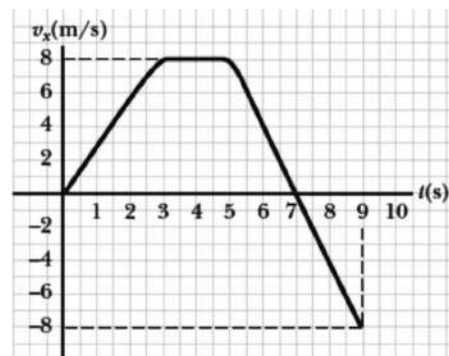
3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Los errores sistemáticos se deben a: influencias de fenómenos naturales, fallas en los instrumentos y errores personales. (Valora en los siguientes incisos la anterior afirmación.)

4. (10%) La velocidad de cierto vehículo está representado en la siguiente grafica: de la observación de la misma, se puede establecer que la aceleración es cero durante:



- (a) 4.0 [s]
 (b) 2.1 [s]
 (c) 3.0 [s]
 (d) 4.2 [s]
 (e) 2.0 [s]

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (30 %) Se tiene el promedio de la medición de ciertos tiempos $t = 10.4$ [s]; y el error absoluto de 0.1 [s], el error relativo es:
- (a) 0.001

- (b) 0.2
- (c) 0.01
- (d) 0.3
- (e) 0.04

6. (30 %) Un objeto se deja caer desde una altura H_1 y tarda 2.0 [s] en llegar al piso con una velocidad v_1 . Luego se lo deja caer libremente desde una altura H_2 y tarda 4.0 [s] en llegar al piso. En ese caso se puede afirmar que:

- (a) $v_1 = 2v_2 ; H_1 = 4H_2$
- (b) $v_1 = 2v_2 ; H_1 = 2H_2$
- (c) $v_1 = 2v_2 ; H_1 = 8H_2$
- (d) $v_1 = 1/2v_2 ; H_2 = 4H_1$
- (e) $v_1 = 3v_2 ; H_1 = 9H_2$

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) ¿Qué color tienen las estrellas más calientes?
 - (a) Amarillo
 - (b) Rojo
 - (c) Azul
 - (d) Naranja
2. (10 %) La estrella Alpha Centauro se encuentra a 4.3 Años Luz. ¿A cuánto equivale en parsecs?
 - (a) 1.5
 - (b) 1.3
 - (c) 2
 - (d) 5
 - (e) 4.3
3. (10 %) Nuestro Sol se encuentra en uno de los cuatro brazos de la galaxia denominado:
 - (a) brazo de Carina
 - (b) brazo de Sagitario
 - (c) brazo de Perseo
 - (d) brazo de Orión
 - (e) ninguna de las anteriores

4. (10 %) La distancia del Sol al centro de la Vía Láctea es aproximadamente:

- (a) 4 años luz
- (b) 65 años luz
- (c) 350 años luz
- (d) 25 mil años luz
- (e) 20 millones de años luz

5. (10 %) ¿Cuáles de estas afirmaciones son correctas?

- (a) Las estrellas más rojas pueden brillar mucho más tiempo que las azules.
- (b) Las estrellas más azules pueden brillar mucho más tiempo que las rojas.
- (c) Las estrellas más calientes presentan un color rojizo.
- (d) Las estrellas más calientes presentan un color azulado

6. (10 %) ¿Siguen un cometa periódico exactamente la misma órbita en sus regresos sucesivos al Sol?

- (a) Si
- (b) No

7. (10 %) Las galaxias conocidas más cercanas a la nuestra son:

- (a) Galaxia enana del Can Mayor y galaxia enana elíptica de Sagitario
- (b) Nube Grande de Magallanes y Nube Pequeña de Magallanes
- (c) Galaxia de Andrómeda y galaxia del Triángulo
- (d) Nube Pequeña de Magallanes y galaxia Andrómeda
- (e) Galaxia enana de Fornax y galaxia del Triángulo

8. (10 %) ¿Cuántas veces las estrellas de primera magnitud son más brillantes que las de la más baja luminosidad observables a simple vista (es decir de 6^{ta} magnitud)?

- (a) 60 veces
- (b) 80 veces
- (c) 100 veces
- (d) 1.000 veces

9. (10 %) La mayoría de los planetas extrasolares hasta ahora han sido descubiertos por:

- (a) Su radiación infrarroja
- (b) El movimiento que inducen en la estrella en torno a la cual orbitan

- (c) Las variaciones de flujo de luz que ocurren cuando el planeta pasa frente a la estrella.
 (d) Ninguna de las anteriores, porque aún no se han descubierto planetas extrasolares
 (e) b) y c) son correctas
10. (10 %) Desde nuestro hemisferio, una de las siguientes constelaciones NO es considerada una constelación circumpolar:
- (a) Hidra
 (b) Cruz del Sur
 (c) Triángulo Austral
 (d) Osa Mayor
 (e) Carina
- (e) Ninguno de los anteriores.
4. (10%) En el movimiento rectilíneo uniforme variado se mantiene constante su:
- (a) aceleración
 (b) velocidad
 (c) rapidez
 (d) desplazamiento
 (e) ninguna de las anteriores
5. (10%) Para todo cuerpo que se mueve sobre una superficie horizontal jalado por una fuerza \vec{F} , la fuerza de rozamiento será.
- (a) De la misma dirección y sentido contrario a \vec{F} ,
 (b) de la misma dirección y sentido de \vec{F} ,
 (c) Perpendicular a \vec{F} .
6. (10%) Un objeto en la tierra produce una energía potencial gravitacional de 30.0 [J], cuando su masa es 3.0 [kg] y está a una altura de 1.0 [m]. ¿Qué energía potencial tendrá en la luna si g de la luna es 1/6 de la tierra?: $g = 10.0 \text{ m/s}^2$
- (a) 10 [J]
 (b) 6 [J]
 (c) 60 [J]
 (d) 5 [J]
 (e) Ninguno de los anteriores

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (60%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) El trabajo es una forma de energía, el trabajo mecánico en el Sistema Internacional se mide en Joule, la energía potencial gravitacional en el S.I. se mide en:
- (a) $[g \frac{m^2}{s}]$
 (b) $[kg \frac{m}{s^2}]$
 (c) $[kg \frac{m}{s}]$
 (d) $[kg \frac{m^2}{s^2}]$
 (e) $[g \frac{m^2}{s^2}]$
2. (10%) Se tiene 1 kg de piedra, 1.0[kg] de plumas de aves y 1.0[kg] de plastofomo. ¿Cuál de ellos es más pesado?
- (a) 1.0[kg] de piedra,
 (b) 1.0[kg] de plumas,
 (c) 1.0[kg] de plastofomo,
 (d) todos pesan igual,
 (e) todos pesan diferente.
3. (10%) Un objeto de 1.0[kg] de masa está a 1.0[m] de altura sobre el suelo su energía potencial, su energía potencial gravitacional es 10.0 Joule, si el mismo objeto se eleva a 2.0 [m] de altura su energía potencial gravitacional será: $g = 10.0 \text{ m/s}^2$
- (a) 10 [J]
 (b) 20 [J]
 (c) 40 [J]
 (d) 5 [J]
7. (20 %) Las energías son formas de trabajo. En cada caso indicar lo que corresponda.
- (a) Puede el agua en una cascada generar energía SI NO
 (b) Pueden las estrellas generar energía? SI NO
 (c) Puede el viento generar trabajo? SI NO
 (d) Puede el gas natural generar energía? SI NO
 (e) Puede el Sol generar energía? SI NO
8. (20 %) Un cuerpo de 2.0 [kg] de masa está a 2.0 [m] sobre el suelo.
- a) Cual es su energía potencial gravitacional?,
 b) Cual es su energía potencial gravitacional a la mitad de su recorrido?,
 c) Cual es su energía cinética a la mitad de su recorrido?,
 d) Cual es su energía cinética al final de su recorrido?
 $g = 10.0 \text{ m/s}^2$

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (100%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliándose al reverso de la página

1. (10 %) Todo átomo es eléctricamente neutro, es decir, que el número de electrones es igual al número de protones. El litio tiene 3 electrones, entonces su número de protones es:

- (a) 2
- (b) -3
- (c) 3
- (d) 6
- (e) No tiene protones

2. (10%) ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene la carga más negativa?

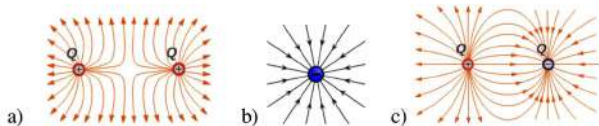
- (a) 3 electrones,
- (b) 3 electrones y un protón,
- (c) 5 electrones y 5 protones,
- (d) 1 electrón y 2 protones.

3. (10%) Las fuerzas atractivas o repulsivas por la Ley de Coulomb para cargas eléctricas en el Sistema Internacional se miden en:

- (a) Kilopondios
- (b) Dinás
- (c) Newton
- (d) Joule
- (e) metros
- (f) Ninguna de las anteriores

4. (10 % distribuidos) Para cada caso dibuje las líneas de fuerza o de campo.

- (a) Dos cargas positivas (3%)
- (b) Una carga negativa (3%)
- (c) Una carga positiva y otra negativa (4%)



5. (10%) Dos cargas eléctricas de magnitud 5 [C], se encuentran separadas 50 [cm] en el aire. La magnitud de la fuerza de atracción eléctrica entre ellos es: ($9.0 \times 10^9 [Nm^2/c^2]$)

- (a) 900 [N]
- (b) 25 [N]

(c) 250×10^{11} [N]

(d) 9×10^{11} [N]

(e) 9×10^{-11} [N]

6. (10%) Dos cargas eléctricas de magnitud 5 [C] cada una y signos contrarios se encuentran separadas una distancia de 1 [m]. ¿En qué punto a lo largo de la línea que une a las cargas podemos tener la magnitud del campo eléctrico resultante igual a cero.?

- (a) Sobre la carga positiva
- (b) En medio de las dos cargas
- (c) Sobre la carga negativa

7. (10%) Pruebe que el $\frac{\text{voltio}}{\text{metro}} = \frac{\text{Newton}}{\text{coulomb}}$

8. (10%) En el movimiento rectilíneo uniforme variado se mantiene constante:

- (a) Su distancia
- (b) la velocidad
- (c) aceleración
- (d) el tiempo
- (e) la temperatura

9. (10%) Una esfera de plomo de masa 2 [kg] cae desde una altura de dos metros sobre un montón de arena penetrando en ella 5 [cm]. La fuerza resistiva de la arena sobre el cuerpo es: ($g = 10.0 [m/s^2]$)

- (a) 50 [N]
- (b) 4000 [N]
- (c) 80 [N]
- (d) 100 [N]
- (e) 500 [N]

10. (10%) La fuerza aplica sobre dos cargas eléctricas de igual magnitud es 90 [N] y están separadas a 1 [m] de distancia, el valor de las cargas eléctricas es:

- (a) 10 [C]
- (b) 8000 [C]
- (c) 10^{10} [C]
- (d) 10^{-4} [C]
- (e) 500 [C]

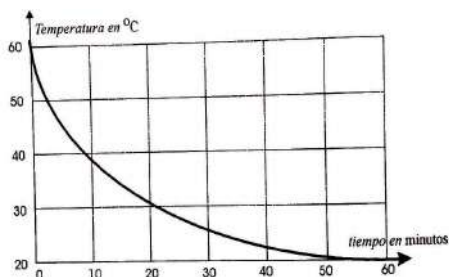
3^{ra} ETAPA
19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Un estudiante de ciencias toma cierta cantidad de agua de un tubo de ensayo y la pone sobre un mechero hasta que el tubo y agua alcanzan una temperatura de 60°C y entonces apaga el fuego. Luego, decide medir la temperatura mientras transcurre el tiempo, haciendo lecturas cada 5 minutos. En la figura se observa la gráfica obtenida con estas mediciones:



- I. El agua enfría más rápidamente durante los primeros 10 minutos que en el intervalo comprendido entre 20 y 30 min.
 - II. La temperatura del ambiente en donde se realizó el experimento es aproximadamente 20°C .
 - III. Se obtendrán mediciones idénticas si el experimento se hace en un día muy caluroso o en uno extremadamente frío.
 - IV. Si el experimento se repite con el triple de cantidad de agua la temperatura final será también de 20°C .
- (a) Solo son verdaderas las afirmaciones I y II.
 (b) Solo son verdaderas las afirmaciones II y III.
 (c) Solo es falsa la afirmación III.
 (d) Todas las afirmaciones son verdaderas.
 (e) Ninguna de las anteriores
2. (10%) De las siguientes afirmaciones referentes a la materia y sus estados indique cual es falsa.
- (a) La materia está compuesta de pequeñas partículas llamadas moléculas.
 (b) Las moléculas están en constante movimiento incluso en los sólidos.

(c) Todas las moléculas son de igual tamaño y masa.

(d) Algunas diferencias entre sólidos líquidos y gases se deben a la relativa libertad en el movimiento de sus respectivas moléculas.

(e) Ninguna de las anteriores

3. (10%) Describa las características del estado líquido, sólido y gaseoso de la materia.

4. (10%) 4) Se quiere transferir energía de un cuerpo 1 a un cuerpo 2, con la intención de provocar algún cambio o efecto en el cuerpo 2. ¿Qué formas hay de transferir energía entre dos cuerpos?

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (20 %) El calor Q requerido para aumentar la temperatura de un cuerpo de la temperatura T_1 a la temperatura T_2 es proporcional a la masa m del cuerpo, a una propiedad c (constante llamada calor específico del cuerpo) y la diferencia de temperaturas $T_2 - T_1$. Este calor se escribe así: $Q = mc(T_2 - T_1)$. Se sabe que el calor producido diariamente por el metabolismo de una persona en promedio es de $Q = 1840 \text{ kcal}$ (energía obtenida de los alimentos). Si toda esta energía calorífica permanecía dentro del cuerpo, sin pérdidas y sin realizar ningún trabajo, ¿Cuál sería el aumento diario de temperatura de una persona de 80 kg que tenga un calor específico $c = 0.85 \text{ kcal/kg}^{\circ}\text{C}$?

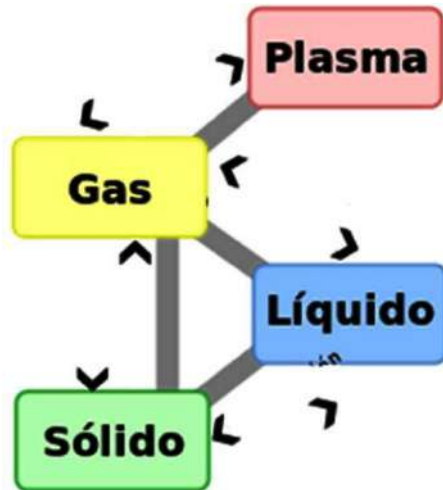
6. (20 %) ¿Qué forma de energía manifiestan los siguientes objetos o fenómenos de la naturaleza?

NOTA: En algún caso puede manifestarse más de una forma de energía a la vez.

- Tren en movimiento: Energía Cinética
- Rayo: Energía Eléctrica
- Un pájaro volando: Energía cinética, Energía Potencial
- Corriente eléctrica: Energía Eléctrica
- Rayos X: Energía electromagnética
- Núcleos de uranio; Energía Nuclear
- Madera: Energía Química
- Agua en una presa: Energía Potencial
- Agua que corre por un río: Energía Cinética
- Agua hirviendo: Energía Térmica
- Carbón: Energía Química

- Luz del sol: Energía Térmica, energía electromagnética

7. (20 %) En el siguiente diagrama indique los cambios de estado que se producen en cada caso.

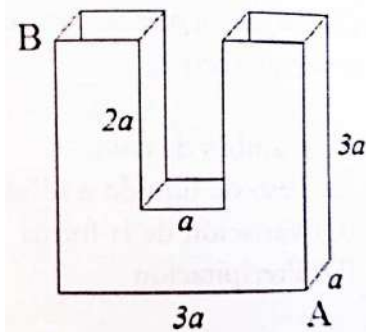


1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

- (10 %) El volumen 10^6 mm^3 expresado en metros cúbicos (m^3) equivale a:
 - 5.103
 - 5
 - 0.05
 - 0.001
 - Ninguna de las anteriores
- (10%) El recipiente mostrado en la Figura adjunta se llena totalmente con agua y se gira de tal manera que la línea que une los puntos A y B queda horizontal. El porcentaje de agua que queda en el recipiente es aproximadamente:



- 25%
- 33.3%
- 50%
- 57.1%
- Ninguna de las anteriores

3. (10%) La onza troy es una cantidad inglesa de masa que equivale aproximadamente a 32 gramos. Teniendo en cuenta esto y la tabla adjunta, de las siguientes afirmaciones la correcta es:

Sustancia	Densidad [g/cm^3]
Agua	1
Hierro	7.6
Plomo	11.3

- Una onza de plomo pesa casi 11 veces más que una de agua.
 - Media onza de plomo pesa casi igual que 16 centímetros cúbicos de agua.
 - Una onza de hierro ocupa un volumen de 32 centímetros cúbicos.
 - Una onza de agua ocupa un volumen de 1 centímetro cúbico.
 - Ninguna de las anteriores.
4. (10%) Cita las cuatro cualidades de las ondas de sonido.

PARTE PRÁCTICA (60%)

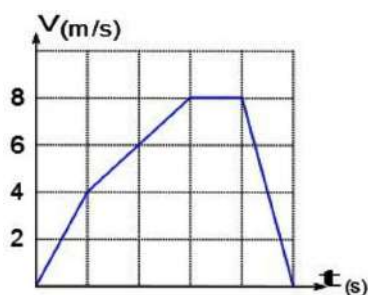
- (20 %) Un marinero comprueba que transcurren 5 segundos desde que dispara un cañón hasta recibir el eco reflejado en los acantilados de la costa. La distancia, en metros, del barco a la costa es igual a:
 - 850
 - 1200
 - 1700
 - 2300
 - Ninguna de las anteriores
- (20 %) Un galón de pintura de volumen igual a 3.78 litros cubre un área de 25 m^2 . Calcule el espesor de la capa de pintura.
- (20 %) Determine el área de un rectángulo de 1.23 cm de ancho por 12.34 cm de largo, con el número correcto de cifras significativas.

2^{do} DE SECUNDARIA

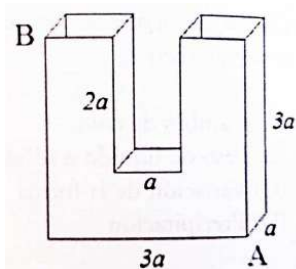
PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) La gráfica muestra el valor de la velocidad en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea. El intervalo durante el cual recorrió mayor distancia está localizado entre:



- (a) 0 y 1[s]
 (b) 1 y 2[s]
 (c) 2 y 3[s]
 (d) 3 y 4[s]
 (e) 4 y 5[s]
 (f) Ninguna de las anteriores
2. (10%) Un isótopo de Carbono 14 está compuesto por 6 protones y 8 neutrones, y tiene 5 electrones en sus orbitales. La carga neta del isótopo es:
- (a) +2
 (b) -2
 (c) 0
 (d) +1
 (e) -1
 (f) Ninguna de las anteriores
3. (10%) El recipiente mostrado en la figura adjunta se llena totalmente con agua y se gira de tal manera que la línea que une los puntos A y B queda horizontal. El porcentaje de agua que queda en el recipiente es aproximadamente:



- (a) 25%
 (b) 33.3%
 (c) 50%
 (d) 57.1%

4. (10%) ¿En qué condiciones la velocidad media es igual a la velocidad instantánea?

PARTE PRÁCTICA (60%)

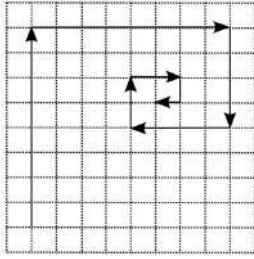
5. (20 %) Una lancha de motor viaja río abajo del puerto A al Puerto B a la velocidad de 30 km/h. Luego sube de B a A con una velocidad de 20 km/h. Todas las velocidades son con respecto a la orilla. Su velocidad promedio, es decir, toda la distancia recorrida dividida por el tiempo empleado es igual a:
- (a) 50 [km/h]
 (b) 24 [km/h]
 (c) 12 [km/h]
 (d) 10 [km/h]
 (e) Ninguna de las anteriores
6. (20 %) Dos ciclistas Juan y Pedro salen al mismo tiempo de un punto A hacia un punto B. Juan recorrió todo el camino con velocidad constante, y Pedro viajó una hora con una velocidad de 12 [km/h] y el camino restante lo recorrió con una velocidad de 14 [km/h] y llegó a B 5 minutos antes que Juan. Si Pedro todo el tiempo hubiera viajado con una velocidad de 12 [km/h] hubiera llegado a B 6 minutos después que Juan. Halle la distancia entre A y B.
7. (20 %) Los sismos producen varios tipos de ondas de choque. Las más conocidas son las ondas de presión y las ondas de corte. En la corteza terrestre, las ondas de presión viajan a 6.5 [km/s] mientras que las ondas de corte lo hacen a 3.5 [km/s]. Las rapidez reales varían dependiendo del tipo de material que atraviesa. La diferencia de tiempo entre la llegada de estos dos tipos de ondas en una estación de registro sísmico revela a los geólogos la distancia a la que se produjo el sismo. Si el retraso es de 33[s]. ¿A qué distancia de la estación sísmica se produjo el sismo?

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

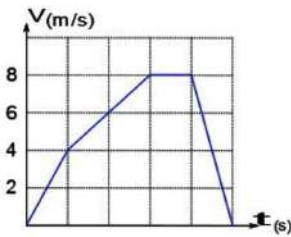
Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Si cada cuadro es de 1 [cm], la magnitud del vector resultante en centímetros es:



- (a) 30
- (b) 8
- (c) $7\sqrt{3}$
- (d) $5\sqrt{2}$
- (e) 11.5
- (f) Ninguna de las anteriores

2. (10%) La gráfica muestra el valor de la velocidad en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea. El intervalo durante el cual recorrió mayor distancia está localizado entre:

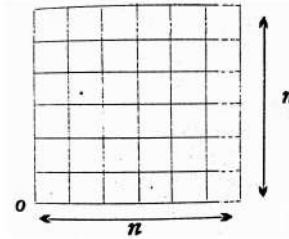


- (a) 0 y 1[s]
- (b) 1 y 2[s]
- (c) 2 y 3[s]
- (d) 3 y 4[s]
- (e) 4 y 5[s]
- (f) Ninguna de las anteriores

3. (10%) De las siguientes proposiciones es falsa:

- (a) Todos los movimientos son, rigurosamente hablando relativos.
- (b) El vector desplazamiento es la suma de los vectores de posición.
- (c) El vector desplazamiento puede no coincidir con la distancia recorrida.
- (d) Para un cuerpo que sale de un punto, hace un recorrido y retorna finalmente al mismo punto, el desplazamiento es cero.
- (e) La aceleración media y la aceleración instantánea son magnitudes vectoriales.
- (f) Ninguna de las anteriores

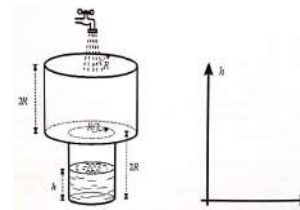
4. (10%) Un cuadrado está subdividido en cuadrados iguales más pequeños como se muestra en la figura. Supóngase ahora que desde el punto O, situado en el vértice izquierdo inferior del cuadrado grande se traza un vector exactamente al centro de cada uno de los cuadrados pequeños. La dirección del vector resultante (con respecto a la horizontal) obtenido al sumar todos los vectores anteriores es:



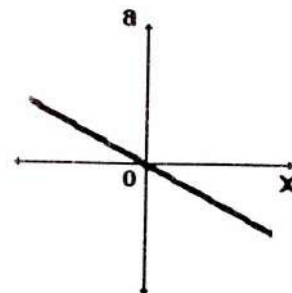
- (a) 0°
- (b) 30°
- (c) 45°
- (d) 90°
- (e) Indefinida

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (30 %) Dos recipientes cilíndricos de radios R y $R/2$ que se encuentran comunicados como indica la figura, reciben agua a razón de $10 \text{ [cm}^3/\text{s]}$. Trace la gráfica del nivel del agua h en función del tiempo t . Calcule el instante de tiempo en que el agua comienza a rebozarse. ($R = 20 \text{ cm}$):



6. (30 %) La figura muestra la aceleración de un cuerpo en función de la coordenada X. Grafique la Variación de la Velocidad como función de X.

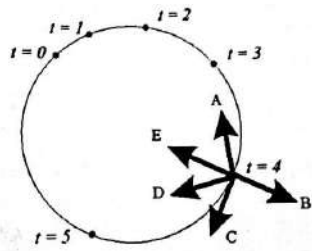


4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

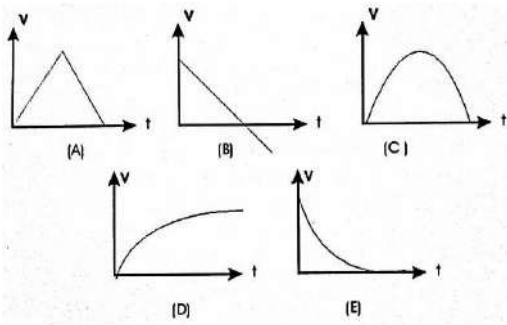
Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Un objeto que se mueve sobre una circunferencia, y los puntos muestran su posición en los primeros 5 segundos de su movimiento (Figura). Para la posición del objeto correspondiente a $t=4[s]$ el vector que indica la dirección de su aceleración es:

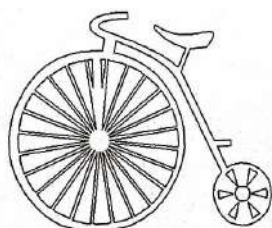


- (a) A
- (b) B
- (c) C
- (d) D
- (e) E
- (f) Ninguna de las anteriores

2. (10%) Una pequeña piedra se lanza verticalmente hacia arriba (tomar la dirección inicial de movimiento como positiva). De las siguientes gráficas, la que representa la relación velocidad – tiempo es:



3. (10%) Sí una bicicleta de finales del siglo XIX avanza a 20 [km/h]. ¿Cuál es la relación $\frac{\omega_{pequeña}}{\omega_{grande}}$ de las velocidades angulares? El diámetro de la rueda mayor es 1.80[m] y el de la menor 30 [cm].



- (a) 6
- (b) 20
- (c) 1/6
- (d) 2
- (e) 1/2
- (f) Ninguna de las anteriores

4. (10%) La rapidez de propagación de las ondas superficiales del océano dependen de la ρ densidad del agua, de la aceleración gravitacional g , de la longitud de onda λ de las olas, de la profundidad h del fondo marino y de una constante k que se expresa en unidades de masa. De las siguientes expresiones, la que podría corresponder a esta rapidez es:

- (a) $kg h \lambda \rho$
- (b) $\frac{gh}{k \lambda \rho}$
- (c) $\frac{kg}{\rho} \sqrt{\frac{\lambda}{h}}$
- (d) $\sqrt{\frac{kg}{\lambda \rho h}}$
- (e) $\sqrt{\frac{\lambda \rho h}{kg}}$
- (f) Ninguna de las anteriores

PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (20 %) Con que velocidad mínima debe ser lanzada una piedra al otro lado de una pared de altura H y ancho l si es lanzada desde una altura h menor que H .
6. (20 %) Un sonar emite ondas de 5000 Hz las velocidades de las ondas en el aire y en el agua son 340 [m/s] y 1280 [m/s], respectivamente ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda en el aire y en el agua?
7. (20 %) Una pulga se encuentra en reposo sobre un disco que comienza a girar con una aceleración a . La pulga se encuentra a una distancia r del eje de giro y después de un tiempo t decide saltar. Determine: a) ¿Qué distancia recorre la pulga si salta verticalmente con una velocidad inicial v_0 si aterriza a la misma altura? b) ¿Cuál será el desplazamiento angular que tendrá el punto A desde que la pulga salta hasta que aterrice?

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Un carro toma una curva a 20 [km/h], si de nuevo toma la misma curva a 40 [km/h], la tendencia a volcarse se hace:

(a) La cuarta parte
 (b) La mitad
 (c) El doble
 (d) El triple
 (e) El cuádruplo
 (f) Ninguna

2. (10%) La mínima área en m^2 de un tempano de hielo plano de 10 [cm] de espesor (que flota en agua dulce) que puede soportar una mujer de 50 [kg] sin que se moje es (considere una gravedad de 10 [m/s^2]):

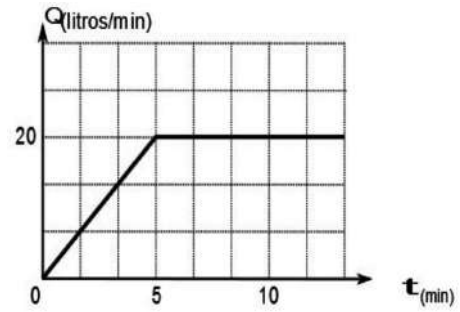
(a) 1
 (b) 3
 (c) 5
 (d) 7
 (e) 10
 (f) Ninguna

3. (10%) Una flecha de masa 0.1 [kg] se aproxima a una manzana de 0.2 [kg] con una rapidez de 10[m/s], figura de la izquierda. La figura de la derecha muestra la situación después de que la flecha se ha incrustado en la manzana y el sistema manzana–flecha se mueve como un todo. La rapidez del sistema flecha manzana es:



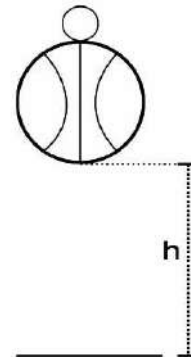
(a) 1.7[m/s]
 (b) 2.7[m/s]
 (c) 3.3[m/s]
 (d) 4.3[m/s]
 (e) 5.1[m/s]
 (f) Ninguna

4. (10%) Un tanque de agua tiene inicialmente un volumen de agua igual a 500 litros. El tanque se desocupa mediante una válvula colocada en el fondo y regula el paso del agua de modo que la rapidez con la cual sale del agua en función del tiempo se expresa en la siguiente gráfica. A partir de esta información construir una gráfica donde se muestre el número de litros que quedan en el tanque para cualquier instante de tiempo.

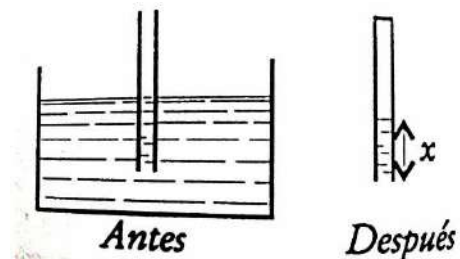


PARTE PRÁCTICA (60%)

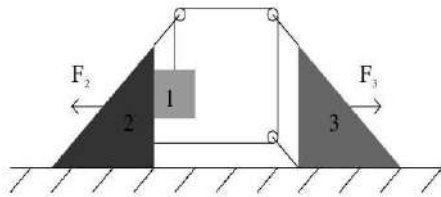
5. (20 %) Si desde una altura h se deja caer una esfera grande y una pequeña como sugiere la figura, sucede que después del choque con el piso “sorpresivamente” la esfera pequeña sube hasta una altura superior a h . Considerando que en el choque con el piso todas las colisiones son elásticas (es decir que las velocidades de rebote son iguales a las de llegada) y que primero choca la esfera grande, determine la altura H a la que asciende la esfera pequeña medida desde el piso. Aplique para los siguientes datos: (súper bola de básquet 700 [g], diámetro de la súper bola 30 [cm], masa de la esfera de cristal 5 [g], diámetro de la esfera de cristal depreciable, $h = 1$ [m]).



6. (20 %) La mitad de un tubo delgado de longitud L se introduce en un líquido de densidad ρ como muestra la figura. Luego se tapa el extremo superior de este y se saca el líquido totalmente, de modo que quede vertical. ¿Cuál es la longitud de la columna de líquido que queda dentro del 7?



7. (20 %) Para el sistema mostrado en la figura calcule:



- (a) La fuerza F_2 necesaria para que el cuerpo 2 no se mueva y la aceleración del cuerpo 3 en ese caso (la fuerza F_3 es cero).
- (b) La fuerza F_3 necesaria para que el cuerpo 3 no se mueva y la aceleración del cuerpo 2 en ese caso (la fuerza F_2 es cero).
- (c) La aceleración del cuerpo 2 y del cuerpo 3 (las fuerzas F_3 y F_2 son cero).

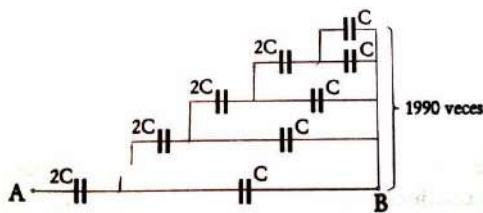
Expresar todos sus resultados en términos de las masas de los cuerpos 1, 2 y 3. La cuerda y las poleas son ideales, los cuerpos 2 y 3 son triángulos rectángulos y no existe fuerza de fricción.

6^{to} DE SECUNDARIA

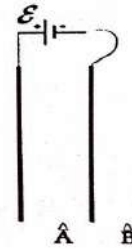
PARTE TEÓRICA (40%)

Instrucciones: Encierre en un círculo el inciso que considere correcto y realice todos los cálculos auxiliares al reverso de la página

1. (10 %) Hallar la capacitancia total entre los puntos A y B de la figura.



- (a) C
 - (b) $C/2$
 - (c) $2C$
 - (d) $3C$
 - (e) $1990C$
 - (f) Ninguna de las anteriores
2. (10%) Dos placas conductoras están conectadas a una batería cuya fem es ϵ . La placa de la izquierda se mantiene fija mientras que la derecha se puede mover entre los toques A y B como se muestra en la siguiente figura.Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:



- (a) El campo eléctrico entre las placas crece cuando la placa se mueve de A y B.
- (b) Fluye carga de las placas del condensador a la batería cuando la placa se mueve de A a B.
- (c) La diferencia de potencial entre las placas depende de la posición de la placa de la derecha.
- (d) La capacitancia del condensador aumenta cuando la placa se mueve de A a B.
- (e) La energía almacenada en el condensador permanece constante sin importar que la placa se mueva puesto que la energía se conserva.
- (f) Ninguna de las anteriores.

3. (10%) Dos conductores conectados en serie poseen una resistencia 4 veces mayor que al conectarlos en paralelo. Encontrar cuantas veces es mayor la resistencia de uno con respecto al otro.

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) 5
- (f) Ninguna de las anteriores

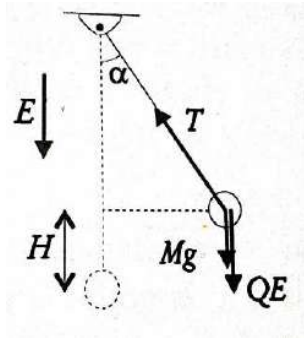
4. (10%) Las seis caras de un cubo hueco y vacío de un material conductor se encuentran en potencial ϕ .

- (a) Calcule el potencial dentro del cubo.
- (b) Si 5 caras se ponen a potencial cero. ¿Cuál es el nuevo potencial al centro del cubo?

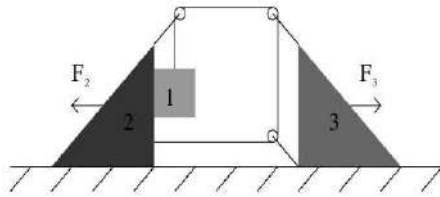
PARTE PRÁCTICA (60%)

5. (20 %) Una carga Q se coloca en el centro de la tapa superior de un cubo de arista a . Existe una segunda carga puntual q que puede moverse sobre las caras del cubo excepto sobre la cara superior. Considerando todas las posibles posiciones para la carga q , encontrar el cociente entre la fuerza electrostática máxima y la mínima de interacción mutua entre Q y q .

6. (20 %) Una partícula A de masa M y carga Q está suspendida de un hilo de longitud L . La partícula se encuentra en presencia de un campo eléctrico constante E en dirección hacia abajo. Si a la partícula se le imprime una velocidad v_0 perpendicular a la dirección del campo eléctrico. ¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando la partícula ha alcanzado su posición de separación máxima con respecto a su posición de equilibrio?



7. (20 %) Para el sistema mostrado en la figura calcule:



- La fuerza F_2 necesaria para que el cuerpo 2 no se mueva y la aceleración del cuerpo 3 en ese caso (la fuerza F_3 es cero).
- La fuerza F_3 necesaria para que el cuerpo 3 no se mueva y la aceleración del cuerpo 2 en ese caso (la fuerza F_2 es cero).
- La aceleración del cuerpo 2 y del cuerpo 3 (las fuerzas F_3 y F_2 son cero).

Expresa todos sus resultados en términos de las masas de los cuerpos 1, 2 y 3. La cuerda y las poleas son ideales, los cuerpos 2 y 3 son triángulos rectángulos y no existe fuerza de fricción.

2^{da} ETAPA
9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) ¿Cuántos planetas posee el Sistema Solar?
 - (a) 10
 - (b) 7
 - (c) 8
 - (d) 9
 - (e) 11
2. (10 %) ¿Quién planteo la teoría geocéntrica?
 - (a) Aristóteles
 - (b) Newton
 - (c) Ptolomeo
 - (d) Platón
 - (e) Copérnico
3. (10 %) ¿En qué año se planteó la teoría heliocéntrica?
 - (a) 1475
 - (b) 1500
 - (c) 1543
 - (d) 1610
4. (10 %) Un Eclipse total de Sol se produce en:
 - (a) Luna nueva
 - (b) Luna en cuarto creciente
 - (c) Luna en cuarto menguante
 - (d) Luna llena
 - (e) ninguna de las anteriores
5. (10 %) ¿Cómo podían apreciar que la Tierra era redonda ?
 - (a) Observando la altura de los astros a diferente latitud.
 - (b) Navegando alrededor del planeta y volviendo al punto de partida.
 - (c) No lo sabían, pensaban que la Tierra era plana.
 - (d) Viendo los barcos perderse en el horizonte.
6. (10 %) ¿Cuáles son los planetas gaseosos del Sistema Solar?
 - (a) Tierra, Marte, Saturno
 - (b) Saturno, Júpiter, Neptuno, Plutón, Urano
 - (c) Mercurio, Venus, Tierra, Marte
 - (d) Neptuno, Saturno, Júpiter
 - (e) Saturno, Neptuno, Júpiter, Urano
7. (10 %) ¿Cuántas veces el diámetro de la Tierra es mayor que el de la Luna?
 - (a) 4 veces
 - (b) 10 veces
 - (c) 2 veces
 - (d) 6 veces
 - (e) 3 veces
8. (10 %) El “Cinturón de Asteroides” está ubicado entre las órbitas de:
 - (a) La Tierra y Marte
 - (b) Marte y Júpiter
 - (c) Júpiter y Saturno
 - (d) Marte y Saturno
 - (e) La Tierra y la Luna
9. (10 %) ¿Cuál es la velocidad de movimiento de la Tierra alrededor del Sol, suponiendo que esta se mueve uniformemente por un círculo de radio de 149600.00 [km] con un periodo orbital igual a $365^{1/4}$ días?
 - (a) 30 [km/hora]
 - (b) 55 [km/seg]
 - (c) 30 [km/seg]
 - (d) 65 [km/hora]
 - (e) ninguno de los anteriores
10. (10 %) La distancia de la Tierra al Sol es conocida como:
 - (a) un año luz
 - (b) un parsec
 - (c) unidad astronómica
 - (d) ninguna de las anteriores

1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) La razón por la cual algunos eclipses de Sol son totales y otros son anulares, es:
 - (a) La deflexión de la luz predicha por Einstein
 - (b) La refracción de la luz en la atmósfera
 - (c) En los anulares el Sol, la Luna y la Tierra no están perfectamente alineados
 - (d) La variación en las distancias Sol-Tierra y Tierra-Luna debido a las órbitas no circulares
 - (e) Los eclipses totales ocurren de noche y los anulares de día
2. (10 %) En la última etapa de su evolución, el Sol será:
 - (a) hoyo negro
 - (b) supernova
 - (c) estrella de neutrones
 - (d) pulsar
 - (e) enana blanca
3. (10 %) El principal combustible de las estrellas como el Sol, en la secuencia principal, es el:
 - (a) Hidrógeno
 - (b) Helio
 - (c) Carbono
 - (d) Litio
 - (e) Nitrógeno
4. (10 %) La propiedad más importante que determina el eventual destino final de una estrella es:
 - (a) Su masa
 - (b) Los detalles de su composición química
 - (c) Su proximidad a estrellas de gran masa cercanas al centro de la galaxia
 - (d) La concentración inicial de hierro en su núcleo
 - (e) Su velocidad angular de rotación
5. (10 %) El determinado intervalo de tiempo en el cual los eclipses de Sol y Luna se repiten, ¿cómo se llama?
 - (a) Año lunar
 - (b) Año solar
 - (c) Saros
 - (d) Milenio
 - (e) Año de los eclipses.
6. (10 %) La distancia de la Tierra al Sol es aproximadamente:
 - (a) 1 unidad astronómica
 - (b) 1 parsec
 - (c) 100.000 km
 - (d) 1 año luz
 - (e) 10.000 km
7. (10 %) Las mareas se producen por:
 - (a) gravedad de la tierra
 - (b) rotación de la tierra sobre su propio eje.
 - (c) gravedad que ejerce la luna durante su traslación.
 - (d) gravedad de un cometa.
 - (e) gravedad del Sol.
8. (10 %) ¿Cuál es la duración de un día sideral expresada en hora solar media?
 - (a) 24h 04 min 8s
 - (b) 23h 58min
 - (c) 23h 56 min 4 s
 - (d) 23 56min 8 seg
9. (10 %) Los planetas visibles a simple vista son (puede seleccionar más de uno):
 - (a) Júpiter
 - (b) Mercurio
 - (c) Urano
 - (d) Venus
 - (e) Luna
 - (f) Neptuno
 - (g) Marte
 - (h) Saturno
10. (10 %) ¿Cuál es el planeta más brillante en el cielo?
 - (a) Júpiter
 - (b) Saturno
 - (c) Venus
 - (d) Mercurio
 - (e) Luna

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡ Las preguntas 1 a 8 valen 10 puntos cada una y las preguntas 9 y 10 valen 15 puntos cada una, justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) Mercurio puede ser visto:
 - (a) Sólo al atardecer
 - (b) Sólo al amanecer
 - (c) Sólo al atardecer y al amanecer
 - (d) Sólo cerca de la medianoche
 - (e) En cualquier momento de la noche
2. (10 %) ¿Porqué, por observaciones astronómicas desde la Tierra, no se pudo determinar con exactitud la masa de Venus aplicando el mismo método con el cual se determinaron las masas de los demás planetas?
 - (a) Está cerca al Sol
 - (b) Es muy brillante
 - (c) Tiene atmósfera
 - (d) No tiene satélites
3. (10 %) Las “estrellas fugaces” son:
 - (a) Partículas de polvo y hielo, o rocas que se encuentran en el espacio y que son interceptadas por la órbita terrestre
 - (b) Restos de cometas o de la formación del Sistema Solar
 - (c) Objetos que en ocasiones alcanzan la superficie de la Tierra debido a que no se desintegran por completo en la atmosfera
 - (d) Todas las anteriores
 - (e) Ninguna alternativa es correcta
4. (10 %) Nuestra Galaxia posee una forma:
 - (a) Espiral
 - (b) Irregular
 - (c) Elíptica
 - (d) Circular
 - (e) Alargada
5. (10 %) Un año-luz corresponde a:
 - (a) La distancia entre la Tierra y el Sol.
 - (b) 365 días
 - (c) La distancia que recorre la luz durante 365 días.
 - (d) 300.000 [km/s]
 - (e) La distancia al centro de la Tierra.
6. (10 %) ¿Cuál de los siguientes cuerpos celestes es el menos denso?
 - (a) Luna
 - (b) Júpiter
 - (c) Saturno
 - (d) Tierra
 - (e) Mercurio
7. (10 %) Para llegar del Sol a la Tierra, la luz demora aproximadamente:
 - (a) Una milésima de segundo
 - (b) $\frac{1}{2}$ segundo
 - (c) 8 minutos
 - (d) $\frac{3}{4}$ de hora
 - (e) 7 horas
8. (10 %) Cuando decimos paralaje uno se refiere a:
 - (a) Una distancia.
 - (b) Unidades de brillo.
 - (c) Un ángulo
 - (d) Tiempo.
 - (e) Masa.
9. (15 %) Ordene la estructura de las distintas partes de la estructura del Sol, desde adentro hacia fuera:
 - (a) Fotósfera
 - (b) Zona convectiva
 - (c) Cromósfera
 - (d) Zona radiativa
 - (e) Núcleo
 - (f) Corona
10. (15 %) La velocidad está definida como $v = \frac{d}{t}$ (donde d es la distancia y t es el Tiempo). Si existiera una nave que viaja a 192.200 [km/h] y la distancia de la Tierra a la Luna vale 384.400 [km], ¿en cuánto tiempo llegaría ésta nave desde la Tierra a la Luna?
 - (a) 1 hora,
 - (b) 2 horas,
 - (c) 4 horas,
 - (d) 1 día,
 - (e) 2 días

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) La Tierra, además del movimiento de traslación en torno al Sol, posee el(los) movimiento(s), de:
 - (a) Rotación
 - (b) Precesión
 - (c) Nutación
 - (d) Todos los anteriores
 - (e) Sólo rotación y precesión
2. (10 %) Para explicar las estaciones del año, ¿cuál(es) de los siguientes elementos es(son) relevantes?
 - (a) El movimiento de la Tierra en torno al Sol.
 - (b) La elipticidad (no-circularidad) de la órbita terrestre.
 - (c) La inclinación del eje de rotación de la Tierra con respecto a su plano orbital.
 - (d) El achatamiento de la Tierra, debido a su rotación.
3. (10 %) ¿Cuán a menudo está el Sol directamente sobre el Ecuador terrestre?
 - (a) Una vez al día
 - (b) Una vez al mes
 - (c) Una vez cada seis meses
 - (d) Una vez al año
 - (e) Cada 12 horas
4. (10 %) ¿Dónde coinciden el Cenit y el polo sur celeste?
 - (a) En el polo sur.
 - (b) En el polo norte.
 - (c) En el ecuador.
 - (d) En cualquier lugar de la Tierra.
 - (e) En ningún lugar
5. (10 %) El centro de la esfera celeste es:
 - (a) El ojo del observador.
 - (b) El centro de la Tierra.
 - (c) El centro del Sol.
 - (d) El observatorio de Greenwich.
 - (e) El suelo debajo del telescopio.
6. (10 %) Bolivia tiene un uso horario de -4 . ¿A qué distancia del meridiano cero, en grados de longitud, equivale este?
 - (a) 4°
 - (b) 15°
 - (c) 60°
 - (d) 180°
 - (e) 310°
7. (10 %) Por lo general, las coordenadas mostradas en los mapas estelares son:
 - (a) Ascensión Recta y Declinación.
 - (b) Altura y Acimut.
 - (c) Distancia y brillo.
 - (d) Todas las anteriores.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
8. (10 %) ¿Cuánto tiempo aproximadamente le toma al Sol realizar un viaje completo alrededor de la eclíptica?
 - (a) 23 horas 56 minutos
 - (b) 24 horas
 - (c) 27 días
 - (d) 183 días
 - (e) 365 días
9. (10 %) En el modelo de esfera celeste del cielo, la posición del Sol (vista desde la Tierra durante el año) sobre el horizonte Oeste, al atardecer, cambia porque:
 - (a) La Tierra es estacionaria
 - (b) Las estrellas rotan con la esfera celeste
 - (c) La posición del Sol a lo largo de la eclíptica está cambiando constantemente
 - (d) El eje de rotación de la Tierra está inclinado $23,5$ grados
 - (e) Un año terrestre dura aproximadamente 365 días.
10. (10 %) ¿Cuál es la fecha aproximada cuando el camino del Sol a lo largo de la eclíptica cruza el ecuador terrestre moviéndose hacia el norte?.
 - (a) 3 de Enero
 - (b) 21 de Marzo
 - (c) 21 de Junio
 - (d) 22 de Septiembre
 - (e) 21 de Diciembre

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) ¿ Qué color tienen las estrellas más calientes?
 - (a) Amarillo
 - (b) Rojo
 - (c) Azul
 - (d) Naranja
2. (10 %) La estrella Alpha Centauro se encuentra a 4.3 Años Luz. ¿ A cuánto equivale en parsecs?
 - (a) 1.5
 - (b) 1.3
 - (c) 2
 - (d) 5
 - (e) 4.3
3. (10 %) Nuestro Sol se encuentra en uno de los cuatro brazos de la galaxia denominado:
 - (a) brazo de Carina
 - (b) brazo de Sagitario
 - (c) brazo de Perseo
 - (d) brazo de Orión
 - (e) ninguna de las anteriores
4. (10 %) La distancia del Sol al centro de la Vía Láctea es aproximadamente:
 - (a) 4 años luz
 - (b) 65 años luz
 - (c) 350 años luz
 - (d) 25 mil años luz
 - (e) 20 millones de años luz
5. (10 %) ¿Cuáles de estas afirmaciones son correctas?
 - (a) Las estrellas más rojas pueden brillar mucho más tiempo que las azules.
 - (b) Las estrellas más azules pueden brillar mucho más tiempo que las rojas.
 - (c) Las estrellas más calientes presentan un color rojizo.
 - (d) Las estrellas más calientes presentan un color azulado
6. (10 %) ¿Sigue un cometa periódico exactamente la misma órbita en sus regresos sucesivos al Sol?
 - (a) Si
 - (b) No
7. (10 %) Las galaxias conocidas más cercanas a la nuestra son:
 - (a) Galaxia enana del Can Mayor y galaxia enana elíptica de Sagitario
 - (b) Nube Grande de Magallanes y Nube Pequeña de Magallanes
 - (c) Galaxia de Andrómeda y galaxia del Triángulo
 - (d) Nube Pequeña de Magallanes y galaxia Andrómeda
 - (e) Galaxia enana de Fornax y galaxia del Triángulo
8. (10 %)¿Cuántas veces las estrellas de primera magnitud son más brillantes que las de la más baja luminosidad observables a simple vista (es decir de 6^{ta} magnitud)?
 - (a) 60 veces
 - (b) 80 veces
 - (c) 100 veces
 - (d) 1.000 veces
9. (10 %) La mayoría de los planetas extrasolares hasta ahora han sido descubiertos por:
 - (a) Su radiación infrarroja
 - (b) El movimiento que inducen en la estrella en torno a la cual orbitan
 - (c) Las variaciones de flujo de luz que ocurren cuando el planeta pasa frente a la estrella.
 - (d) Ninguna de las anteriores, porque aún no se han descubierto planetas extrasolares
 - (e) b) y c) son correctas
10. (10 %)Desde nuestro hemisferio, una de las siguientes constelaciones NO es considerada una constelación circumpolar:
 - (a) Hidra
 - (b) Cruz del Sur
 - (c) Triangulo Austral
 - (d) Osa Mayor
 - (e) Carina

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!
¡Cada pregunta vale 10 puntos!

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) La astronomía de rayos X permite estudiar, especialmente:
 - (a) Objetos muy fríos, como las nubes donde se forman las estrellas.
 - (b) El interior de las estrellas.
 - (c) El Big Bang.
 - (d) Procesos de alta energía y regiones de alta temperatura.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
2. (10 %) Entre los roles históricos de las leyes de Kepler no estuvo:
 - (a) Corregir el modelo copernicano, cambiando las órbitas circulares por elípticas.
 - (b) Respaldar el modelo heliocéntrico.
 - (c) Preparar el camino para la formulación de las leyes mecánicas y de gravitación de Newton.....
 - (d) Explicar cómo se formó el Sistema Solar.
 - (e) Dar una descripción más precisa del movimiento de los planetas
3. (10 %) ¿Cuál de los telescopios cuyas especificaciones se detallan, es el más adecuado para observaciones y búsqueda de cometas?.
 - (a) D=10 [cm],F=20 [cm]
 - (b) D=10 [cm],F=50 [cm]
 - (c) D=5 [cm] ,F=20 [cm]
4. (10 %) En la observación de una estrella, el efecto Doppler presentado por el espectro electromagnético obtenido, puede permitir a un astrónomo:
 - (a) Obtener información de la composición química.
 - (b) Calcular la masa.
 - (c) Estimar la velocidad tangencial respecto a nuestra línea de visión.
 - (d) Conocer el gradiente de temperatura.
 - (e) Calcular su luminosidad.
5. (10 %) La emisión de las estrellas contiene no solo el espectro visible sino además:
 - (a) Radiación ultravioleta.
 - (b) Rayos infrarrojos.
 - (c) Electrones y positrones.
 - (d) Todas las anteriores.
 - (e) ninguna de las anteriores.
6. (10 %) La radio astronomía es:
 - (a) La transmisión inalámbrica de resultados astronómicos desde un observatorio a un centro de análisis.
 - (b) La transmisión de información astronómica desde un satélite (como el Telescopio Espacial Hubble o el telescopio infrarrojo Spitzer)
 - (c) El estudio de cualquier tipo de radiación proveniente de un objeto astronómico.
 - (d) El estudio de objetos astronómicos mediante las ondas que emiten en el rango de baja frecuencia del espectro electromagnético.
7. (10 %) Una estrella muy luminosa de color blanco azulado con temperatura superficial entre 10.000° K y 30.000° K es de tipo espectral
 - (a) G,
 - (b) O,
 - (c) B,
 - (d) A,
 - (e) K
8. (10 %)Un espectro es:
 - (a) La descomposición de un rayo de luz según las distintas longitudes de onda que lo conforman.
 - (b) La variación temporal de la luminosidad de un objeto astronómico, por ejemplo una estrella pulsante o una explosión de supernova.
 - (c) Un reflejo que hace más difícil analizar una imagen astronómica.
 - (d) Un objeto difuso que se observa en el cielo, por ejemplo una nube molecular o nebulosa planetaria.
 - (e) Una medición del flujo de radiación de una estrella, galaxia u otro objeto astronómico.
9. (10 %) En galaxias espirales o de disco, hay fuerte evidencia para la existencia de materia oscura, basada en que:
 - (a) Todas las estrellas se van moviendo hacia el centro.
 - (b) No es posible ver todas las estrellas, porque su luz es absorbida por la materia oscura.

- (c) La velocidad orbital de las estrellas en torno al centro de la galaxia es demasiado alta para ser explicable sólo por la atracción por parte de las otras estrellas.
- (d) No hay muchas estrellas.
- (e) Se observa un hoyo negro supermasivo en su centro y muchos otros menores distribuidos en los brazos espirales.
10. (10 %) La velocidad de la luz es una constante con un valor de 3×10^8 [m/s] y su ecuación de velocidad es $c = \lambda f$ (donde c es velocidad, λ es longitud de onda y f es frecuencia). Una antena de telecomunicación manda señales de microondas con una frecuencia de 20×10^9 [Hz]. Calcular la longitud de la onda enviada y expresarla en milímetros.
4. (10 %) En el espectro electromagnético se utiliza la unidad llamada “electronvoltio” [eV] para medir en una onda su:
- (a) Longitud
- (b) frecuencia
- (c) periodo
- (d) energía
5. (10 %) Los rayos gamma son ondas electromagnéticas que, según el espectro electromagnético, presentan los niveles de longitudes de ondas:
- (a) más altos
- (b) intermedios
- (c) más bajos
- (d) visibles

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Para que la respuesta tenga valor debe estar debidamente justificada tanto en la parte teórica como en la parte práctica!

¡ Cada pregunta, de la numero 1 a la numero 7 vale 10 puntos, las preguntas 8 y 9 valen 5 puntos cada una y la pregunta 10 vale 20 puntos)

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) Las galaxias, según su forma, se clasifican en tres grupos básicos: espirales, elípticas e irregulares. La Vía Láctea que es la galaxia a la que pertenece el Sistema Planetario es del tipo:
- (a) Espiral
- (b) elíptica
- (c) irregular
2. (10 %) Los telescopios modernos han mostrado que en el interior de las galaxias espirales existe:
- (a) una supernova
- (b) un conglomerado de estrellas rojas
- (c) un agujero negro
3. (10 %) Un tipo de galaxia espiral es la llamada “galaxia espiral barrada”, que se caracteriza por tener:
- (a) Cuatro brazos de espiral
- (b) un abultamiento en forma de línea entre los extremos
- (c) un color rojo
4. (10 %) ¿En qué consiste el efecto Doppler aplicado al estudio de las galaxias?
- (a) Explica la naturaleza de las galaxias al permitir contener su contenido.
- (b) Explica la desviación al rojo de los espectros de las galaxias debido a que se alejan
- (c) Explica la desviación al rojo de los espectros de las galaxias debido a que se acercan a nosotros.
- (d) Las galaxias se alejan de nosotros con una velocidad proporcional a su distancia.
5. (10 %) Los Cúmulos Globulares son los objetos más antiguos de la Galaxia
- (a) Verdadero
- (b) Falso
6. (5 %) Explique los principios de la Ley de radiación de Wien:
7. (5 %) Explique la ley de radiación de Stephan – Boltzmann
8. (20 %) La temperatura de la superficie de las estrellas llamadas “enanas blancas” es del orden de 10^5 K. ¿Cuál es su longitud de onda y frecuencia de onda emitida por estas estrellas aplicando la ley de Wien?

3^{ra} ETAPA
9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE
ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Cada pregunta vale 10 puntos! justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares.

Parte conceptual

1. (10 %) El periodo sinódico de la Luna es de:
 - (a) 25 días
 - (b) 28 días
 - (c) 29.5 días
 - (d) 27.3 días
2. (10 %) La Ionósfera, a partir de la superficie terrestre, se presenta a:
 - (a) 5 [km]
 - (b) 20 [km]
 - (c) 150 [km]
 - (d) 80 [km]
 - (e) 200 [km]
3. (10 %) ¿Qué porción de la superficie de la Luna se observa desde la Tierra a lo largo del año? Explique.
4. (10 %) La velocidad de la Luz es aproximadamente de 300000 [km/s]. Sabiendo esto, ¿cuánto tiempo tarda en promedio, un rayo láser en llegar de la Tierra a la Luna?
5. (10 %) Si el 5 de junio, la Luna se encontraba en cuarto creciente, ¿cuándo estará en cuarto creciente en el mes de agosto?
 - (a) 1 de agosto
 - (b) 10 de agosto
 - (c) 4 de agosto
 - (d) 6 de agosto
6. (10 %) Mencione las tres teorías más importantes sobre el origen de la Luna.
7. (10 %) Las manchas oscuras visibles a simple vista en la Luna se llaman:
8. (10 %) La cuenca intracontinental (dentro de la placa Continental) más profunda de la Tierra es:
 - (a) Mar Muerto

- (b) Mar de Aral
- (c) Lago Baikal

9. (10 %) ¿Cuál es el nombre de la capa más baja de la Atmósfera de la Tierra?
10. (10 %) ¿De qué gases está compuesta la atmósfera de la Tierra? conocida como:

1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Cada pregunta vale 10 puntos! Justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares usando la parte posterior de la presente hoja.

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

1. (10 %) Callisto, es un satélite natural de:
 - (a) Marte
 - (b) Saturno
 - (c) Urano
 - (d) Júpiter
2. (10 %) La “Mancha Roja de Júpiter” fue observada por primera vez hace más de:
 - (a) 300 años
 - (b) 450 años
 - (c) 1000 años
 - (d) 600 años
3. (10 %) En volumen, ¿cuántos planetas Tierra pueden caber en el planeta Saturno?
 - (a) 730
 - (b) 440
 - (c) 1300
 - (d) 290
4. (10 %) ¿Cuál es la máxima velocidad a la que un meteoride ingresa a la parte alta de la atmósfera terrestre?
 - (a) 30000 [km/h]
 - (b) 500000 [km/h]
 - (c) 270000 [km/h]
 - (d) 25000 [km/h]
5. (10 %) En 1833 se observó una de las más intensas lluvias de meteoros que se tiene registrada. ¿A qué radiante pertenecían estos meteoros?
 - (a) Iota Perseus

- (b) Pi Pictoris
(c) Orión
(d) Leo
6. (10%) En el cinturón principal de asteroides (entre Marte y Júpiter) ¿Cuál será la distancia promedio entre dos asteroides?
(a) 1000000 [km]
(b) 10000 [km]
(c) 60 [m]
(d) 120 [km]
7. (10 %) La órbita del cometa Halley es:
(a) Circular
(b) Elíptica
(c) Parabólica
(d) Hiperbólica
8. (10%)¿Desde qué zonas es posible observar las auroras?
(a) Polares
(b) Tropicales
(c) Meridionales
(d) Ecuatoriales
9. (10 %) ¿Qué tipo de tiempo marcan nuestros relojes?
(a) Tiempo Solar
(b) Tiempo Sidereal
(c) Tiempo Solar Medio
(d) Tiempo sinódico
10. (10 %) El tiempo mínimo que pasa entre un eclipse de Sol y uno de Luna es de:
(a) 1 mes
(b) 7 días
(c) 2 semanas
(d) 6 meses
1. (10 %) Una mancha solar es observada que aparece por el limbo oeste del Sol. Suponiendo que la misma no se desvanezca en el tiempo, ¿de cuántos días disponen los observadores para seguir el desarrollo de la misma?
(a) 0
(b) 13
(c) 20
(d) 30
2. (10 %) Considerando que Saturno se encuentra a 9 Unidades Astronómicas del Sol, ¿Cuánto es lo mínimo que podría demorar una transmisión de datos desde la sonda Cassini (que orbita Saturno) en llegar a la Tierra?
3. (10 %) En el siglo XVI, Magallanes demoró tres años en circunnavegar a nuestro planeta. En 1969, a la nave espacial Apolo XI le tomó tres días en llegar a la Luna. Porcentualmente ¿Cuánto incrementó la velocidad con la que pudieron desplazarse entre estos dos épicos viajes?
4. (10 %) El Sol está formado por:
(a) 60 % H & 40 % He
(b) 50 % H & 50 % He
(c) 100 % H
(d) 70 % H & 30 % He
5. (10 %) Si sabemos que la Tierra recibe 1376 W/m^2 de radiación Solar, ¿Cuánta radiación solar por metro cuadrado se recibe en Marte?
6. (10 %) En volumen, ¿cuántos planetas Tierra pueden caber en el planeta Saturno?
7. (10 %) El Sistema solar se formó a partir de una vasta nube de polvo y gas interestelar hace:
(a) 13×10^{13} años
(b) 8×10^{11} años
(c) 2.6×10^6 años
(d) 4.6×10^9 años
8. (10 %) Se conoce como albedo:
(a) La luz solar en superficie
(b) Radiación emitida por el Planeta Tierra
(c) Radiación emitida por el Sol
(d) Reflexión de la luz solar en la atmósfera
9. (10 %) Uno de los orígenes de los cometas es el anillo de Kuiper que esta:
(a) Entre Marte y Júpiter
(b) Más allá de Plutón

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Las preguntas 1 a 10 valen 10 puntos cada una!. Justifique sus respuestas, de ser necesario con cálculos auxiliares usando la parte posterior de la presente hoja.

Parte conceptual
(Subraye la respuesta correcta)

- (c) entre Saturno y Urano
 (d) a más de 1000 AU
10. (10 %) ¿Quién fue el primero en formular la teoría de Placas Tectónicas?
- (a) Van Allen
 (b) Darwin
 (c) Bohr
 (d) Wegener

3^o DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Las preguntas 1 a 4 valen 15 puntos y las preguntas 5 a 8 valen 10 puntos!. Justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares usando el reverso de esta hoja.

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

- (15 %) ¿Cuál será el ángulo de la eclíptica con respecto al horizonte, para un observador en La Paz (latitud. $16^{\circ}32'08''$, longitud: $68^{\circ}10'12''$), el día del Solsticio de Invierno al momento del amanecer?
- (15 %) ¿Cuál sería la magnitud aparente del Sol si estuviera a 1.3 pc?
- (15 %) Calcular la magnitud sideral absoluta de Antares, conociendo que su paralaje es $0.009''$ y su magnitud aparente es +1.22.
- (15 %) La magnitud aparente de la Luna es -12.5 y la magnitud aparente del Sol es -26, ¿Cuántas veces la densidad de flujo de la Luna es el flujo del Sol?
- (10 %) En el siglo XVI, Magallanes demoró tres años en circunnavegar a nuestro planeta. En 1969 a la nave espacial Apolo XI le tomó tres días en llegar a la Luna. Porcentualmente, ¿Cuánto incrementó la velocidad con la que podemos desplazarnos entre estos dos épicos viajes?
- (10 %) La Intensidad luminosa del Sol es de 3.9×10^{26} [W]. El total de la potencia eléctrica generada en Bolivia es del orden 1200 [MW]. ¿Cuántas veces esta última potencia representa la generada por el Sol?
- (10 %) ¿Cuáles de los siguientes objetos son considerados satélites Galileanos? (Puede subrayar más de un inciso).
 (a) Mimas
 (b) Callisto

- (c) Rhea
 (d) Hyperion
 (e) Europa

8. (10 %) El diagrama Hertzsprung-Rusell relaciona características estelares, menciónelas.

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Las preguntas 1 y 4 valen 20 puntos, 2, 3, 5 y 6 valen 10 puntos y las preguntas 7 al 10 valen 5 puntos!. Justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares usando el reverso de esta hoja.

Parte conceptual

(Subraye la respuesta correcta)

- (20 %) La magnitud aparente de la Luna es -12.5 y la magnitud absoluta del Sol es 4.76, el cual se encuentra a una Unidad Astronómica de la Tierra. ¿Cuántas veces la densidad de flujo de la Luna es el flujo del Sol?
- (10 %) El monte Olimpo, en Marte tiene una base de 600 km. ¿Cuál debería ser el diámetro de un telescopio en la Tierra para poder observar esta característica marciana durante una oposición del planeta Marte?
- (10 %) ¿Cuál será la velocidad angular de un satélite que se encuentra a la mitad de la distancia en la que se encuentran los satélites geoestacionarios? (Los satélites geoestacionarios se encuentran a 36000 km).
- (20 %) Teniendo un telescopio de 1000 mm de distancia focal, una razón focal de 8 y un ocular de 25 [mm], determine: el diámetro, el poder de resolución, la escala de placa, el aumento con ese ocular.
- (10 %) En un telescopio sin seguimiento, una estrella cruza el campo completo visto por el ocular en 10[s], determine, el campo de visión de ese telescopio.
- (10 %) ¿Cuál será el ángulo entre la eclíptica y el Horizonte para un observador en Santa Cruz de la Sierra (Latitud: $17^{\circ}47'21''$ S, Longitud: $63^{\circ}11'51''$ O), al momento del medio día local el día del equinoccio de primavera?
- (5 %) En la secuencia de temperaturas estelares OBAFGKM, la letra O representa temperaturas:
 (a) Muy altas
 (b) Medianas

- (c) Baja
8. (5 %) La astronomía de Rayos Gamma y Rayos X se inició en:
- (a) EEUU
(b) Alemania
(c) Bolivia
(d) Reino Unido
9. (5 %) ¿Cuántas veces las estrellas de primera magnitud son más brillantes que las de la más baja luminosidad observables a simple vista (es decir de 6^{ta} magnitud)?
- (a) 60 veces
(b) 80 veces
(c) 100 veces
(d) 1000 veces
10. (5 %) La materia oscura constituye un porcentaje de la energía total del universo que es:
- (a) 2%
(b) 5%
(c) 20%
(d) 50%
4. (15 %) Himalia es un satélite natural de Júpiter con un periodo de 250 días, el cual orbita alrededor de él a una distancia de 11480000 km. Si la densidad media de Júpiter es 1330 [kg/m³], determine el radio de Júpiter suponiendo que es una esfera perfecta.
5. (15 %) La densidad de la Tierra es 5.51 [g/cm³] y su radio es 6.378 [km]. Si el radio de la Tierra fuera 3 veces más grande. Calcular para la nueva Tierra: la gravedad superficial, el periodo alrededor del Sol, la masa y el periodo de la Luna.
6. (15 %) Calcule la energía de un fotón de luz roja. Utilice la constante de Planck cuyo valor es de $6,6 \times 10^{-34}$ Kg.m²/s y el valor de la velocidad de la luz en el vacío.
7. (5 %) ¿Quiénes demostraron la existencia de la radiación de fondo de microondas?
- (a) Hoyle y Gold
(b) Gamow y Alpher
(c) Dicke y Peebles
(d) Penzias y Wilson
8. (5 %) ¿Qué estrellas constituyen el triángulo de verano del Hemisferio Sur? Marcar al menos dos.
- (a) Aldebarán
(b) Can Menor
(c) Castor
(d) Sirio
(e) Betelgeuse
(f) Proción

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: Las preguntas 1 a 6 valen 15 puntos, las preguntas 7 y 8 valen 5 puntos! Justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares usando el reverso de esta hoja.

Parte conceptual

1. (15 %) ¿Cuál será la velocidad angular de un satélite que se encuentra a la mitad de la distancia de la que se encuentran los satélites geoestacionarios? (Los satélites geoestacionarios se encuentran a 36000 [km]).
2. (15 %) ¿A qué distancia deberá encontrarse un satélite para que su órbita sea geo-sincrónica? Sabiendo que su órbita está inclinada respecto del ecuador en 35°?
3. (15 %) El 12 de abril de 1961 a las 06:07 UTC, se lanzó la nave Vostok I, la cual pesaba 4.730 [kg]. El mismo 12 de abril a las 07:55 concluía este histórico primer vuelo tripulado al espacio. Calcule la energía necesaria para enviar a esta nave a completar esta primera misión. (Datos: Periodo Sidéreo de la Luna: 27.3 días, Periodo Sinódico de la Luna: 29.5 días, Radio de la Tierra: 6.378 [km], Radio de la Luna: 1.594 [km]).

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE TEÓRICA

Instrucciones: ¡Las preguntas 1 y 2 valen 20 puntos, 3 y 4 valen 25 puntos y las preguntas 5 y 6 valen 5 puntos! Justifique sus respuestas de ser necesario con cálculos auxiliares usando el reverso de esta hoja.

Parte conceptual

1. (20 %) Si la energía radiada por una estrella de Neutrones es la de un cuerpo negro, ¿cuál debería ser su temperatura efectiva? ¿En qué parte del espectro electromagnético podríamos ver la radiación emitida por la estrella de neutrones? (Datos: Radio=10 [km], Luminosidad observada= $2.17 \times 10^5 L_{sol}$, $L_{sol} = 3.82 \times 10^{33}$ [erg/s]).

2. (20 %) Una estrella explota como una supernova la cual tiene una magnitud absoluta de -16.5. Si antes de la explosión la estrella tenía una magnitud absoluta de 6, determine ¿En cuánto aumentó su densidad de flujo en relación a la que tenía antes de la explosión?
3. (25 %) Conociendo la velocidad tangencial en el perihelio (50 [km/s]), el semieje mayor (3 UA) y el semieje menor (2 UA) de un objeto en órbita elíptica alrededor de una estrella. Calcule la excentricidad de la órbita. Determine la velocidad tangencial cuando el objeto se encuentre cruzando el semieje menor.
4. (25 %) Una galaxia espiral en forma de disco tiene un diámetro angular de $1.22'$, su distancia al observador es de 40 megaparsecs y el plano de la galaxia es paralelo a la línea de visión. Debido al efecto Doppler se mide un corrimiento en la longitud de onda de 21 [cm] (línea del Hidrógeno neutro) de 0,01516 [cm] cuando se observa un extremo de la galaxia. Determine:
 - (a) El diámetro real de la galaxia.
 - (b) La velocidad de rotación del extremo de la galaxia.
 - (c) Por gravitación, calcule la masa de la galaxia.

$$(G = 6.6739 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2})$$

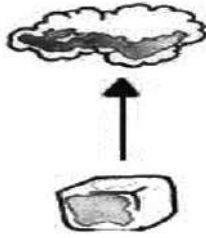
5. (5 %) ¿Cuántas veces más brillante que la Vía Láctea es un quásar típico?
 - (a) 2
 - (b) 10
 - (c) 100
 - (d) 1000
6. (5 %) La transición del Universo dominado por la radiación al Universo dominado por la materia tuvo lugar a una temperatura (en Kelvin) de:
 - (a) 10^6
 - (b) 0.3×10^6
 - (c) 45000
 - (d) 3000

SOLUCIONES
2^{da} ETAPA
 19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

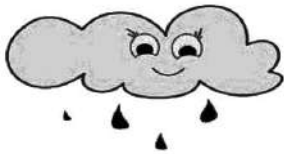
6^{to} DE PRIMARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- D) sublimación



2. 2.R.- A) condensación



3. 3.R.- E) el electrón
 4. 4.R.- B) III) , IV)

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- C) 232 [°C]
 6. 6.R.- C) 1.6

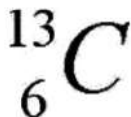
1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- B) 27



2. 2.R.- C) 6



3. 3.R.- C) el kilogramo
 4. 4.R.- B) el centímetro

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- A) 19.3 [g/cm^3]
 6. 6.R.- E) 408[m]

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- E) la masa
 2. 2.R.- A) El producto de la masa por la aceleración de la gravedad
 3. 3.R.- E) se atraen
 4. 4.R.- [°C]

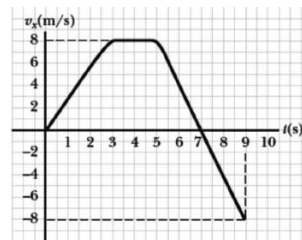
PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- A) 19.3 [g/cm^3]
 6. 6.R.- E) ninguna de las anteriores

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- B) verdadero
 2. 2.R.- A) 24 dígitos a la izquierda
 3. 3.R.- D) 0.1×10^{-9} [m]
 4. 4.R.- E) 2.0 [s]



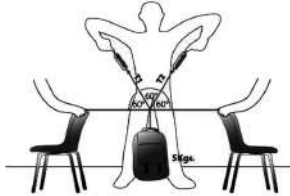
PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- C) 0.01
 6. 6.R.- D) $v_1 = 1/2v_2 ; H_2 = 4H_1$

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

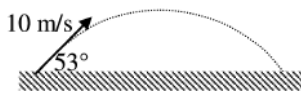
1. 1.R.- C) I,IV,V)
2. 2.R.- D) m_2
3. 3.R.- A) 0 [N]



4. 4.R.- E) 2.85 [cm]

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- B) 0.01
6. 6.R.- C) 6 [m/s]



5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- D) [$kg \frac{m^2}{s^2}$]
2. 2.R.- D) todos pesan igual
3. 3.R.- A) 10 [J]

$$E_{pg} = mgh = 1[kg]10[m/s^2]1[m] = 10[J]$$

4. 4.R.- A) aceleración
5. 5.R.- A) De la misma dirección y sentido contrario a \vec{F}
6. 6.R.- D) 5 [J]

$$E_{pg} = mgh = 3[kg] \frac{10[m/s^2]}{6} 1[m] = 5[J]$$

PARTE PRÁCTICA

7. 7.R.-

- (a) Puede el agua en una cascada generar energía SI

- (b) Pueden las estrellas generar energía? SI
- (c) Puede en viento generar trabajo? SI
- (d) Puede en gas natural generar energía? SI
- (e) Puede el Sol generar energía? SI

8. 8.R.-

- a) Cual es su energía potencial gravitacional?,

$$E_{pg} = mgh = 2[kg]10[m/s^2]2[m] = 40[J]$$

- b) Cuál es su energía potencial gravitacional a la mitad de su recorrido?,

$$E_{pg} = mgh = 2[kg]10[m/s^2]1[m] = 20[J]$$

$$E_{pg} = E_c$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad v^2 = 2gh$$

$$v^2 = 20[m^2/s^2]$$

- c) Cual es su energía cinética a la mitad de su recorrido?,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_c = \frac{1}{2}2[kg]20[m^2/s^2] = 20[J]$$

$$v^2 = 2gh \quad v^2 = 20 \cdot 10[m/s^2] \cdot 2[m] = 40[m^2/s^2]$$

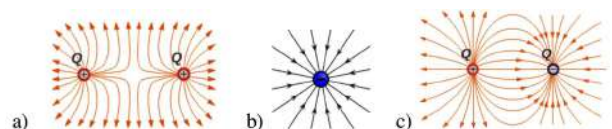
- d) Cuál es su energía cinética al final de su recorrido?

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_c = \frac{1}{2}2[kg]40[m^2/s^2] = 40[J]$$

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- C) 3
2. 2.R.- A) 3 electrones
3. 3.R.- C) Newton
4. 4.R.-



5. 5.R.- D) 9×10^{11} [N]

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

$$F = 9 \times 10^9 \frac{[N][m^2]}{C^2} \frac{5C5C}{(0.5[m])^2} = 9 \times 10^{11}$$

6. 6.R.- B) En medio de las dos cargas

7. 7.R.-

$$\frac{\text{voltio}}{\text{metro}} = \frac{[J/C]}{[m]} = \frac{[Nm/C]}{[m]} = \frac{[N]}{[C]} = \frac{\text{newton}}{\text{coulomb}}$$

8. 8.R.- C) aceleración

9. 9.R.- B) 4000 [N]

$$E_{pg} = W$$

$$mgH = F \cdot h$$

$$F = \frac{mgH}{h} = \frac{2[kg]10[m/s^2]2[m]}{0.05[m]} = 4000[N]$$

10. 10.R.- D) 10^{-4} [C]

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad q_1 = q_2 = q$$

$$q^2 = \frac{F d^2}{\kappa}$$

$$q = \sqrt{\frac{90[N](1[m])^2}{9 \times 10^9 \frac{[N][m^2]}{[C^2]}}} = 1 \times 10^{-4}[C]$$

SOLUCIONES
3^{ra} ETAPA
19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA FÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- C) Solo es falsa la afirmación III.
2. De las siguientes afirmaciones referentes a la materia y sus estados indique cual es falsa.
2.R.- C) Todas las moléculas son de igual tamaño y masa.
3. Describa las características del estado líquido, sólido y gaseoso de la materia.
3.R.-

Estado sólido: un sólido es una sustancia formada por moléculas, que se encuentran muy unidas entre sí por una fuerza llamada Fuerza de Cohesión. Los sólidos son duros y difíciles de comprimir, porque las moléculas, que están muy unidas, no dejan espacio entre ellas.

Estado líquido: un líquido es una sustancia formada por moléculas que están en constante desplazamiento, y que se mueven unas sobre otras. Los líquidos son fluidos porque no tienen forma propia, sino que toman la del recipiente que los contiene.

Estado gaseoso: un gas es una sustancia formada por moléculas que se encuentran separadas entre sí. Los gases no tienen forma propia, ya que las moléculas que los forman se desplazan en varias direcciones y a gran velocidad. Por esta razón, ocupan grandes espacios.

4. Se quiere transferir energía de un cuerpo 1 a un cuerpo 2, con la intención de provocar algún cambio o efecto en el cuerpo 2. ¿Qué formas hay de transferir energía entre dos cuerpos?
4.R.-

*Se puede decir que hay dos formas de transferir la energía entre los cuerpos, o dicho de otra forma, que la energía produce dos tipos de acciones o cambios sobre los cuerpos: **trabajo y calor.***

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.-

Basta aplicar la relación dada:

$$Q = mc(T_2 - T_1)$$

Reemplazando se tiene:

$$1840 = 80 \cdot 0.85(T_2 - T_1)$$

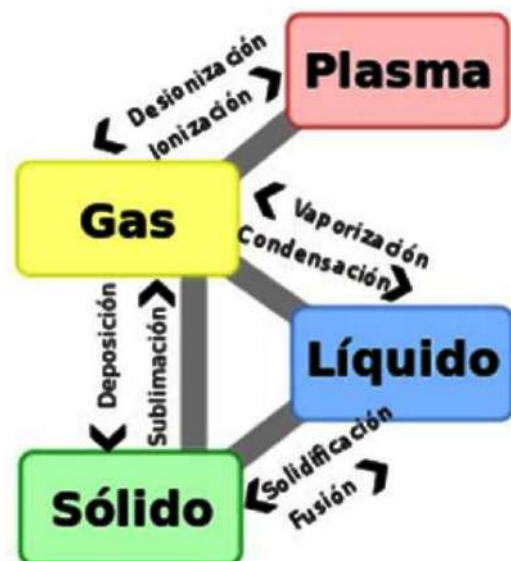
Lo contenido entre el paréntesis es precisamente el cambio en la temperatura. Después de efectuar las operaciones da 27°C

6. ¿Qué forma de energía manifiestan los siguientes objetos o fenómenos de la naturaleza?

6.R.-

- Tren en movimiento: Energía Cinética
- Rayo: Energía Eléctrica
- Un pájaro volando: Energía cinética, Energía Potencial
- Corriente eléctrica: Energía Eléctrica
- Rayos X: Energía electromagnética
- Núcleos de uranio; Energía Nuclear
- Madera: Energía Química
- Agua en una presa: Energía Potencial
- Agua que corre por un río: Energía Cinética
- Agua hirviendo: Energía Térmica
- Carbón: Energía Química
- Luz del sol: Energía Térmica, energía electromagnética

7. 7.R.-



1^{ro} DE SECUNDARIA

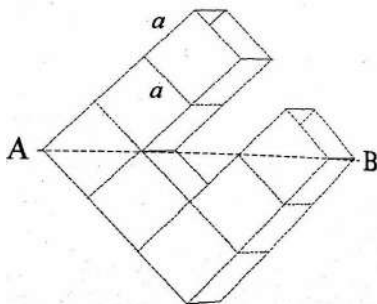
PARTE CONCEPTUAL

1. El volumen 10^6 mm^3 expresado en metros cúbicos (m^3) equivale a:

1.R.- D) 0.001

2. 2.R.- D) 57.1%

La figura muestra, en perfil, el agua que queda en el recipiente. Se puede suponer imaginariamente que el recipiente consta de 7 secciones (cubitos) iguales. Es fácil ver que bajo la línea AB hay cuatro cubitos (hemos sumado dos mitades). Entonces la fracción pedida es $4/7$, que expresado en porcentaje equivale al 57.1%



3. 3.R.- B) Media onza de plomo pesa casi igual que 16 centímetros cúbicos de agua.

La opción A) es incorrecta porque ambas masas pesan igual pues son de 32 gramos. Opción B) 16 gramos de plomo equivalen a la masa de 16.0 cm^3 de agua que son 16 gramos Opción C), según la tabla 32 gramos de hierro ocupan 4.2 cm^3 . Opción D) una onza tiene un volumen de 32 cm^3 y no 1 cm^3 .

4. 4.R.- Intensidad, altura o tono, duración y timbre

$$\lambda, f, T, A, P$$

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- A) 850

El sonido tarda 2.5 segundos viajando hacia el acantilado y 2.5 segundos volviendo hasta el marinero. Así pues la distancia pedida es $340 \text{ [m/s]} \cdot 2.5 \text{ [s]}$ que es igual a 850 [m] .

6. 6.R.- A) 850

La capa de pintura forma un paralelepípedo de base 25 m^2 y altura h , que es la que debemos

averiguar. Su volumen (área base por altura) es igual a 3.78 litros. Cada litro equivale a 1000 cm^3 y cada m^2 equivale a 10000 cm^2 y cada metro cuadrado equivale a 10000 cm^2 . Por lo tanto se tiene que:

$$h = \frac{V}{Ab} = \frac{3.78 \times 1000}{25 \times 10000} = 0.015 \text{ [cm]}$$

es decir 1.5 décimas de milímetro.

7. 7.R.-

El resultado obtenido es 15.1783 cm^2 pero como el ancho solo tiene tres cifras significativas el resultado correcto es 15.2 cm^2

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

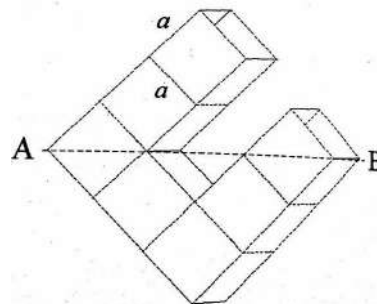
1. 1.R.- D) 3 y 4[s]

En la gráfica de velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve en línea recta, el área bajo la curva corresponde a su desplazamiento. Es claro que el mayor desplazamiento se presenta en el intervalo entre 3 y 4 [s].

2. 2.R.- D) +1

3. 3.R.- 57.1%

La figura muestra, en perfil, el agua que queda en el recipiente. Se puede suponer imaginariamente que el recipiente consta de 7 secciones (cubitos) iguales. Es fácil ver que bajo la línea AB hay cuatro cubitos (hemos sumado dos mitades). Entonces la fracción pedida es $4/7$, que expresado en porcentaje equivale al 57.1%



4. 4.R.- Cuando la velocidad es constante.

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.- 24 [km/h]

Sea D la distancia entre A y B . De acuerdo a la definición de velocidad (igual a distancia sobre tiempo) el tiempo invertido en el primer trayecto es $\frac{D}{30[\text{km/h}]}$ y en el trayecto de vuelta $\frac{D}{20[\text{km/h}]}$. Con estos dos datos y de acuerdo al enunciado se tiene que:

$$v_{\text{media}} = \frac{\text{Distancia total}}{\text{Tiempo total}} \\ = \frac{2D}{\frac{D}{30} + \frac{D}{20}} = 24[\text{km/h}]$$

6. 6.R.- $X = 27.4$ [km].

Usaremos el hecho de que el área debajo de una curva de velocidad en función del tiempo es igual al espacio recorrido por el móvil. Luego como Pedro y Juan recorren la misma distancia se debe cumplir:

Distancia en km recorrida por Pedro:

$$X = 12(1) + 14 \left(t - \frac{5}{60} - 1 \right)$$

Distancia en km recorrida por Pedro con la segunda posibilidad

$$X = 12 \left(t + \frac{6}{60} \right)$$

luego

$$12(1) + 14 \left(t - \frac{5}{60} - 1 \right) = 12 \left(t + \frac{6}{60} \right)$$

De esta ecuación resulta $t = 131/60$, por tanto la distancia entre A y B se encuentra reemplazando el valor de t en cualquiera de las expresiones anteriores resultando $X = 27.4$ [km].

7. 7.R.- $X = 250.25$ [km]

$$t_p = \frac{X}{v_p} \quad t_c = \frac{X}{v_c}$$

$$\Delta t = t_p - t_c = X \left(\frac{1}{v_p} - \frac{1}{v_c} \right)$$

$$X = 250.25[\text{km}]$$

1. 1.R.- D) $5\sqrt{2}$

se observa que los vectores verticales y horizontales separadamente conforman la suma: $(8 - 4 - 1 + 2) = 5$. Entonces la resultante es igual a $5\sqrt{2}$.

2. 2.R.- D) 3 y 4[s]

En la gráfica de velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve en línea recta, el área bajo la curva corresponde a su desplazamiento. Es claro que el mayor desplazamiento se presenta en el intervalo entre 3 y 4 [s]

3. 3.R.- B) El vector desplazamiento es la suma de los vectores de posición.

4. 4.R.- C) 45° **PARTE PRÁCTICA**

5. 5.R.-

Como la cantidad vertida por unidad de tiempo es constante, el nivel h en el recipiente va aumentando linealmente con el tiempo. Igual sucede para el segundo recipiente, pero como su base es más grande la velocidad de ascenso del nivel es menor que en el primer cilindro. Para dibujar con exactitud la gráfica pedida basta saber los tiempos en que se llenan respectivamente los recipientes. El volumen de agua vertida durante un tiempo t es $V = 10\text{cm}^3/\text{s} \cdot t$. Por consiguiente el tiempo que tarda en llenarse el primer cilindro es igual a su volumen dividido por caudal

$$t_1 = \pi \left(\frac{(R/2)^2 2R}{10 \text{ cm}^3/\text{s}} \right)$$

$$t_1 = \frac{12560}{10} = 1256[\text{s}] = 20.93[\text{min}]$$

Igualmente se halla el tiempo adicional para el llenado del cilindro superior:

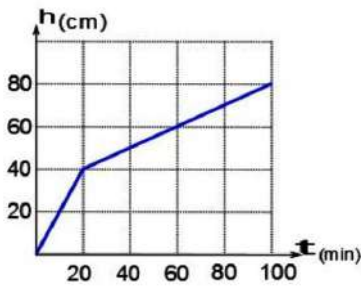
$$t_2 = \pi \left(\frac{(R)^2 2R}{10 \text{ cm}^3/\text{s}} \right)$$

$$t_2 = \frac{50240}{10} = 5024[\text{s}] = 83[\text{min}]$$

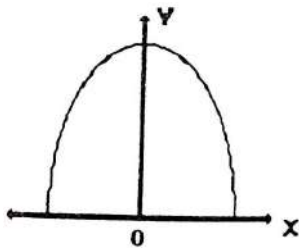
Con estos datos y teniendo en cuenta las alturas de los cilindros se construye la gráfica pedida la cual muestra a continuación. Es fácil deducir que el tiempo a partir del cual comienza a deramarse es a los 104 [min].

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL



6. 6.R.-



4^{to} DE SECUNDARIA
PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- D) D

El análisis de las distancias recorridas en cada segundo evidencia que el objeto va aumentando su rapidez, es decir está sujeto a una aceleración tangencial (como la indicada por el vector \vec{C}). Además puesto que está describiendo una curva tiene también una aceleración centrípeta (como la indicada por el vector \vec{E}). En consecuencia, la aceleración total del objeto debe estar dirigida como lo indica el vector \vec{D} .

2. 2.R.- B)

(B) Tomando como se pide la dirección positiva hacia arriba, mientras la piedra asciende su velocidad es positiva y va disminuyendo en valor hasta llegar a valer cero en su altura máxima. A partir de ese instante la velocidad va aumentando en valor pero su dirección es negativa pues apunta hacia abajo. No tiene sentido afirmar que una cantidad vectorial es positiva o negativa si antes no se ha especificado el sistema de coordenadas.

3. 3.R.- C) 1/6

Las velocidades tangenciales de los puntos periféricos de las ruedas deben ser iguales. Esta velocidad es $v = \omega R$. Aplicando para las dos ruedas tenemos que:

$$\omega_{chica}(0.3) = \omega_{grande}(1.8)$$

de donde se hallas que:

$$\left(\frac{\omega_{chica}}{\omega_{grande}}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)$$

4. 4.R.- D) $\sqrt{\frac{kg}{\lambda\rho h}}$

No es necesario deducir las unidades en todos los casos, las unidades esperadas son m/s. De las cantidades dadas la única que contiene el tiempo es la gravedad g, como esta al cuadrado debe estar en un radical y en el numerador, por lo tanto podemos verificar que es la expresión correspondiente a la opción D).

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.-

La velocidad que lleva el proyectil en el punto A es v , y es la velocidad inicial de un proyectil que parte del punto A, recorre una distancia horizontal igual a l y pasa por el punto B; el máximo alcance con la mínima velocidad se logra cuando $\alpha = 45^\circ$. El tiempo de vuelo del proyectil desde que pasa por A hasta que llega a B viene dado por

$$v_y = v\sin(\alpha) - gt$$

$$t_v = \left(\frac{2v\sin(\alpha)}{g}\right)$$

velocidad constante, cumpliéndose:

$$l = v_x t_v = \left(\frac{2v^2 \sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g}\right)$$

$$l = \frac{v^2}{g} \sin(2\alpha)$$

$$v = \sqrt{\frac{gl}{\sin(2\alpha)}}$$

Por conservación de la energía en el punto de lanzamiento y en el punto A se tiene:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + mgH$$

Reemplazando $\alpha = 45^\circ$ y solucionando.

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2g(H - h)} = \sqrt{g(l + 2H - 2h)}$$

6. 6.R.-

Longitud de onda del aire / longitud de onda del agua = 0.27

7. 7.R.-

Se debe expresar los resultados en función de α , r , t , v_0 .

a)

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} \quad \omega_0 = 0 \quad \omega_f = t\alpha$$

La velocidad inicial del vuelo en x es la velocidad tangencial de la pulga sobre el disco:

$$v_{0x} = V \quad V = \omega_f r \quad v_{0x} = \omega_f r$$

De las ecs. de la cinemática: En X:

$$v_{0x} = v_{fx} = \alpha r t \quad x_f = x_0 + v_{0x} t_v + \frac{1}{2} a_x t_v^2$$

Como $x_0 = 0$ y $a_x = 0$ se tiene:

$$x_f = \omega_f r t_v, \quad x_f = \alpha r t t_v$$

(Nota: no se debe confundir t con t_v dado que el primero es el tiempo transcurrido antes del salto y el segundo es el tiempo de vuelo de la pulga.)

En Y: Se toma en cuenta la subida cuyo tiempo t^* es la mitad del tiempo de vuelo y considerando que $v_{0y} = v_0$

$$\begin{aligned} v_{fy} &= v_{0y} - gt, & v_{fy} &= 0 \\ v_{0y} &= gt, & t &= \frac{v_0}{g}, & 2t &= t_v \\ t_v &= 2\frac{v_0}{g}, & x_f &= \alpha r \left(\frac{2v_0}{g} \right) \end{aligned}$$

b) Ecs. De mov. angular: Se debe tomar en cuenta que $\omega_0 = \omega_f$ del anterior inciso:

$$\begin{aligned} \theta_f &= \theta_0 + \omega_0 t_v + \frac{1}{2} \alpha t_v^2, & \theta_0 &= 0 : \\ \theta_f &= t \alpha t_v + \frac{1}{2} \alpha t_v^2, & t_v &= 2\frac{v_0}{g} \end{aligned}$$

se tiene que:

$$\begin{aligned} \theta_f &= t \alpha \left(2\frac{v_0}{g} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left(2\frac{v_0}{g} \right)^2 \\ \theta_f &= 2\alpha \left(\frac{t v_0}{g} + \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- E) El cuádruplo

La respuesta se puede asociar con la fuerza centrípeta necesaria para que el auto realice el giro.

Esta fuerza es igual a:

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

Al duplicar la velocidad la fuerza centrípeta requerida se torna el cuádruplo

$$F_c = \frac{m(2v)^2}{R} = 4F_c$$

2. 2.R.- F) Ninguna de las anteriores

El empuje que experimenta el bloque de hielo debe de ser igual a su peso más el peso de la mujer (500 N); este empuje es igual al volumen del bloque multiplicado por su densidad y por la aceleración gravitacional. El empuje es igual a $E = V_b \rho g$ y como el volumen del bloque de hielo V_b es igual a su área A multiplicada por el ancho de 0.1 [m] se tiene: $500 + 0.1(A)(\rho_H)(10) = 0.1(A)(1000)(10)$, donde se ha tomado la aceleración gravitacional igual a 10 y la densidad del agua 10^3 [kg/m³]. Despejando el área A de esta ecuación se halla que:

$$A = \frac{500}{1000 - \rho_H}$$

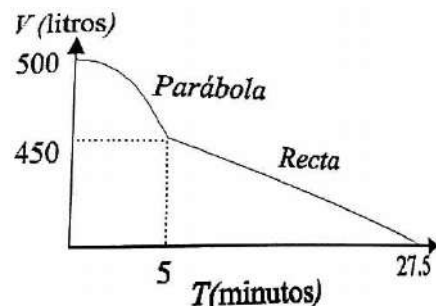
3. 3.R.- C) 3.3 [m/s]

No habiendo fuerzas diferentes a las que la manzana y la flecha se aplican entre sí, se conserva la cantidad de movimiento lineal inicial de la flecha. Es decir se tiene que,

$$m_f v_{0f} = (m_f + m_M) v$$

donde m_f es la masa de la flecha, m_M es la masa de la manzana, v_{0f} es la velocidad inicial de la flecha y v es la velocidad final pedida. Reemplazando por los valores dados se obtiene que $v = 3.3$ [m/s].

4. 4.R.-



PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.-

La rapidez con la que los dos cuerpos llegan al piso es $v_0 = \sqrt{2gh}$ y la podemos considerar conocida. De acuerdo a lo insinuado en el choque de la superbola con la esferita se presenta cuando la súper bola empieza su ascenso con velocidad v_0 y la esfera desciende con velocidad v_0 (el choque es elástico).

Durante el choque se conserva la cantidad de movimiento lineal, por lo tanto:

$$(M + m)v_0 = MV_M + mV_m$$

$$\frac{1}{2}(M + m)v_0^2 = \frac{1}{2}MV_M^2 + \frac{1}{2}mV_m^2$$

Despejando y reemplazando en la ecuación anterior tenemos

$$(M + m)v_0^2 = M \left[\left(1 - \frac{m}{M}\right)v_0 - \frac{m}{M}v_m \right]^2 + mv_m^2$$

Efectuando estas operaciones, simplificando, igualando a 0, y finalmente reemplazando los valores numéricos, tenemos que:

$$0 = 5.04v_m^2 - 9.80v_0v_m - 14.80v_0^2$$

Solucionando la ecuación de grado obtenemos segundo que $v_m = 2.94v_0$. La esfera sube hasta 8.64 [h]. (más los 30 [cm] de la súper bola).

6. 6.R.-

Inicialmente, cuando la mitad del tubo se encuentra sumergida en líquido, en la mitad superior de este se encuentra aire a la presión atmosférica $P = P_a$ ocupando un volumen $V = aL/2$ y a temperatura ambiente. Después de sacar el tubo el aire dentro de este ocupará un volumen $V' = a(L - x)$, está a una presión P' y a temperatura ambiente. Usando la ecuación de estado y la condición de que la temperatura permanece constante en el proceso se tiene.

$$PV = P'V' \quad \Rightarrow \quad P' = \frac{PV}{V'}$$

$$P' = \frac{P \left(\frac{aL}{2}\right)}{a(L - x)} = \frac{LP_a}{2(L - x)}$$

Una vez que el tubo esta boca abajo, en su extremo se satisface

$$P_a = \rho gx + P'$$

Reemplazando el valor de P' de esta ecuación en la primera se obtiene la siguiente ecuación

cuadrática en x ,

$$x^2 - \left(\frac{P_a}{\rho g} + L\right)x + \frac{P_a L}{2\rho g} = 0$$

Como el problema es literal, no hace falta resolver la ecuación cuadrática y esta puede darse por respuesta.

7. 7.R.-

a)

Si el cuerpo 2 no se mueve entonces por la ley de Newton se establece que:

$$2T = m_3 a_3 \quad T = m_1 g - m_1 a_1$$

Por cada metro que el cuerpo 3 se mueva el cuerpo 1 baja dos metros. En términos de aceleraciones esa relación está dada por:

$$2a_3 = a_1 \quad a_3 = \frac{2m_1}{m_3 + 4m_1}g$$

De nuevo por la ley de Newton se tiene:

$$F_2 = m_3 a_3 \quad F_2 = \frac{2m_1 m_3}{m_3 + 4m_1}g$$

b)

Si el cuerpo 3 no se mueve entonces por la ley de Newton se establece que:

$$2T = (m_2 + m_1)a_2 \quad T = m_1 g - m_1 a_1$$

Por cada metro que el cuerpo 2 no se mueva el cuerpo 1 baja dos metros. En términos de aceleraciones esa relación es:

$$2a_2 = a_1 \quad a_2 = \frac{2m_1}{m_3 + 5m_1}g$$

De nuevo por la ley de Newton se tiene:

$$F_3 = m_2 a_2 + m_1 a_2 \quad F_3 = \frac{2m_1(m_1 + m_2)}{m_2 + 5m_1}g$$

c)

Si todos los cuerpos pueden moverse libremente por la ley de Newton se establece que:

$$m_1 g - T = m_1 a_1 \quad 2T = m_3 a_3$$

$$(m_1 + m_2)a_2 = m_3 a_3$$

Por cada metro que el cuerpo 2 se mueva, el cuerpo 1 baja dos metros y por cada metro que el cuerpo 3 se mueva el cuerpo 1 baja otros

dos metros. En términos de aceleraciones esa relación es:

$$a_1 = 2(a_2 + a_3)$$

De manera que:

$$a_3 = \frac{2m_1(m_1 + m_2)}{5m_1m_3 + m_2m_3 + 4m_1^2 + 4m_1m_2}g$$

$$a_2 = \frac{2m_1m_3}{5m_1m_3 + m_2m_3 + 4m_1^2 + 4m_1m_2}g$$

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. 1.R.- A) C
2. 2.R.- B) Fluye carga de las placas del condensador a la batería cuando la placa se mueve de A a B.
3. 3.R.- A) 1

De la condición dada se tiene que

$$R_1 + R_2 = \frac{4R_1R_2}{(R_1 + R_2)}, \quad R_1 = R_2$$

4. 4.R.-

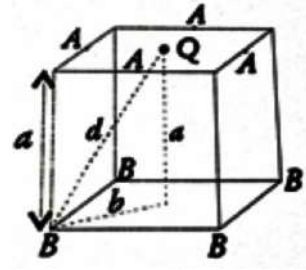
a) Al centro del cubo no se encuentra ninguna carga eléctrica por tanto el potencial es ϕ .

b) Por simetría cada cara del cubo debe contribuir la misma cantidad para llegar al potencial ϕ cuando todas las caras se encuentran a potencial ϕ (el principio de adición de los campos equivale a la adición de los potenciales eléctricos). Como ahora solo una cara está a potencial ϕ al centro del cubo existe un potencial $\phi/6$.

PARTE PRÁCTICA

5. 5.R.-

Debido a que la ley de Coulomb depende del inverso del cuadrado de la distancia, entonces la máxima fuerza la experimenta la partícula cuando ésta se coloca en cualquiera de los puntos señalados como **A** en la Figura y la mínima cuando ésta se coloca en cualquiera de los puntos señalados como **B**.



En el primer caso y el segundo caso

$$F_A = k \frac{4qQ}{a^2} \quad F_B = k \frac{qQ}{d^2}$$

siendo que:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{entonces} \quad \frac{|F_A|}{|F_B|} = 6$$

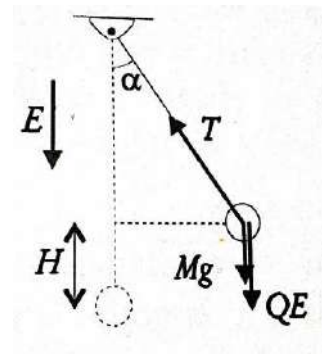
6. 6.R.-

Por conservación de la energía tenemos (ver figura)

$$\frac{Mv_0}{2} = Mgh + QEh$$

Siendo el primer término de la izquierda la energía cinética, el primer término del lado del lado derecho la energía potencial gravitacional alcanzada y el segundo término el trabajo hecho por el campo eléctrico sobre Q. De esta ecuación se tiene

$$H = \frac{Mv_0}{2(Mg + QE)}$$



Cuando la masa ha alcanzado su altura máxima, del diagrama de fuerzas se cumple

$$T = (Mg + QE)\cos(\alpha)$$

y de la Figura

$$\cos(\alpha) = \frac{L - H}{L}$$

por tanto,

$$T = (Mg + QE) \frac{L - H}{L}$$

$$T = (Mg + QE) \left[1 - \frac{Mv_0^2}{2L(Mg + QE)} \right]$$

7. 7.R.-

a)

Si el cuerpo 2 no se mueve entonces por la ley de newton se establece que:

$$2T = m_3 a_3 \quad T = m_1 g - m_1 a_1$$

Por cada metro que el cuerpo 3 se mueva el cuerpo 1 baja dos metros. En términos de aceleraciones esa relación está dada por:

$$2a_3 = a_1 \quad a_3 = \frac{2m_1}{m_3 + 4m_1} g$$

De nuevo por la ley de Newton se tiene:

$$F_2 = m_3 a_3 \quad F_2 = \frac{2m_1 m_3}{m_3 + 4m_1} g$$

b)

Si el cuerpo 3 no se mueve entonces por la ley de Newton se establece que:

$$2T = (m_2 + m_1) a_2 \quad T = m_1 g - m_1 a_1$$

Por cada metro que el cuerpo 2 no se mueva el cuerpo 1 baja dos metros. En términos de aceleraciones esa relación es:

$$2a_2 = a_1 \quad a_2 = \frac{2m_1}{m_3 + 5m_1} g$$

De nuevo por la ley de Newton se tiene:

$$F_3 = m_2 a_2 + m_1 a_2 \quad F_3 = \frac{2m_1(m_1 + m_2)}{m_2 + 5m_1} g$$

c)

Si todos los cuerpos pueden moverse libremente por la ley de Newton se establece que:

$$m_1 g - T = m_1 a_1 \quad 2T = m_3 a_3$$

$$(m_1 + m_2) a_2 = m_3 a_3$$

Por cada metro que el cuerpo 2 se mueva, el cuerpo 1 baja dos metros y por cada metro que el cuerpo 3 se mueva el cuerpo 1 baja otros

dos metros. En términos de aceleraciones esa relación es:

$$a_1 = 2(a_2 + a_3)$$

De manera que:

$$a_3 = \frac{2m_1(m_1 + m_2)}{5m_1 m_3 + m_2 m_3 + 4m_1^2 + 4m_1 m_2} g$$

$$a_2 = \frac{2m_1 m_3}{5m_1 m_3 + m_2 m_3 + 4m_1^2 + 4m_1 m_2} g$$

SOLUCIONES
2^{da} ETAPA
 9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE
 ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. ¿Cuántos planetas posee el Sistema Solar?
1.R.- C) 8
2. ¿Quién planteo la teoría geocéntrica?
2.R.- C) Ptolomeo
3. ¿En qué año se planteó la teoría heliocéntrica?
3.R.- C) 1543
4. Un Eclipse total de Sol se produce en:
4.R.- A) Luna nueva
5. ¿Cómo podían apreciar que la Tierra era redonda?
5.R.- A) Observando la altura de los astros a diferente latitud.
6. ¿Cuáles son los planetas gaseosos del Sistema Solar?
6.R.- E) Saturno, Neptuno, Júpiter, Urano
7. ¿Cuántas veces el diámetro de la Tierra es mayor que el de la Luna?
7.R.- A) 4 veces
8. El “Cinturón de Asteroides” está ubicado entre las órbitas de:
8.R.- B) Marte y Júpiter
9. ¿Cuál es la velocidad de movimiento de la Tierra alrededor del Sol, suponiendo que esta se mueve uniformemente por un círculo de radio de 149600.00 [km] con un periodo orbital igual a $365^{1/4}$ días?
9.R.- C) 30 [km/seg]
10. La distancia de la Tierra al Sol es conocida como:
10.R.- C) unidad astronómica

1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. La razón por la cual algunos eclipses de Sol son totales y otros son anulares, es:
1.R.- D) La variación en las distancias Sol-Tierra y Tierra-Luna debido a las órbitas no circulares

2. En la última etapa de su evolución, el Sol será:
2.R.- E) enana blanca
3. El principal combustible de las estrellas como el Sol, en la secuencia principal, es el:
3.R.- A) Hidrógeno
4. La propiedad más importante que determina el eventual destino final de una estrella es:
4.R.- A) Su masa
5. El determinado intervalo de tiempo en el cual los eclipses de Sol y Luna se repiten, ¿cómo se llama?
5.R.- C) Saros
6. La distancia de la Tierra al Sol es aproximadamente:
6.R.- A) 1 unidad astronómica
7. Las mareas se producen por:
7.R.- C) gravedad que ejerce la luna durante su traslación.
8. ¿Cuál es la duración de un día sideral expresada en hora solar media?
8.R.- C) 23h 56 min 4 s
9. Los planetas visibles a simple vista son (puede seleccionar más de uno):
9.R.- A) Júpiter B) Mercurio D) Venus G) Marte H) Saturno
10. ¿Cuál es el planeta más brillante en el cielo?
10.R.- C) Venus

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. Mercurio puede ser visto:
1.R.- C) Sólo al atardecer y al amanecer
2. ¿Porqué, por observaciones astronómicas desde la Tierra, no se pudo determinar con exactitud la masa de Venus aplicando el mismo método con el cual se determinaron las masas de los demás planetas?
2.R.- D) No tiene satélites
3. Las “estrellas fugaces” son:
3.R.- D) Todas las anteriores
4. Nuestra Galaxia posee una forma:
4.R.- A) Espiral
5. Un año-luz corresponde a:
5.R.- C) La distancia que recorre la luz durante 365 días.

6. ¿Cuál de los siguientes cuerpos celestes es el menos denso?
6.R.- C) Saturno
7. Para llegar del Sol a la Tierra, la luz demora aproximadamente:
7.R.- C) 8 minutos
8. Cuando decimos paralaje uno se refiere a:
8.R.- C) Un ángulo
9. Ordene la estructura de las distintas partes de la estructura del Sol, desde adentro hacia fuera:
- (a) Fotósfera (4)
(b) Zona convectiva (3)
(c) Cromósfera (5)
(d) Zona radiativa (2)
(e) Núcleo (1)
(f) Corona (6)
10. La velocidad está definida como $v = \frac{d}{t}$ (donde d es la distancia y t es el Tiempo). Si existiera una nave que viaja a 192.200 [km/h] y la distancia de la Tierra a la Luna vale 384.400 [km], ¿en cuánto tiempo llegaría ésta nave desde la Tierra a la Luna?
10.R.- B) 2 horas,
7. Por lo general, las coordenadas mostradas en los mapas estelares son:
7.R.- A) Ascensión Recta y Declinación.
8. ¿Cuánto tiempo aproximadamente le toma al Sol realizar un viaje completo alrededor de la eclíptica?
8.R.- E) 365 días
9. En el modelo de esfera celeste del cielo, la posición del Sol (vista desde la Tierra durante el año) sobre el horizonte Oeste, al atardecer, cambia porque:
9.R.- D) El eje de rotación de la Tierra está inclinado 23,5 grados
10. ¿Cuál es la fecha aproximada cuando el camino del Sol a lo largo de la eclíptica cruza el ecuador terrestre moviéndose hacia el norte?
10.R.- B) 21 de Marzo

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. La Tierra, además del movimiento de traslación en torno al Sol, posee el(los) movimiento(s), de:
1.R.- D) Todos los anteriores
2. Para explicar las estaciones del año, ¿cuál(es) de los siguientes elementos es(son) relevantes?
2.R.- A) El movimiento de la Tierra en torno al Sol. C) La inclinación del eje de rotación de la Tierra con respecto a su plano orbital.
3. ¿Cuán a menudo está el Sol directamente sobre el Ecuador terrestre?
3.R.- C) Una vez cada seis meses
4. ¿Dónde coinciden el Cenit y el polo sur celeste?
4.R.- A) En el polo sur.
5. El centro de la esfera celeste es:
5.R.- A) El ojo del observador.
6. Bolivia tiene un uso horario de -4. ¿A qué distancia del meridiano cero, en grados de longitud, equivale este?
6.R.- C) 60°
1. ¿Qué color tienen las estrellas más calientes?
1.R.- C) Azul
2. La estrella Alpha Centauro se encuentra a 4,3 Años Luz. ¿A cuánto equivale en parsecs?
2.R.- B) 1,3
3. Nuestro Sol se encuentra en uno de los cuatro brazos de la galaxia denominado:
3.R.- D) brazo de Orión
4. La distancia del Sol al centro de la Vía Láctea es aproximadamente:
4.R.- D) 25 mil años luz
5. ¿Cuáles de estas afirmaciones son correctas?
5.R.- A) Las estrellas más rojas pueden brillar mucho más tiempo que las azules. D) Las estrellas más calientes presentan un color azulado
6. ¿Sigue un cometa periódico exactamente la misma órbita en sus regresos sucesivos al Sol?
6.R.- B) No
7. Las galaxias conocidas más cercanas a la nuestra son:
7.R.- A) Galaxia enana del Can Mayor y galaxia enana elíptica de Sagitario
8. ¿Cuántas veces las estrellas de primera magnitud son más brillantes que las de la más baja luminosidad observables a simple vista (es decir de 6^{ta} magnitud)?
8.R.- C) 100 veces

9. La mayoría de los planetas extrasolares hasta ahora han sido descubiertos por:
9.R.- B) El movimiento que inducen en la estrella en torno a la cual orbitan
10. Desde nuestro hemisferio, una de las siguientes constelaciones NO es considerada una constelación circumpolar:
10.R.- D) Osa Mayor
10. La velocidad de la luz es una constante con un valor de 3×10^8 [m/s] y su ecuación de velocidad es $c = \lambda f$ (donde c es velocidad, λ es longitud de onda y f es frecuencia). Una antena de telecomunicación manda señales de microondas con una frecuencia de 20×10^9 [Hz]. Calcular la longitud de la onda enviada y expresarla en milímetros.
10.R.- 15[mm]

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

- La astronomía de rayos X permite estudiar, especialmente:
1.R.- D) Procesos de alta energía y regiones de alta temperatura.
- Entre los roles históricos de las leyes de Kepler no estuvo:
2.R.- D) Explicar cómo se formó el Sistema Solar.
- ¿Cuál de los telescopios cuyas especificaciones se detallan, es el más adecuado para observaciones y búsqueda de cometas?
3.R.- B) $D=10$ [cm], $F=50$ [cm]
- En la observación de una estrella, el efecto Doppler presentado por el espectro electromagnético obtenido, puede permitir a un astrónomo:
4.R.- A) Obtener información de la composición química.
- La emisión de las estrellas contiene no solo el espectro visible sino además:
5.R.- D) Todas las anteriores.
- La radio astronomía es:
6.R.- D) El estudio de objetos astronómicos mediante las ondas que emiten en el rango de baja frecuencia del espectro electromagnético.
- Una estrella muy luminosa de color blanco azulado con temperatura superficial entre 10.000° K y 30.000° K es de tipo espectral
7.R.- C) B
- Un espectro es:
8.R.- A) La descomposición de un rayo de luz según las distintas longitudes de onda que lo conforman.
- En galaxias espirales o de disco, hay fuerte evidencia para la existencia de materia oscura, basada en que:
9.R.- C) La velocidad orbital de las estrellas en torno al centro de la galaxia es demasiado alta para ser explicable sólo por la atracción por parte de las otras estrellas.

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

- Las galaxias, según su forma, se clasifican en tres grupos básicos: espirales, elípticas e irregulares. La Vía Láctea que es la galaxia a la que pertenece el Sistema Planetario es del tipo:
1.R.- A) Espiral
- Los telescopios modernos han mostrado que en el interior de las galaxias espirales existe:
2.R.- C) un agujero negro
- Un tipo de galaxia espiral es la llamada “galaxia espiral barrada”, que se caracteriza por tener:
3.R.- B) un abultamiento en forma de línea entre los extremos
- En el espectro electromagnético se utiliza la unidad llamada “electronvoltio” [eV] para medir en una onda su:
4.R.- D) energía
- Los rayos gamma son ondas electromagnéticas que, según el espectro electromagnético, presentan los niveles de longitudes de ondas:
5.R.- C) más bajos
- ¿En qué consiste el efecto Doppler aplicado al estudio de las galaxias?
6.R.- B) Explica la desviación al rojo de los espectros de las galaxias debido a que se alejan
- Los Cúmulos Globulares son los objetos más antiguos de la Galaxia
7.R.- A) Verdadero
- Explique los principios de la Ley de radiación de Wien:

Indica cómo cambia el color de la radiación cuando varía la temperatura de la fuente emisora y ayuda a entender cómo varían los colores aparentes de los cuerpos negros. A mayor temperatura, el máximo de la curva de radiación de un cuerpo negro se desplaza hacia longitudes de onda más cortas

9. Explique la ley de radiación de Stephan – Boltzmann.

Establece que un cuerpo negro emite radiación en forma proporcional a la cuarta potencia de la temperatura o también La energía total radiada por un cuerpo negro por unidad de superficie y por unidad de tiempo (intensidad) es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta. $E = \sigma T_e^4$ Donde T_e es la temperatura efectiva o sea la temperatura absoluta, σ es la constante de Stephan y Boltzmann

10. La temperatura de la superficie de las estrellas llamadas “enanas blancas” es del orden de 10^5 K. ¿Cuál es su longitud de onda y frecuencia de onda emitida por estas estrellas aplicando la ley de Wien?.

Ley de Wien $\lambda T = b$ (T : temperatura en Kelvin, λ : longitud de onda en metros , $b = 2.8977686 \times 10^{-3} mK$). Velocidad de la luz $c = \lambda f$

solución:

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{2.8977 \times 10^{-3} m K}{10^5 K}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{2.8977686 \times 10^{-8} m}$$

$$f = 51763967.62 [Hz] = 51763967.62 [1/s]$$

SOLUCIONES
3^{ra} ETAPA
 9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE
 ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

6^{to} DE PRIMARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. El periodo sinódico de la Luna es de:
1.R.- C) 29.5 días
2. La Ionósfera, a partir de la superficie terrestre, se presenta a:
2.R.- D) 80 [km]
3. ¿Qué porción de la superficie de la Luna se observa desde la Tierra a lo largo del año? Explique.
3.R.- El 59% de la superficie lunar es visible, esto debido a las libraciones de la Luna.
4. La velocidad de la Luz es aproximadamente de 300000 [km/s]. Sabiendo esto, ¿cuánto tiempo tarda en promedio, un rayo láser en llegar de la Tierra a la Luna?
4.R.-

$$t = \frac{384000[\text{km}]}{300000[\text{km}/\text{s}]} = 1.28[\text{s}]$$
 (384000 [km] es la distancia promedio a la Luna)
5. Si el 5 de junio, la Luna se encontraba en cuarto creciente, ¿cuándo estará en cuarto creciente en el mes de agosto?
5.R.- C) 4 de agosto
6. Mencione las tres teorías más importantes sobre el origen de la Luna.
6.R.-
 (a) De la fisión de una porción de la Tierra debido a la rápida rotación de la Tierra primitiva.
 (b) De la captura de la Luna formada en otra parte del sistema planetario
 (c) De la condensación conjunta
 (d) De la colisión entre la Tierra y un objeto del tamaño de Marte que produjo una enorme cantidad de restos que fueron expulsados y puestos en órbita.
7. Las manchas oscuras visibles a simple vista en la Luna se llaman:
7.R.- Mares
8. La cuenca intracontinental (dentro de la placa Continental) más profunda de la Tierra es:
8.R.- A) Mar Muerto

9. ¿Cuál es el nombre de la capa más baja de la Atmósfera de la Tierra?
9.R.- Troposfera
10. ¿De qué gases está compuesta la atmósfera de la Tierra? conocida como:
10.R.- Nitrógeno, Oxígeno, Argón, Dióxido de Carbón

1^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. Callisto, es un satélite natural de:
1.R.- D) Júpiter
2. La “Mancha Roja de Júpiter” fue observada por primera vez hace más de:
2.R.- A) 300 años
3. En volumen, ¿cuántos planetas Tierra pueden caber en el planeta Saturno?
3.R.- A) 730
4. ¿Cuál es la máxima velocidad a la que un meteoróide ingresa a la parte alta de la atmósfera terrestre?
4.R.- C) 270000 [km/h]
5. En 1833 se observó una de las más intensas lluvias de meteoros que se tiene registrada. ¿A qué radiante pertenecían estos meteoros?
5.R.- D) Leo
6. En el cinturón principal de asteroides (entre Marte y Júpiter) ¿Cuál será la distancia promedio entre dos asteroides?
6.R.- A) 1000000 [km]
7. La órbita del cometa Halley es:
7.R.- B) Elíptica
8. ¿Desde qué zonas es posible observar las auroras?
8.R.- A) Polares
9. ¿Qué tipo de tiempo marcan nuestros relojes?
9.R.- C) Tiempo Solar Medio
10. El tiempo mínimo que pasa entre un eclipse de Sol y uno de Luna es de:
10.R.- C) 2 semanas

2^{do} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. Una mancha solar es observada que aparece por el limbo oeste del Sol. Suponiendo que la misma no se desvanezca en el tiempo, ¿de cuántos días disponen los observadores para seguir el desarrollo de la misma?

1.R.- B) 13

2. Considerando que Saturno se encuentra a 9 Unidades Astronómicas del Sol, ¿Cuánto es lo mínimo que podría demorar una transmisión de datos desde la sonda Cassini (que orbita Saturno) en llegar a la Tierra?

2.R.-

$$D_{Saturno-Tierra} = 8[Au]1.5 \times 10^8[km/Au]$$

$$= 12 \times 10^8[Km]/0.3 \times 10^6[Km/s] = 66[min]$$

3. En el siglo XVI, Magallanes demoró tres años en circunnavegar a nuestro planeta. En 1969, a la nave espacial Apolo XI le tomó tres días en llegar a la Luna. Porcentualmente ¿Cuánto incrementó la velocidad con la que pudieron desplazarse entre estos dos épicos viajes?

3.R.-

Magallanes:

$$v_M = \frac{2\pi \cdot 6378000[m]}{3 \cdot 365.2422 \cdot 24 \cdot 3600[s]}$$

$$= 0.42[m/s]$$

Apollo

$$v_A = \frac{384000000[m]}{3 \cdot 24 \cdot 3600[s]}$$

$$= 1481.48[m/s]$$

cambio porcentual cp

$$cp = \frac{v_A}{v_M} \cdot 100\% = 349983.68\%$$

4. El Sol está formado por:

4.R.- D) 70 % H & 30 % He

5. Si sabemos que la Tierra recibe $1376 W/m^2$ de radiación Solar, ¿Cuánta radiación solar por metro cuadrado se recibe en Marte?

5.R.-

La constante solar (K_o) está relacionada con la luminosidad por: $L_s = K_o 4\pi r_t^2$, donde r_t es distancia Tierra-Sol en unidades astronómicas. Considerando que la luminosidad solar no varía, se puede escribir una nueva ecuación para cualquier otro planeta e igualarlas.

$$L_s = K_o 4\pi r_t^2 = K 4\pi r^2$$

$$K = K_o r_t^2 / r^2$$

Como Marte está a 1.5236 unidades astronómicas,

$$K = 1376 / (1.5236)^2 = 592 W/m^2$$

6. En volumen, ¿cuántos planetas Tierra pueden caber en el planeta Saturno?

6.R.-

$$\frac{V_S}{V_t} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_S^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_t^3}$$

$$= \left(9 \cdot \frac{R_t}{R_t}\right)^3 = 729$$

7. El Sistema solar se formó a partir de una vasta nube de polvo y gas interestelar hace:

7.R.- D) 4.6×10^9 años

8. Se conoce como albedo:

8.R.- D) Reflexión de la luz solar en la atmósfera

9. Uno de los orígenes de los cometas es el anillo de Kuiper que esta:

9.R.- B) Más allá de Plutón

10. ¿Quién fue el primero en formular la teoría de Placas Tectónicas?

10.R.- D) Wegener

3^{ro} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. ¿Cuál será el ángulo de la eclíptica con respecto al horizonte, para un observador en La Paz (latitud. $16^{\circ}32'08''$, longitud: $68^{\circ}10'12''$), el día del Solsticio de Invierno al momento del amanecer?

1.R.-

Como al momento del amanecer el Sol se encuentra en la posición más al norte que alcanzará la eclíptica en todo el día, solo queda que la eclíptica esté paralela al ecuador en ese momento, entonces con respecto al horizonte el ángulo será $90^{\circ} - 16.5^{\circ} = 73.5^{\circ}$

2. (15%) ¿Cuál sería la magnitud aparente del Sol si estuviera a 1.3 pc?

2.R.-

Magnitud aparente del sol (m) = -26. Se determina la magnitud absoluta del Sol $M_{Sol} = 4.77$ (Se calcula con la relación distancia-magnitud). Se aplica la misma relación pero ahora se despeja

$$(m) = 5 \cdot \log(d/10) + M_{Sol} =$$

$$= 5 \cdot \log(1.3/10) + 4.77 = 0.34$$

3. (15%) Calcular la magnitud sideral absoluta de Antares, conociendo que su paralaje es $0.009''$ y su magnitud aparente es $+1.22$.

3.R.-

$$M = m + 5 + 5 \log(\pi) = \\ = 1.22 + 5 + 5 \cdot \log(0.009) = -4.01$$

4. (15%) La magnitud aparente de la Luna es -12.5 y la magnitud aparente del Sol es -26 , ¿Cuántas veces la densidad de flujo de la Luna es el flujo del Sol?

4.R.-

La relación ente la magnitud aparente y el flujo está dada por $m = -2.5 \log(F_m/F_0)$

$$m_{Sol} = -2.5 \log(F_{Sol}/F_0) = -26 \\ m_{Luna} = -2.5 \log(F_{Luna}/F_0) = -12.5$$

$$F_{Sol} = F_0 \times 10^{10.4}, \quad F_{Luna} = F_0 \times 10^5$$

entonces:

$$F_{Sol} = F_{Luna} \times 10^{5.4} = 251188.643 F_{Luna}$$

5. En el siglo XVI, Magallanes demoró tres años en circunnavegar a nuestro planeta. En 1969 a la nave espacial Apolo XI le tomó tres días en llegar a la Luna. Porcentualmente, ¿Cuánto incrementó la velocidad con la que podemos desplazarnos entre estos dos épicos viajes?

5.R.-

Magallanes:

$$v_M = \frac{2\pi \cdot 6378000[m]}{3 \cdot 365.2422 \cdot 24 \cdot 3600[s]} \\ = 0.42[m/s]$$

Apollo

$$v_A = \frac{384000000[m]}{3 \cdot 24 \cdot 3600[s]} \\ = 1481.48[m/s]$$

cambio porcentual cp

$$cp = \frac{v_A}{v_M} \cdot 100\% = 349983.68\%$$

6. La Intensidad luminosa del Sol es de 3.9×10^{26} [W]. El total de la potencia eléctrica generada en Bolivia es del orden 1200 [MW]. ¿Cuántas veces esta última potencia representa la generada por el Sol?

6.R.-

$$1200 \times 10^6 \rightarrow 1$$

$$3.9 \times 10^{26} \rightarrow x$$

$$x = (3.9 \times 10^{26} \cdot 1)/(1200 \times 10^6) = 3.25x10^{17}$$

7. ¿Cuáles de los siguientes objetos son considerados satélites Galileanos? (Puede subrayar más de un inciso).

7.R.- B) Callisto E) Europa

8. El diagrama Hertzsprung-Rusell relaciona características estelares, menciónelas.

8.R.-

Este diagrama, relaciona a la magnitud absoluta con la clase espectral de las estrellas así como la luminosidad con la temperatura superficial de la estrella. Otra relación es magnitud absoluta vs índice de color ($B - V$). En este diagrama se tiene la diagonal principal como función del radio de la estrella y la otra diagonal la masa de la estrella que sigue la secuencia principal. Este diagrama además muestra el tipo de población estelar.

4^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. La magnitud aparente de la Luna es -12.5 y la magnitud absoluta del Sol es 4.76 , el cual se encuentra a una Unidad Astronómica de la Tierra. ¿Cuántas veces la densidad de flujo de la Luna es el flujo del Sol?

1.R.-

Se determina la magnitud aparente del Sol con la ecuación $(m) = 5 \log(d/10) + M_{Sol}$, donde d está en parsecs $1pc = 3.086 \times 10^{13}[km]$.

$$1ua = 150 \times 10^6 \frac{km \cdot 1pc}{3.086 \times 10^{13} km} = 4.86 \times 10^{-6} pc$$

$$m = 4.76 + 5 \log(4.86 \times 10^{-6}) - 5 = -26.8$$

La relación ente la magnitud aparente y el flujo está dada por $m = -2.5 \log(F_m/F_0)$

$$m_{Sol} = -2.5 \log(F_{Sol}/F_0) = -26.8$$

$$m_{Luna} = -2.5 \log(F_{Luna}/F_0) = -12.5$$

$$F_{Sol} = F_0 \times 10^{10.7}, \quad F_{Luna} = F_0 \times 10^5$$

entonces:

$$F_{Sol} = F_{Luna} \times 10^{5.7} = 501187.23 F_{Luna}$$

2. El monte Olimpo, en Marte tiene una base de 600 km. ¿Cuál debería ser el diámetro de un telescopio en la Tierra para poder observar esta

característica marciana durante una oposición del planeta Marte?

2.R.-

Durante una oposición de Marte, la distancia entre La Tierra y Marte es mínima: 0.524 ua

$$d = 0.524 \text{ ua} \cdot 150 \times 10^6 \text{ km} = 78.6 \times 10^6 \text{ km}$$

El tamaño angular del Monte Olimpo visto desde La Tierra será:

$$\alpha = 2\beta$$

$$\tan(\beta) = \frac{D}{2d} \rightarrow \beta = \tan^{-1}\left(\frac{D}{2d}\right)$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{600}{2 \cdot 78.6 \times 10^6}\right) = \frac{2.19 \times 10^{-4} \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$\beta = 382 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d} \rightarrow d = 1.22 \left(\frac{550 \times 10^{-9}}{382 \times 10^{-6}}\right) = 17[\text{cm}]$$

3. ¿Cuál será la velocidad angular de un satélite que se encuentra a la mitad de la distancia en la que se encuentran los satélites geoestacionarios? (Los satélites geoestacionarios se encuentran a 36000 [km]).

3.R.-

$$a_G = 36000[\text{km}], a_S = a_G/2 = 18000[\text{km}] \text{ y}$$

$$P_G = 24[\text{h}]$$

$$\frac{P_S^2}{a_S^3} = \frac{P_G^2}{a_G^3} \rightarrow P_S^2 = \frac{P_G^2 \cdot a_S^3}{a_G^3}$$

$$P_S^2 = P_G^2 \frac{\left(\frac{a_S}{a_G}\right)^3}{a_G^3} \rightarrow P_S = 8.48[\text{h}]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{8.48} = 0.74 \left[\frac{\text{rad}}{\text{h}}\right]$$

4. Teniendo un telescopio de 1000 mm de distancia focal, una razón focal de 8 y un ocular de 25 [mm] , determine: el diámetro, el poder de resolución, la escala de placa, el aumento con ese ocular.

4.R.-

$F = 1000 \text{ [mm]}$ razón focal = 8 y $f = 25 \text{ [mm]}$ Se utiliza luz amarilla

razón focal = F/D entonces el diámetro será:

$$D = 125 \text{ [mm]}$$

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \left(\frac{550 \times 10^{-9}}{0.125}\right) = 5.37 \times 10^{-6}[\text{rad}]$$

Escala de la placa:

$$s = 0.01745 F = 0.01745(1000) = 17.45$$

Aumento

$$A = F/f = 1000[\text{mm}]/25[\text{mm}] = 40$$

5. En un telescopio sin seguimiento, una estrella cruza el campo completo visto por el ocular en $10[\text{s}]$, determine, el campo de visión de ese telescopio.

5.R.-

La Tierra rota sobre su eje en 24 [h]

$$\omega = \frac{360^\circ}{24[\text{h}]} = 15 \frac{[^\circ]}{[\text{h}]} \times \frac{1[\text{h}]}{3600[\text{s}]} \times \frac{3600[\text{s}]}{1[^\circ][\text{s}]} = 15 \frac{1}{[\text{s}]}$$

campo de visión cv :

$$cv = \frac{1}{[\text{s}]} \times 10[\text{s}] = 150 = 2.5'$$

6. ¿Cuál será el ángulo entre la eclíptica y el Horizonte para un observador en Santa Cruz de la Sierra (Latitud: $17^\circ 47' 21'' \text{ S}$, Longitud: $63^\circ 11' 51'' \text{ O}$), al momento del medio día local el día del equinoccio de primavera?

6.R.-

Al momento del medio día el Sol se encontrará en el cenit de Santa Cruz de la Sierra, pero la eclíptica está a un ángulo con respecto al Ecuador, sobre los horizontes se encontrará en sus puntos máximos, es decir en los puntos que alcanza el Sol en los Solsticios, entonces con respecto al horizonte se encontrarán paralelos al Ecuador celeste, es decir a la misma inclinación, que es la misma de la latitud del lugar.

7. En la secuencia de temperaturas estelares OBAFGKM, la letra O representa temperaturas:

7.R.- A) Muy altas

8. La astronomía de Rayos Gamma y Rayos X se inició en:

8.R.- A) EEUU

9. ¿Cuántas veces las estrellas de primera magnitud son más brillantes que las de la más baja luminosidad observables a simple vista (es decir de 6^{ta} magnitud)?

9.R.- C) 100 veces

10. La materia oscura constituye un porcentaje de la energía total del universo que es:

10.R.- B) 5%

5^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

1. ¿Cuál será la velocidad angular de un satélite que se encuentra a la mitad de la distancia de la que se encuentran los satélites geoestacionarios? (Los satélites geoestacionarios se encuentran a 36000 [km]).

1.R.-

$$a_G = 36000[\text{km}], a_S = a_G/2 = 18000[\text{km}] \text{ y}$$

$$P_G = 24[\text{h}]$$

$$\frac{P_S^2}{a_S^3} = \frac{P_G^2}{a_G^3} \rightarrow P_S^2 = \frac{P_G^2 \cdot a_S^3}{a_G^3}$$

$$P_S^2 = P_G^2 \left(\frac{a_S}{a_G}\right)^3 \rightarrow P_S = 8.48[\text{h}]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{8.48} = 0.74 \left[\frac{\text{rad}}{\text{h}} \right]$$

2. ¿A qué distancia deberá encontrarse un satélite para que su órbita sea geo-sincrónica? Sabiendo que su órbita está inclinada respecto del ecuador en 35°?

2.R.-

w_1 es la componente paralela al Ecuador de la velocidad angular del satélite. Al ser un satélite geo-sincrónico da una vuelta en un día.

La velocidad angular $\omega_2 = \frac{\omega_1}{\cos(35^\circ)}$

w_1 tarda 24 [h] en dar una vuelta

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 7.27 \times 10^{-25} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\omega_2 = \frac{7.27 \times 10^{-25} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]}{\cos(35^\circ)} = 8.87 \times 10^{-5} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$P = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{8.87 \times 10^{-5} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]} = 70.836[\text{s}]$$

Usando la tercera Ley de Kepler y los datos del ejercicio anterior, tenemos:

$$\frac{P_S^2}{a_S^3} = \frac{P_G^2}{a_G^3} \rightarrow a_S = \sqrt[3]{\frac{a_G^3 P_S^2}{P_G^2}}$$

$$a_S = 31535.23 [\text{km}]$$

3. El 12 de abril de 1961 a las 06:07 UTC, se lanzó la nave Vostok I, la cual pesaba 4.730 [kg]. El mismo 12 de abril a las 07:55 concluía este histórico primer vuelo tripulado al espacio. Calcule la energía necesaria para enviar a esta nave a completar esta primera misión. (Datos: Periodo Sidéreo de la Luna: 27.3 días, Periodo Sinódico de la Luna: 29.5 días, Radio de la Tierra: 6.378 [km], Radio de la Luna: 1.594 [km]).

3.R.-

El periodo de tiempo, entre las 6:07 y las 7:55, es de 108 minutos. Se aplica la tercera Ley de Kepler.

$$\frac{P_L^2}{a_L^3} = \frac{P_V^2}{a_V^3} \rightarrow a_V = \sqrt[3]{\frac{a_L^3 P_V^2}{P_L^2}}$$

$$a_V = \sqrt[3]{\frac{(384400)^3}{(27.3 \cdot 1440)^2} (108)^2} = 7540.2[\text{km}]$$

Esto es calculado desde el centro de la Tierra. Se resta el radio de la Tierra

$$h = 7540.2[\text{km}] - 6378.0[\text{km}] = 1162.2[\text{km}]$$

Se considera que toda la energía que se usa es para vencer la gravedad de la Tierra. Se determina la Energía Potencial Gravitatoria:

$$U = mgh = 5.36 \times 10^{10}[\text{J}]$$

4. Himalia es un satélite natural de Júpiter con un periodo de 250 días, el cual orbita alrededor de él a una distancia de 11480000 km. Si la densidad media de Júpiter es 1330 [kg/m³], determine el radio de Júpiter suponiendo que es una esfera perfecta.

4.R.-

De la tercera ley de Kepler, se obtiene la masa de Júpiter

$$M = 4 \cdot (\pi)^2 / G \cdot (r^3 / T^2) = 1.488 \times 10^{26}[\text{kg}]$$

Se conoce la densidad, y con el volumen de una esfera se obtiene el radio de Júpiter

$$R_j = ((3/4) \cdot (1/\pi) \cdot (1/\rho) \cdot M_j)^{1/3} =$$

$$R_j = 29893305[m] = 29893[km]$$

5. La densidad de la Tierra es 5.51 [g/cm³] y su radio es 6.378 [km]. Si el radio de la Tierra fuera 3 veces más grande. Calcular para la nueva Tierra: la gravedad superficial, el periodo alrededor del Sol, la masa y el periodo de la Luna.

5.R.-

La gravedad superficial es $g = GM/R^2 = GM/(3 \cdot R_t)^2 = 1/9 \cdot g_t$ (novena parte de la gravedad terrestre)

Si la densidad permanece constante, la masa de la nueva Tierra es:

$$M = \rho \cdot V_t = \rho 4\pi/3 \cdot (3R_t)^3 = 27M_t$$

El periodo de la Luna depende de la masa de la Tierra. Si se mantiene la distancia Tierra-Luna el periodo es:

$$T^2 = 1/27 \cdot T_t^2 \rightarrow T = 1/(27)^{1/2} T_t = 0.19T_t$$

El periodo alrededor del Sol no depende de la masa ni del tamaño de la Tierra y permanece inalterado.

6. Calcule la energía de un fotón de luz roja. Utilice la constante de Planck cuyo valor es de 6,6 x 10⁻³⁴ Kg.m²/s y el valor de la velocidad de la luz en el vacío.

6.R.-

El fotón de color rojo tiene longitud de onda (λ) de 700 [nm] Se aplica $E = hf = hc/\lambda$

$$E = ((6.6 \cdot 10^{34}[Kg][m^2]/[s]) \cdot$$

$$0.3 \times 10^6[km/s])/700 \times 10^{-9}[m]$$

$$E = 2.83 \times 10^{-19}[J]$$

7. ¿Quiénes demostraron la existencia de la radiación de fondo de microondas?

7.R.- D) Penzias y Wilson

8. ¿Qué estrellas constituyen el triángulo de verano del Hemisferio Sur? Marcar al menos dos.

8.R.- E) Betelgeuse D) Sirio F) Proción

1. Si la energía radiada por una estrella de Neutrones es la de un cuerpo negro, ¿cuál debería ser su temperatura efectiva? ¿En qué parte del espectro electromagnético podríamos ver la radiación emitida por la estrella de neutrones? (Datos: Radio=10 [km], Luminosidad observada= 2.17 x 10⁵ L_{sol}, L_{sol} = 3.82 x 10³³ [erg/s]).

1.R.-

$$L_{sol} = \frac{3.82 \times 10^{33} \cdot 10^{-7}[J][erg/s]}{1[erg]}$$

$$L_{sol} = 3.82 \times 10^{26}[W]$$

Por la Ley de Stefan Boltzmann: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$

$$T_{ef} = \sqrt[4]{\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}} =$$

$$T_{ef} = \sqrt[4]{\frac{2.17 \times 10^5 \cdot 3.82 \times 10^{26}}{4\pi(10000)^2 \cdot 5.67 \times 10^{-8}}} = 3.28 \times 10^7[K]$$

Por la Ley de Wien: Por la Ley de Stefan Boltzmann: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$

$$\lambda = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{T} = 8.82 \times 10^{-11}[m]$$

Al determinar la magnitud de λ , se establece que la estrella emite principalmente en el rango de los Rayos X.

2. Una estrella explota como una supernova la cual tiene una magnitud absoluta de -16.5. Si antes de la explosión la estrella tenía una magnitud absoluta de 6, determine ¿En cuánto aumentó su densidad de flujo en relación a la que tenía antes de la explosión?

2.R.-

antes de la explosión, la magnitud aparente m_1 para la estrella está dada por:

$$m_1 = \frac{-5}{2} \log \left(\frac{F_1}{F_0} \right)$$

Donde F_1 es la densidad de flujo de la estrella y F_0 es la densidad de flujo de referencia. Por otra parte, la magnitud aparente en función del radio, r y la magnitud absoluta, M_1 está dada por:

$$m_1 = -5 \log \left(\frac{r}{10pc} \right) + M_1$$

Igualando las dos expresiones anteriores y despejando M_1

6^{to} DE SECUNDARIA

PARTE CONCEPTUAL

$$M_1 = \frac{-5}{2} \log(F_1) + \frac{5}{2} \log(F_0) - 5 \log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

Después de la explosión de la estrella, ésta se convierte en súper nova, su densidad de flujo aumenta N veces la densidad de flujo inicial.

$$F_T = NF_1$$

$$m_T = \frac{-5}{2} \log\left(\frac{NF_1}{F_0}\right)$$

Por otra parte, la magnitud aparente en función del radio, r y la magnitud absoluta, M_T para la súper nova está dada por:

$$m_T = -5 \log\left(\frac{r}{10pc}\right) + M_T$$

Igualando:

$$M_T = \frac{5}{2} \log(N) = \frac{-5}{2} \log(F_1) + \frac{5}{2} \log(F_0) - 5 \log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

despejando N

$$N = 10^{5/2(M_1 - M_T)}$$

$$N = 10^9$$

3. Conociendo la velocidad tangencial en el perihelio (50 [km/s]), el semieje mayor (3 UA) y el semieje menor (2 UA) de un objeto en órbita elíptica alrededor de una estrella. Calcule la excentricidad de la órbita. Determine la velocidad tangencial cuando el objeto se encuentre cruzando el semieje menor.

3.R.-

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{3^2 - 2^2}{3^2}} = 0.74$$

Por conservación del momento angular tenemos:

$$L_p = L_b$$

Donde L_p es el momento angular en el perihelio que coincide con el cruce del semieje mayor y L_b es el momento angular al cruzar el semieje menor.

$$\vec{r}_p \times \vec{P}_p = \vec{r}_b \times \vec{P}_b$$

$$|r_p| |P_p| \sin(90^\circ) = |r_b| |P_b| \sin(\alpha)$$

$$(a - c)Mv_p = \left(\sqrt{b^2 + c^2}\right) Mv_b \sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)\right)$$

$$v_b = \frac{(a - c)v_p}{\left(\sqrt{b^2 + c^2}\right) \sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)\right)}$$

$$v_b = \frac{(3 - \sqrt{5})50}{\left(\sqrt{2^2 + 5}\right) \sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)} = 17.1 \left[\frac{km}{s}\right]$$

4. 4.R.-

Como el diámetro angular cumple con $\theta \ll 1$, entonces la $\tan\theta \approx \theta$. Se expresa el diámetro angular de la galaxia en términos de la distancia d y su diámetro real h .

$$\theta = \frac{h}{d} \quad h = \theta d$$

$$h = (1.22')(20Mpc)$$

$$h = 3.549 \times 10^{-4} \cdot 20000000 = 14196[pc]$$

La velocidad de la expresión para el corrimiento de longitud de onda debido al efecto Doppler es:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$$

Despejando y substituyendo valores tenemos:

$$v_r = \frac{\Delta\lambda c}{\lambda_0} = \frac{(0.01516)(300000)}{21} = 216.5 \left[\frac{km}{s}\right]$$

Se considera que la fuerza de gravedad sobre el Hidrógeno es igual a la aceleración centrípeta que sufre.

$$m \frac{v_r^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$$

Se despeja M y substituyen los valores de r y v

$$M = \frac{rv_r^2}{G} = G \frac{(2.12 \times 10^{19})(216.5 \times 10^2)^2}{6.6739 \times 10^{-11}}$$

$$M = 1.48 \times 10^{38}[kg]$$

5. ¿Cuántas veces más brillante que la Vía Láctea es un quásar típico?

5.R.- C) 100

6. La transición del Universo dominado por la radiación al Universo dominado por la materia tuvo lugar a una temperatura (en Kelvin) de:

6.R.- B) 0.3×10^6

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física Instituto de Investigaciones Físicas

Carrera de Física

Dr. Diego Sanjinés Castedo

Email: sanjines@fiumsa.edu.bo

Lic. Alfonso Velarde Chávez

Email: avelarde@fiumsa.edu.bo

M. Sc. Javier Quispe

Email: javierlinux21@gmail.com

Dr. Armando R. Ticona Bustillos

Email: aticon@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

Misión

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica semestralmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

Instrucciones para los autores

Los trabajos enviados para su publicación deberán estar escritos preferentemente en castellano. Trabajos escritos en inglés podrán ser aceptados por el Comité Editorial y, pasado el proceso de aceptación, serán traducidos al castellano para su publicación en la RBF.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$, *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. Las figuras deberán tener una resolución razonable a fin de que puedan ser vistas con suficiente claridad por el lector.

Los artículos científicos serán revisados por el Comité Editorial y posteriormente por un par de árbitros anónimos quienes dan el veredicto sobre si el artículo es aceptado o no.

La comunicación de los autores con los árbitros se realiza únicamente a través del editor encargado del área.

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.

Conflicto de interés: Los autores que envíen artículos para su publicación en la RBF admiten que no tienen conflicto de interés en relación a los trabajos realizados y presentados.

CONTENIDO

A. ARTÍCULOS

RESULTADOS DEL TALLER "INSTRUMENTACIÓN EN FÍSICA DE PARTICULAS ELEMENTALES" COMO PARTE DEL PROYECTO ESCARAMUJO EN LA PAZ - BOLIVIA

N. Guachalla, S. Yáñez & C. Calle

SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES CON CONDICIONES DE CONTORNO ABIERTAS POR EL MÉTODO DE MONTE CARLO

F. Suxo

ANÁLISIS DEL DAÑO POR *FRETTING* EN ALAMBRES DE NITINOL

C. E. Callisaya, S. Soria & H. Soul

D. ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

19^{va} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA, 9^{na} OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

Bustos R. et al.