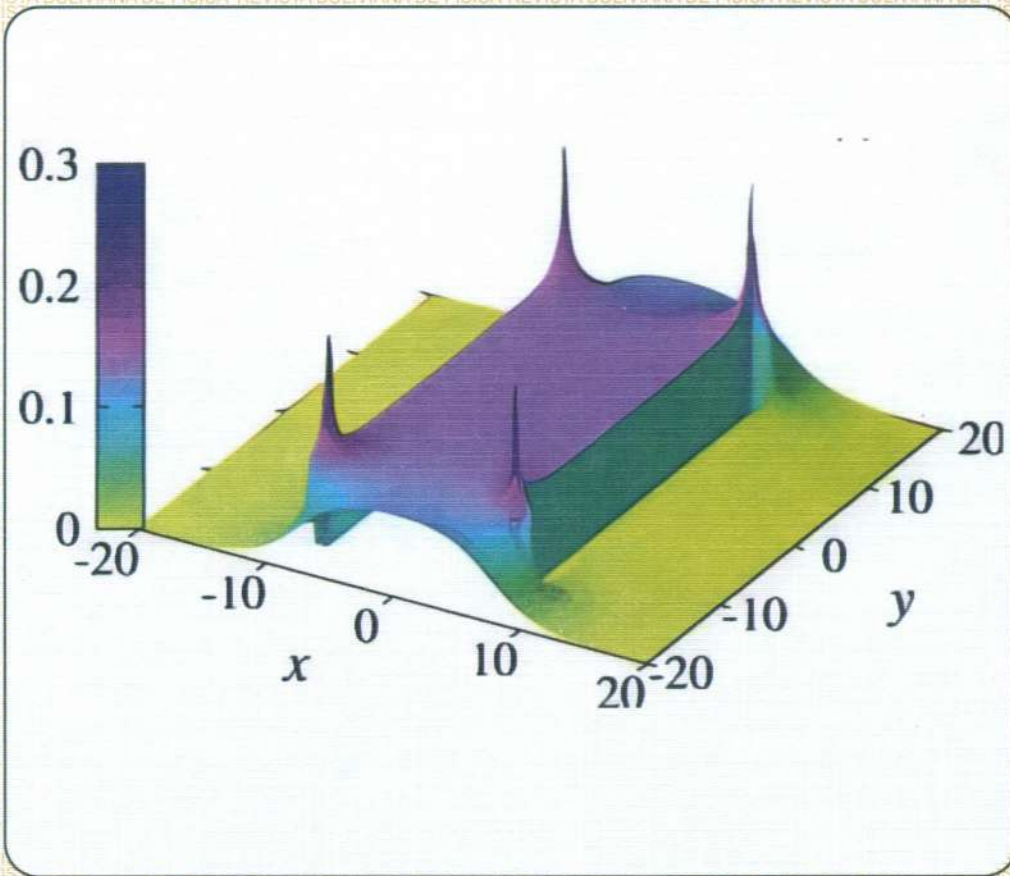


ISSN - 1562 - 3823

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

NUMERO 40

NOVIEMBRE 2022 LA PAZ - BOLIVIA



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS
CARRERA DE FÍSICA - UMSA

SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

Esta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Lic. Alfonso Velarde Chávez

Email: alfonso.velarde@gmail.com

Instituto de Investigaciones Físicas

Dr. Flavio Ghezzi Moris

Email: fghezzi@fiumsa.edu.bo

Dr. Wilfredo Tavera Llanos

Email: witavera@fiumsa.edu.bo

Carrera de Física

Dr. Armando R. Ticona Bustillos

Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

CONSEJO EDITORIAL

Dr. Oscar Antonio Rondón

Institute of Nuclear and Particle Physics
University of Virginia
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901
804 924-6787, USA
Email: or@virginia.edu

Dr. Carlos Navia

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
Email: gficnoj@if.uff.br

Dr. Marcus Werner Beims

Departamento de Física
Universidade Federal do Paraná
81531-990, Curitiba, Paraná, Brazil
Email: mbeims@fisica.ufpr.br

Dr. Pablo Ivan Díaz Riquelme

Departamento de Ciencias Físicas
Universidad de la Frontera
Avenida Francisco Salazar 01145
Casilla 54-D - Temuco - Chile
Email: pablo.diaz@ufrontera.cl

Dra. Cintia Fernanda Martinez

Instituto de Astronomía y Física del Espacio
IAFE-CONICET/UBA
Ciudad Universitaria S/N
Capital Federal - Buenos Aires, Argentina
Email: cintiafernandamartinez@gmail.com

Dr. Alan Alves Brito

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Física, Departamento de Astronomía
Av. Bento Gonçalves 9500, Campus do Vale
91501-970 Porto Alegre - RS - Brasil
Email: alan.brito@ufrgs.br

Dr. Edson Denis Leonel

Universidade Estadual Paulista - Campus de Rio Claro
Departamento de Física
UNESP - Universidade do Estado de São Paulo
Jardim Bela Vista
13506900 - Rio Claro, SP - Brasil
Email: edson-denis.leonel@unesp.br

ISSN 1562-3823



Revista Boliviana de Física

PUBLICACIÓN DE
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS
CARRERA DE FÍSICA
UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
Y
SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 40
NOVIEMBRE DE 2022
<https://doi.org/10.53287/nyha8247kg66f>

Revista Boliviana de Física

ISSN 1562-3823

Indexada en: SciELO, Latindex, Periódica

<http://www.scielo.org.bo>

<http://www.latindex.unam.mx>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

Diseño: A. Ticona

Dirección: Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.

Tel: (591 2) 2792999; FAX: (591 2) 2792622.

Portada: Resultados numéricos del caso bidimensional para un sistema electrostático de placas conductoras.

Formato $\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$. *Tipo de fuente utilizada:* newcentury

Impreso por: **Imprenta Antofagasta**

Dirección: Canónigo Ayllón No. 524. Tel. (591 2) 2493609.

CONTENIDO

EDITORIAL *Editor* 1

A. ARTÍCULOS

APROXIMACIÓN GEOMÉTRICA DEL POLO NORTE GALÁCTICO
MEDIANTE ESTRELLAS DEL DISCO GALÁCTICO *Ludving Cano* 3

MÉTODO NUMÉRICO DISIPATIVO PARA EL PROBLEMA
ELECTROSTÁTICO DE UN SISTEMA BIDIMENSIONAL DE
DIELÉCTRICOS Y CONDUCTORES *Deterlino Urzagasti* 8

DINÁMICA DE CIRCUITOS DE CHUA CON BOBINAS NO
IDEALES E HISTÉRESIS
*Aurelio Alejandro Suxo-Coro, Abdias Sergio Callejas-Icuña, C. Nina,
Rene Orlando Medrano-Torricos & Gonzalo Marcelo Ramírez-Ávila* 13

EDITORIAL

Alentamos que los procesos de creación de conocimiento científico culminen con la publicación de sus resultados y promovemos que éstos sean accesibles a la gran mayoría de personas.

En Latinoamérica, con condiciones propias en cada país para el desarrollo de la investigación en ciencia y tecnología, existe una gran producción científica que mantiene una tendencia creciente desde hace tiempo atrás. La Revista Boliviana de Física, está al servicio de la promoción y desarrollo de la investigación científica y, como señala su misión, se constituye en un medio de difusión de la producción científica, de físicos y profesionales de áreas afines, tanto de Iberoamérica como de otros lugares en el mundo.

Con un renovado propósito de mejora continua, ponemos a consideración de nuestros asiduos lectores la Revista Boliviana de Física número 40, en la que encontrarán artículos científicos de muy interesante contenido. Como es norma en nuestra revista, los artículos científicos publicados fueron sometidos a un proceso de “revisión por pares”, por reconocidos profesionales de prestigiosas instituciones científicas internacionales.

Se incluye un artículo intitulado, “Dinámica de Circuitos de Chua con Bobinas no Ideales e Histéresis”, en el que Aurelio Alejandro Suxo-Coro *et al.* (2022) presentan un estudio original detallado de la dinámica de un circuito tipo Chua caótico. El estudio contempla aspectos teóricos, experimentales y numéricos, con resultados novedosos para una mejor comprensión de la dinámica del circuito de Chua y el entendimiento de otros circuitos electrónicos no lineales.

Presentamos también el artículo intitulado “Método Numérico Disipativo para el Problema Electroestático de un Sistema Bidimensional de Dieléctricos y Conductores”, en el que el autor Deterlino Urzagasti (2022), implementa un método numérico para la resolución de la ecuación de onda amortiguada para el potencial electrodinámico en regiones con ausencia de cargas y corrientes libres. Refiere una interesante aplicación de las simulaciones realizadas con el método descrito, en la realización de ensayos no destructivos, en columnas de hormigón armado.

Un tercer artículo incluido en la revista, cuya autoría pertenece a Ludving Cano (2022), es el artículo intitulado “Aproximación Geométrica del Polo Norte Galáctico Mediante Estrellas del Disco Galáctico”. Tras una adecuada descripción de los sistemas de coordenadas a ser utilizadas, se implementa un método geométrico para aproximar las coordenadas ecuatoriales del polo norte magnético, utilizando para este propósito cuatro catálogos de estrellas del disco galáctico. En criterio del autor, los resultados obtenidos son muy satisfactorios, considerando que los catalogos presentan puntos extremos o estrellas que no están uniformemente distribuidas en el disco galáctico.

Al finalizar el presente editorial, reiteramos que la Revista Boliviana de Física es un medio de difusión de las actividades de investigación científica en física y áreas afines, que se encuentra a disposición de la comunidad científica en general. Le invitamos a que considere la publicación de su próximo artículo en la Revista Boliviana de Física.

REFERENCIAS

Cano L. (2022), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 3.
Urzagasti D. (2022), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 8.

Suxo-Coro A.A., Callejas-Icuña A.S., Nina C. Medrano-Torricos R.O. & Ramírez-Ávila G.M. (2021), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 13.

EDITORIAL

The Revista Boliviana de Física is committed to encouraging the dissemination of scientific knowledge accessible to as wide an audience as possible.

In Latin America each country has its own particular conditions for the development of research in science and technology activity which continues to grow. As stated in its mission, the Revista Boliviana de Física is a medium for the diffusion of the scientific works of physicists and related professionals, both from Latin America and other parts of the world.

With a renewed purpose of continuous improvement, we offer for consideration to our regular readers the Revista Boliviana de Física number 40, in which you will find scientific articles of very interesting content. As is the norm in our journal, the published scientific articles were subjected to a process of "peer review" by renowned professionals from prestigious international scientific institutions.

Included is an article entitled, "Dynamics of Chua Circuits with Non-Ideal Coils and Hysteresis", in which Suxo-Coro et al. (2022) present a detailed original study of the dynamics of a chaotic Chua-type circuit. The study contemplates theoretical, experimental and numerical aspects, with novel results for a better understanding of the dynamics of the Chua circuit and the understanding of other nonlinear electronic circuits.

We also present the article entitled "Dissipative Numerical Method for the Electrostatic Problem of a Two-Dimensional System of Dielectrics and Conductors", in which the author Urzagasti (2022), implements a numerical method for the resolution of the damped wave equation for the electrodynamic potential in regions with absence of free charges and currents. He refers to an interesting application of the simulations carried out with the described method, in the performance of nondestructive tests, in reinforced concrete columns.

A third article, Cano (2022), entitled "Geometric Approximation of the Galactic North Pole by Galactic Disk Stars" provides a geometrical method to estimate the equatorial coordinates of the North Galactic Pole. An accurate description of the coordinate system is implemented, to calculate the equatorial coordinates of the magnetic north pole, using four catalogs of stars of the Galactic disk. In the author's opinion, the results are very satisfactory, considering that the catalogs present extreme points or stars that are not uniformly distributed in the galactic disk.

To conclude, we reiterate that the the Revista Boliviana de Física is a means of sharing scientific research activities in physics and related areas, which is accessible to the general scientific community.

REFERENCIAS

Cano L. (2022), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 3.

Urzagasti D. (2022), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 8.

Suxo-Coro A.A., Callejas-Icuña A.S., Nina C. Medrano-Torricos R.O. & Ramírez-Ávila G.M. (2021), *Revista Boliviana de Física*, **40**, 13.

APROXIMACIÓN GEOMÉTRICA DEL POLO NORTE GALÁCTICO
MEDIANTE ESTRELLAS DEL DISCO GALÁCTICO
GEOMETRICAL APPROXIMATION OF THE NORTH GALACTIC POLE
BY MEANS OF STARS FROM A GALACTIC DISK

LUDVING CANO[†] [1]

Planetario Max Schreier, Universidad Mayor de San Andrés
Calle Federico Zuazo No.1976, Casilla de Correos 3164
La Paz - Bolivia

(Recibido 24 de abril de 2022; aceptado 11 de agosto de 2022)

<https://doi.org/10.53287/upvs6575hp32y>

RESUMEN

Se presenta un método geométrico para aproximar las coordenadas ecuatoriales del polo norte galáctico, mediante estrellas que se encuentran en el disco de la galaxia. Primero se desarrolla el método usado y posteriormente con la ayuda de 4 catálogos estelares se aproximan las coordenadas. Se encontró que las aproximaciones no son muy certeras pero sí cercanas, puesto que los catálogos presentan puntos extremos o estrellas que no estén uniformemente distribuidas en el disco galáctico.

Descriptor: Catálogos astronómicos — Procedimientos matemáticos y técnicas informáticas — Espirales y disco galáctico.

Código(s) PACS: 95.80.+p — 95.75.Pq — 98.35.Hj

ABSTRACT

We present a geometrical method to estimate the equatorial coordinates of the North Galactic Pole, using stars from the Milky Way disk. First we explain the method used and then, with 4 astronomical catalogs, we obtain the coordinates. We found that the results are not very accurate but are pretty close. This is mostly because the catalogs have extreme points or stars that are not uniformly distributed in the galactic disk.

Subject headings: Astronomical catalogs — Mathematical procedures and computer techniques — Spiral arms and galactic disk.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando dirigimos la mirada al cielo nocturno, podemos observar que todas las estrellas son puntos brillantes, plasmados en una esfera imaginaria con el observador al centro. El ojo humano no nos permite diferenciar qué estrella está más lejos de otra, pero podemos ver una distancia angular entre dos cuerpos celestiales. La *astronomía posicional* estudia las *direcciones* en las cuales los astros son vistos, además es conveniente ubicar estas direcciones en términos de posiciones sobre una esfera llamada la *esfera celeste*, tal como lo menciona Smart & Green (1999).

En este trabajo se muestra un método geométrico para aproximar el polo norte galáctico (parte del sistema de coordenadas galáctico) en coordenadas ecuatoriales. Para este método se usan diferentes catálogos estelares con estrellas próximas al disco galáctico de la Vía Láctea. Se demuestra el método geométricamente y se presentan los resultados. Fi-

nalmente se dan las conclusiones y perspectivas del trabajo.

2. COORDENADAS ASTRONÓMICAS

Existen múltiples sistemas de posición estelar, cada uno toma un distinto punto de origen, medidas o escalas y usan puntos como referencia. En este trabajo se usa principalmente el sistema Ecuatorial (AR-Dec) y el sistema de coordenadas galácticas (ℓ - b), que serán explicados en más detalle en la secuencia.

2.1. *Coordenadas ecuatoriales*

El sistema de coordenadas ecuatoriales tiene un concepto análogo al de la longitud y latitud terrestres. La diferencia entre el sistema terrestre y el celestial se encuentra en que, debido a la rotación terrestre, la esfera celeste parece moverse.

La **declinación** (δ) es el equivalente a la latitud y está medida en grados norte o sur del ecuador celeste. La **ascensión recta** (α) es análogo a la longitud y está medida hacia el este a través del ecuador

^[1]<https://orcid.org/0000-0001-7817-0614>

[†]lcanof@fcpn.edu.bo

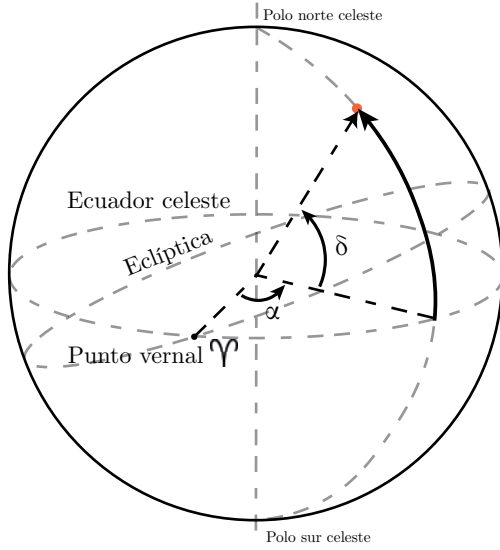


FIG. 1.— Coordenadas ecuatoriales, con origen el observador

celeste desde el punto vernal (Υ). La ascensión recta se mide en horas, donde 360° equivale a 24 horas, por lo que cada hora equivale a 15 grados (Carroll & Ostlie (2018)). Cabe notar, que la ascensión recta se mide en horas, minutos y segundos por su relación con el tiempo (hora) de observación de la misma, en conjunto con el ángulo horario local. Para más información puede referirse a Smart & Green (1999) (capítulo 2).

2.2. Coordenadas galácticas

El plano galáctico no está alineado con el plano ecuatorial celeste, tiene una inclinación de 62.87° . Así la UAI (Unión Astronómica Internacional) vio por conveniente crear un sistema de coordenadas para cuando se hable de estructura de la Vía Láctea.

La intersección del plano de la galaxia con la esfera celeste forma un nuevo ecuador, denominado el *ecuador galáctico*. La **latitud galáctica** (ℓ) se mide desde el centro de la galaxia hacia el oeste (en grados) y **longitud galáctica** se mide desde el plano de la galaxia hacia el polo norte galáctico (en grados). Para este sistema de coordenadas el polo norte galáctico y centro de la galaxia tienen las siguientes coordenadas:

- Centro de la galaxia

$$\ell = 0^\circ ; \quad b = 0^\circ$$

- Polo norte galáctico

$$b = 90^\circ$$

2.3. Época astronómica

La época de las coordenadas es una fecha precisa a la cual hacen referencias las coordenadas celestes calculadas para las estrellas. Esto toma en cuenta los movimientos de la tierra, tales como la precesión y nutación (Karttunen (2007)). Para este trabajo se

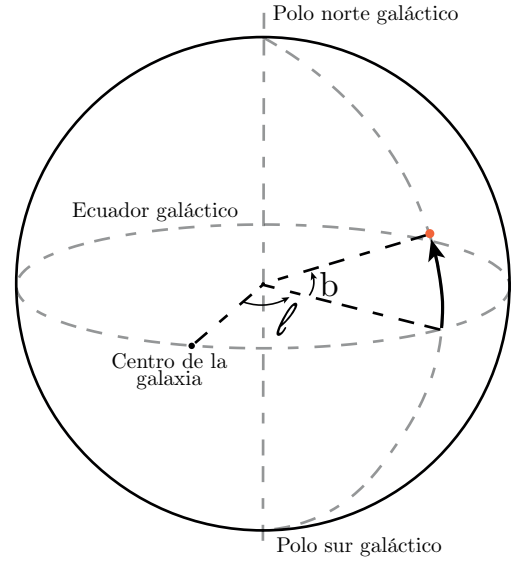


FIG. 2.— Coordenadas galácticas, con origen el observador

utilizaron catálogos con dos épocas: J2000 que se fija al primero de enero de 2000 (época juliana) y B1950 que hace referencia a la época besseliana. Por ejemplo las coordenadas del polo norte galáctico (NGP) en las distintas épocas es:

- En B1950:

$$\alpha_{\text{NGP}} = 12^h 49^m ; \quad \delta_{\text{NGP}} = 27^\circ 24'$$

- En J2000:

$$\alpha_{\text{NGP}} = 12^h 51^m 26.282^s ; \quad \delta_{\text{NGP}} = 27^\circ 07' 42.01''$$

Para transformar las coordenadas ecuatoriales de B1950 a J2000, primero convertimos α a grados decimales, y luego aplicamos las siguientes fórmulas, obtenidas de Duffett-Smith (1988).

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 0.6402565 + 0.278369 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \tan(\delta_1) \quad (1)$$

$$\delta_2 = \delta_1 + 0.278369 \cdot \cos(\alpha_1) \quad (2)$$

Donde α_1 y δ_1 son las coordenadas en B1950 y α_2 y δ_2 son las coordenadas en J2000. Una vez obtenido α_2 , es posible convertirlo al formato de 24 horas.

3. CATÁLOGOS ESTELARES

Para realizar la aproximación se usaron 4 catálogos. Se buscaba que los catálogos contengan las coordenadas (galácticas o ecuatoriales) de estrellas en el plano galáctico. Para descargar la mayoría se utilizó el servidor *Vizier*, una herramienta muy útil y didáctica para buscar catálogos astronómicos, se buscó por catálogos de *milky way disk* y se procedió a analizar y descargar los mismos. Una guía para el uso completo de *Vizier* se encuentra en su página web ¹. Posteriormente se abrieron las tablas en formato VOTABLE en la herramienta Topcat, para posteriormente guardarla en formato *.csv*, y finalmente

¹ <http://cds.unistra.fr/tutorials>

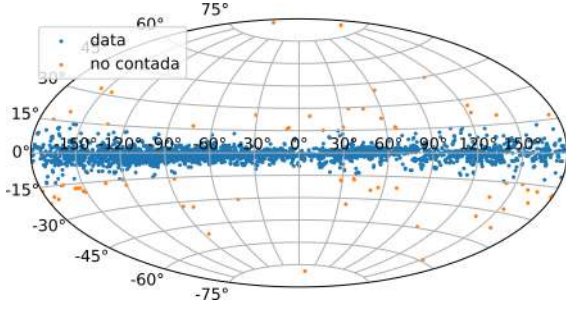


FIG. 3.— Estrellas de los catálogos. De naranja las estrellas que no serán contadas.

trabajar con los datos en lenguaje Python. Para una aproximación final se juntaron todos los catálogos (convirtiendo los necesarios a J2000).

1. *The DDO Database of Galactic Classical Cepheids* (Fernie et al. (1995)) Contiene las coordenadas ecuatoriales de 505 estrellas. Desde ahora será referido como *TORONTO*.
2. *OGLE Collection of Variable Stars* (Soszynski et al. (2014)) Contiene las coordenadas ecuatoriales de 1785 estrellas del disco galáctico. Referido como *OGLE*.
3. *Catalogue of Open Cluster Data* (Lynga (1995)) Este catálogo de 1150 cúmulos abiertos fue compilado por Gosta Lynga, parte del Observatorio Lund. Desde ahora será referido como *LUND*.
4. *General Catalogue of Variable Stars* (Samus' et al. (2017)) Contiene la información de 453 estrellas. Referido como *GCVS*.

Todos los catálogos cuentan con estrellas *espúreas*, las cuales se encuentran fuera del disco galáctico. En la figura 3 se encuentran las estrellas que no serán tomadas en cuenta para mejorar las aproximaciones, las estrellas con una b mayor a 15 grados son eliminadas.

4. MÉTODO DE APROXIMACIÓN

Para realizar una aproximación geométrica se cuenta con distintos catálogos estelares de estrellas en el plano galáctico. Se explica más sobre los catálogos en la sección *catálogos estelares*.

4.1. Ascensión recta

Para la aproximación de la ascensión recta del polo norte galáctico se utilizan dos estrellas que tengan igual declinación, como el disco es equidistante del polo norte galáctico se puede aproximar al meridiano del polo mediante la siguiente relación:

$$\alpha_{\text{NGP}} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + \alpha_1 \quad (3)$$

Hemos propuesto que las estrellas que se encuentran en el disco galáctico sean dos estrellas con coordenadas δ_1, α_1 y δ_2, α_2 , una a la derecha del meridiano y otra a la izquierda del mismo, la diferencia

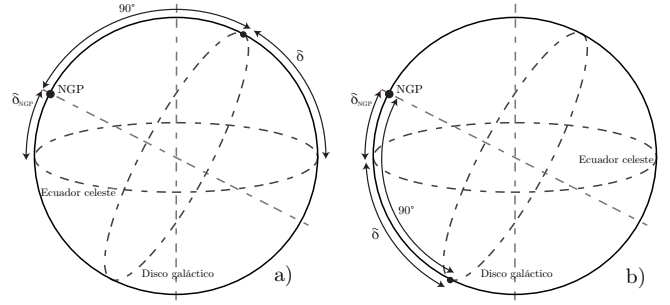


FIG. 4.— Aproximación de la declinación para a) estrellas con declinación positiva, b) declinación negativa de ascensiones rectas dividida entre dos sumada a la primera ascensión recta nos aproxima a la ascensión recta del punto medio entre las dos estrellas.

4.2. Declinación (método 1)

Para la primera aproximación de la declinación del NGP tomamos las estrellas con declinaciones máximas y mínimas, estas estrellas se encuentran en el meridiano del polo norte galáctico, por lo que debemos sumar (para estrellas con declinación negativa) o restar (declinaciones positivas) 90° y obtenemos una aproximación de la declinación del NGP, ver figura 4.

$$\delta_{\text{NGP}} = 90^\circ - \delta_{\text{MAX}} \quad (4)$$

$$\delta_{\text{NGP}} = 90^\circ + \delta_{\text{MIN}} \quad (5)$$

Debemos notar que las estrellas no están distribuidas exactamente en el plano galáctico, pueden estar por encima o debajo del mismo, por lo que para el método se tomó una cantidad n de estrellas con mayor declinación absoluta, así se puede tener una mejor aproximación.

$$\delta_{\text{NGP}} = 90^\circ - \frac{1}{n} \sum_i^n |\delta_i| \quad (6)$$

Este método depende mucho de la cantidad n de estrellas que tomemos, un valor arbitrario.

4.3. Declinación (método 2)

Este método usa la aproximación ya obtenida de la ascensión recta, para tomar un rango dado $\Delta\alpha$ (por ejemplo 15^m) y realizar una aproximación similar que el anterior método, la diferencia es que ahora sabemos que estamos en el meridiano (o alrededores) del meridiano del NGP. Ahora no se toma un valor arbitrario de estrellas, sino que nos basamos en estrellas que nos darán una mejor aproximación.

$$\delta_{\text{NGP}} = 90^\circ - \frac{1}{n} \sum_i^n |\delta_i| \quad (7)$$

$$\alpha_{\text{NGP}} - \Delta\alpha \leq \alpha_i \leq \alpha_{\text{NGP}} + \Delta\alpha$$

Si las estrellas se encuentran uniformemente distribuidas por encima y debajo del disco galáctico, esta aproximación obtendrá mejores resultados.

Catálogo	AR	Std AR
LUND	12 h 45.8 m	0.43
OGLE	12 h 49.4 m	0.19
TORONTO	12 h 43 m	0.49
GCVS	12 h 52.3 m	0.77
TOTAL	12 h 45.9 m	0.36

TABLA 1
RESULTADOS DE LA APROXIMACIÓN DE LA ASCENSIÓN RECTA

Catálogo	Estrellas	n	Decl	Std Decl
LUND	1096	150	25.91	3.01
OGLE	1784	400	26.19	1.35
TORONTO	503	100	27.13	1.87
GCVS	201	40	27.79	1.97
TOTAL	4028	650	25.90	2.10

TABLA 2
RESULTADOS DE LA APROXIMACIÓN DE LA DECLINACIÓN
(PRIMER MÉTODO)

Catálogo	Decl 2	Std Decl 2
LUND	30.35	8.33
OGLE	25.85	1.68
TORONTO	28.75	4.02
GCVS	30.09	4.30
TOTAL	26.85	4.02

TABLA 3
RESULTADOS DE LA APROXIMACIÓN DE LA DECLINACIÓN
(SEGUNDO MÉTODO)

5. RESULTADOS

Los datos utilizados, así como el código en lenguaje Python 3 y sus dependencias estarán disponibles en GitHub.

En la ascensión recta se obtuvieron los siguientes resultados: (ver tabla 1)

Sabiendo que el valor para J2000 de ascensión recta es de 12h 51m los valores se acercan bastante. Se presenta también la desviación estándar, que se encuentran en el orden de 11 minutos (OGLE) a 46 (GCVS).

Respecto a la declinación, aplicando el primer método desarrollado, y tomando diferentes valores de n para la primera aproximación de la declinación tenemos los siguientes resultados (tabla 2):

Se puede observar una buena aproximación para todos los catálogos excepto LUND, ya que el valor teórico de la declinación es de 27.11° . El valor de n es arbitrario para cada catálogo, se trató de que sea aproximadamente un quinto de la cantidad total de estrellas.

El segundo método, aunque se utilizó estrellas con AR cercana a la del NGP no obtuvo los resultados esperados, en una mayoría de casos se usó un $\Delta\alpha = 0.25h$ (ver tabla 3).

La diferencia entre ambos métodos fue la cantidad de estrellas, en el primer método usábamos un número arbitrario de estrellas, mientras en el segundo se usaba a toda estrella que cayera en el rango de α . En el siguiente gráfico se puede observar

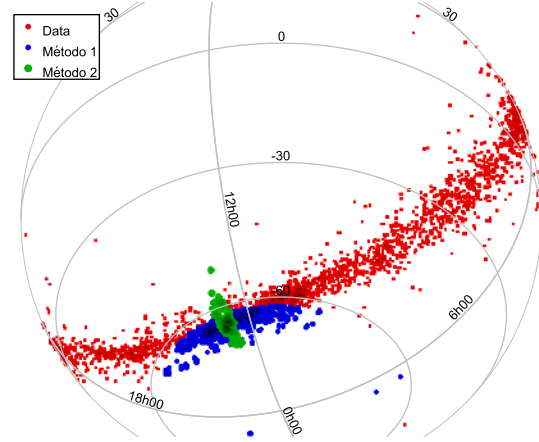


FIG. 5.— Aproximaciones de la declinación del NGP, se observa los puntos generadores de meridianos de ambos métodos.

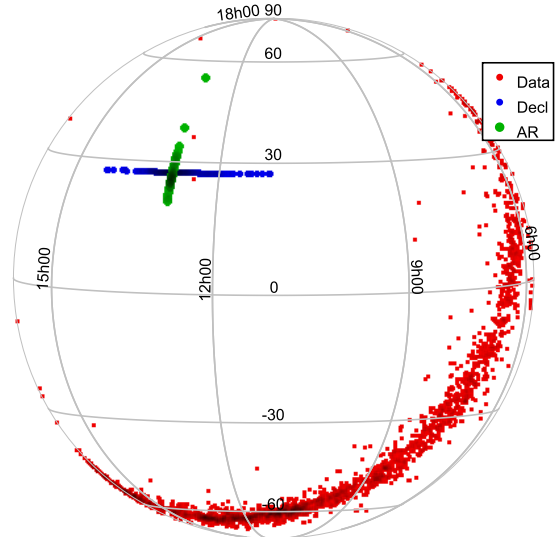


FIG. 6.— Aproximaciones del Polo Norte Galáctico

la diferencia de cantidad de estrellas utilizada (ver figura 5).

6. DISCUSIÓN

Si bien las aproximaciones son simples y se basan en principios geométricos, el catálogo de estrellas no es perfecto. Los catálogos usados presentan estrellas que no están cerca del disco galáctico, lo que causa puntos extremos que afectan al promedio, esto fue solucionado con la limpieza de estrellas espúreas. Si bien en la figura 3 se observa que las estrellas están distribuidas uniformemente por encima y debajo del disco, estudiar su verdadera distribución puede ser motivo de un estudio más profundo de los catálogos usados. Un gráfico interesante es el que se grafica los datos de aproximación de ambas coordenadas (ver figura 6), para complementar la coordenada faltante se usó el valor teórico de la misma. En el caso que la aproximación sería perfecta habría la misma cantidad de puntos por encima, debajo y lados, pero no es el caso, especialmente en la declinación.

7. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se presentó un método geométrico para aproximar las coordenadas del polo norte galáctico, el mismo asume que las estrellas se encuentran uniformemente distribuidas por encima y por debajo del polo norte galáctico. Con el uso de 4 catálogos de estrellas del disco galáctico se obtuvieron diferentes aproximaciones, unas mejores que otras. La mejor aproximación de la declinación con el primer y segundo método es el catálogo TORONTO con 27.13° y 28.75° , respectivamente. Para la aproximación de la ascensión recta el catálogo OGLE con $12^h 49.4^m$.

Los catálogos usados tienen estrellas que pueden generar aproximaciones extremas, también pueden contar con pocos datos en regiones de interés (puntos máximos de declinación). Sin embargo este método es aplicable a cualquier catálogo de estrellas del

disco de la galaxia.

Se propone mejorar el código en Python paulatinamente, buscando aproximaciones numéricas para variar el número de estrellas usadas en los métodos, o variar el rango que se usa para el segundo método de declinación, así también intentar utilizar nuevos catálogos que se irán actualizando en conjunto al GitHub adjunto.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Planetario Max Schreier y a la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés por las facilidades que brindan para realizar investigación en las mejores condiciones.

Conflicto de intereses

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Carroll B. W. & Ostlie D. A. 2018, *An introduction to modern astrophysics*, 2nd edn. (Cambridge University Press)
- Duffett-Smith P. 1988, *Practical Astronomy with your calculator*, 3rd edn. (Cambridge University Press)
- Fernie J., Evans N., Beattie B. & Seager S. 1995, A DATABASE OF GALACTIC CLASSICAL CEPHEIDS
- Groenewegen M. A. T. 2018, *Astronomy & Astrophysics*, **619**, A8
- Inno L., Rix H.-W., Stanek K. Z., Jayasinghe T., Poggio E., Drimmel R. & Rotundi A. 2021, *The Astrophysical Journal*, **914**, 127
- Karttunen H. 2007, *Fundamental astronomy* (Springer)
- Lynga G. 1995, *VizieR Online Data Catalog*, VII/92A
- Samus' N. N., Kazarovets E. V., Durlevich O. V., Kireeva N. N. & Pastukhova E. N. 2017, *Astronomy Reports*, **61**, 80
- Smart W. M. & Green R. M. 1999, *Textbook on spherical astronomy* (Cambridge [U.A.] Cambridge Univ. Press)
- Soszynski I., Udalski A., Szymanski M. K., Pietrukowicz P., Mroz P., Skowron J., Kozłowski S., Poleski R., Skowron D., Pietrzynski G., Wyrzykowski L., Ulaczyk K. & Kubiak M. 2014, arXiv:1410.1542 [astro-ph]

MÉTODO NUMÉRICO DISIPATIVO PARA EL PROBLEMA ELECTROSTÁTICO DE UN SISTEMA BIDIMENSIONAL DE DIELECTRICOS Y CONDUCTORES

NUMERICAL DISSIPATIVE METHOD FOR THE ELECTROSTATIC PROBLEM OF A TWO-DIMENSIONAL SYSTEM OF DIELECTRICS AND CONDUCTORS

DETERLINO URZAGASTI[†] [1]

Planetario Max Schreier, Universidad Mayor de San Andrés
Calle Federico Zuazo No.1976, Casilla de Correos 3164
La Paz - Bolivia

(Recibido 08 de mayo de 2022; aceptado 05 de octubre de 2022)

<https://doi.org/10.53287/afzb1220id80v>

RESUMEN

Se implementa un método numérico para la resolución de la ecuación de onda amortiguada para el potencial electrodinámico en las regiones con ausencia de cargas y corrientes libres. La amortiguación se da por la introducción artificial en la ecuación de onda de un término disipativo proporcional a la tasa de cambio de dicho potencial. Esto con el fin de poder obtener el potencial y campo eléctrico de un sistema electrostático bidimensional de conductores y dieléctricos con disposiciones espaciales arbitrarias una vez que el sistema ha alcanzado el estado de equilibrio. Como aplicación inmediata se calcula la capacidad por unidad de longitud del sistema a partir de la energía en el campo eléctrico obtenido. En particular, se aplica el método para valores típicos de la constante dieléctrica de columnas de hormigón armado.

Descriptor: Métodos numéricos — Propagación de ondas electromagnéticas — Ensayos no destructivos: ensayos electromagnéticos.

Código(s) PACS: 02.60.-x — 94.30.Tz — 81.70.Ex

ABSTRACT

A numerical method is implemented for solving the damped wave equation for the electrodynamic potential in regions with no charges and no free currents. The damping is obtained by the artificial introduction of a dissipative term, proportional to the rate of change of the potential, in the wave equation. This is carried out in order to obtain the potential and electric field of a two-dimensional electrostatic system of conductors and dielectrics with arbitrary spatial arrangements once the system has reached equilibrium. As an immediate application, the capacity per unit length of the system is calculated from the obtained electrostatic energy. In particular, the method is applied for typical values of the dielectric constant of reinforced concrete columns.

Subject headings: Numerical methods — Electromagnetic wave propagation — Nondestructive testing: electromagnetic testing.

1. INTRODUCCIÓN

Desde la aparición de las computadoras accesibles a los investigadores como herramientas útiles al lado de los cálculos realizados con lápiz y papel, se han desarrollado diversos métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales en distintas áreas de la física. En particular, ha sido de gran interés el desarrollo de técnicas aplicadas a los problemas electrostáticos que no son resolubles analíticamente, aquellos que involucran sistemas complejos de cargas, conductores y dieléctricos.

Así por ejemplo, el método de los momentos se

ha aplicado al cálculo de distribuciones de carga y matrices de capacitancia para sistemas de alambres cilíndricos rodeados de dieléctricos (Clements et al. 1975). Varios años después se ha presentado un algoritmo de FFT (*Fast Fourier Transform*) precorregido que reduce el tiempo de CPU requerido para calcular capacitancias de acoplamiento de estructuras tridimensionales complejas (Phillips & White 1997). Pocos años después, la computación jerárquica de capacitancias de interconexión en tres dimensiones (3D) se ha realizado usando métodos de elementos de contornos (Gu et al. 2000), y también se ha aplicado el método de cargas de contorno en 3D para el cálculo de alta precisión del potencial y del campo eléctricos en sistemas dieléctricos compuestos (Murata et al. 2001).

^[1]<https://orcid.org/0000-0001-7387-9499>

[†]durzagasti@fcpn.edu.bo

Posteriormente, otras técnicas importantes han sido desarrolladas, a saber: Técnicas eficientes para resolver los problemas electrostáticos de multicapas y con singularidad en contornos degenerados (Sumant & Cangellaris 2007; Chyuan et al. 2004) y para problemas electrostáticos de frontera abierta (Aiello et al. 2006). Técnicas para considerar el campo eléctrico anormal en bordes en forma de cuñas de conductores (electrodos) o en una interfaz dieléctrica, campo que puede llegar a ser considerablemente alto (Kawamoto & Takuma 2007). Asimismo, se han resuelto problemas de campo electrostático en dos dimensiones para sistemas de múltiples conductores (Safonova & Vynogradova 2011), y se han investigado diferentes técnicas de elementos finitos extendidos en dos dimensiones para resolver el problema electrostático cuando el dominio electrostático está limitado por materiales conductores (Rochus et al. 2011). También, es de destacar un método iterativo simple para resolver la ecuación de Laplace en dos dimensiones espaciales manteniendo las condiciones de contorno fijas (Hayt & Buck 2006).

Recientemente, el método de Galerkin discontinuo se ha usado para resolver problemas con conductores inmersos en dieléctricos (Chen et al. 2020, 2021). También, el método numérico de aproximación *spline* no polinomial se ha utilizado para resolver problemas con condiciones de Neumann de segundo orden en electrostática (Sener 2021).

En particular, estos métodos numéricos tienen una aplicación inmediata en el campo de los ensayos no destructivos sobre estructuras de concreto y varas metálicas (hormigones armados) (International Atomic Energy Agency 2002; Malhotra & Carino 2004), donde bajo la aplicación de campos eléctricos externos, pueden conocerse ciertas características del sistema en cuanto a la distribución de los conductores (las varas) dentro del dieléctrico (el concreto) sin afectarlo.

En el presente trabajo se plantea un método de resolución dinámico en el que artificialmente se introduce un término disipativo en la ecuación de onda del potencial eléctrico, el cual hace que la solución espacio-temporal decaiga a la del estado estacionario, o bien, al caso electrostático. Para ello se considera una red uniforme en dos dimensiones espaciales sobre la cual se aplica el método de diferencias finitas, y para la evolución de cada nodo de esta red se usa el método de Runge-Kutta de quinto orden con monitoreo del error de truncación, lo que permite controlar la precisión de los resultados obtenidos desde el inicio de la integración.

2. MARCO TEÓRICO

Se considera un sistema de dieléctricos y conductores con cierta regularidad en sus formas y configuraciones, de manera que siempre se pueda considerar que existe una simetría bidimensional perpendicularmente a algún eje del espacio.

Para fijar ideas, nos concentramos en el estudio de un problema específico consistente de una columna

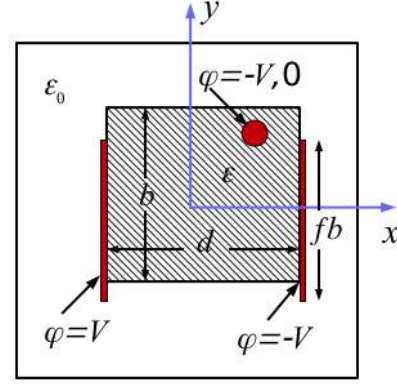


FIG. 1.— Esquema de una sección transversal de la columna dieléctrica rectangular de permitividad ε (superficie rayada). Las placas conductoras se representan en rojo (o rellenas), apoyadas sobre caras opuestas de la columna y con potenciales V y $-V$, respectivamente. Asimismo, se representa la barra conductora cilíndrica en color rojo (o rellena), cuyo potencial puede tomar los valores $-V$ ó 0 . La caja exterior constituye la caja de integración del problema.

dieléctrica rectangular (que puede ser una columna de concreto) sostenida desde su interior por conductores cilíndricos delgados (que podrían ser las barras de acero de soporte), ubicadas arbitrariamente pero de manera paralela a la columna. Adicionalmente, consideramos una o dos placas conductoras que pueden ser apoyadas en dos caras opuestas de la columna con fines de medir la capacidad del sistema en el estado de equilibrio (estado electrostático). El esquema de una sección de este sistema se muestra en la Figura 1.

Como modelo para el potencial electrodinámico φ consideramos la ecuación de onda en las regiones libres de carga y con la presencia de un término disipativo de coeficiente $\lambda > 0$:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\lambda}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

donde $n = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ es el índice de refracción del medio, c la velocidad de la luz en el vacío y $\nabla^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ para el problema bidimensional planteado.

La disipación introducida hará que el sistema alcance el estado electrostático deseado luego de transcurrido un tiempo de relajación dado, τ . Una vez alcanzado el estado de equilibrio electrostático, se obtiene el campo eléctrico de

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (2)$$

y con el mismo, la energía electrostática en el volumen de interés:

$$W = \frac{\varepsilon}{2} \int |\mathbf{E}|^2 d^3 \mathbf{r}, \quad (3)$$

donde la integral se extiende a todo el volumen del dieléctrico.

3. MÉTODO DE RESOLUCIÓN NUMÉRICA Y SU APLICACIÓN

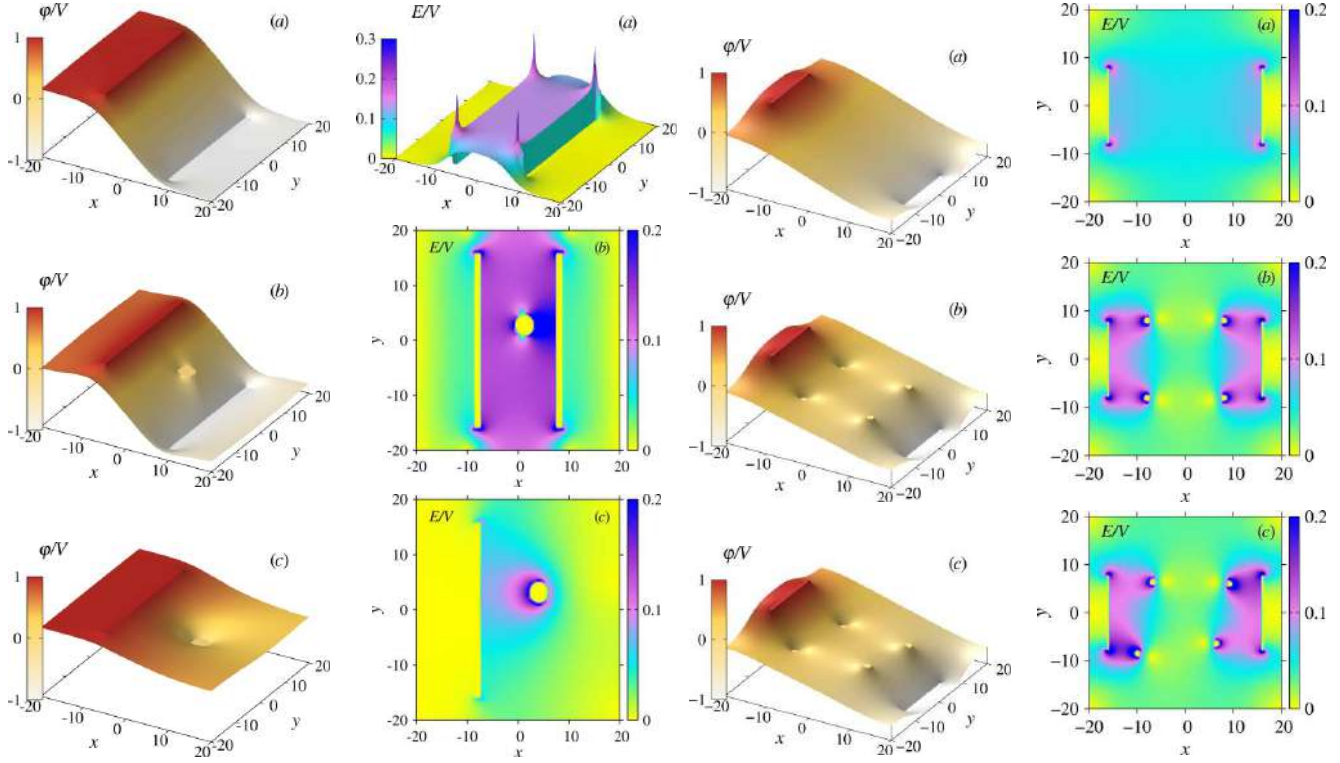


FIG. 2.— Resultados numéricos del caso bidimensional para tres sistemas electrostáticos de placas y cilindros conductores. Nótese el aumento de la intensidad del campo eléctrico cerca de los bordes.

Para la resolución de la Ec. (1) adoptamos un método numérico consistente en la resolución de la parte espacial con diferencias finitas de sexto orden (Fornberg 1988) tanto para las primeras como para las segundas derivadas y con condiciones de Neumann en los bordes de la caja de integración mostrada en la Fig. 1. En los conductores se toma el potencial con valores constantes y cerca de los conductores, donde el sexto orden de las diferencias finitas no se aplica, usamos en diferencias finitas el segundo orden “forward” o “backward” según sea el caso para el punto más cercano, las diferencias finitas centrales de segundo y cuarto orden para los subsiguientes puntos alejándose del conductor, y luego se retoman las diferencias finitas de sexto orden para los demás puntos.

Para la resolución en el tiempo se usa el método de Runge-Kutta de quinto orden con un algoritmo complementario de paso variable y monitoreo del error de truncación desarrollado en la Universidad de Cambridge en el Reino Unido (Press et al. 1992). Este algoritmo asegura la resolución de nuestro problema con una precisión de una parte en diez millones al final de cada paso de integración temporal, haciendo además factible el aumento en la resolución espacial con un aumento en el número de puntos de la red sin un significativo aumento en el tiempo computacional.

Definiendo el nuevo tiempo como $T = ct$ y el potencial adimensional como $v = \phi/V$, las ecuaciones de

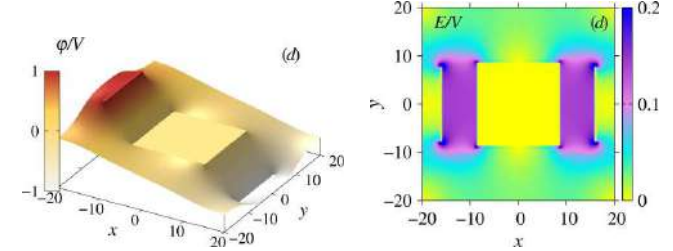


FIG. 3.— Ejemplos de la resolución numérica para el caso de placas grandes.

primer orden a resolver son

$$\frac{\partial v}{\partial T} = u ; \quad \frac{\partial u}{\partial T} = \frac{1}{n^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \lambda u \right). \quad (4)$$

Como primeros ejemplos, aplicamos el modelo a tres casos sencillos con $\lambda = 0.7$, $\varepsilon/\varepsilon_0 = 1.5$ y un arreglo espacial de 200×200 puntos. El primero, caso (a), el caso simple de dos placas apoyadas sobre dos caras enfrentadas de la columna rectangular. En este caso, luego de que el sistema alcanza el equilibrio, se tiene un muy buen acuerdo con el valor esperado teóricamente para la capacidad por unidad de longitud despreciando los efectos de borde, como veremos en la siguiente Sección. Los resultados correspondientes se muestran en la primera fila de la Fig. 2.

Como segundo caso, (b), agregamos al caso anterior una barra conductora cilíndrica entre las placas y conectada a tierra. En este caso la integración demora cerca de una hora hasta que el sistema llega al equilibrio. Los resultados en el equilibrio se muestran en la segunda fila de la Fig. 2.

Finalmente, como tercer caso, (c), consideramos sólo una placa y una barra cilíndrica conectada a tierra, cuya integración demora alrededor de cuatro

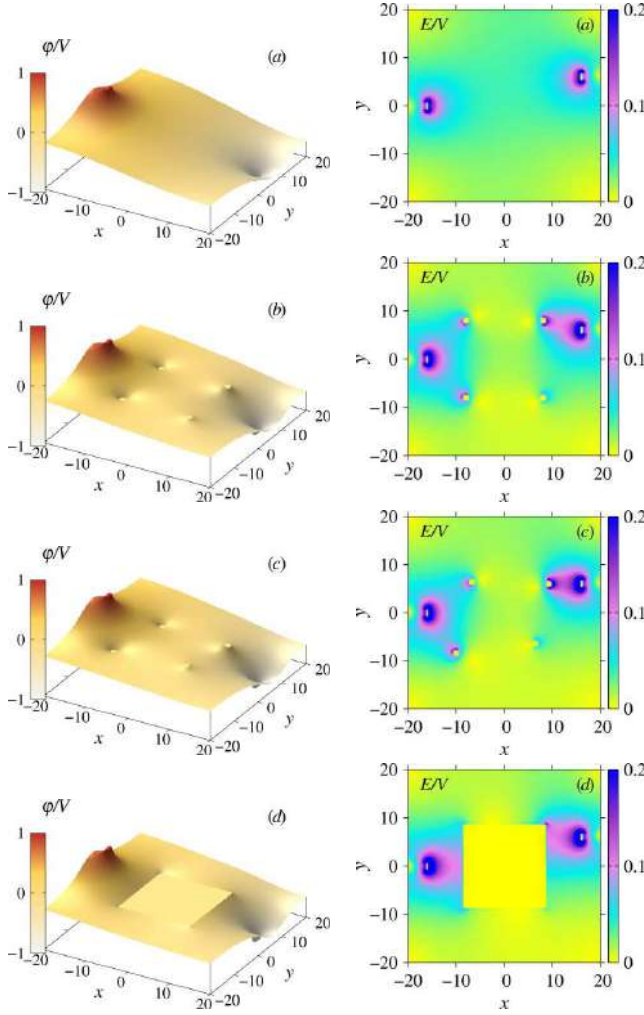


FIG. 4.— Ejemplos de la resolución numérica para el caso de placas pequeñas.

horas hasta alcanzar el estado de equilibrio y cuyos resultados en este estado se grafican en la tercera fila de la Fig. 2.

4. CÁLCULO NUMÉRICO DE LA CAPACIDAD ELÉCTRICA PARA UNA COLUMNA DE DIELECTRICO

Consideremos una columna de dieléctrico con sección rectangular de lados b y d . Supongamos que en las caras separadas por la distancia d se colocan dos placas conductoras a potenciales $+V$ y $-V$, respectivamente, y de ancho $fb \leq b$ (véase la Fig. 1). Para este sistema, la energía electrostática por unidad de longitud vertical de la columna es

$$\frac{\Delta W}{\Delta z} = \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{\Delta z} V^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \int_S E^2 ds, \quad (5)$$

donde $\Delta C/\Delta z$ es la capacidad por unidad de longitud vertical de la columna y S su sección transversal.

Ahora bien, se adopta como magnitud a determinar numéricamente la capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica dada por

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta C}{\Delta z} = \int_S \left(\frac{E}{V} \right)^2 ds = \int_S (\nabla v)^2 ds. \quad (6)$$

TABLA 1

Capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica para una columna con parámetros $b = d = 20$ y $f = 1$, centrada en una caja cuadrada de integración de lado 40. El valor teórico esperado para un condensador de placas planas y paralelas cuando los efectos de borde han sido despreciados es $4fb/d = 4$.

$\varepsilon/\varepsilon_0$	1.5	3.0	7.0	10.0
$\Delta C/\Delta z\varepsilon$	4.135	4.135	4.134	4.134

TABLA 2

Capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica para los sistemas de las Figs. 3 y 4. Los parámetros de la columna (ancho, largo y permitividad eléctrica) centrada en la cajas cuadradas de integración de lado 40 son $b = 32$, $d = 32$ y $\varepsilon/\varepsilon_0 = 10$. Asimismo, los anchos de las placas son de $\Delta y = 16$ y $\Delta y = 2$, para los casos de placas grandes y pequeñas, respectivamente.

	(a)	(b)	(c)	(d)
Fig. 3	3.418	4.992	5.199	6.190
Fig. 4	1.808	2.234	2.321	2.516

En particular, sabiendo que para un sistema de placas planas y paralelas cuando se desprecian los efectos de borde la diferencia de potencial es $\Delta V = 2V = Ed$, tenemos que para dicho sistema $\Delta C/\Delta z\varepsilon = 4fb/d$, valor que es usado solo como referencial al compararse con los resultados numéricos para sistemas donde en general los efectos de borde de las placas no son despreciables.

A fin de poner a prueba el método numérico, realizamos cuatro simulaciones para $b = d = 20$ y $f = 1$ en una caja de lado 40 y variando el valor de la permitividad eléctrica. Los resultados se muestran en la Tabla 1. De acuerdo a éstos, las simulaciones nos reportan por un lado, una independencia de la capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica con respecto a variaciones de esta permitividad, y por otro, resultados un poco mayores al esperado teóricamente según el último miembro de la Ec. (6). Esto último es debido al aumento de la intensidad del campo eléctrico en las regiones cercanas a los bordes de las placas, lo cual no ha sido contemplado en el modelo teórico.

5. APLICACIÓN A COLUMNAS DE CONCRETO

Aplicamos el método de resolución numérica bidimensional a ocho casos de interés, siendo los primeros cuatro para el caso de placas grandes, mostrados en la Fig. 3, y los siguientes cuatro para el caso de placas pequeñas, mostrados en la Fig. 4. Los paneles (a) en estas Figuras corresponden al caso en el que no hay conductores dentro del concreto; los paneles (b) al caso en el que hay cuatro barras conductoras cilíndricas colocadas simétricamente; los paneles (c) al caso en el que se perturban las posiciones de las barras en los casos (b); y finalmente, los paneles (d) corresponden al caso en el que se tiene un estribo conductor con forma cuadrada. Los parámetros de la integración son los mismos que

en los casos de la Fig. 2, excepto en la permitividad del dieléctrico, que para el caso del concreto se adopta el valor típico $\varepsilon/\varepsilon_0 = 10$. Los correspondientes valores obtenidos para la capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica dada por el miembro derecho de la Ecuación (6) se dan en la Tabla 2 para ambos casos de placas grandes y pequeñas, respectivamente.

6. SUMARIO Y CONCLUSIONES

Usando técnicas numéricas de diferencias finitas y el método de Runge-Kutta con monitoreo del error de truncación se han podido hallar las soluciones precisas para el potencial electrostático y el campo eléctrico de un sistema bidimensional de dieléctricos y conductores con distribución arbitraria. El método consiste en adicionar un término disipativo en la ecuación de onda del potencial de manera que el sistema alcance el estado estacionario luego de un dado tiempo de relajación, que en la práctica, depende de la complejidad de la distribución de los componentes del sistema físico. La comparación de los resultados numéricos con el resultado teórico de un capacitor de placas plano paralelas cuando se desprecian los efectos de borde es satisfactorio. El aplicar el método para distintos medios, se encuentra que la capacidad

por unidad de longitud transversal al plano del sistema es con una muy buena aproximación lineal con el valor de la constante dieléctrica del medio.

Finalmente, el problema planteado está dirigido a la realización de ensayos no destructivos en columnas de hormigón armado tales que los resultados de sus mediciones puedan ser analizados y comparados con los de las realizadas en laboratorio y con los de las simulaciones numéricas. Esta última tarea ha sido desarrollada y descrita en este reporte. Una siguiente etapa consistiría en la comparación de los resultados de las simulaciones con los experimentales en laboratorio y su correspondiente sistematización, previa a la aplicación del conjunto en el trabajo de campo y de forma rutinaria.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Eduardo Palenque, responsable del proyecto de Servicios del Laboratorio de Materia Condensada de la Carrera de Física, Universidad Mayor de San Andrés, por haberme incluido en dicho proyecto, gracias a lo cual he podido desarrollar el presente trabajo.

Conflicto de intereses

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Aiello G., Alfonzetti S., Diletto E. & Salerno N. 2006, *IEEE Transactions on Magnetics*, **42**, 579
- Chen L., Dong M. & Bagci H. 2020, *IEEE Access*, **8**, 7531
- Chen L., Dong M., Li P. & Bagci H. 2021, *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, **34**
- Chyuan S.-W., Liao Y.-S. & Chen J.-T. 2004, *Semiconductor Science and Technology*, **19**
- Clements J., Paul C. & Adams A. 1975, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, **EMC-17**, 238
- Fornberg B. 1988, *Math. Comp.*, **51**, 699
- Gu J., Hong X. & Wang Z. 2000, in *Asia and South Pacific Design Automation Conference (Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society)*, **447**
- Hayt W. H. & Buck J. A. 2006, *Teoría electromagnética*, 7th edn. (México: McGraw-Hill), 525
- International Atomic Energy Agency, V. A. 2002, *Guidebook on non-destructive testing of concrete structures*, Tech. rep., International Atomic Energy Agency (IAEA)
- Kawamoto T. & Takuma T. 2007, *Electrical Engineering in Japan*, **159**, 1
- Malhotra V. M. & Carino N. J. 2004, *Handbook on Nondestructive Testing of Concrete* (CRC Press)
- Murata H., Ohye T. & Shimoyama H. 2001, in *Charged Particle Detection, Diagnostics, and Imaging*, ed. E. Munro & J. A. Rouse, **Vol. 4510 (SPIE)**, 107–118
- Phillips J. R. & White J. K. 1997, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, **16**, 1059
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. & Flannery B. P. 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN*, 2nd edn. (UK: Cambridge University Press)
- Rochus V., Van Mieghroet L., Rixen D. J. & Duysinx P. 2011, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **85**, 1207
- Safonova G. & Vynogradova E. 2011, in *2011 XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium*, 1–4
- Sener G. 2021, *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal (ACES)*, **32**, 289
- Sumant P. S. & Cangellaris A. C. 2007, *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, **20**, 253

DINÁMICA DE CIRCUITOS DE CHUA CON BOBINAS NO IDEALES E HISTÉRESIS CHUA'S CIRCUITS DYNAMIC WITH NON-IDEAL COILS AND HYSTERESIS

AURELIO ALEJANDRO SUXO-CORO[†] [1], ABDIAS SERGIO CALLEJAS-ICUÑA[†] [2], C. NINA[†] [3], RENE ORLANDO MEDRANO-TORRICOS[‡] [4], & GONZALO MARCELO RAMÍREZ-ÁVILA* [5]

[†]Carrera de Física, Universidad Mayor de San Andrés.
Campus Universitario, c. 27 Cota-Cota. La Paz - Bolivia

[‡]Departamento de Física, Universidade Federal de São Paulo UNIFESP, 09913-030, Campus Diadema São Paulo, Brazil

Departamento de Física, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, UNESP, 13506-900, Campus Rio Claro, São Paulo, Brazil &

*Instituto de Investigaciones Físicas, Universidad Mayor de San Andrés.

Campus Universitario, c. 27 Cota-Cota. La Paz - Bolivia

(Recibido 07 de octubre de 2022; aceptado 28 de octubre de 2022)

<https://doi.org/10.53287/wvkt7994ew79r>

RESUMEN

Se realizó el estudio dinámico completo (teórico, experimental y numérico) de un circuito caótico tipo Chua utilizando una bobina no ideal con valores no despreciables de su resistencia interna. Lo anterior ocasiona que este circuito no muestre comportamiento caótico, con lo que para encontrar caoticidad, se propone una modificación que introduce histéresis al diodo de Chua. Usando espacios de hasta tres parámetros de control, se muestra cómo esta modificación se adapta a un amplio intervalo de inductores no ideales, presentando regiones caóticas más extensas que el circuito de Chua clásico. Se contrastan estas simulaciones, construyendo el circuito físico y exponiendo cómo esta modificación resulta en un diseño experimental más sencillo del inductor. Lo anterior permite eliminar las dificultades causadas por este componente electrónico que es uno de los más difícil de tratar y que se traduce en la ausencia de atractores tipo Rössler y la asimetría de los atractores double-scroll.

Finalmente, se muestran características del tiempo de simulación que pueden pasar de manera desapercibida, como lo que ocurre en la crisis de intermitencia, donde se observa un carácter de doble caoticidad.

Descriptor: Simulaciones numéricas de sistemas caóticos — Circuitos electrónicos — Inductores y bobinas; embobinado.

Código(s) PACS: 05.45.Pq — 84.30.-r — 84.32.Hh

ABSTRACT

A complete dynamic study (theoretical, experimental and numerical) of a chaotic Chua-type circuit was carried out using a non-ideal coil with non-negligible values of its internal resistance. This set up means that the circuit does not show chaotic behavior. In order to observe chaoticity, a modification that introduces hysteresis to the Chua diode is proposed. Using spaces of up to three control parameters it is shown how this modification adapts to a wide range of non-ideal inductors presenting more extensive chaotic regions than the classical Chua circuit. These simulations are tested with a physical circuit and demonstrate how the modifications result in a simpler experimental design of the inductor. By simplifying the experimental design the difficulties caused by the electronic component is eliminated and results in the absence of Rössler type attractors and the asymmetry of the double-scroll attractors.

Finally, features of the simulation time are shown that may otherwise go unnoticed, such as, those in the intermittency crisis, where a double-scroll character is observed.

Subject headings: Numerical simulations of chaotic systems — Electronic circuits — Inductors and coils; wiring.

1. PRÓLOGO

A manera de prólogo, Chen & Ueta (2002) mencionan:

“Circuits, both linear and nonlinear, remain the core components of most electronic and mechatronic equipment and devices to date. As industrial electronics and mechatronics become mature, better functionality and reliability of these technologies require more intriguing use of nonlinear circuits. This calls for thorough investigation of dynamical characteristics and largest possible operating regimes of nonlinear circuits and systems. Of particular interest is the fundamental nonlinear circuit theory that is still in the evolving phase of its development today. In view of the exciting emergence of nano-technology and the attractive quantum-computing future, nonlinear circuits have become even more important and fundamental.”

Que se puede traducir como:

“Los circuitos, tanto lineales como no lineales, siguen siendo hasta la fecha los componentes centrales de la mayoría de los dispositivos electrónicos y mecatrónicos. A medida que la electrónica industrial y la mecatrónica maduran, una mejor funcionalidad y confiabilidad de estas tecnologías requiere un uso más intrigante de los circuitos no lineales. Esto requiere una investigación exhaustiva de las características dinámicas y los regímenes operativos más grandes posibles de los circuitos y sistemas no lineales. De particular interés es la teoría fundamental de circuitos no lineales que en la actualidad, todavía se encuentra en la fase de evolución de su desarrollo. En vista del interesante surgimiento de la nanotecnología y el atractivo futuro de la computación cuántica, los circuitos no lineales se han vuelto aún más importantes y fundamentales.”

2. INTRODUCCIÓN

En la teoría del caos, los sistemas caóticos son: no lineales, sensibles a las condiciones iniciales y su comportamiento no se puede prever hasta que suceda o se calcule (pese a ello, el sistema es determinista). En la naturaleza abundan sistemas que tienen estas características. Edward Lorenz caracteriza el caos como (Danforth (2013)):

“Cuando el presente determina el futuro, pero el presente aproximado no determina aproximadamente el futuro.”

Entre los sistemas caóticos más típicos y de fácil acceso figuran los circuitos electrónicos. Kennedy

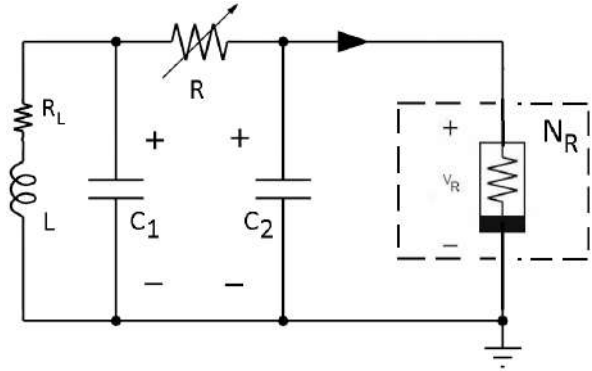


FIG. 1.— Circuito de Chua canónico.

(1993) menciona que deben satisfacerse tres criterios relacionados con los elementos que deben tener los circuitos:

- (i) Al menos un elemento no lineal.
- (ii) Al menos una resistencia localmente activa (resistencia negativa).
- (iii) Tres o más elementos de almacenamiento de energía.

El circuito de Chua (Fig. 1) cumple estos criterios y es uno de los más populares que exhibe caos, puesto que es un circuito autónomo simple capaz de mostrar comportamiento caótico; está compuesto, por una porción que presenta el comportamiento típico de un oscilador amortiguado (dos condensadores C_1 y C_2 , una resistencia variable R y una bobina L) y la otra parte que constituye el único elemento no lineal denominado diodo de Chua, N_R que básicamente es una resistencia no lineal negativa o lineal por partes (piecewise linear o PWL) como se muestra en la Fig. 2. Este elemento causante de la no linealidad actúa como la fuente de energía de todo el circuito, ya que es la responsable de la retroalimentación que lo mantiene oscilando.

Escribiendo las variables dinámicas V_{C_1} , V_{C_2} e I_L , junto con los voltajes de quiebre $-B_p$ y $+B_p$, como:

$$\begin{aligned} x &= V_{C_1}(B_p)^{-1}, \\ y &= V_{C_2}(B_p)^{-1}, \\ z &= RI_L(B_p)^{-1}, \\ \tau &= t(RC_2)^{-1}, \end{aligned} \quad (1)$$

se obtiene las ecuaciones diferenciales adimensionales:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - x - f(x)), \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta y - \gamma z, \end{aligned} \quad (2)$$

con los parámetros:

$$\begin{aligned} \alpha &= C_2 C_3^{-1}, \\ \beta &= R^2 C_2 L^{-1}, \\ \gamma &= R_L R C_2 L^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

donde R_L representa la resistencia interna del

[3] <https://orcid.org/0000-0001-8113-0189>

[4] <https://orcid.org/0000-0003-0866-2466>

[5] <https://orcid.org/000-0003-4522-9012>

[1] asuxoc@fcfn.edu.bo

[2] acallejasi@fcfn.edu.bo

[3] cnina1010@gmail.com

[4] rmedrano@if.usp.br

[5] mravila@fiumsa.edu.bo

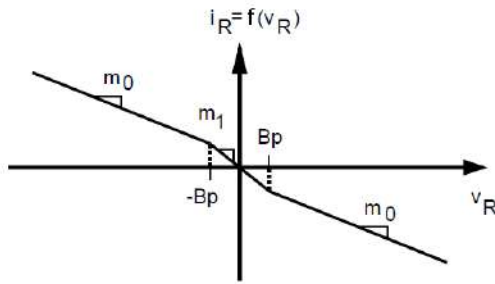


FIG. 2.— Característica de linealidad por partes de voltaje y corriente del diodo de Chua. $-B_p$ y $+B_p$ son los puntos de quiebre de la relación corriente-voltaje del diodo de Chua; en tanto que m_0 y m_1 son las pendientes de la región externa e interna, respectivamente (Kennedy (1992)).

inductor L en la Fig. 1. A esta configuración se la conoce como circuito de Chua canónico (\mathcal{C}^2), en el sentido de que puede exhibir todos los posibles comportamientos dinámicos asociados con cualquier campo vector continuo, lineal por partes (PWL) y simétrico de tres regiones. En el caso de no considerar la resistencia R_L , el valor de γ es nulo y el circuito de Chua (\mathcal{C}^1) se convierte en el caso simple/ideal.

La función PWL que describe el comportamiento del diodo de Chua, es:

$$f(x) = m_0 x + (1/2)(m_1 - m_0)(|x + B_p| - |x - B_p|), \quad (4)$$

las pendientes m_0 y m_1 se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} m_0 &= (-R_3^{-1} + R_4^{-1}), \\ m_1 &= (-R_3^{-1} - R_6^{-1}). \end{aligned} \quad (5)$$

Después del advenimiento del \mathcal{C}^1 , se han reportado numerosos trabajos sobre diferentes esquemas de realización de este circuito descrito por Bilotta & Pantano (2008), Rocha & Medrano-T (2009), Fortuna et al. (2009) y Kiliç (2010) entre otros. Pues, es atractivo buscar un \mathcal{C}^1 actualizado con nuevos comportamientos dinámicos; pero que posea una estructura topológica de circuito mucho más simple y sea mucho más fácil de implementar experimentalmente. Todas estas construcciones se centran principalmente en dos propósitos: sin un inductor no ideal y que el diodo de Chua tenga componentes electrónicos más comerciales y accesibles. Generalmente, la razón detrás de la realización sin inductor radica en el hecho de que la presencia de un inductor de bobinado manual con resistencia parásita baja, dificulta la implementación del \mathcal{C}^1 además de que son difíciles de fabricar. He aquí donde la propuesta de este trabajo entra en acción.

Murali & Lakshmanan (1992) exploraron el circuito de Chua autosostenido con una excitación periódica externa que convierte al circuito en no autosostenido. Observaron una inmensa variedad de secuencias de bifurcaciones, histéresis y la coexistencia de múltiples atractores.

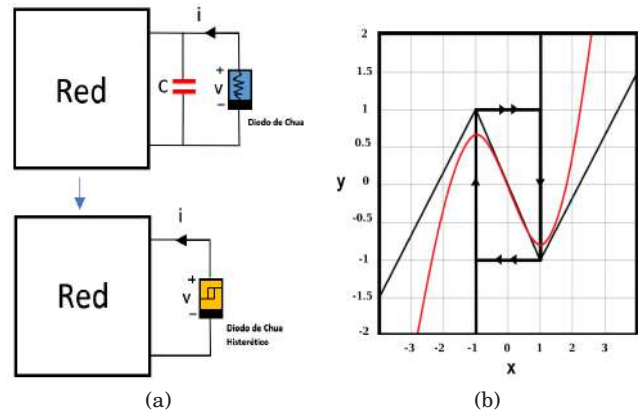


FIG. 3.— Modelo de oscilador canónico con el diodo de Chua como elemento no lineal (no mencionan una modificación interna al diodo). (a) Ejemplo de una red en combinación con un capacitor que produce histéresis y (b) tipos de histéresis. Gráficas adaptadas de Itoh & Chua (2005) para contextualizar el presente trabajo en la poca atención que ha recibido la histéresis en este circuito.

Pero, sin modificar el diodo de Chua. Lindberg (1994), basándose en el trabajo de Murali y Lakshmanan, se realizó una explicación sencilla del comportamiento físico del circuito y verificó mediante simulaciones algunas de las conclusiones de Murali y Lakshmanan.

El \mathcal{C}^1 , a pesar de su simplicidad, permite observar muchos comportamientos dinámicos utilizando variantes de la característica linealidad por partes del diodo de Chua. En varios trabajos se desarrollaron versiones aproximadas, como las utilizadas en Ramirez-Ávila & Gallas (2010) donde el diodo de Chua tiene ajustada una no linealidad cúbica.

Itoh & Chua (2005) también generaron “osciladores no lineales histeréticos” con diodos de Chua, i.e., emplearon distintas configuraciones del diodo de Chua (sin modificar su comportamiento PWL) en distintos circuitos junto con otros componentes electrónicos (capacitores, inductores, etc.) lo que da como resultado a la aparición de histéresis (Fig. 3). Dicho estudio surgió debido a que en circuitos caóticos similares usaron la histéresis como elemento no lineal, como el circuito de Saito (1985).

Gutierrez (2008) asevera:

“A diferencia del circuito de Chua, el de Saito no ha tenido la suficiente atención que requiere, pero no hay duda de que en los próximos años sea uno de los circuitos más estudiados, ya que este circuito presenta un comportamiento hipercaótico.”

La no linealidad de la histéresis es ampliamente mostrada en una variedad de materiales y sistemas que en nuestro caso será de utilidad. Aquí se propone una modificación del \mathcal{C}^2 que da lugar al fenómeno de histéresis asociado al comportamiento no lineal del diodo de Chua.

En la Sec. 3.1 utilizamos resistencias internas elevadas del inductor, se muestra una modificación del \mathcal{C}^2 que, de alguna manera, introduce histéresis

(probablemente acompañada de oscilaciones parásitas en la parte experimental) para que el circuito pueda funcionar con estos inductores. Además, esto resulta en una estructura topológica experimental más sencilla, ya que emplea inductores con resistencias internas no despreciables; pero con algunas ventajas y desventajas en cuanto a su riqueza dinámica.

En la Sec. 3.2, usando simulaciones, se realiza una comparación cualitativa de los comportamientos dinámicos obtenidos para el \mathcal{C}^2 con la modificación propuesta. También se muestra cómo afectan los transitorios y la manera en la que pueden pasar desapercibidos ciertos comportamientos dinámicos.

En la Sec. 3.3 se muestran los resultados empleando tres parámetros de control para así comparar de una manera más extensa la dinámica de ambos circuitos.

En la Sec. 4 se muestran los resultados de la implementación experimental del circuito propuesto, junto con las simulaciones.

Finalmente, en la Sec. 5 se señalan las conclusiones más relevantes y se indican algunas perspectivas de este trabajo.

3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

Para ver una nueva o identificar mejor la dinámica oculta del \mathcal{C}^1 , es importante diseñar un diodo de Chua lineal por partes con los segmentos deseados, por ejemplo: Wang et al. (2019) utilizaron un diodo lineal por partes de “ n ” segmentos para generar atractores “ n -scroll”. En este y muchos otros trabajos se puede ver que varios autores modifican dicho diodo de Chua de alguna manera y según las necesidades requeridas.

3.1. Diodo de Chua modificado

La propuesta del \mathcal{C}^2 modificado (que denotaremos como \mathcal{C}^3), se realizó debido a que se utilizó un inductor de elevada resistencia interna R_L (Fig. 4(a)) y esto ocasiona que el \mathcal{C}^2 no muestre comportamiento caótico. Para ilustrar las diferencias de inductores, la Fig. 4(b) muestra cualitativamente el comportamiento ideal y no ideal de un inductor en función de la frecuencia e impedancia. Una mejor aproximación de una bobina no ideal podría considerar su capacitancia interna C_0 , cuyo esquemático de la aproximación que se muestra en la Fig. 4(c), esta capacitancia C_0 es la que se generaría debido al embobinado (Fig. 4(d)).

Según Siderskiy (2022) si utilizamos una inductancia de alrededor de 18 mH, R_L debe ser inferior a 30 Ω . También Hidalgo (2008) muestra mediante simulaciones que R_L no puede ser mayor que 30 Ω si se quiere tener atractores double-scroll y Rössler, y no mayor a 20 Ω si se quiere tener atractores double-scroll (en inductores no integrados). Para solucionar el uso de inductores no ideales ($R_L \geq 30\Omega$), se alteró el funcionamiento interno del diodo de Chua en el diseño propuesto por Kennedy (1992), retirando los condensadores de derivación conectados a cada batería de 9 V cuyo

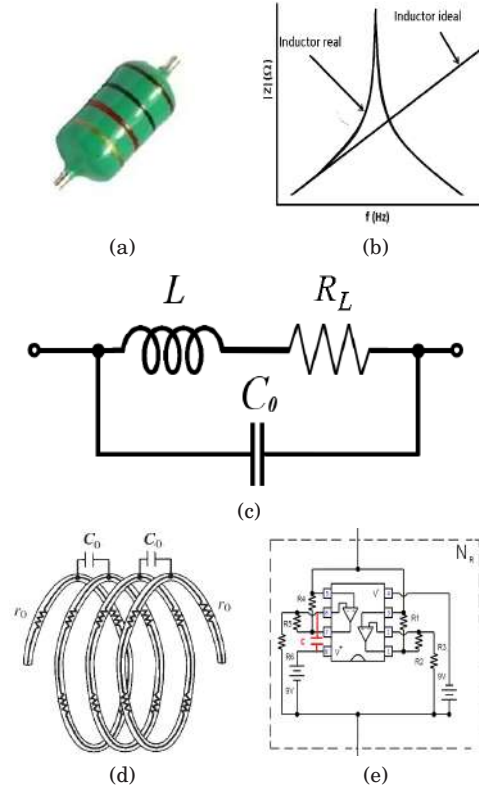


FIG. 4.— (Color online) (a) Inductor moldeado de mayor comercialización. (b) Impedancia y frecuencia para distinguir un inductor lineal (ideal) y no lineal (real). (c) Esquemático de una mejor aproximación a un inductor real. (d) Capacitancia y resistencia interna en inductores, C_0 y R_L respectivamente. (e) Esquemático del diodo de Chua modificado con un condensador cerámico en los terminales 6 y 8 (color rojo) del circuito integrado TL082.

propósito era mantener la alimentación del circuito integrado con una tensión continua y simétrica, pero la modificación es sobretodo, añadiendo un capacitor en las terminales 6 y 8 del circuito integrado (Fig. 4(e)). Realizando esta modificación a este diseño electrónico del diodo de Chua N_R , se obtiene un comportamiento donde este ya no es lineal en la parte central y se transforma en un “bucle de histéresis”. Dicho comportamiento se observó con el montaje del circuito mostrado en la Fig. 5, donde la resistencia R_S es usada para medir la corriente i_R que fluye hacia la resistencia negativa¹ N_R cuando un voltaje V_R es aplicado a través de sus terminales, esto causa un voltaje $V_{i_R} = -R_S i_R$. Además, aplicando un voltaje V_S se puede ver su comportamiento graficando $V_{i_R} (\propto -i_R)$ vs. V_R .

Los resultados experimentales del diodo modificado de \mathcal{C}^3 se muestran en la Fig. 6(a)-(b). En (a) se ve el comportamiento lineal por partes del diodo de Chua y en (b) el comportamiento del diodo de Chua modificado con una “histéresis” en la parte central. Estas son las imágenes de un osciloscopio digital marca EZ, modelo OS-5020 y con un ancho de banda de 20 MHz, un generador

¹ N_R también tiene esta denominación ya que en vez de disipar la energía realiza el efecto contrario que es dar energía.

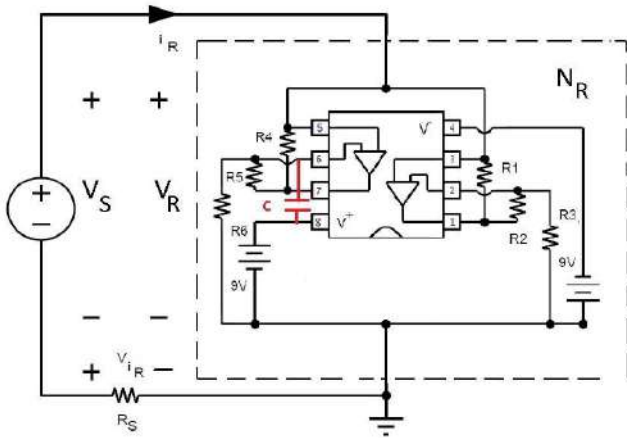


FIG. 5.— El comportamiento no lineal de N_R se puede obtener aplicando un voltaje con forma de onda triangular V_S (ver Kennedy (1992)).

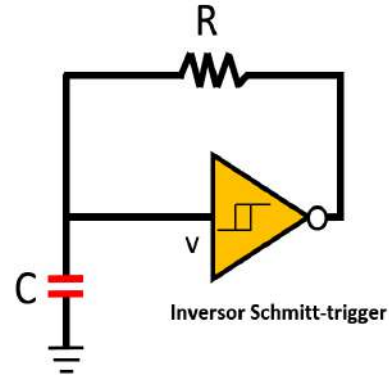


FIG. 7.— Oscilador de relajación utilizando un disparador inversor de Schmitt (Itoh & Chua (2005)).

TABLA 1
PARÁMETROS UTILIZADOS PARA CONSTRUIR UNA ONDA TRIANGULAR EN LTSPICE XVII.

V inicial	V on	T retardo	T subida	T caída	T on	T período	N ciclos
-7 V	7 V	0	1 ms	1 ms	0.01 ms	2 ms	-

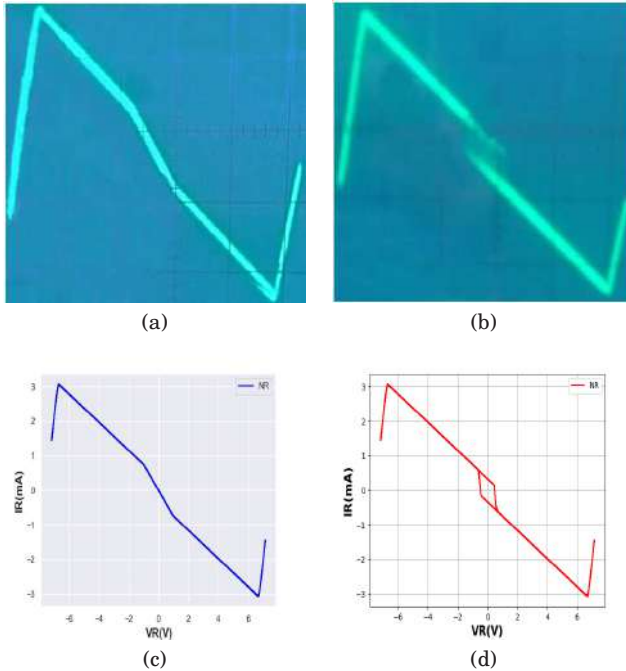


FIG. 6.— Comportamiento no lineal del diodo de Chua y su modificación: en un osciloscopio en modo X – Y (conectando $-V_{iR}$ y V_R en la entrada Y (1 V/div) y X (100 mV/div), respectivamente). (a) PWL que pertenece al C2 y (b) PWL con histéresis en la parte central que pertenece al $\mathcal{C}^3\mathcal{M}$. Y en simulaciones: (c) PWL (\mathcal{C}^2) y (d) PWL con histéresis en la parte central ($\mathcal{C}^3\mathcal{M}$).

de funciones EZ FG-7020A con un ancho de banda de 20 MHz que genera un voltaje V_S con forma de onda triangular, amplitud de 7 V pico a pico y una frecuencia de 30 Hz, utilizando los valores de los componentes eléctricos correspondientes que se muestra en la Tabla 2. Las Figs. 6(c)-(d) son las simulaciones de N_R , donde también se puede ver el bucle de histéresis. Cabe aclarar que el voltaje triangular en LTSpice XVII (no tiene esta forma de voltaje en sus opciones) se construyó utilizando un voltaje en forma de pulso con los parámetros dados en la Tabla 1.

Este tipo de circuitos integrados con op-amps,

que utilizamos en la construcción de N_R , tienden a ser diseñados de manera que eviten eficazmente la histéresis mientras se realiza una operación específica; pero probablemente esto se puede modificar. Existen diseños en los que la ausencia de histéresis se convierte en una desventaja y se tiene que forzarla, una manera de lograrlo es agregando una retroalimentación negativa a través de la salida y uno de los pines de entrada del op-amp (probablemente similar al diseño de Itoh & Chua (2005) que se muestra en la Fig. 7). Para verificar esta retroalimentación negativa se puede descomponer el diseño del diodo N_R en dos diodos en paralelo (Fig. 8) que también generan los comportamientos no lineales N_R de la Fig. 6, i.e., $N_R = N_{R1} + N_{R2}$.

La histéresis en circuitos electrónicos puede resultar beneficiosa o no, dependiendo de su aplicación. En nuestro caso, es beneficiosa, porque compensa la dificultad experimental de utilizar inductores no ideales con una resistencia interna elevada. Esta histéresis en el \mathcal{C}^2 no es completamente inesperada; pero ha sido muy poco estudiada, algunos autores, como Kennedy (1993), dejan de lado estas consideraciones y las evitan, para no tener asimetría en los atractores double-scroll² y los pequeños efectos que esto tiene sobre la secuencia de bifurcación.

3.2. Dinámica con R_L

Comparamos el comportamiento dinámico de \mathcal{C}^2 y \mathcal{C}^3 mediante simulaciones y usando los parámetros usados por Kennedy (1991), es decir: 0.01 ms para el paso de tiempo máximo, tiempo de simulado de 100 ms y que se tenga una adquisición de datos

² Se puede traducir como “doble rollo”; pero debido a que es más conocido de esta manera se mantiene el nombre en inglés.

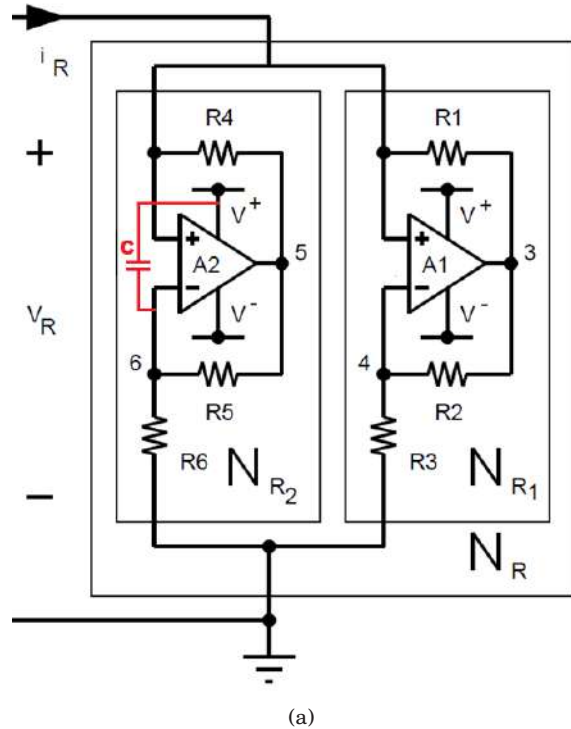


TABLA 2
LISTA DE COMPONENTES ELECTRÓNICOS.

Elemento	Descripción	Valor	Tolerancia
L	Inductor moldeado	18 mH	$\pm 10\%$
C_1	Cond. de poliéster E 103H	10 nF	$\pm 3\%$
C_2	Cond. cerámico 104	100 nF	$\pm 3\%$
C	Cond. cerámico 224	220 nF	$\pm 3\%$
A	Op amp (TL082)		
R_1	Resistencia	220 Ω	$\pm 5\%$
R_2	Resistencia	220 Ω	$\pm 5\%$
R_3	Resistencia	2.2 k Ω	$\pm 5\%$
R_4	Resistencia	22 k Ω	$\pm 5\%$
R_5	Resistencia	22 k Ω	$\pm 5\%$
R_6	Resistencia	3.3 k Ω	$\pm 5\%$
R	Potenciómetro	5 k Ω	$\pm 10\%$

la región asintóticamente estable. Empleando los valores de los componentes electrónicos de la Tabla 2 obtuvimos los distintos comportamientos dinámicos, Aquí sólo se muestra una pequeña variedad de la riqueza dinámica obtenida, presentándose aquellos que tuvieron un cambio cualitativo más significativo en el espacio de fases. Entonces, las Figs. 9-13 muestran esta evolución dinámica del \mathcal{C}^2 (en la primera columna) y del \mathcal{C}^3 (en la segunda columna) a medida que aumenta el parámetro de control R_L con el valor fijo de $R = 1419 \Omega$ y utilizando las condiciones iniciales dadas por el software $[-1.145718e-0, -8.068434e-4, -8.068434e-4]$ para V_{C_1} , V_{C_2} y I_{L_1} , respectivamente. Para ambos casos, primero se muestra el atractor en el espacio de fases usando solo dos variables dinámicas (V_{C_1} y V_{C_2}). Seguidos de sus respectivas series temporales en la parte inferior y sus transformadas rápidas de Fourier (FFT) que permite clasificar de manera cualitativa los comportamientos dinámicos del sistema; sin embargo, hacemos notar que una mejor determinación de dichos comportamientos podría hacerse determinando el máximo exponente de Lyapunov (LLE) a partir de las series temporales usando los algoritmos de Sano & Sawada (1985), implementado en TISEAN por Hegger et al. (1999) y utilizado ampliamente por Gerard et al. (2016) en el análisis de sonidos del instrumento musical andino denominado tarka. Sin embargo, este análisis sale de los objetivos del presente trabajo, donde simplemente se quieren distinguir espectros armónicos de los que no lo son. Los resultados obtenidos utilizando la región asintóticamente estable del tiempo de simulación (excepto para el caso de la Fig. 12(a), que se explican más adelante) son:

Figs. 9(a)-(b) en ambos casos se tiene un atractor periódico de periodo 1, tipo ciclo límite, las series temporales también muestran periodicidad, las FFT muestran el armónico fundamental y los armónicos, que son frecuencias múltiplos de la frecuencia fundamental del sistema y cuya amplitud va decreciendo conforme aumenta el múltiplo (esto es característico de un comportamiento periódico).

Fig. 10(a) atractor extraño caótico, tipo double-scroll, el comportamiento caótico es evidente

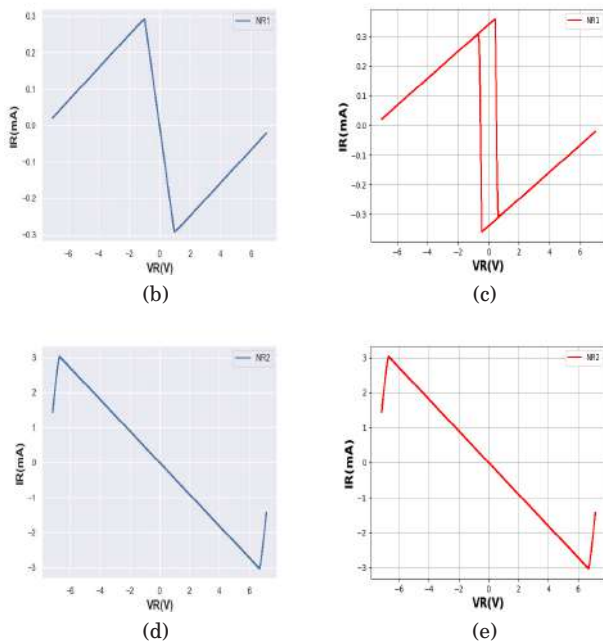


FIG. 8.— Comportamiento no lineal del diodo de Chua clásico y una modificación. (a) Uno de los diseños del diodo de Chua con dos op-amp en paralelo (gráfica sacada de Kennedy para detallar la modificación), (b) N_{R1} del diodo de Chua clásico (\mathcal{C}^2), (c) N_{R1} con la modificación que produce una histéresis en la parte central ($\mathcal{C}^3\mathcal{M}$), (d) N_{R2} del diodo de Chua clásico (\mathcal{C}^2) y (e) N_{R2} que no tiene modificación y se comporta igual ($\mathcal{C}^3\mathcal{M}$).

desde los 80 ms. Además de estas consideraciones, para tener mayor certeza de no almacenar datos del régimen transitorio se utiliza también la condición de que el simulador omita los datos correspondientes a la solución del “punto de funcionamiento inicial”. De esta manera nos enfocaremos mayormente en

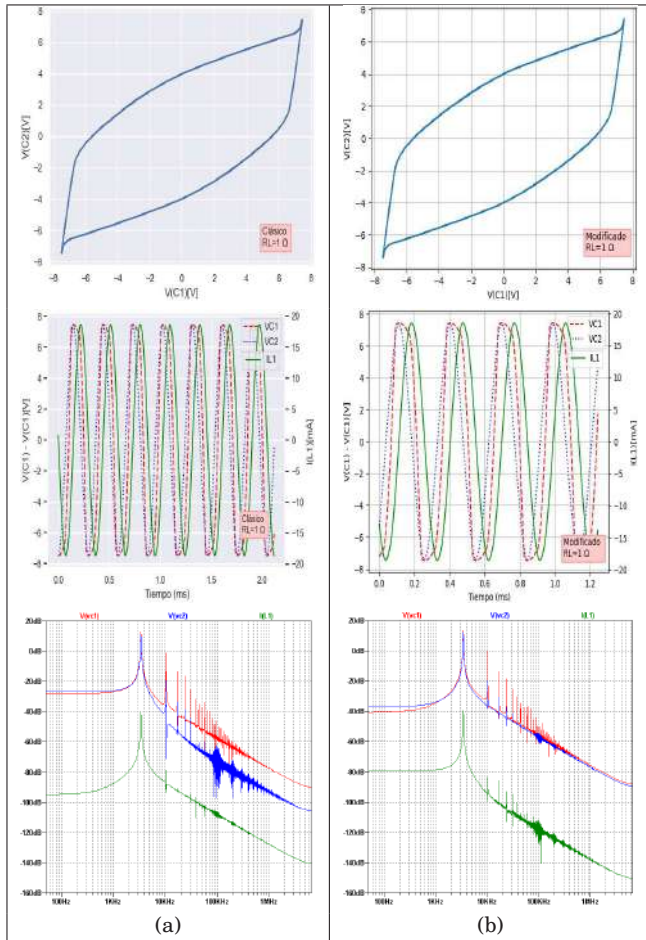


FIG. 9.— (Color online) Gráficas del espacio de fases (superior), series temporales (centro) y FFT (inferior). El valor del parámetro de control utilizado es $R_L = 1 \Omega$ para (a) ϵ^2 y (b) ϵ^3 (cada gráfica también esta etiquetada con R_L).

en las series temporales y en su FFT (ya no tiene el armónico fundamental). Es interesante notar que estas FFT nos dan la noción de que el comportamiento caótico está compuesto por “infinitas” órbitas periódicas³, estas órbitas periódicas son inestables y no convergen, i.e., la dinámica del sistema solo las sigue por un breve tiempo y diverge de una a otra orbita periódica. En Fig. 10(b) aún se tiene un comportamiento periódico.

Fig. 11(a) atractor periódico, de periodo 4, y en la Fig. 11(b) se continúa con un comportamiento periódico; pero en su FFT se ve un aumento notable de frecuencias mayores a 10 kHz en comparación al caso anterior Fig. 10(b).

Fig. 12(a) atractor extraño caótico, tipo Rössler (one-scroll), en realidad aquí se tiene una crisis de intermitencia que se detalla más adelante y en la Fig. 12(b) atractor extraño caótico, tipo double-scroll.

Fig. 13(a) atractor periódico, de periodo 1, y en la Fig. 13(b) el atractor extraño caótico se “regularizó” (en comparación con el caso anterior Fig. 12(b)).

Otra observación importante del ϵ^2 y el ϵ^3 ,

³ Para entender más este concepto se puede consultar los conceptos de herradura de Smale y el mapa Baker.

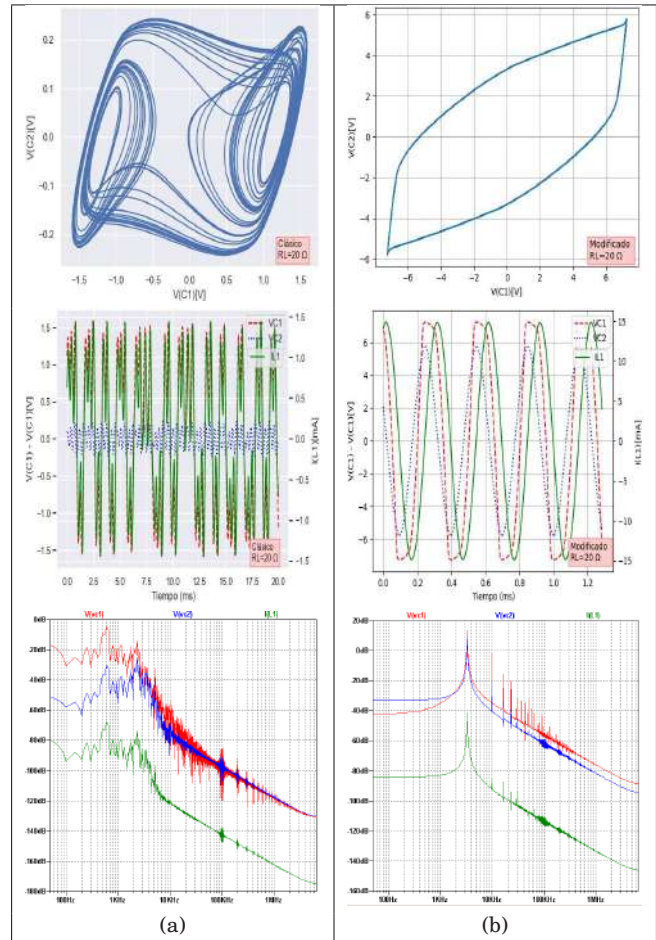


FIG. 10.— (Color online) Gráficas del espacio de fases (superior), series temporales (centro) y FFT (inferior). El valor del parámetro de control utilizado es $R_L = 20 \Omega$ para (a) ϵ^2 y (b) ϵ^3 .

en las Figs. 9-13, es que la amplitud de las variables dinámicas va disminuyendo a medida que el parámetro de control R_L aumenta y esto ocurre mientras se observa la manifestación de los distintos comportamientos dinámicos. Notemos esto mediante las Figs. 9(a)-(b), para $R_L = 1 \Omega$ ambos circuitos tienen las mismas amplitudes y en la Fig. 10(a) el ϵ^2 tiene un cambio abrupto de esta amplitud (mostrando caoticidad) y el ϵ^3 disminuye lentamente su amplitud (que continua en una periodicidad) como se ve en la Fig. 10(b). Y para los demás casos estas amplitudes también van disminuyendo al aumentar R_L , como es de esperarse ya que la resistencia R_L se incrementa. Entonces, estas manifestaciones dinámicas están relacionadas con estas amplitudes.

En la Fig. 14(a) se muestra un aparente double-scroll, pero en realidad son dos atractores Rössler “chocando”, el relleno de color naranja es la región transitoria (Región 1 de la Fig. 14(b)) y muestra cómo la dinámica del sistema va evolucionando dadas las condiciones iniciales hasta quedar atrapado en el atractor Rössler “izquierdo”⁴ (Región 2 de la Fig. 14(b)) y para un tiempo de

⁴ Esta denominación se la damos solo para distinguir ambos casos.

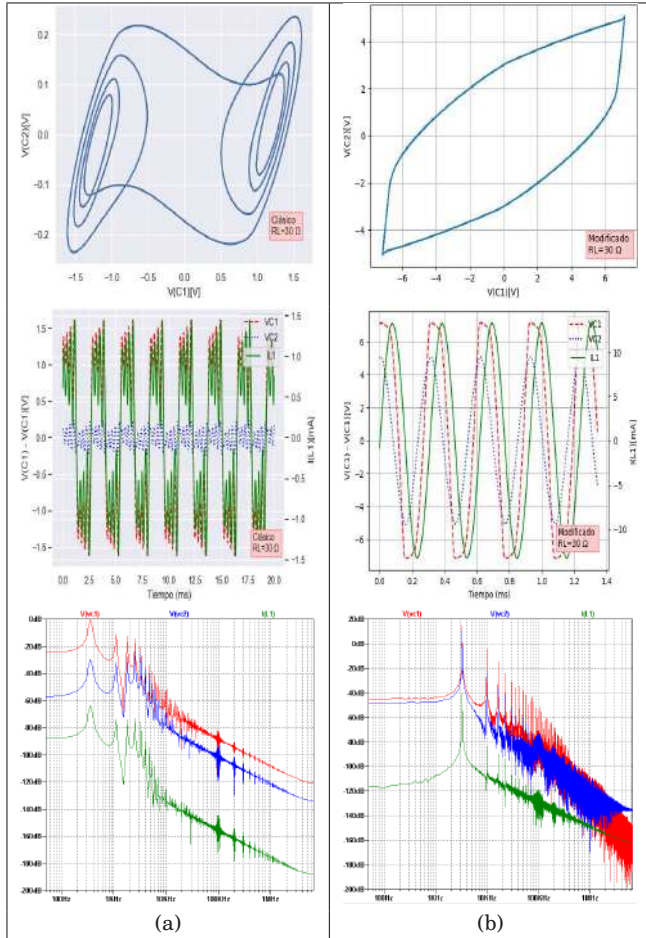


FIG. 11.— (Color online) Gráficas del espacio de fases (superior), series temporales (centro) y FFT (inferior). El valor del parámetro de control utilizado es $R_L = 30 \Omega$ para (a) e^2 y (b) e^3 .

simulación mayor queda atrapado en el atractor Rössler “derecho” (Región 3 de la Fig. 14(b)). La Fig. 14(a) tiene las mismas condiciones que la Fig. 12(a) solo que con 8 s en el tiempo de simulación, y de esta manera vemos cómo aparece varias veces la transición de la Región 2 a la 3; lo que constituye una crisis de intermitencia, i.e., el comportamiento dinámico va cambiando de una región a otra y no se queda en una sola región (como lo es la asintóticamente estable) ya que cada cierto tiempo pasa del atractor Rössler izquierdo al derecho. Por un lado, se observa esta transición en el sentido del atractor Rössler izquierdo y derecho, remarcando que estos atractores extraños son caóticos y, por otro lado, se tiene que los tiempos en los que se produce las transiciones en las series temporales de una región a otra, que también podría tratarse de otro carácter caótico, en el sentido de que la frecuencia con la que ocurren estas transiciones no siguen un determinado patrón de ocurrencia, por esto tendríamos un “doble carácter caótico” en este caso especial.

Aquí mostramos qué tan importante es tener una manera de controlar el tiempo de simulación, ya que esto puede involucrar ver un aparente atractor. En este caso se tiene dos atractores Rössler, ver uno u otro dependerá del tiempo usado. Estos dos

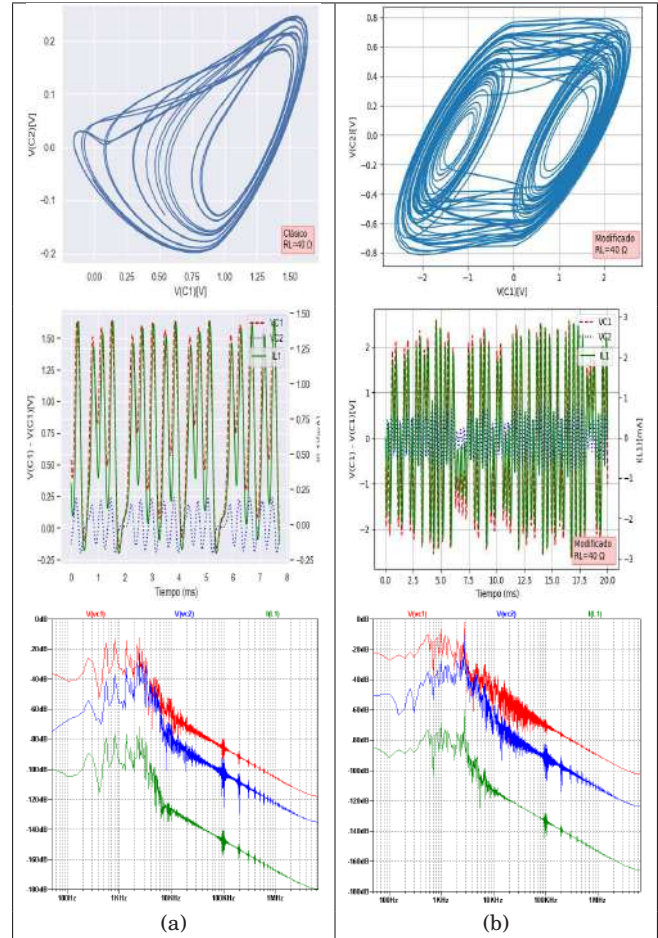


FIG. 12.— (Color online) Gráficas del espacio de fases (superior), series temporales (centro) y FFT (inferior). El valor del parámetro de control utilizado es $R_L = 40 \Omega$ para (a) e^2 y (b) e^3 .

atractores Rössler ilustran lo que se conoce como una coexistencia de atractores que ocurre cuando no se tiene una crisis de intermitencia, como señalan Rocha & Medrano-T (2016) en su trabajo de atractores ocultos y coexistentes.

Como se detalló anteriormente, las consideraciones utilizadas nos dan una buena certeza de que se descartó la región transitoria en ambos circuitos; pero otra cosa crucial que se observó en las simulaciones es que el tiempo que le toma superar el transitorio a ambos circuitos, a medida que R_L aumenta, es aproximadamente el mismo y se puede ver en la Fig. 15.

Esta es una comparación cualitativa que se realizó estimando los tiempos observados cuando las series temporales salían del régimen transitorio y es por eso que no tienen sus barras de error. Se puede notar que el tiempo de simulación para generar los distintos atractores, depende sobre todo, del tiempo que le toma a la señal salir de la región transitoria. Una vez conocido el tiempo transitorio, el tiempo de simulación puede ser muy pequeño para aligerar la potencia computacional requerida y también el atractor en el espacio de fases no se verá muy relleno por los datos (a causa de tiempos de simulación muy grandes para evitar la región

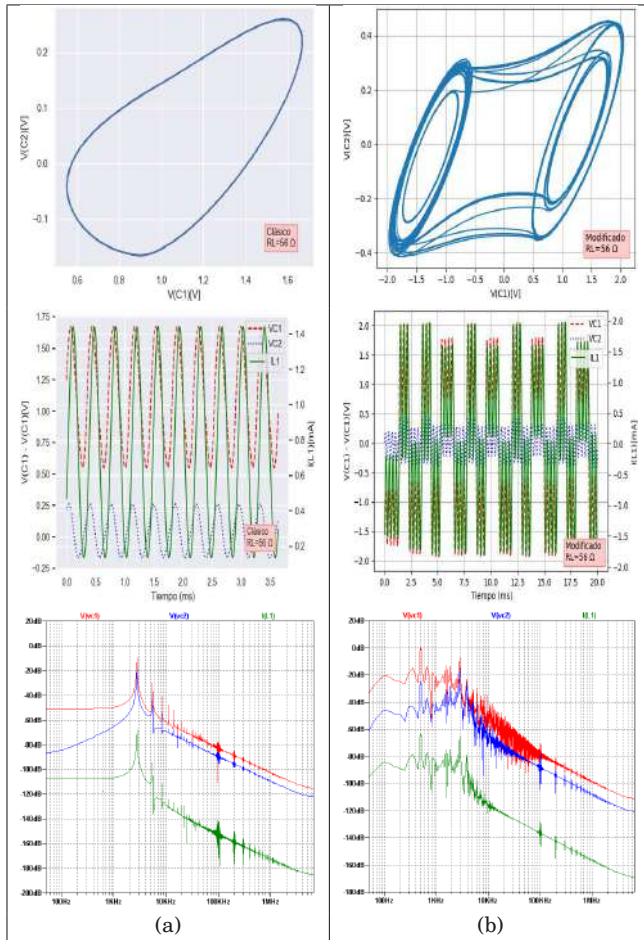


FIG. 13.— (Color online) Gráficas del espacio de fases (superior), series temporales (centro) y FFT (inferior). El valor del parámetro de control utilizado es $R_L = 56 \Omega$ para (a) c^2 y (b) c^3 .

TABLA 3
VALORES MEDIDOS EN LABORATORIO

Elemento	Descripción	Valor medido
L	Inductor moldeado	9.1 ± 0.1 mH
C_1	Condensador cerámico E 103H	10.1 ± 0.1 nF
C_2	Condensador cerámico 104	100.7 ± 0.1 nF
R_L	Resistencia interna de L	$54.6 \pm 0.1 \Omega$
Q	Factor de calidad de L	8.7 ± 0.1
w	Frecuencia utilizada en Q	271.3 kHz

transitoria), siempre y cuando nos aseguremos de no toparnos con los casos especiales como la crisis de intermitencia.

3.3. Dinámica con tres parámetros de control

Ahora utilizamos tres parámetros de control R_L , R y L , los valores explorados fueron: $R_L = [1,61] \Omega$ (en pasos de 10Ω), $R = [600,2000] \Omega$ (en pasos de 100Ω) y $L = [8,18]$ mH (en pasos de 2 mH). Adicionalmente, se realizó unas simulaciones complementarias para tener mayor precisión (con intervalos más pequeños de R_L y R) en los límites de las regiones, resultando ≈ 9000 simulaciones; cada una de las cuales generaba una imagen con dos gráficas, una correspondiente al espacio de fases y la otra a las series temporales. Esto se logró vinculando

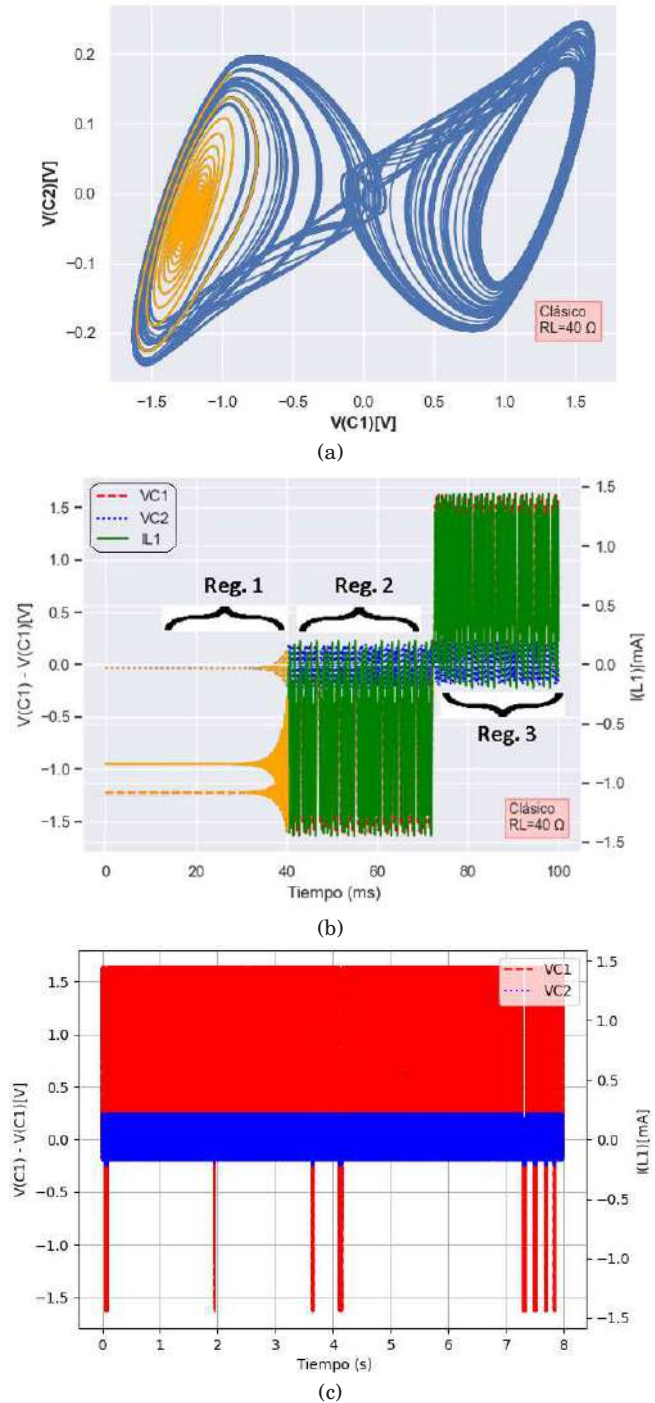


FIG. 14.— (Color online) Efectos del tiempo de simulación en el c^2 utilizando $R_L = 40 \Omega$. (a) Dos atractores Rössler con la región transitoria (color naranja), (b) Serie temporal con 100 ms donde se puede ver el transitorio (Reg.1), primera y segunda región “estable”, Reg.2 y Reg.3, respectivamente, (c) Serie temporal con 8 s de simulación y no tiene una estabilización (las líneas rojas que están abajo en realidad crean un “hueco”, pero es imperceptible debido a la cantidad de datos).

LTSpice con Python para la automatización; pero debido a que la potencia computacional juega un rol muy importante, se aumentó el paso de tiempo máximo a 1 ms; incluso con esa consideración el tiempo de ejecución del programa que generó todas

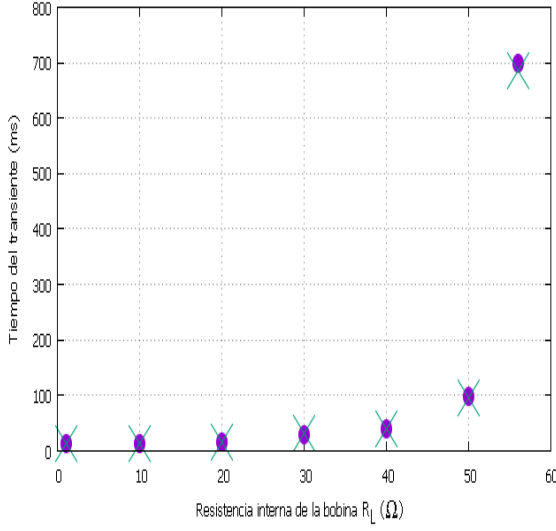


FIG. 15.— Resistencia interna de la bobina y tiempo de duración del régimen transitorio. Los puntos pertenecen al \mathcal{C}^2 y las “x” al \mathcal{C}^3 .

esas imágenes fue ~ 13 horas, dicho programa fue ejecutado por separado y simultáneamente en dos computadoras intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU con RAM de 8 GB (una computadora ejecutaba el Script del programa del \mathcal{C}^2 y la otra del \mathcal{C}^3).

Para compensar la consideración del paso de tiempo, se volvió a repetir (sin la automatización en Python) las simulaciones que lo requerían con 0.01 ms en el paso de tiempo máximo.

La Fig. 16 muestra los intervalos pintados, en los planos de parámetros R_L - R , en los que se obtiene comportamiento caótico para el \mathcal{C}^2 (columna izquierda) y el \mathcal{C}^3 (columna derecha). Pero, solo se muestra los resultados para $L = 14, 16$ y 18 mH debido a que el \mathcal{C}^2 solo mostró comportamientos caóticos a partir de 14 mH, cosa que no ocurre con el \mathcal{C}^3 (como se muestra más adelante en el espacio de parámetros). Entonces, en:

(a) La línea roja representa la zona en la que aparece el atractor Rössler, la región a la derecha de esta línea es donde aparecen comportamientos periódicos de periodo “n” y puntos de equilibrio; en cambio (b) muestra el intervalo en el que se tiene atractores double-scroll a medida que aumenta R_L (señalado con una mayor tonalidad de celeste). Esta región aparenta mantenerse constante en un intervalo de R a medida que aumenta R_L .

(c) Tenemos dos regiones caóticas de color rojo y celeste que pertenecen a los atractores Rössler y double-scroll, respectivamente. También se encontró nuevamente una pequeña región de crisis de intermitencia; en cambio (d) muestra un caso similar al anterior, pero desplazado hacia arriba.

(e) Se tienen nuevamente dos regiones caóticas. En el gráfico se ve como estas van disminuyendo en el \mathcal{C}^2 a medida que R_L aumenta; en cambio (f) muestra también un caso similar al anterior (d), que también es desplazado hacia arriba, nuevamente la región caótica continua manteniéndose aproximadamente

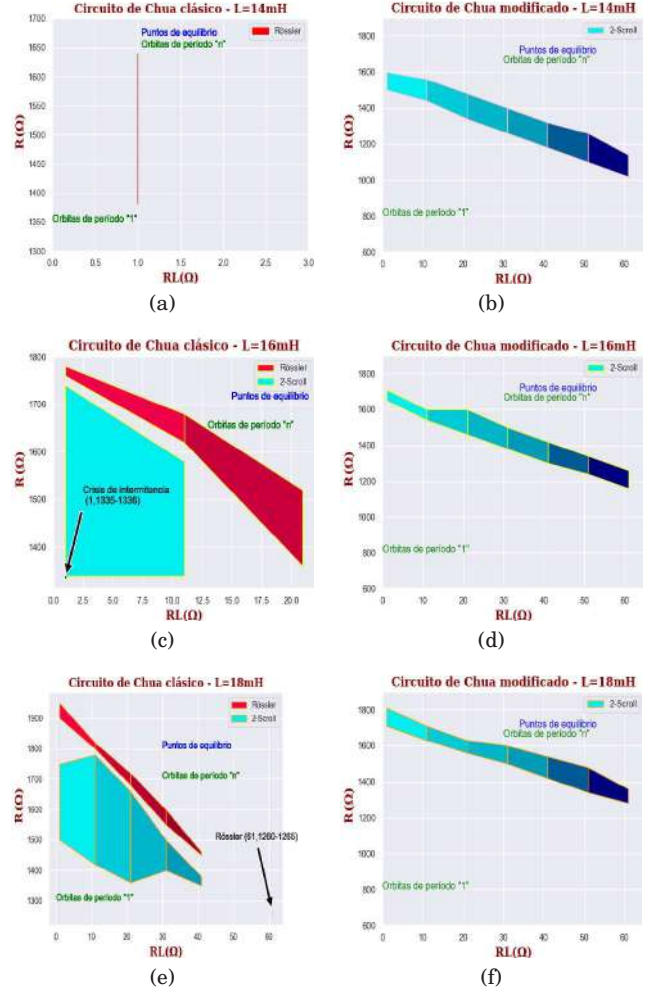


FIG. 16.— (Color online) Regiones que presentan comportamiento caótico en el \mathcal{C}^2 (a), (c) y (e) (columna izquierda) y \mathcal{C}^3 (b), (d) y (f) (columna derecha). Utilizando $R = R_7$ y R_L , para distintos valores de L . Las regiones que tienen distintas tonalidades azules son las que contienen comportamiento caótico tipo double-scroll y las regiones rojas contienen comportamiento caótico con atractores tipo Rössler (en las regiones exteriores a estas se tienen comportamientos periódicos).

constante según R_L aumenta.

En el espacio de parámetros de la Fig. 17 se puede comparar el tamaño de las regiones caóticas en ambos circuitos, donde cada color de contorno hace referencia a distintos valores de L .

4. CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTAL DEL \mathcal{C}^3

Los resultados del \mathcal{C}^3 físico, Figs. 18-19, muestran su dinámica utilizando los valores de la Tabla 2; pero con algunos valores ligeramente diferentes que valen la pena mostrar y están en la Tabla 3, esto debido a la característica sensibilidad a las condiciones iniciales que tienen estos sistemas caóticos. Los componentes electrónicos fueron ensamblados en un protoboard y utilizando un osciloscopio digital UTD-2072CEX con un ancho de banda de 70 MHz, se pudo ver su evolución dinámica, estas son: (a), (c), (e) y (f). Mientras que (b), (f) y (g) corresponden a las simulaciones en LTSpice XVII.

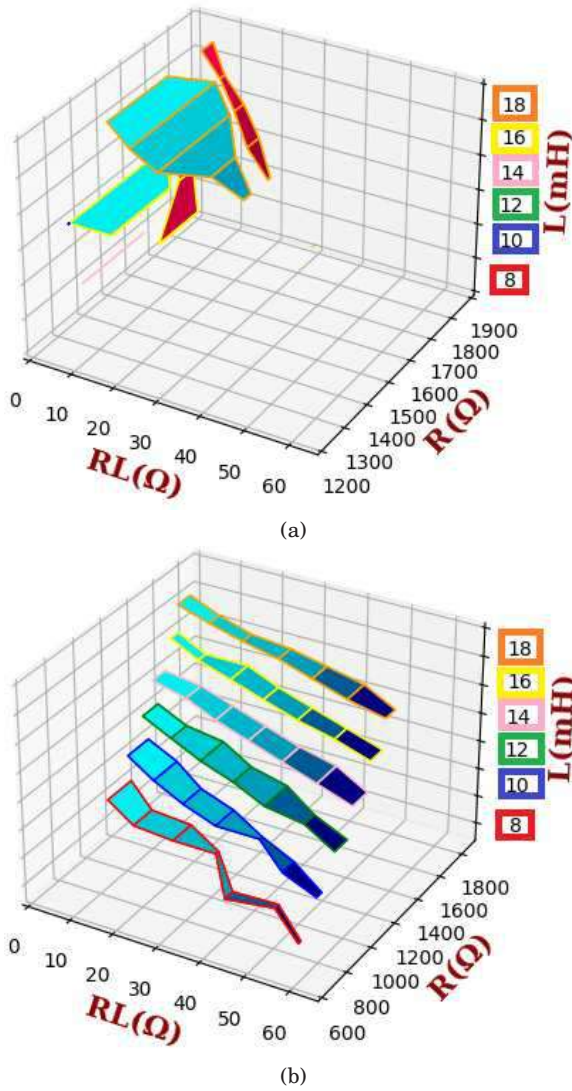


FIG. 17.— (Color online) Espacio de parámetros del (a) \mathcal{C}^2 y (b) \mathcal{C}^3 . Cada contorno corresponde a distintos valores de L , estos son: 8 mH (rojo), 10 mH (azul), 12 mH (verde), 14 mH (rosado), 16 mH (amarillo) y 18 mH (naranja). Nuevamente las regiones que tienen distintas tonalidades azules son las que contienen comportamiento caótico tipo double-scroll y las regiones rojas contienen comportamiento caótico con atractores tipo Rössler (en las regiones exteriores a estas se tienen comportamientos periódicos).

Estos comportamientos dinámicos son:

- (a)-(b) Atractor periódico de periodo uno, tipo Ciclo límite.
- (c)-(f) Atractor extraño caótico, tipo double-scroll.
- (g)-(h) Atractor periódico de periodo 3.

Como se mencionó anteriormente, es claro el importante papel del ruido cuando se estudian circuitos electrónicos. Es esencial considerar tales efectos al estudiar con más detalle estos sistemas en términos de controlabilidad; por ejemplo, el ruido intrínseco a cualquier circuito electrónico, debido a la temperatura y al conjunto del experimento, puede llevar la trayectoria de la dinámica natural del atractor regular para la región

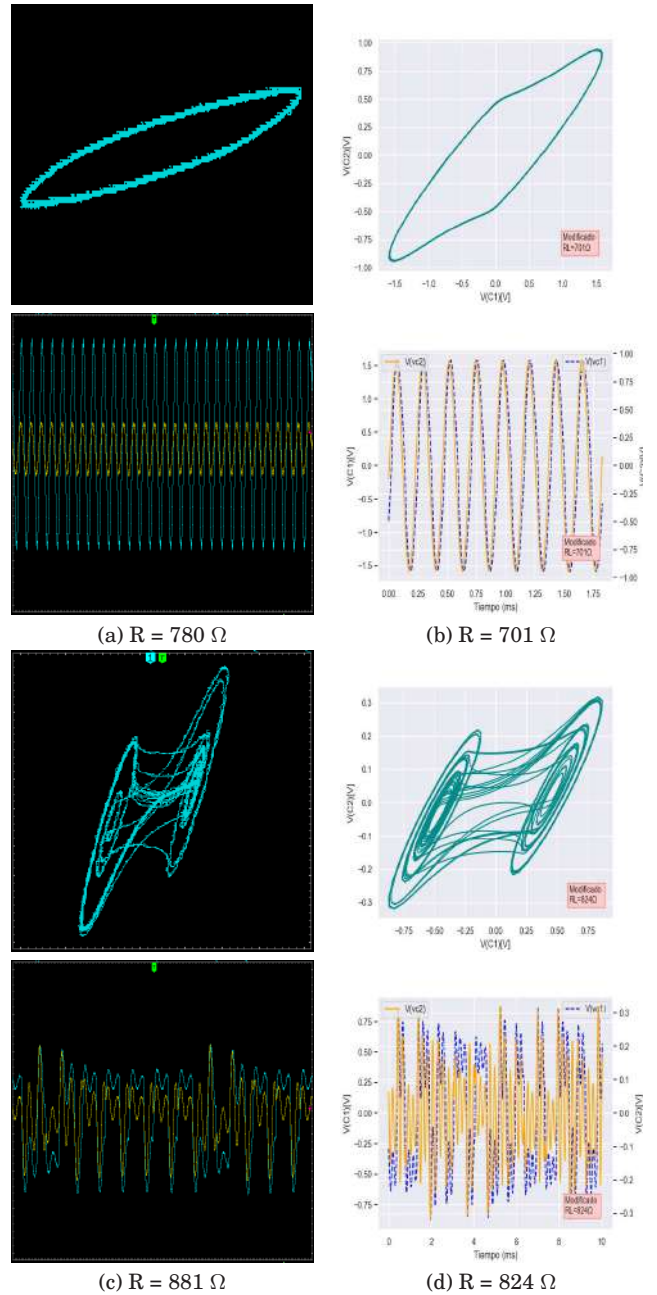


FIG. 18.— Resultados del \mathcal{C}^3 experimentalmente (columna izquierda) y de las simulaciones (columna derecha). Solo se muestran las variables dinámicas V_{C1} y V_{C2} , tanto en el espacio de fases, como en las series temporales (las variables están etiquetadas con el mismo color en los ejes). Para las gráficas experimentales el error es de 1Ω y para el caso de las simulaciones se requiere un mayor estudio del software de simulación (cosa que sale fuera del objetivo del presente trabajo).

donde se encuentran conjuntos de sillas caóticas⁵. En sistemas dinámicos más complejos, como las redes, el ruido intrínseco puede transfigurar el conjunto de silla caótica en un atractor caótico (Medeiros et al. (2019)), pero, en el circuito de Chua, provoca diferencias entre los resultados teóricos y experimentales que pueden eliminarse

⁵ Traducción de: chaotic saddle sets.

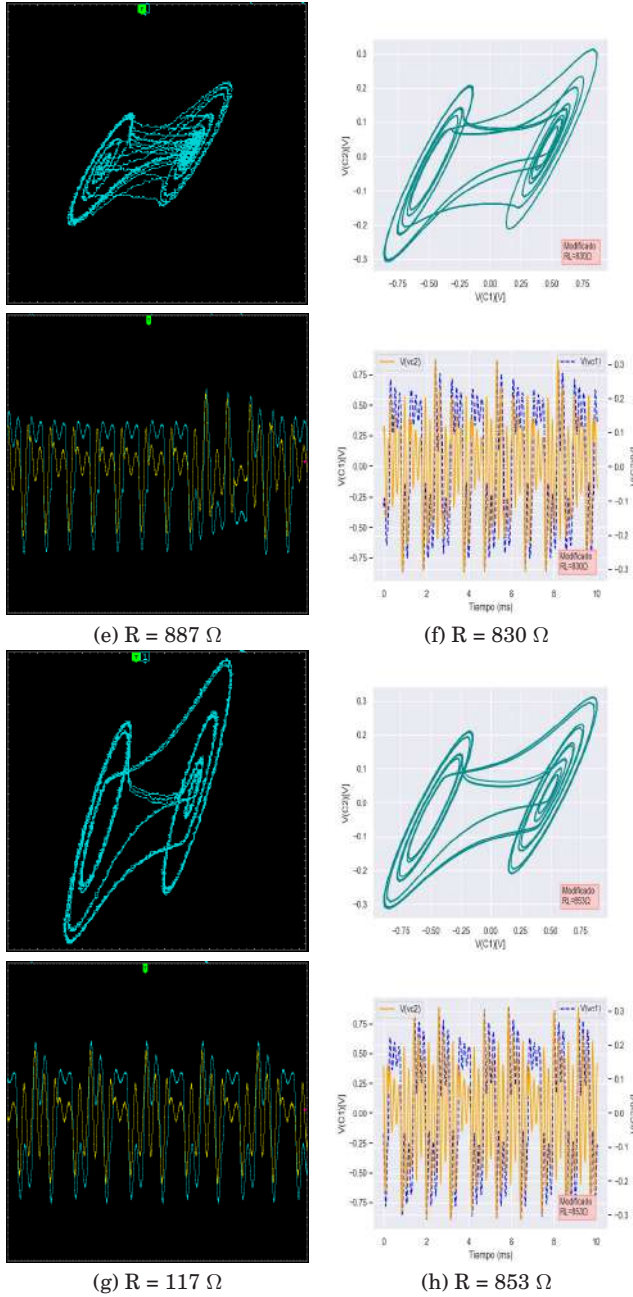


FIG. 19.— (Continuación de la Fig. 18).

disminuyendo el ruido, como lo hace Prebianca et al. (2019) mediante integración numérica de las ecuaciones de movimiento del circuito de Chua utilizando un integrador Runge-Kutta estocástico de cuarto orden, donde muestran cómo el ruido distorsiona las regiones en dichos espacios de control destruyendo únicamente la dinámica periódica. En nuestro caso el único atractor caótico observado es el doble-scroll con pocas manifestaciones periódicas, probablemente por el ruido presente.

Reforzando la ausencia del atractor caótico tipo Rössler anteriormente señalamos que Hidalgo (2008) mediante simulaciones menciona la posibilidad de ausencia de dinámica caótica.

Por otra parte, desde un punto de vista

experimental, existen trabajos relacionados con los efectos del ruido en el circuito de Chua como el de Sánchez et al. (1999). Donde presentan dos métodos diferentes para introducir un componente de ruido en el circuito de Chua y lo estudian en términos de sincronización. Demuestran que se espera que aparezca sincronización si uno de los ruidos aplicados tiene una media distinta de cero que cambia el comportamiento del sistema a periódico.

Por lo tanto, señalamos que la dinámica del circuito de Chua es muy flexible para diferentes propósitos.

5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Como se indicó anteriormente, el punto de partida de nuestra investigación tuvo su origen en \mathcal{C}^1 ; sin embargo, al ser predominantemente experimental, no se consideró a este circuito desde una perspectiva práctica por tener una bobina ideal. En tanto que el \mathcal{C}^2 y el \mathcal{C}^3 son circuitos donde se toma en cuenta el aspecto real de la existencia de resistencia interna del inductor, siendo pequeña para \mathcal{C}^2 y mayor para \mathcal{C}^3 ; este último aspecto posibilita la aparición del fenómeno de histéresis. En este trabajo, nos abocamos a estudiar \mathcal{C}^2 desde una perspectiva de simulación y \mathcal{C}^3 tanto desde el punto de vista experimental como de simulación. Por otra parte, ambos circuitos presentan comportamientos regulares y una ruta al caos; para \mathcal{C}^2 a través del desdoblamiento de períodos (duplicación del número de picos por período) a medida que aumenta el valor del parámetro R_L y mediante otro mecanismo para \mathcal{C}^3 que debe ser dilucidado; estas rutas al caos también producen en ambos circuitos la disminución de la amplitud de sus oscilaciones y consecuentemente la modificación de sus escalas de tiempo oscilatorias, tornándose más lenta para \mathcal{C}^3 . En cuanto a la duración del régimen transitorio, este aumenta también con el valor de R_L para ambos circuitos. La diferencia entre el \mathcal{C}^2 y el \mathcal{C}^3 radica en el hecho de que el primero exhibe atractores tipo Rössler y double-scroll, en tanto que el segundo sólo muestra los double-scroll con una marcada asimetría en el espacio de fases. Los planos de parámetros del \mathcal{C}^2 muestran diferentes regiones que denotan comportamientos caóticos y cómo estas regiones se van reduciendo cuando R_L aumenta. Además, se detectaron también pequeñas regiones de crisis de intermitencia para los atractores tipo Rössler, lo que hace pensar que tales situaciones de comportamiento caótico no son estables separadamente. En tanto que el plano de parámetros para \mathcal{C}^3 muestra las regiones caóticas correspondientes a atractores tipo double-scroll y que se extienden más con respecto a R_L . Los espacios de parámetros para ambos tipos de circuito, exhiben características diferentes; mientras que las regiones caóticas en \mathcal{C}^2 están muy próximas las unas a las otras; las correspondientes a \mathcal{C}^3 , se disponen en forma escalonada.

Es importante resaltar el hecho de que los aspectos numéricos también revisten importancia por varios factores, entre los cuales se puede

mencionar: (i) la reproducibilidad de los resultados obtenidos experimentalmente. (ii) Constituyen un complemento esencial al trabajo experimental pues numéricamente pueden encontrarse nuevos aspectos que en los experimentos, en primera instancia, no aparecen. (iii) Pueden utilizarse para planificar nuevos experimentos con el fin de verificar la existencia de fenómenos que aparecen al resolver numéricamente las ecuaciones del sistema.

Si bien, en este trabajo se puso de relieve los aspectos ligados a la histéresis, esto amerita un estudio más detallado de este fenómeno que se ha abordado muy poco en la literatura existente. Otros aspectos importantes que se podrían encarar son: (i) Encontrar un formalismo adecuado para la descripción del circuito de Chua \mathcal{C}^3 . (ii) Proponer un modelo matemático del diodo de Chua con histéresis y realizar un estudio numérico detallado con las nuevas ecuaciones. (iii) Explorar situaciones

que conduzcan a fenómenos dinámicos interesantes debido a la presencia de histéresis, como ser la existencia de hipercaos que ocurre en el circuito de Saito (1985). Finalizamos reiterando la importancia de la complementariedad de los trabajos experimental, numérico y teórico.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a todos y cada uno de los investigadores con los que hemos interactuado de una u otra manera, por su colaboración e incentivo desde el área en la que se desenvuelven para realizar el presente trabajo.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Bilotta, E. & Pantano, P. (2008), *Gallery Of Chua Attractors*, (World Scientific).
- Chen, G. & Ueta, T. (2002), *Chaos in circuits and systems*, (World Scientific), **11**.
- Conde-Saavedra, G. & Ramírez-Ávila, G. M. (2007), *Revista Boliviana de Física*, **13**, 58.
- Danforth, Christopher M. (2013), *Chaos in an Atmosphere Hanging on a Wall*, (<http://mpe.dimacs.rutgers.edu/2013/03/17/chaos-in-an-atmosphere-hanging-on-a-wall/>), **17**.
- Fortuna, L., Frasca, M. & Xibilia, M. G. (2009), *Chua's Circuit Implementations: Yesterday, Today and Tomorrow*, (World Scientific).
- Gérard, A., Yapu-Quispe, L., Sakuma, S., Ghezzi, F., & Ramírez Ávila, G. M. (2016). *Nonlinear behavior of the tarka flute's distinctive sounds*, *Chaos*, **26**, 093114.
- Gutiérrez, Salvador Flores, (2008), *Modelado Comportamental de una Clase de Circuitos Caóticos Mediante el uso de SC-CNNs*, (Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica).
- Hegger, R., Kantz, H. & Schreiber, T. (1999), *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, *Chaos* **9**, 413.
- Hidalgo, Hugo de Leon, (2008), *Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica*, (Diseño de osciladores caóticos integrados).
- Itoh, M. & Chua, L. O. (2005), *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **15**, 1709.
- Kennedy, Michael Peter & Chua, Leon O. (1991), *International Journal of Circuit Theory and Applications*, **19**, 471.
- Kennedy, Michael Peter (1992), *Frequenz*, **46**, 66.
- Kennedy, Michael Peter (1993), *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, **40**, 657.
- Kiliç, R., (2010), *Chua's Circuit Implementations: Yesterday, Today and Tomorrow*, (World Scientific).
- Lavröd, J., (2014), *The Anatomy of the Chua circuit*, (Division of Mathematical, Physics Department of Physics, Faculty of Science, Lunds universitet).
- Lindberg, E. (1993), *Journal of Circuits, Systems, and Computers*, **3**, 537.
- Lindberg, E. (1994), *Nonlinear Dynamics Of Electronic Systems-Proceedings Of The Workshop Ndes' 93*, (World Scientific).
- Medeiros, E. S., Medrano-T, R. O., Caldas, I. L., Tél, T. & Feudel, U. (2019), *Phys. Rev. E*, **100**, 052201.
- Murali, K. & Lakshmanan, M. (1992), *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I: Regular Papers*, **39**, 264.
- Prebianca, F., Albuquerque, H. A., & Beims, M. W. (2018). *Describing intrinsic noise in Chua's circuit*, *Physics Letters A*, **382**, 2420.
- Ramírez-Ávila, G. M. & Gallas, J. (2008), *Revista Boliviana de Física*, **14**, 1.
- Ramírez-Ávila, G. M. & Gallas, J. (2011), *Revista Boliviana de Física*, **18**, 1.
- Rocha, R. & Medrano-T, R. O. (2009), *Nonlinear Dynamics*. **56**, 389.
- Rocha, R. & Medrano-T, R. O. (2016), *Electronics Letters*, **52**, 1010.
- Saito, Toshimichi (1985), *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, **68**, 49.
- Sánchez, E., Matías, M. A. & Pérez-Muñuzuri, V. (1999), *An Experimental Setup for Studying the Effect of Noise on Chua's Circuit*, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, **46**, 517.
- Sano, M. & Sawada, Y. (1985)., *Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1082.
- Siderskiy, V., "Chua circuits", <http://www.chuacircuits.com/contact.php>, (Web. 02 de Junio de 2022).
- Wang, N., Li, C., Bao, H., Chen, M. & Bao, B. (2019), *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, **66**, 4767.

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Email: alfonso.velarde@gmail.com

Instituto de Investigaciones Físicas

Dr. Flavio Ghezzi Moris
Email: fghezzi@fiumsa.edu.bo
Dr. Wilfredo Tavera Llanos
Email: witavera@fiumsa.edu.bo

Carrera de Física

Dr. Armando R. Ticona Bustillos
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

Misión

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica semestralmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

Instrucciones para los autores

La Revista Boliviana de Física recibe trabajos escritos en castellano, inglés o portugués y deben contar con un resumen en castellano y su correspondiente traducción en inglés.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$, *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. Las figuras deberán tener una resolución razonable a fin de que puedan ser vistas con suficiente claridad por el lector.

Los artículos científicos serán revisados por el Comité Editorial y posteriormente por un par de árbitros anónimos quienes dan el veredicto sobre si el artículo es aceptado o no.

La comunicación de los autores con los árbitros se realiza únicamente a través del editor encargado del área.

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.

Conflicto de interés: Los autores que envíen artículos para su publicación en la RBF admiten que no tienen conflicto de interés en relación a los trabajos realizados y presentados.

CONTENIDO

EDITORIAL

Editor

A. ARTÍCULOS

APROXIMACIÓN GEOMÉTRICA DEL POLO NORTE GALÁCTICO
MEDIANTE ESTRELLAS DEL DISCO GALÁCTICO

Ludving Cano

MÉTODO NUMÉRICO DISIPATIVO PARA EL PROBLEMA
ELECTROSTÁTICO DE UN SISTEMA BIDIMENSIONAL DE
DIELÉCTRICOS Y CONDUCTORES

Deterlino Urzagasti

DINÁMICA DE CIRCUITOS DE CHUA CON BOBINAS NO
IDEALES E HISTÉRESIS

*Aurelio Alejandro Suxo-Coro, Abdias Sergio Callejas-Icuña, C. Nina,
Rene Orlando Medrano-Torricos & Gonzalo Marcelo Ramírez-Ávila*