
REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

Esta es una revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Email: alfonso.velarde@gmail.com

Instituto de Investigaciones Físicas

Dr. Flavio Ghezzi Moris
Email: fghezzi@fiumsa.edu.bo
Dr. Wilfredo Tavera Llanos
Email: witavera@fiumsa.edu.bo

Carrera de Física

Dr. Armando R. Ticona Bustillos
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

CONSEJO EDITORIAL

Dr. Oscar Antonio Rondón

Institute of Nuclear and Particle Physics
University of Virginia
McCormick Road, Charlottesville, VA 22901
804 924-6787, USA
Email: or@virginia.edu

Dr. Carlos Navia

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-340, Niterói, RJ-Brasil
Email: gfcnoj@if.uff.br

Dr. Pablo Balenzuela

Departamento de Física
Universidad de Buenos Aires
Pabellón I, Ciudad Universitaria
1428 - C.A.B.A., Buenos Aires, Argentina
Email: balen@df.uba.ar

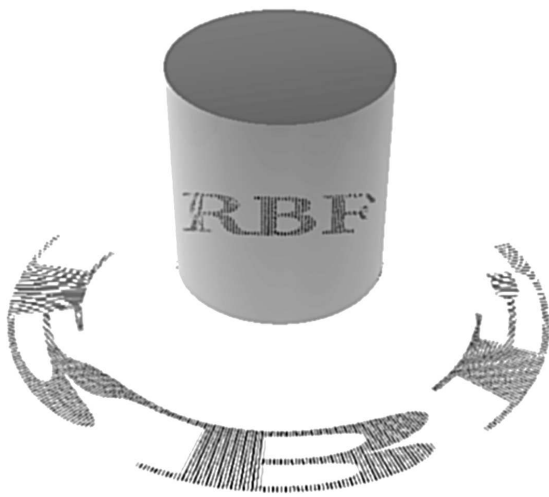
Dra. Maria Emília Xavier Guimarães

Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense
Av. Gen. Milton Tavares de Souza
24210-346, Niterói, RJ-Brasil
Email: mexguimaraes@id.uff.br

Dr. Fernando Marte

Centro de Estudio sobre Patrimonios y Ambiente
Instituto de Investigaciones sobre el Patrimonio Cultural
Universidad Nacional de San Martín
Campus Miguelete, 25 de mayo y Francia
1650 - San Martín, Provincia de Buenos Aires, Argentina
Email: fmarte@unsam.edu.ar

ISSN 1562-3823



Revista Boliviana de Física

PUBLICACIÓN DE
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FÍSICAS
CARRERA DE FÍSICA
UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
Y
SOCIEDAD BOLIVIANA DE FÍSICA

NÚMERO 44
NOVIEMBRE DE 2024

Revista Boliviana de Física

ISSN 1562-3823

Indexada en: SciELO, Latindex, Periódica

<http://www.scielo.org.bo>

<http://www.latindex.unam.mx>

Publicación del Instituto de Investigaciones Físicas, la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés y de la Sociedad Boliviana de Física.
Casilla 8635, La Paz, Bolivia.

Diseño: W. Tavera

Dirección: Carrera de Física, Campus Universitario, Calle 27, Cota Cota, La Paz.
Tel: (591 2) 2792999; FAX: (591 2) 2792622.

Portada: Complejo arqueológico Pampa La Cruz (Perú). Resultados de difracción de rayos X sobre muestras de pigmento blanco.

Formato L^AT_EX₂ ϵ . *Tipo de fuente utilizada:* newcentury

Impreso por: **Imprenta Antofagasta**

Dirección: Canónigo Ayllón No. 524. Tel. (591 2) 2493609.

CONTENIDO

EDITORIAL	<i>Editor</i>	1
A. ARTÍCULOS		
DINÁMICA DE OPINIÓN EN REDES SOCIALES MULTICAPA <i>José María Lino Blacutt & Gonzalo Marcelo Ramírez Ávila</i>		3
ESTUDIO ESTRUCTURAL Y MICROESTRUCTURAL DE PIGMENTOS BLANCOS ARQUEOLÓGICOS DE LA SOCIEDAD MOCHE (200-750/800 D.C.) POR DIFRACCIÓN DE RAYOS X Y REFINAMIENTO RIETVELD <i>Elvira Zeballos-Velásquez, Gabriel Prieto, Frank Moya, Luis Lizárraga & Esteban Asto</i>		15
QSO COMPOSICIÓN ESPECTRAL Y ESPECTRO MEDIO DE CUÁSARES EN SDSS <i>Evanz Lázaro & Paúl Rodríguez</i>		22

EDITORIAL

La colaboración científica, entendida como la actividad colectiva de co-participación de autores e instituciones, locales o externos, en cada trabajo de investigación, mantiene su omnipresencia en el ámbito latinoamericano. La creación de conocimiento es, cada vez más, una actividad eminentemente colaborativa y multidisciplinaria. Los índices de colaboración internacional en latinoamérica (ver, por ejemplo, SJR Scientific Journal Rankings (SCImago)), permiten inferir que, en todas las áreas de conocimiento, más del 40 % de los documentos científicos publicados son realizados en colaboración con investigadores e instituciones de uno o más países diferentes. Una búsqueda rápida relacionada con el área de Física y Astronomía, muestra un índice de colaboración internacional, mayor a 55 % para el año 2024; mayor a 46 % para el área de Ciencia de Materiales; mayor a 58 % para el área de Tierra y Ciencias Planetarias y un porcentaje mayor a 44 % para el área de Energía, manteniendo en todos los casos una tendencia creciente sostenida durante el presente siglo. Cabe mencionar también, que en la región latinoamericana, alrededor del 60 % de los documentos científicos se publican en revistas de “acceso abierto”. Más del 80 % de la producción científica de Latinoamérica se concentra en cuatro países: Brasil, México, Chile y Argentina.

No es desconocido que en latinoamérica existe una inmensa cantidad de producción y colaboración científica, que generalmente no aparece en los “rankings”, pero que no por eso deja de ser importante. Una gran mayoría de los trabajos realizados, podrían clasificarse como ciencia aplicada, porque están orientados a resolver problemas de relativa especificidad de un país o de una región. Sin embargo, también se realiza ciencia básica, con potencialidad de contribuir al avance del conocimiento universal. Lamentablemente, gran parte de los resultados de dichas investigaciones, no son adecuadamente difundidos y visibilizados, principalmente en los países donde se tiene una deficiente (o ausente) estructura de administración de la ciencia, tecnología e innovación. Existen muchos medios y canales de difusión de las actividades científicas, que deberían ser objeto de atención por parte de autoridades, instituciones científicas e investigadores, para disponer de formas alternativas de difusión de los trabajos de investigación, sin dejar de lado el control de la calidad de los mismos. En ese proceso, la Revista Boliviana de Física se alinea con un propósito de renovación permanente, para contribuir a la comunidad científica en general.

En el marco descrito en los párrafos precedentes, presentamos a nuestros distinguidos lectores, la Revista Boliviana de Física número 44, con tres interesantes artículos arbitrados que destacan el trabajo multidisciplinar y colaborativo:

“Dinámica de Opinión en Redes Sociales Multicapa”, en el que los autores, Lino-Blacutt & Ramírez-Ávila (2024), presentan un novedoso estudio que se inscribe en una rama interdisciplinaria emergente de conocimiento, conocida como *sociofísica*. Reportan los resultados de un estudio de redes sociales multicapa, analizando la dinámica de opinión de un número de individuos, mediante un modelo de evolución discreta.

El artículo: “Estudio estructural y microestructural de pigmentos blancos arqueológicos de la sociedad Moche (200-750/800 D.C.) por Difracción de Rayos X y Refinamiento Rietveld”, Zeballos-Velásquez et al. (2024), proviene de investigadores de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (Perú) y de la Universidad de Florida (USA). El trabajo reporta los resultados de un estudio estructural, con fines de preservación y puesta en valor, de las pinturas murales y pigmentos del complejo arqueológico Pampa la Cruz, ubicado en la costa norte de Perú. Se describe de manera detallada la técnica de difracción de rayos X y el método de refinamiento de Rietveld, aplicados en el presente caso de estudio.

En el artículo, “QSO Composición Espectral y Espectro Medio de Cuásares en SDSS”, los autores Lázaro & Rodríguez (2024), presentan un espectro medio compuesto, con la totalidad de los cuásares del catálogo DR16Q. A decir de los autores, el espectro medio reportado, se constituye a la fecha, como uno de los espectros medios compuestos con la mayor cantidad de cuásares.

Una vez más, esperamos que la presente entrega sea de su agrado y le invitamos a que considere la publicación de su próximo artículo en la Revista Boliviana de Física.

REFERENCIAS

- Lino-Blacutt, J. M. & Ramírez-Ávila, M. G. 2024, Revista Boliviana de Física, 44, 3
- Lázaro, E. & Rodríguez, P. 2024, Revista Boliviana de Física, 44, 22
- SCImago, (n.d.). SJR — SCImago Journal & Country Rank [Portal], <http://www.scimagojr.com>, accessed: 2024-11-30
- Zeballos-Velásquez, E., Prieto, G., Moya, F., Lizárraga, L., & Asto, E. 2024, Revista Boliviana de Física, 44, 15

EDITORIAL

Scientific collaboration, defined as the joint research and participation of authors and institutions, both local and internationally, remains a pervasive and essential feature across Latin America. Today, knowledge production is increasingly collaborative and multidisciplinary in nature. According to international collaboration indicators, such as those provided by the SCImago Journal Rank (SJR), over 40 % of scientific publications in all fields across Latin America involve co-authorship with researchers or institutions from one or more other countries. A brief survey of specific disciplines reveals even higher levels of international collaboration in 2024: over 55 % in Physics and Astronomy, more than 46 % in Materials Science, over 58 % in Earth and Planetary Sciences, and upwards of 44 % in the area of Energy. In each of these fields, collaboration rates have shown a steady upward trend throughout the 21st century. Additionally, approximately 60 % of scientific articles in Latin America are published in open access journals, significantly enhancing their accessibility and visibility. Notably, over 80 % of the region's scientific output is concentrated in just four countries: Brazil, Mexico, Chile, and Argentina.

It is widely recognized that Latin America generates a substantial volume of scientific research and fosters strong collaborative efforts, much of which remains underrepresented in international rankings despite its importance. A considerable portion of this work can be classified as applied science, aimed at addressing specific national or regional challenges. Additionally, basic science is vigorously pursued, with the potential to make valuable contributions to the global body of knowledge. Unfortunately, the dissemination and visibility of much of this research remains limited, particularly in countries where the infrastructure for managing science, technology, and innovation is weak or absent. Although numerous platforms and channels exist for disseminating scientific work, these resources need to be more actively used and strengthened in coordination with policymakers, research institutions, and scientists to boost dissemination opportunities while ensuring the quality and integrity of the research. In this context, the Bolivian Journal of Physics remains committed to ongoing renewal and development, with the goal of supporting and amplifying the visibility of scientific contributions both regionally and globally.

Within the framework described in the preceding paragraphs, we are pleased to present to our distinguished readers *Revista Boliviana de Física*, Issue No. 44, featuring three peer-reviewed articles that exemplify multidisciplinary and collaborative research.

The first article, “Opinion Dynamics in Multilayer Social Networks” by Lino-Blacutt & Ramírez-Ávila (2024), explores an emerging interdisciplinary field known as sociophysics. The authors present a novel study of multilayer social networks, analyzing the evolution of individual opinions through a discrete dynamical model. This work contributes to our understanding of collective behavior in complex social systems.

The second article, “Structural and Microstructural Study of Archaeological White Pigments from the Moche Society (200–750/800 A.D.) by X-Ray Diffraction and Rietveld Refinement” by Zeballos-Velásquez et al. (2024), is the result of collaboration between researchers at the Universidad Nacional Mayor de San Marcos (Peru) and the University of Florida (USA). The study presents a detailed structural analysis of mural paintings and pigments from the Pampa la Cruz archaeological complex, located on the northern coast of Peru. The authors describe in depth the application of X-ray diffraction techniques and the Rietveld refinement method in their investigation.

In the third article “QSO Spectral Composition and Mean Spectrum of Quasars in SDSS”, Lázaro & Rodríguez (2024) present a composite mean spectrum based on the complete set of quasars from the DR16Q catalog. According to the authors, the reported mean spectrum currently represents one of the most extensive composite spectra in terms of the number of quasars included.

Once again, we hope this issue is of interest to our readers, and we warmly invite you to consider submitting your next manuscript to the *Revista Boliviana de Física*.

REFERENCIAS

- Lino-Blacutt, J. M. & Ramírez-Ávila, M. G. 2024, *Revista Boliviana de Física*, 44, 3
- Lázaro, E. & Rodríguez, P. 2024, *Revista Boliviana de Física*, 44, 22
- SCImago, (n.d.). SJR — SCImago Journal & Country Rank [Portal], <http://www.scimagojr.com>, accessed: 2024-11-30
- Zeballos-Velásquez, E., Prieto, G., Moya, F., Lizárraga, L., & Asto, E. 2024, *Revista Boliviana de Física*, 44, 15

DINÁMICA DE OPINIÓN EN REDES SOCIALES MULTICAPA OPINION DYNAMICS IN MULTILAYER SOCIAL NETWORKS

JOSÉ MARÍA LINO-BLACUTT^{1,a†} & GONZALO MARCELO RAMÍREZ-ÁVILA^{2,3,4,b‡}

¹ Carrera de Física, Universidad Mayor de San Andrés. Campus Universitario, c. 27 s/n Cota-Cota, Casilla 8635. La Paz-Bolivia.

² Instituto de Investigaciones Físicas, Universidad Mayor de San Andrés. Campus Universitario, c. 27 s/n Cota-Cota, Casilla 8635. La Paz-Bolivia.

³ Planetario Max Schreier, Universidad Mayor de San Andrés, c. Federico Zuazo 1976. La Paz-Bolivia.

⁴ Namur Institute for Complex Systems (naXys), Université de Namur, Rue de Bruxelles 61, B-5000 Namur, Belgium.

(Recibido 8 de julio de 2024; aceptado 27 de noviembre de 2024)

<https://doi.org/10.53287/ppvg6552fb99p>

RESUMEN

Se exploró la dinámica de opinión en redes multicapa mediante un modelo de evolución discreta. Mediante las distintas combinaciones de tres topologías de red (aleatoria, mundo pequeño y libre de escala), se estudiaron tres casos donde dos de ellos presentan características similares a sistemas sociales reales; en tanto que el otro es una situación idealizada. Se observó distintos comportamientos en la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ hasta alcanzar su estabilización en la red, notándose que esta estabilización ocurre en la mayoría de los casos para tiempos mayores a 100 pasos. Mediante la desviación estándar para cada configuración, se evidenció el alcance o no del consenso, destacando que algunas configuraciones requieren más de 600 pasos en llegar a dicha situación. Finalmente, se analizó el impacto de individuos intransigentes, mostrando que la presencia de al menos uno de estos individuos en cada una de las capas, genera mayor dispersión de las opiniones en la red.

Palabras clave: Sistemas sociales – Sistemas complejos – Redes en transiciones de fase – Dinámica no lineal – Teoría de grafos.

ABSTRACT

The opinion dynamics in multilayer networks were explored using a discrete evolution model. Three different network topologies (random, small-world, and scale-free) were combined to study three scenarios: two approximating real social systems and the other representing an idealized case. Various behaviors were observed in the evolution of the mean opinion state $\langle S \rangle$ until it stabilized in the network. It was observed that stabilization occurred in most cases after more than 100 steps. Through the standard deviation for each configuration, the achievement of consensus was evidenced and it was found that some configurations require more than 600 steps to reach this state. Finally, the impact of intransigent individuals was analyzed, showing that the presence of at least one such individual in each layer results in a greater dispersion of opinions in the network.

Subject headings: Social systems — Complex systems — Networks in phase transitions — Nonlinear dynamics — Graph theory.

1. INTRODUCCIÓN

Existe una rama interdisciplinaria que está alcanzando extrema importancia en las últimas décadas gracias al avance tecnológico y a la aplicación de conceptos de la física estadística. Esta rama es conocida como *sociofísica* la cual es la combinación de los conocimientos adquiridos en física y sociología. Mediante la sociofísica podemos entender y modelar fenómenos

sociales complejos como ser la propagación de rumores, la difusión de información, la toma de decisiones o la dinámica de opinión (Schweitzer 2018) constituyéndose este último aspecto en el tema central de nuestra investigación. Para poder modelar estos fenómenos sociales, los físicos contribuyen con métodos basados en redes complejas que permiten capturar la interacción de un grupo social como un sistema complejo. Los agentes están representados por nodos y sus interacciones por enlaces. A veces la complejidad de estas interacciones sociales es tan grande que es difícil modelar la red subyacente en una única capa de conexiones; es decir, en una sola red monoca-

^a<https://orcid.org/0009-0007-8856-9056>

^b<https://orcid.org/0000-0003-4522-9012>

[†]jlinob@fcpn.edu.bo

[‡]mravila@fiumsa.edu.bo

pa. Aquí es donde entra en escena el concepto de redes multicapa (Domenico 2022). Las redes multicapa presentan nodos y enlaces organizados en múltiples capas, donde cada capa está representada por un tipo diferente de enlace, un contexto social diferente, una red social diferente, etc. El interés en el estudio de las redes multicapa surge debido a que el análisis conjunto de múltiples capas puede proporcionar un conocimiento que no está presente en cada capa, cuando estas se consideran independientes entre sí. En sociofísica, las redes multicapa son de gran utilidad debido a su capacidad para modelar de manera más realista la diversidad y la dinámica de las interacciones sociales, lo que puede mejorar significativamente nuestra comprensión de un sistema social (Hu et al. 2017).

En sistemas sociales, al igual que en sistemas físicos, existen los cambios cualitativos del sistema que pueden asociarse a transiciones de fase; es decir, cambios abruptos o no lineales de un estado desordenado a otro ordenado. Por ejemplo, podemos llegar a un consenso de opinión generalizado sobre un tema específico. Es decir, es posible llegar a una situación de orden a partir de un estado inicial desordenado (opiniones diversas) gracias a las interacciones entre los constituyentes del sistema, lo que implica que exista una dinámica de opinión (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017).

El tipo de transiciones mencionado anteriormente fue investigado por Zanette 2009 donde la interacción ocurre en grupos de tres individuos en lugar de pares, demostrando que esta estructura favorece una convergencia más rápida hacia el consenso. Por otro lado, Balenzuela et al. 2015 analizaron cómo la presencia de agentes indecisos puede influir en la estabilidad de los estados de opinión, encontrando que estos individuos pueden actuar como mediadores que facilitan el consenso o, en ciertos casos, mantener la polarización dentro del sistema. Además, Krause & Bornholdt 2012 estudiaron el impacto de la incertidumbre y el temor en la toma de decisiones colectivas, mostrando que una mayor incertidumbre puede generar fluctuaciones en la dinámica de opinión, evitando que el sistema alcance un estado de orden estable.

Estos fenómenos han sido ampliamente estudiados utilizando modelos inspirados en física estadística y en teoría de juegos, como el modelo de votantes (Holley & Liggett 1975), el modelo de Ising (Ising 1925) y los “naming games” o juegos de negociación (Granovetter 1973), los cuales permiten analizar la formación de opiniones colectivas y el proceso de consenso en grupos sociales (Degroot 1974; Kuperman & Zanette 2002; Maity et al. 2012). Dichos modelos han demostrado ser herramientas efectivas para describir la evolución de la opinión en distintos contextos sociales, desde comunidades cerradas hasta redes interconectadas a gran escala. No obstante, aunque la mayoría de estos estudios han sido desarrollados desde un enfoque teórico, investigaciones empíricas recientes han permitido validar sus predicciones en

redes sociales reales. Por ejemplo, se ha encontrado que los patrones de evolución de opinión en plataformas digitales y comunidades en línea pueden ser explicados mediante modelos basados en interacciones locales, reflejando cómo las dinámicas sociales emergen a partir de la estructura y las reglas de interacción de los individuos (Xiong & Liu 2014).

Por lo tanto, podemos notar que el estudio de la dinámica de opinión en sistemas sociales es importante porque permite analizar los factores que la controlan o influyen como ser la topología de red o la presencia de nodos intransigentes (Galam 2013). Los nodos intransigentes son aquellos agentes presentes en una red social cuya opinión es invariante en el tiempo y por lo tanto la opinión de este tipo de nodos no puede ser influenciada por los demás agentes presentes en la red; sin embargo, la opinión de un nodo intransigente sí puede influir en la opinión de los demás (Galam & Jacobs 2007). El otro factor mencionado es la topología de red, la cual indica cómo está estructurada la red y qué patrones siguen los enlaces que permiten la conexión de los nodos.

Existen diferentes tipos de topología de red como ser:

Red aleatoria (Erdős & Rényi 1960): Red que consta de N nodos donde cada par de nodos tiene una probabilidad de conexión p .

Red mundo pequeño (Watts & Strogatz 1998): Red en la cual la mayoría de los nodos están conectados a otros nodos a corta distancia, de manera que la distancia promedio entre cualquier par de nodos en la red es relativamente pequeña.

Red libre de escala (Barabási & Albert 1999): Es una red cuya distribución de grados (el grado de un nodo en una red es el número de conexiones que tiene con otros nodos y la distribución de grados es la distribución de probabilidad de estos grados en toda la red) sigue una ley de potencia, al menos asintóticamente.

Mediante estas topologías, es posible modelar diferentes redes sociales reales dependiendo de las características de los grupos. Por ejemplo, las comunidades vecinales o grupos de amigos, a menudo exhiben una topología de red de mundo pequeño y las redes sociales en línea, como Facebook, Twitter muestran en general una topología de red libre de escala debido a que algunas personas son más influyentes o populares que otras (Noble et al. 2004).

Una descripción detallada de las redes recientemente mencionadas puede encontrarse en (Barabási 2003).

La forma en que está organizada una red no solo define su estructura, sino que también influye en cómo se propagan las opiniones dentro de ella. Por ejemplo, Kuperman & Zanette 2002 estudiaron cómo, en redes de mundo pequeño, las modas y tendencias pueden extenderse más rápido gracias a la resonancia estocástica. Además, en redes donde las conexiones entre personas pueden cambiar con el tiempo, la evolución de la opinión se ve afectada por esta adaptación de los vínculos (Nardini et al. 2008). Por otro lado, en redes sociales digitales, donde las

conexiones cambian constantemente y en tiempos cortos; es así que Maity et al. 2012 encontraron que la topología de red puede hacer que ciertos grupos mantengan opiniones diferentes durante largos periodos sin llegar a un consenso global.

Mediante este trabajo se pretende estudiar la dinámica de opinión mediante redes multicapa asociando distintas topologías de red a cada una de ellas y determinar las posibles correlaciones entre las capas y sus efectos. Posteriormente se pretende introducir individuos intransigentes en la red multicapa y examinar cómo su presencia altera la evolución del estado de opinión y la estabilidad de la red.

El presente documento está estructurado de la siguiente manera: En §2 se describe el modelo de evolución discreta el cual captura la interacción general entre los individuos (intra e intercapa). En §3 se describe la metodología que da cuenta de la representación del sistema en términos de multicapas; posteriormente, se dan casos de redes y finalmente, se introducen los individuos intransigentes al sistema. En §4 se presentan simultáneamente los resultados obtenidos acompañados de la discusión de estos. Finalmente, en §5 se exponen las conclusiones y perspectivas de esta investigación.

2. EL MODELO

Para este trabajo se considera un modelo de tiempo discreto el cual ya fue utilizado en otros trabajos como ser en (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017, 2023). El modelo describe la dinámica de opinión de un grupo social compuesto por N individuos y está representado mediante la siguiente ecuación:

$$S_j(t+1) = \frac{S_j(t) + \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot S_i(t)}{1 + \sum_{i=1}^N a_{ij}}, \quad (1)$$

con $j = 1, 2, 3, \dots, N$; donde $S_j(t+1)$ es el estado de opinión del individuo j en un tiempo $t+1$; este valor está determinado por el estado de opinión precedente del mismo individuo j y de los individuos i con los cuales interactúa. El grupo social está representado por una matriz de adyacencia simétrica donde los elementos de la matriz a_{ij} toman los valores 1 ó 0 dependiendo si existe o no un vínculo entre el individuo i con el individuo j . Este modelo sigue la estructura planteada por Degroot 1974, en la que las opiniones se actualizan de acuerdo con un promedio ponderado de los vecinos conectados en la red.

En este trabajo, la matriz con la que se describe al sistema es en realidad una matriz de supra-adyacencia. Esta matriz nos permite representar los vínculos que existen entre los individuos tanto dentro de las capas como entre las capas en una red multicapa. La matriz de supra-adyacencia está compuesta por matrices de adyacencia menores, a las cuales podemos interpretar como bloques. Los bloques diagonales codifican las matrices de adyacencia correspondientes a cada capa por separado. En otras palabras, los bloques diagonales capturan los vínculos que existen entre los individuos que están presentes

dentro de una capa en específico. Los bloques fuera de la diagonal codifican conexiones entre capas; es decir, los vínculos que existen entre los individuos que están presentes en diferentes capas están representados en los bloques no diagonales de una matriz de supra-adyacencia.

3. METODOLOGÍA

Primeramente, se consideraron los tres tipos de topologías que luego son utilizados mediante diferentes combinaciones para así crear diferentes configuraciones de redes multicapa. Posteriormente, para cada topología de red se obtuvo su respectiva matriz de adyacencia. Estas matrices tienen la característica de ser no pesadas y no direccionadas lo que implica que la interacción entre el individuo i y j es bidireccional y de la misma magnitud por lo que la matriz es simétrica. Entonces, cada topología de red representa una capa dentro de la red multicapa, y por ende, cada capa está descrita por su respectiva matriz de adyacencia; en tanto que, la red multicapa estará descrita por la matriz de supra-adyacencia de dimensión $N \times N$, donde:

$$N = n' \cdot L, \quad (2)$$

siendo n' el número total de individuos presentes en toda la red multicapa y L es el número de capas.

Los vínculos que posibilitan la interacción entre capas son debidos a individuos que están presentes en cada una de las ellas; estos individuos son conocidos como nodos réplica (o nodos comunes) n_c . Otro tipo de vínculos que se da entre las capas es cuando individuos de una capa que representa un grupo social conocen a otras personas de otro grupo social; es decir, tienen un vínculo con otros individuos presentes en otras capas. El número de personas que se conocen entre las capas L_1 y L_2 está denotado por $n_{il(1 \leftrightarrow 2)}$; mientras que las personas que se conocen entre las capas L_1 y L_3 está representado por $n_{il(1 \leftrightarrow 3)}$ y de la misma forma $n_{il(2 \leftrightarrow 3)}$ representa el número de individuos que se conocen entre las capas L_2 y L_3 . Nótese que la notación $n_{il(q \leftrightarrow r)}$ hace referencia al número de individuos que tienen vínculos entre las capas L_q y L_r , donde el subíndice “il” indica “intercapas” por su denominación en inglés “interlayer”.

Todos estos vínculos creados gracias a los n_c nodos réplica y los vínculos creados por los n_{il} individuos que conocen a otras personas de las distintas capas son representados en las casillas correspondientes de los bloques no diagonales presentes en la matriz de supra-adyacencia.

En la Fig. 1 se ilustra un ejemplo de una red multicapa y su respectiva matriz de supra-adyacencia. En la parte izquierda de la Fig. 1 observamos que el nodo réplica que se encuentra en todas las capas es el individuo 2. También nótese que, las personas 1, 5 y 8 son aquellas que presentan un vínculo intercapa entre ellas. En la parte derecha de la Fig. 1 se muestra su respectiva matriz de supra-adyacencia. Los bloques diagonales capturan la interacción de los individuos al interior de las capas mientras que los

bloques alrededor de estos capturan la interacción de los individuos entre las capas. Las casillas rojas representan la presencia del nodo réplica en las tres capas; las casillas naranjas representan la conexión entre los individuos 1, 5 y 8.

3.1. Aplicación del modelo discreto a la red multicapa

Para aplicar el modelo discreto a la red multicapa fue necesario primeramente dotar de opiniones iniciales a todos los individuos presentes en la red. Por lo tanto, para un tiempo $t = 0$ se realizó un sorteo para asignar estas opiniones a los mismos con valores en el intervalo $[0, 1]$, siguiendo una distribución Gaussiana con una media y varianza iguales a 0.5.

Para aquellos nodos réplica que estuvieron presentes en las tres capas de la red, se hizo que el valor de su estado de opinión inicial fuera el mismo en todas las capas. Para entender este punto, tomemos el ejemplo en el que existe un único individuo, el cual está presente en todos los grupos; es decir, un nodo réplica. Cuando se debate un tema en particular, todas las personas tendrán una opinión inicial respecto al mismo y con un valor comprendido en el intervalo $[0, 1]$. El individuo presente en todos los grupos sociales debe tener la misma opinión inicial ya que de otra forma sería ilógico que el individuo compartiera una opinión inicial distinta del mismo tema en los diferentes grupos.

Una vez que todos los individuos de la red multicapa tienen un valor inicial para su estado de opinión; estos evolucionan considerando la Ec. (1). En cada paso de tiempo se obtuvieron los estados de opinión de todos los individuos y mediante estos se logró establecer el valor promedio del mismo ($\langle S \rangle$) de la red multicapa. Conjuntamente, para cada valor del estado de opinión promedio se obtuvo su respectiva desviación estándar.

En la Fig. 2, se presentan las distribuciones de opinión de los individuos en la red multicapa al inicio y al final de la simulación. La distribución inicial de opiniones sigue una distribución Gaussiana centrada en 0.5, lo que representa la diversidad de opiniones iniciales de los individuos presentes en la red multicapa (Fig. 2(a)). A medida que los individuos interactúan según el modelo de tiempo discreto presentado en la Ec. (1), las opiniones convergen hacia un mismo valor. Después de 600 pasos de tiempo, la distribución final adopta la forma de una delta de Dirac, lo que indica que se ha alcanzado un estado de consenso en la red (Fig. 2(b)).

3.2. Casos de estudio

Para cumplir el objetivo de estudiar la dinámica de opinión mediante redes multicapa; se analizó la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ mediante diferentes casos que presentan diferentes características de conectividad entre los individuos en cada capa.

Cada caso fue estudiado mediante 10 configuraciones de red multicapa las cuales están presentadas en

TABLA 1

Combinaciones de las topologías de red en una red multicapa compuesta por 3 capas.

	Capa L_1	Capa L_2	Capa L_3
1	Red aleatoria	Red aleatoria	Red aleatoria
2	Red aleatoria	Red aleatoria	Red mundo pequeño
3	Red aleatoria	Red aleatoria	Red libre de escala
4	Red mundo pequeño	Red mundo pequeño	Red mundo pequeño
5	Red mundo pequeño	Red mundo pequeño	Red aleatoria
6	Red mundo pequeño	Red mundo pequeño	Red libre de escala
7	Red libre de escala	Red libre de escala	Red libre de escala
8	Red libre de escala	Red libre de escala	Red aleatoria
9	Red libre de escala	Red libre de escala	Red mundo pequeño
10	Red aleatoria	Red mundo pequeño	Red libre de escala

la Tabla 1. Cada red multicapa presenta una combinación distinta de topologías en cada capa, siendo el número de individuos en cada capa:

$$n_{L_1} = n_{L_2} = n_{L_3} = 100,$$

donde n_{L_i} representa el número de individuos presentes en la capa L_i . Se elige que 5 sean los nodos comunes n_c y los que vinculan entre las distintas capas n_{il} :

$$n_c = 5,$$

$$n_{il(1 \leftrightarrow 2)} = n_{il(1 \leftrightarrow 3)} = n_{il(2 \leftrightarrow 3)} = 5$$

3.2.1. Casos analizados en ausencia de individuos intransigentes

A. Redes altamente conectadas — Consideramos que en cada capa, los individuos están altamente vinculados con los otros.

B. Redes con pocas conexiones — Los individuos en cada una de las capas no presentan una alta conectividad; es decir, que en general, las personas no tienen muchos conocidos dentro de cada capa.

C. Redes artificiales o idealizadas — Al igual que en los anteriores casos se tienen las tres topologías, con la particularidad que se tienen situaciones extremas en las correspondientes a mundo pequeño (red lineal con condiciones de borde periódicas) y libre de escala (red árbol), denominándose por este motivo como “artificiales”.

En la Fig. 3, se presentan las diferentes topologías de red utilizadas en los tres casos analizados. Los incisos (A1), (A2) y (A3) corresponden a una red aleatoria, una de mundo pequeño y una libre de escala, respectivamente, bajo el caso A, donde las redes están altamente conectadas. En estas representaciones, los individuos (puntos negros) mantienen una gran cantidad de conexiones entre sí (enlaces que los vinculan). Por otro lado, los incisos (B1), (B2) y (B3) muestran las mismas topologías de red, pero bajo el caso B, donde la conectividad entre los individuos es considerablemente menor. De manera similar, los incisos (C1), (C2) y (C3) presentan las mismas estructuras de red en el caso C (redes artificiales), siguiendo el mismo orden que en los casos anteriores. El inciso (D) ilustra un ejemplo de red multicapa con la

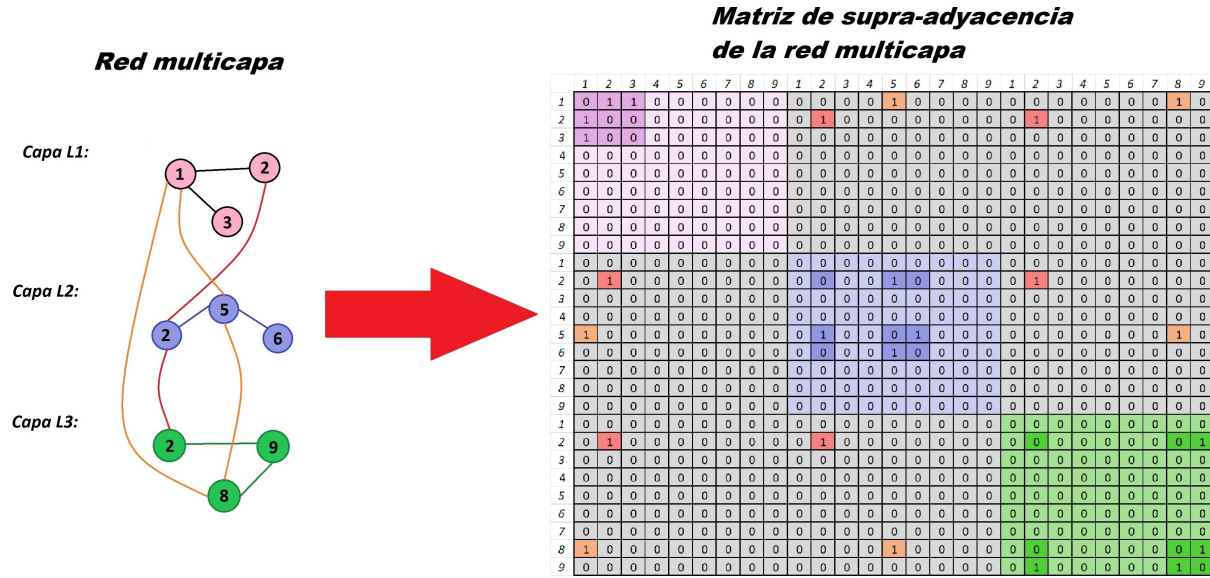


Fig. 1.— Ejemplo ilustrativo de una red multicapa y la representación de esta mediante su matriz de supra-adyacencia. En la parte izquierda se muestran los vínculos entre los individuos intra e intercapas. Se evidencia que el individuo 2 es el que está presente en todas las capas; esto se presenta mediante las líneas rojas que conectan este nodo réplica. Las líneas naranjas muestran los vínculos entre los individuos 1, 5 y 8 los cuales están presentes en diferentes capas. En la parte derecha se muestra la matriz de supra-adyacencia, mediante la cual, podemos representar todos los vínculos presentes entre los individuos tanto dentro de las capas como entre las capas.

configuración 10 descrita en la Tabla 1, donde L_1 , L_2 y L_3 corresponde a redes aleatoria, mundo pequeño y red libre de escala, respectivamente, bajo el caso B (baja conectividad dentro de cada capa). En este ejemplo, los vínculos entre los individuos de la capa L_1 que conocen a los de la capa L_2 están representados mediante enlaces rojos; los enlaces azules representan los vínculos entre individuos de la capa L_1 con la capa L_3 ; los enlaces verdes son los vínculos entre individuos de la capa L_2 con la capa L_3 . Finalmente, mediante los enlaces amarillos se representa el vínculo que tiene un individuo réplica consigo mismo en las otras capas.

3.2.2. Individuos intransigentes en la red multicapa

Como último objeto de estudio, se introdujo a la red multicapa individuos intransigentes. Para esta parte se trabajó únicamente con la configuración de red multicapa 10 presentada en la Tabla 1 (L_1 : Red aleatoria; L_2 : Red mundo pequeño; L_3 : Red libre de escala). En esta red multicapa se consideraron diferentes casos los cuales se diferencian unos de otros por el número de intransigentes y la distribución de estos en las distintas topologías de red. Estos casos son presentados como distribuciones en la Tabla 2. Todas las distribuciones fueron consideradas en cada uno de los casos mencionados en § 3.2.1.

Todo el trabajo fue elaborado mediante simulaciones con códigos propios en lenguaje Python.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Redes multicapa sin intransigentes

Se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los casos mencionados en § 3.2.1. Para cada situación se tienen 10 curvas las cuales representan las configuraciones de redes multicapa con las que

TABLA 2

Distribución de los individuos intransigentes entre las capa de la red multicapa.

	Capa L_1 : Red aleatoria	Capa L_2 : Red mundo pequeño	Capa L_3 : Red libre de escala
Distribución 0	0	0	0
Distribución 1	0	1	1
Distribución 2	1	0	1
Distribución 3	1	1	0
Distribución 4	1	1	1
Distribución 5	2	2	2

se trabajó (ver Tabla 1). Para cada configuración se realizaron 100 experimentos numéricos y gracias a estas se obtuvo la curva de la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ y su respectiva desviación estándar.

Mediante $\langle S \rangle$ se muestra la evolución de opinión del sistema. Inicialmente la opinión de un individuo puede ser diferente a la opinión de los demás, pero después de un transitorio, la opinión promedio se mantiene constante en el tiempo aunque las opiniones individuales puedan seguir variando. Es aquí donde el sistema alcanza la estabilización caracterizada por el valor de equilibrio que la opinión promedio alcanza, denotado como $\langle S \rangle_{eq}$.

En la Fig. 4, se muestra la evolución del grado promedio de la red multicapa obtenido a partir de 100 simulaciones numéricas para las configuraciones presentadas en la Tabla 1. La variación del grado promedio se estudió en función de la probabilidad de conexión, lo que permite evaluar cómo cambia la estructura de la red a medida que aumenta la densidad de enlaces. Se observa que, para valores de probabilidad cercanos a 1, la red se vuelve altamente conectada; en otras palabras, los individuos están altamente vinculados. Para valores cercanos a 0.2, la conectivi-

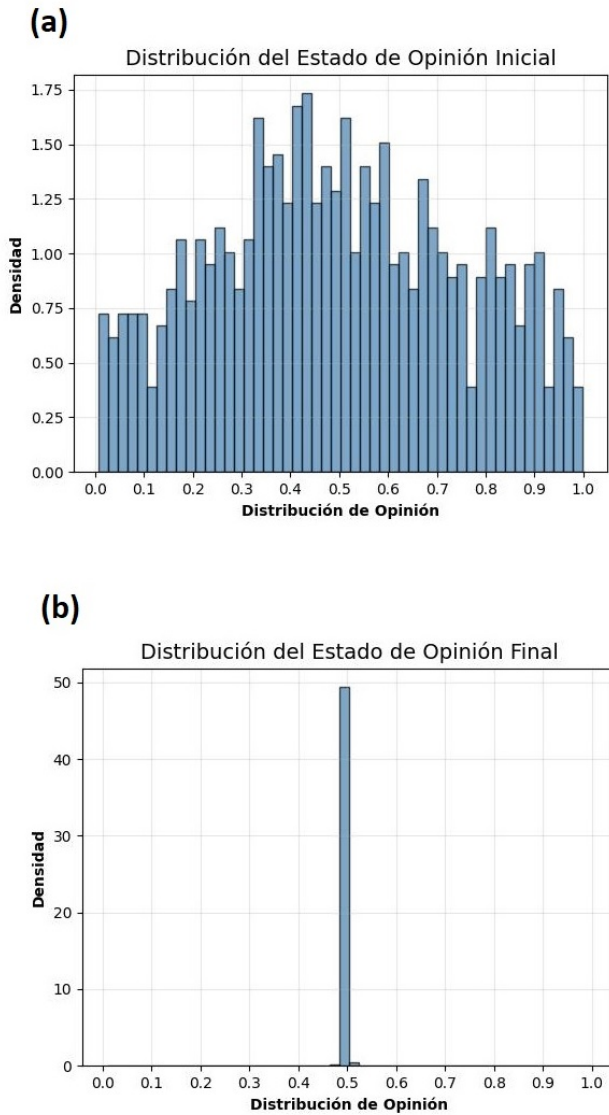


Fig. 2.— (a) Distribución inicial de opiniones en la red multicapa, siguiendo una distribución Gaussiana. (b) Distribución final de opiniones tras 600 pasos de tiempo, donde todas las opiniones llegaron a un mismo valor.

dad es significativamente menor lo cual nos indica que los individuos en una red multicapa no tienen muchos conocidos dentro de cada capa.

En la Fig. 5, se distinguen las curvas correspondientes a cada configuración de red multicapa en relación a cada uno de los casos mencionados en §3.2.1. Se puede observar que las curvas presentan evoluciones muy diversas del estado de opinión promedio. Algunas mostrando inicialmente la tendencia de una evolución a valores crecientes y otras a valores decrecientes de $\langle S \rangle$; esto se debe a la sensibilidad a las condiciones iniciales de las opiniones individuales (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017). Sin embargo, todas llegan a una situación de estabilización después de un transitorio. También se observa que algunas curvas no presentan evolución o simplemente la evolución de estas ocurre entre 1 a 3 pasos de tiempo como, por ejemplo, en la Fig. 5(a) las configu-

raciones 1 (azul), 4 (celeste) y 7 (negro). Esto puede deberse al hecho de que para el primer caso, las redes multicapa presentan una alta conectividad entre los individuos presentes, lo que provoca una rápida estabilización del estado de opinión promedio. Otro motivo por el cual pudiese existir esta rápida evolución a la estabilidad es por el hecho de que estas redes multicapa presentan la misma topología de red en sus capas: La configuración 1 presenta una topología de red aleatoria; la configuración 4 presentan una topología de red mundo pequeño; y en la configuración 7, todas las capas tienen una topología libre de escala.

Notemos también que las redes que tienen un mayor transitorio son las configuraciones 8 (naranja) y 9 (morado). El tiempo en el que ambas alcanzan su estabilización es cercano a los 300 pasos. Lo común a estas dos redes multicapa 8 y 9 es que ambas presentan una topología de red libre de escala en sus dos primeras capas, y la restante capa presenta una topología de red aleatoria, y mundo pequeño, respectivamente.

En la Fig. 5(b), se presentan las curvas obtenidas para el caso B. A diferencia de la Fig. 5(a), notamos que una mayor cantidad de configuraciones presentan un transitorio. La mitad de estas configuraciones que son la configuración 2 (verde), 3 (rojo), 6 (mostaza), 9 (morado) y 10 (marrón), llegan a su estabilización entre los 120 y 140 pasos de tiempo, mientras que las configuraciones 5 (fucsia) y 8 (naranja) la alcanzan entre los 170 y 190 pasos. En la Fig. 5(c) observamos las distintas curvas de las configuraciones de redes multicapa aplicadas al caso C. Las curvas que más destacan dentro de este caso son las configuraciones 2 (verde) y 5 (fucsia). El transitorio de la configuración 5 es apreciable y puede llegar a ser de alrededor de 240 pasos de tiempo; en tanto, para la configuración 2, el valor transitorio de $\langle S \rangle$ es menos pronunciado, aún cuando su estabilización puede tomar más de 300 pasos. En estas dos redes multicapa solo existe la presencia de dos topologías de red: aleatoria y mundo pequeño.

A partir de todas estas observaciones podemos resaltar el hecho de que en redes multicapa es posible llegar a la estabilización al igual que se logró en (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017) donde solo se trabajó con redes monocapa. La diferencia radica en los pasos de tiempo; en las redes monocapa estudiadas en (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017), la estabilización se alcanza entre los 5 y 10 pasos de tiempo; en cambio para las redes multicapa, alcanzar la estabilización toma un número de pasos de tiempo mayor a 100.

El valor del estado de opinión promedio inicial (el cual es aproximadamente 0.5) usado como referencia está representado mediante una línea gris segmentada (Fig. 5). Mediante este valor se determina en cuánto las curvas de los estados de opinión promedio $\langle S \rangle$ se alejan de la referencia. Las curvas de las configuraciones presentadas para el caso A (Fig. 5(a)) son las que más se alejan de la línea segmentada referencial (exceptuando algunas configuraciones como

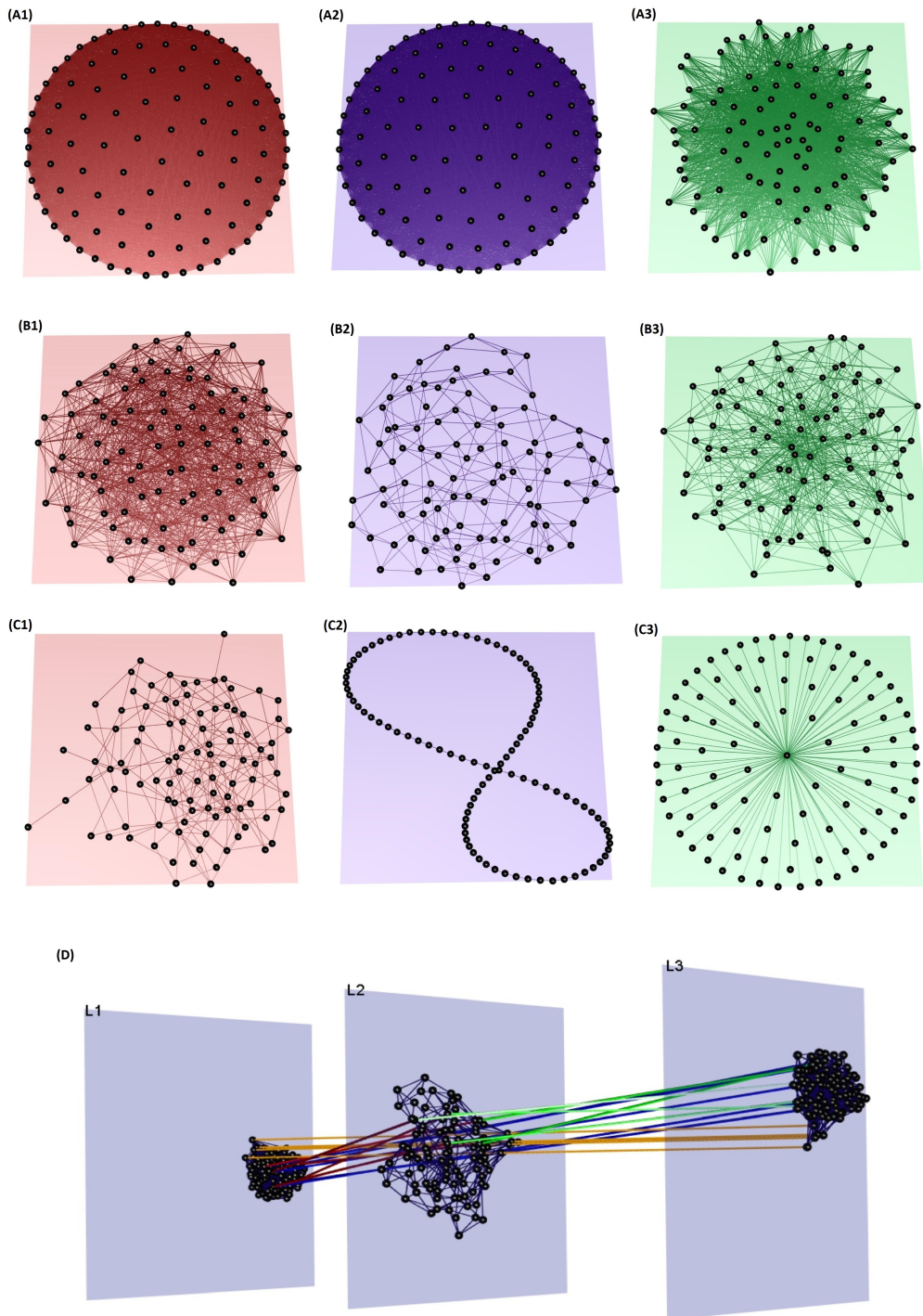


Fig. 3.— Representación de las distintas topologías de red en los tres casos analizados: (A1), (A2) y (A3) corresponden a una red aleatoria, una de mundo pequeño y una libre de escala, respectivamente, en el caso A (redes altamente conectadas). (B1), (B2) y (B3) muestran las mismas topologías bajo el caso B (redes con poca conectividad); en tanto que (C1), (C2) y (C3) presentan las mismas configuraciones en el caso C (redes artificiales). (D) Ejemplo de red multicapa con la configuración 10 de la Tabla 1, (L_1 : Red aleatoria; L_2 : Red mundo pequeño; L_3 : Red libre de escala), bajo el caso B. Los enlaces rojos representan los vínculos entre individuos de L_1 y L_2 ; los enlaces azules, las conexiones entre L_1 y L_3 ; los enlaces verdes, los vínculos entre L_2 y L_3 . Finalmente, los enlaces amarillos conectan a los individuos réplica entre las distintas capas. (Imágenes generadas en el software muxViz).

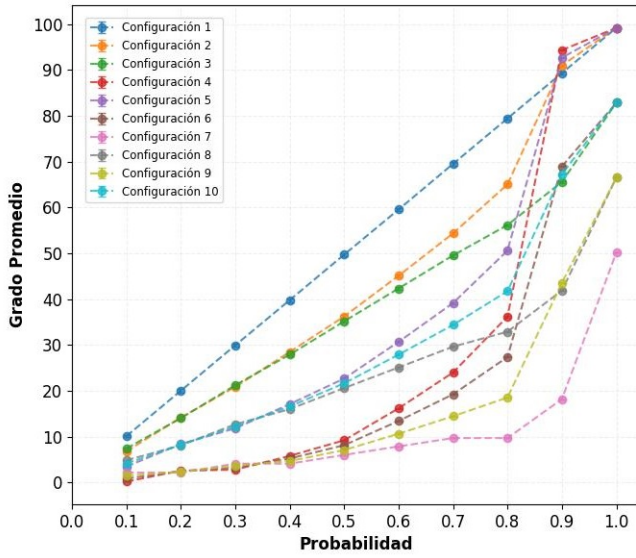


Fig. 4.— Grado promedio de la red multicapa en función de la probabilidad de conexión. Se realizaron 100 simulaciones por configuración y se observó que para valores de probabilidad cercanos a 1, la red es altamente conectada, mientras que para valores cercanos a 0.2, la conectividad es significativamente menor.

ser la 1 (azul) y la 2 (rojo)), lo opuesto a lo que ocurre para el caso C (Fig. 5(c)) donde las curvas presentan valores más próximos al valor de referencia. Esto corrobora los resultados presentados en (Subieta-Frías & Ramírez-Ávila 2017), lo que nos indica que la evolución del estado de opinión promedio se aleja más del valor de referencia cuando los individuos están altamente conectados; mientras que, cuando no existen muchos vínculos (bajo valor del grado de la red), la evolución se mantiene cercana al valor inicial.

Cuando se estudia este tipo de sistemas sociales y la evolución de opinión del grupo, se busca determinar si el sistema alcanza el consenso, el cual es un estado que indica el acuerdo de opinión de todos los individuos respecto a un determinado tema de discusión. Es por eso que para lograr este estado es necesario la interacción entre las personas que conforman el grupo social.

Un indicador estadístico que está ligado a este concepto y el cual nos ayuda a determinar el grado de consenso alcanzado es la desviación estándar; mediante la misma se puede observar la dispersión de los datos (en este caso, las opiniones de los individuos). Si el valor de la desviación estándar es alto, las opiniones individuales del grupo difieren unas de otras; caso contrario, el valor de la desviación estándar es nula o tiende a cero, mostrando así una tendencia al consenso.

En la Fig. 6, se presentan las desviaciones estándar de las configuraciones en cada caso. En la Fig. 6(a) se observa que todas las curvas de desviación estándar para el caso A tienden a disminuir y asintóticamente a cero; sin embargo, ninguna de ellas alcanza el valor cero a pesar que sus respectivas curvas de la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ llegaron a la estabilización. El caso A

es una buena situación para poder entender la diferencia entre estabilización y consenso. Se observa que en la Fig. 5(a), las curvas llegan a estabilizarse después de un determinado tiempo; pero no se observa una estabilización de sus respectivas desviaciones estándar. Lo anterior es un indicador de que no se llegó al consenso. Sin embargo, la tendencia seguida por las curvas de desviación estándar nos dan los elementos para prever un eventual alcance del consenso, aunque para lograr lo anterior, se requiere tiempos mayores a 600.

En la Fig. 6(b) se observa que todas las curvas de la desviación estándar tienden asintóticamente a cero, mostrando así que los grupos sociales de las 10 redes multicapa alcanzan el consenso cuando estas están débilmente vinculadas (valor pequeño del grado de la red).

La situación del caso C mostrada en la Fig. 6(c), las configuraciones 3 (rojo), 7 (negro) y 8 (naranja) tienden al consenso en pasos de tiempo cercanos a los 300. En cambio, las demás configuraciones aún no llegaron a un consenso, pero, al igual que en la Fig. 6(a), se puede prever una tendencia asintótica a cero.

En la Fig. 7, se presenta una comparación tanto de las evoluciones de los estados de opinión promedio $\langle S \rangle$ como de sus respectivas desviaciones estándar para la configuración 10 aplicada a los tres casos. Se escogió hacer la comparación de esta configuración debido a que es la única que presenta tres distintas topologías de red en cada una de las capas de la red multicapa; es decir, la capa L_1 tiene una topología de red aleatoria, L_2 es una red mundo pequeño y L_3 es una red libre de escala. En la Fig. 7(a) se muestra las evoluciones de los estados de opinión promedio notando que para el caso A (morado) la estabilización ocurre para un valor cercano a los 200 pasos; para el caso B (verde añil) a los 130 pasos; y finalmente para el caso C (rosa), observamos que la estabilización no llega hasta después de los 235 pasos de tiempo. En la Fig. 7(b) se presentan las respectivas curvas de la desviación estándar. Notamos que para los casos A (morado) y C (rosa) las curvas parecen tender asintóticamente a 0; en cambio, para el caso B (verde añil) vemos que se alcanzó el consenso para un valor cercano a los 420 pasos de tiempo.

4.2. Intransigentes en la red multicapa

A continuación se procede a analizar el efecto de la presencia de los individuos intransigentes en las redes multicapa (ver §3.2.2). Al igual que en la sección anterior, se obtuvieron las curvas que muestran la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ realizando 100 experimentos numéricos para cada distribución, lo que se presenta en la Tabla 2. La Fig. 8 resalta este hecho tomando como ejemplo ilustrativo la distribución 3 (cuando en la red multicapa existe la presencia de un individuo intransigente en las capas L_1 y L_2) dentro del contexto en el que los individuos presentes en las capas de la red multicapa están altamente vinculados unos con otros (caso A). En la Fig. 8 se observa la evolución del estado de opinión

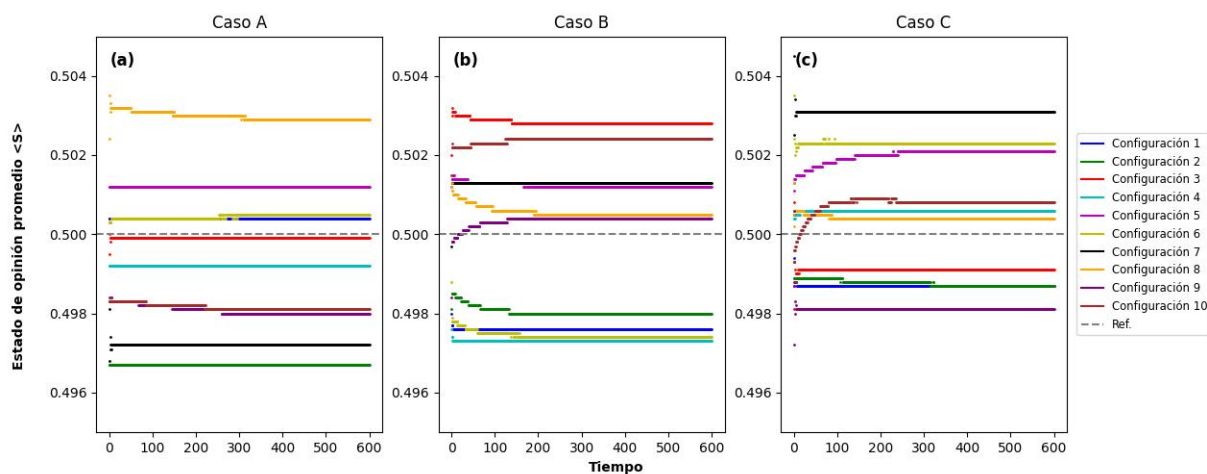


Fig. 5.— Evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ de las distintas configuraciones de redes multicapa presentadas en la Tabla 1 aplicadas a cada caso.

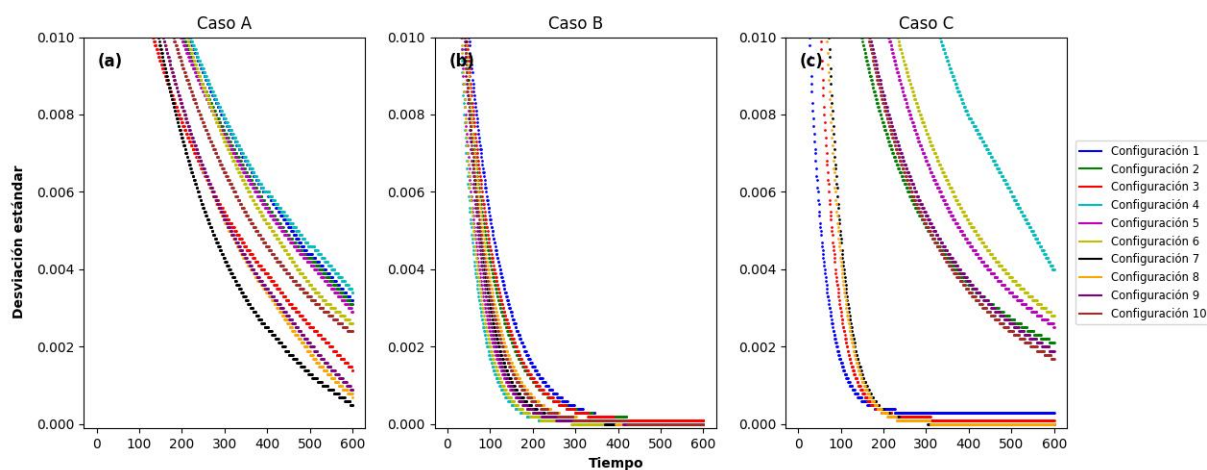


Fig. 6.— Evolución de la desviación estándar en relación a la Fig. 5.

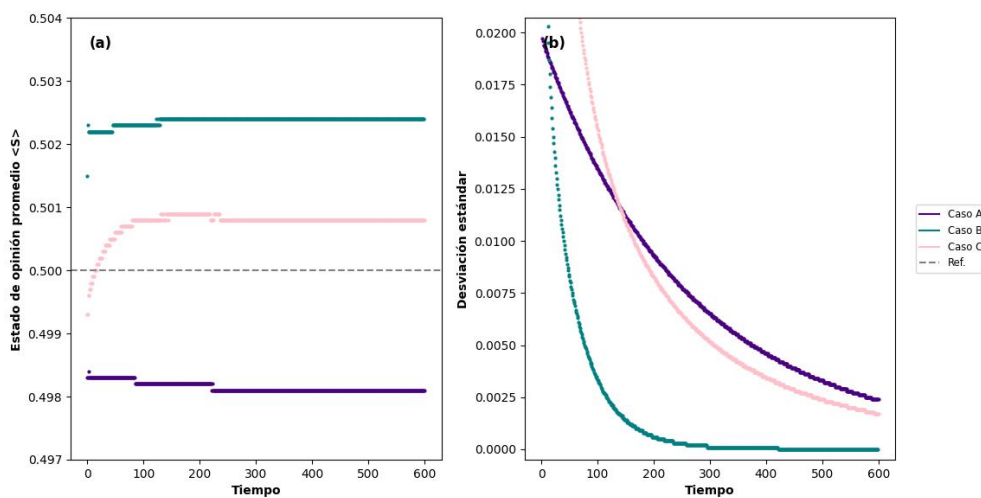


Fig. 7.— Comparación de las evoluciones del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ y de sus respectivas desviaciones estándar para la configuración 10 (L_1 : Red aleatoria, L_2 : Red mundo pequeño, L_3 : Red libre de escala) dentro del contexto de los tres casos.

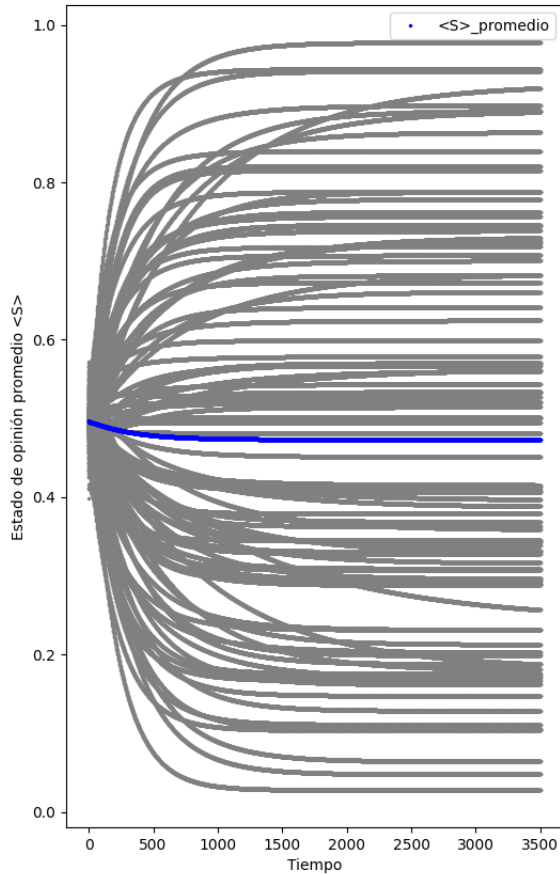


Fig. 8.— Evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ de la red multicapa cuando en esta existe la presencia de un individuo intransigente en la capa L_1 : Red aleatoria y en la capa L_2 : Red mundo pequeño (distribución 3). Las curvas grises representan cada uno de los valores del estado de opinión de los 100 experimentos numéricos realizados para este caso; mientras que la curva azul representa el estado de opinión promedio de estos 100 experimentos numéricos.

promedio $\langle S \rangle$ que se obtuvo para cada uno de los 100 experimentos numéricos (curvas grises). Se nota que algunas curvas alcanzan su valor de equilibrio $\langle S \rangle_{eq}$ cercano a los valores extremos 0 y 1, mostrando así la alta influencia que puede llegar a tener la presencia de los intransigentes en la red multicapa (Hu et al. 2017). La curva azul representa la curva promedio correspondiente a los 100 experimentos numéricos.

En la Fig. 9 se muestran las respectivas curvas de las evoluciones del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ de cada caso presentado en la Tabla 2. La distribución 0 (azul) es aquella en la que no existe presencia de intransigentes en las capas de la red lo cual hace que su respectivo valor de $\langle S \rangle_{eq}$ sea el más cercano al valor de referencia 0.5, representado por la línea segmentada gris. Por otro lado, la introducción de intransigentes hace que los valores de $\langle S \rangle_{eq}$ sean considerablemente diferentes, llegando a ser en algunas situaciones mayores que 0.52 o menores que 0.48. También se observa que el valor de $\langle S \rangle_{eq}$ alcanzado difiere según las distribuciones analizadas; de la misma forma, los valores $\langle S \rangle_{eq}$ de las diferentes distribuciones analizadas, varían según el caso

dentro de la cual se esté aplicando (ver §3.2.1). En la Fig. 9(a), la cual representa la situación de redes multicapa altamente conectadas (caso A); los casos que más se alejan del valor de referencia corresponden a las distribuciones 4 (fucsia) y 5 (mostaza), alcanzando sus valores de equilibrio $\langle S \rangle_{eq}$ aproximadamente en 0.53 y 0.47, respectivamente. Para la situación donde las redes multicapa presentan pocas conexiones (caso B), en la Fig. 9(b), las distribuciones 1 (verde) y 4 (fucsia) son aquellas cuyos valores de $\langle S \rangle_{eq}$ están por encima y por debajo de 0.51 y 0.49, respectivamente. Finalmente, para la situación de redes artificiales (caso C), en la Fig. 9(c), los valores de $\langle S \rangle_{eq}$ alcanzados sobre están por debajo de 0.48 que se da para las distribuciones 3 (celeste) y 4 (fucsia). Nótese que para la distribución 4 (fucsia), correspondiente a la presencia de un individuo intransigente en cada una de las capas de la red, es aquella que presenta el mayor valor de $\langle S \rangle_{eq}$ dentro de los tres casos.

Analizando los transitorios más relevantes observamos que, para el caso A (redes altamente conectadas) (Fig. 9(a)), los transitorios de las distribuciones 1 (verde) y 2 (rojo) son más largos en comparación a las demás distribuciones dentro de esta situación. Para la distribución 1 (donde existe la presencia de un intransigente en las capas L_2 : Red mundo pequeño y L_3 : Red libre de escala) la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ alcanza el equilibrio después de 2500 pasos de tiempo; en tanto que para la distribución 2 (donde existe la presencia de un intransigente en las capas L_1 : Red aleatoria y L_3 : Red libre de escala) la convergencia del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ ocurre después de los 2300 pasos.

Tanto para el caso B (redes con pocas conexiones) (Fig. 9(b)) como para el caso C (redes artificiales) (Fig. 9(c)), el transitorio mayor ocurre nuevamente para la distribución 1 (verde) donde la evolución llega a su valor de equilibrio $\langle S \rangle_{eq}$ para valores cercanos a 2400 y 2200 pasos de tiempo, respectivamente. De esta forma, se puede resaltar que la distribución que mayor tiempo le toma alcanzar su estabilización es la 1; esto debido a la presencia de un intransigente en las capas L_2 (red mundo pequeño) y L_3 (red libre de escala).

Otro punto importante surge de la observación de la Fig. 9 en la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ de la distribución 5 dentro de los tres casos de red. Esta distribución caracterizada por tener la presencia de dos intransigentes en cada una de las capas de la red es la que presenta una mayor pendiente en todas las situaciones; su estabilización es más rápida comparada a las otras distribuciones.

En la Fig. 10 se presenta la desviación estándar de cada distribución de la Tabla 2. Se observa que la evolución de la curva para la distribución 0 (azul) tiende a cero para los tres casos, lo cual nos muestra que, en ausencia de individuos intransigentes, la red multicapa tiende al consenso.

Debido a la presencia de intransigentes se observa que las desviaciones estándar para cada distribución presentan distintas evoluciones, y estas alcanzan el equilibrio para valores diferentes de cero. Lo anterior

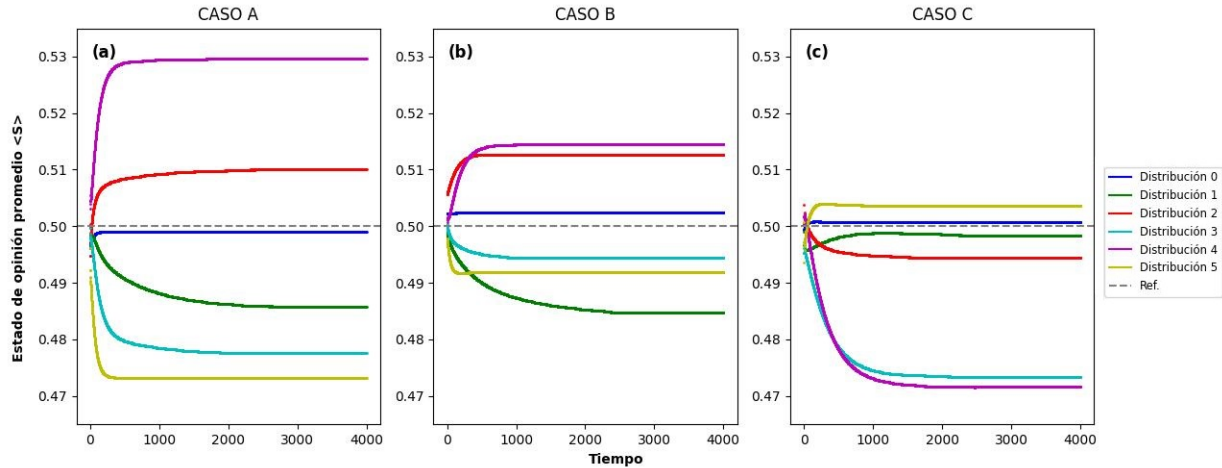


Fig. 9.— Evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ cuando existen individuos intransigentes en la red multicapa (configuración 10 de la 1) para cada caso. Cada distribución indica el número de intransigentes presentes en cada capa de la red (ver Tabla 2).

indica que estos grupos sociales no alcanzan el consenso. En la Fig. 10(a) observamos que el comportamiento de la dispersión de opinión para las distribuciones 1 (verde) y 2 (rojo) es similar llegando a estar casi sobrepuestas. Las distribuciones que muestran un mayor alejamiento del consenso en todos los casos corresponden a la 4 (fucsia) y 5 (mostaza), que denotan situaciones en las que existe un individuo intransigente en cada capa y dos individuos intransigentes en cada capa, respectivamente. Entonces, se constata el hecho de que mientras más intransigentes estén presentes en la red multicapa, estas tienden a alejarse del consenso.

Para finalizar, observe que en las distribuciones 1 (verde), 2 (rojo) y 3 (celeste), el número de intransigentes a lo largo de la red multicapa es de 2. Estos 2 individuos están distribuidos teniendo a uno por capa y dejando una capa libre de intransigentes. Por lo tanto, podemos resaltar que, entre estas tres distribuciones, la 3 (cuando un intransigente está presente tanto en la capa L_1 : Red aleatoria como en la capa L_2 : Red mundo pequeño) es la que está más alejada del consenso.

5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se estudiaron redes multicapa analizando la dinámica de opinión de los individuos presentes mediante un modelo de evolución discreta. Se consideraron distintas configuraciones de redes multicapa haciendo que las capas involucradas presenten distintas combinaciones de topología de red (ver Tabla 1). Mediante estas configuraciones se estudiaron tres casos (ver § 3.2.1) donde dos de ellos presentan una semejanza a grupos sociales de la vida real y el otro tiene características más artificiales.

El caso A simula la existencia de una alta conectividad entre los individuos de las redes multicapa mostrando así que las configuraciones 8 (L_1 : Red libre de escala, L_2 : Red libre de escala, L_3 : Red aleatoria) y 9 (L_1 : Red libre de escala, L_2 : Red libre de escala, L_3 : Red mundo pequeño) son aquellas que toman mayor tiempo en alcanzar la estabilidad.

El caso B representa cuando los vínculos entre los

individuos presentes en las capas son pocos obteniendo así que las configuraciones 5 (L_1 : Red mundo pequeño, L_2 : Red mundo pequeño, L_3 : Red aleatoria) y 8 (L_1 : Red libre de escala, L_2 : Red libre de escala, L_3 : Red aleatoria) llegan a su valor de estabilización entre los 170 y 190 pasos, siendo estas las configuraciones con mayor transitorio.

En el caso C, las topologías de red presentan características las cuales no son muy cercanas a la realidad; sin embargo, estas redes artificiales nos sirven como objeto de estudio y también desde una perspectiva conceptual. El análisis de la evolución del estado de opinión en estos supuestos grupos sociales nos lleva a concluir que la configuración 10 (L_1 : Red aleatoria, L_2 : Red mundo pequeño, L_3 : Red libre de escala) es aquella que presenta un mayor transitorio antes de lograr su estabilización en aproximadamente 235 pasos de tiempo.

Se obtuvieron las respectivas desviaciones estándar para cada configuración de red multicapa dentro de los tres casos considerados. Mediante la observación de la evolución de las desviaciones estándar se concluye que, después de un cierto tiempo es posible alcanzar la situación de consenso. Sin embargo, para algunas configuraciones de redes multicapa alcanzar dicha situación tomaría tiempos mayores a los 600 pasos.

Posteriormente se estudió el efecto de la presencia de los individuos intransigentes en la configuración 10 de red multicapa (L_1 : Red aleatoria, L_2 : Red mundo pequeño, L_3 : Red libre de escala). Mediante esta red, los intransigentes fueron repartidos entre las capas generando diferentes distribuciones de estudio (ver Tabla 2). Se obtuvieron diferentes curvas de la evolución del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ para las distintas distribuciones que fueron aplicadas dentro del contexto de cada caso mencionado en § 3.2.1. La distribución 4 en la cual existe la presencia de un individuo intransigente en cada una de las capas de la red, es aquella que presentó un mayor valor de $\langle S \rangle_{eq}$ en todos los casos.

También se analizaron las curvas de evolución de la desviación estándar para las distintas distribu-

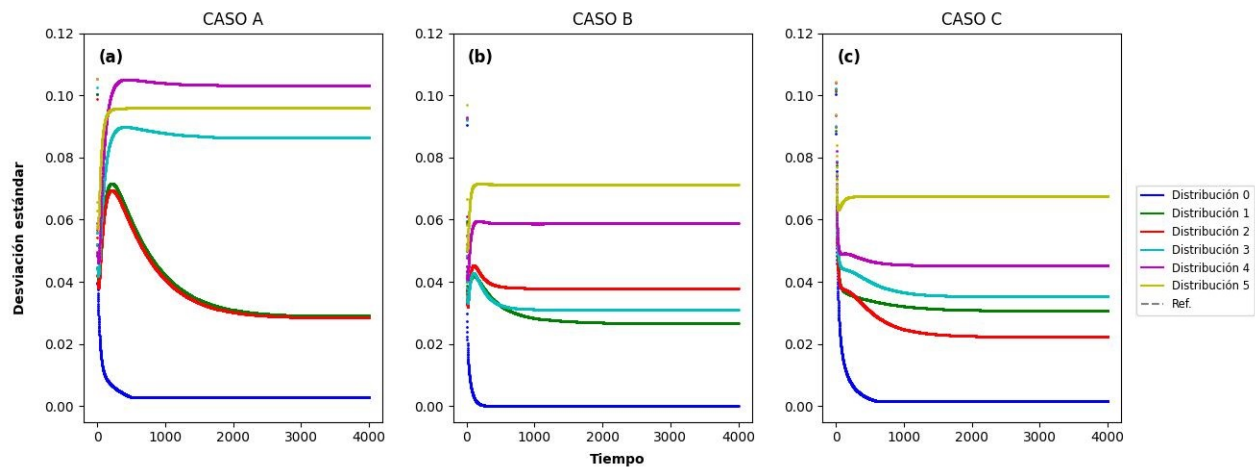


Fig. 10.— Evolución de la desviación estándar en relación a la Fig. 9.

ciones demostrando que a medida que aumenta el número de individuos intransigentes en la red multicapa, esta tiende a alejarse más del consenso.

Mediante este trabajo se mostró la importancia de las topologías de red en las redes multicapa y cómo la combinación de estas a lo largo de la red genera diferentes comportamientos del estado de opinión promedio $\langle S \rangle$ hasta alcanzar su estabilización. Por otro lado, se mostró el alejamiento del consenso y la dispersión de opiniones debido a la presencia de los individuos intransigentes en las redes multicapa.

Este trabajo marca los primeros lineamientos en el estudio de redes multicapa y puede ser ampliado a otras situaciones como ser: Considerar otras combinaciones de topologías de red; incluir más indivi-

duos intransigentes en las diferentes capas para así poder hallar una correlación entre el número de intransigentes y el tiempo de estabilización del sistema; además de estudiar otros fenómenos sociales tales como el surgimiento de polarización.

AGRADECIMIENTOS

GMRA agradece el financiamiento del programa de investigación e innovación Horizonte 2020 de la Unión Europea en virtud del acuerdo de subvención Marie Skłodowska-Curie N° 101034383.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Balenzuela, P., Pinasco, J. P., & Semeshenko, V. 2015, *PLoS ONE*, 10, e0139572
- Barabási, A. L. 2003, *Linked: The New Science of Networks* (Perseus Publishing, Cambridge)
- Barabási, A. L. & Albert, R. 1999, *Science*, 286, 509
- Degroot, M. H. 1974, *Journal of the American Statistical Association*, 69, 118
- Domenico, M. D. 2022, *Multilayer Networks: Analysis and Visualization-Introduction to muxViz with R* (Springer, Cham)
- Erdős, P. & Rényi, A. 1960, *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*, 5, 17
- Galam, S. 2013, *Sociophysics: A Physicist's Modeling of Psychological Phenomena* (Springer, New York)
- Galam, S. & Jacobs, F. 2007, *Physica A*, 381, 366
- Granovetter, M. S. 1973, *American Journal of Sociology*, 78, 1360
- Holley, R. A. & Liggett, T. M. 1975, *The Annals of Probability*, 643
- Hu, H. B., Li, C. H., & Miao, Q. Y. 2017, *Advances in Complex Systems*, 20, 1750015
- Ising, E. 1925, *Zeitschrift für Physik*, 31, 253
- Krause, S. M. & Bornholdt, S. 2012, *Physical Review E*, 86, 056106
- Kuperman, M. & Zanette, D. 2002, *European Physical Journal B*, 26, 387
- Maity, S. K., Manoj, T. V., & Mukherjee, A. 2012, *Physical Review E*, 86, 036110
- Nardini, C., Kozma, B., & Barrat, A. 2008, *Physical Review Letters*, 100, 158701
- Noble, J., Davy, S., & Franks, D. W. 2004, in *From Animals to Animats 8: Proceedings of the Seventh (ie Eighth) International Conference on Simulation of Adaptive Behavior*, Vol. 8, MIT Press, 395
- Schweitzer, F. 2018, *Physics Today*, 71, 40
- Subieta-Frías, V. & Ramírez-Ávila, G. M. 2017, *Revista Boliviana de Física*, 31, 3
- . 2023, *AIP Conference Proceedings*, 2731, 050003
- Watts, D. J. & Strogatz, S. H. 1998, *Nature*, 393, 440
- Xiong, F. & Liu, Y. 2014, *Chaos*, 24, 013130 1
- Zanette, D. H. 2009, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367, 3311

ESTUDIO ESTRUCTURAL Y MICROESTRUCTURAL DE PIGMENTOS BLANCOS ARQUEOLÓGICOS DE LA SOCIEDAD MOCHE (200-750/800 D.C.) POR DIFRACCIÓN DE RAYOS X Y REFINAMIENTO RIETVELD

STRUCTURAL AND MICROSTRUCTURAL STUDY OF ARCHAEOLOGICAL WHITE PIGMENTS FROM THE MOCHE SOCIETY (200-750/800 AD) BY X-RAY DIFFRACTION AND RIETVELD REFINEMENT

ELVIRA ZEBALLOS-VELÁSQUEZ^{1,a,†}, GABRIEL PRIETO^{2,b}, FRANK MOYA^{1,c}, LUIS LIZÁRRAGA^{1,d}, & ESTEBAN ASTO^{1,e}

¹ Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

² Departamento de Antropología, Universidad de Florida, 330 Newell Drive, Gainesville, Florida 32611, USA

(Recibido 2 de septiembre de 2024; aceptado 25 de noviembre de 2024)

<https://doi.org/10.53287/maft2297rx69w>

RESUMEN

Pampa La Cruz es uno de los complejos arqueológicos más importantes de la costa norte peruana. Uno de los principales desafíos es el estudio de sus pinturas murales y pigmentos, con fines de preservación y puesta en valor. Con esta perspectiva, el presente estudio fue orientado a determinar cualitativa y cuantitativamente la composición mineralógica de los pigmentos murales de este sitio e identificar la presencia de agentes de deterioro. Se aplicó la técnica de difracción de rayos X; las intensidades de difracción se analizaron por refinamiento de la estructura cristalina del modelo teórico, aplicando el método de Rietveld. Los resultados del refinamiento proporcionaron información sobre los parámetros a nivel de estructura y microestructura de cada fase identificada, además de su porcentaje en peso. En todas las muestras se identificó cuarzo, arcillas y sal halita. Estos resultados difieren de los obtenidos en investigación anterior respecto al pigmento blanco del sitio Huaca de La Luna.

Palabras clave: Pigmento – Microestructura – Difracción de rayos X – Método de Rietveld.

ABSTRACT

Pampa La Cruz is one of the most important archaeological complexes on the Peruvian north coast. One of the main challenges is the study of its wall paintings and pigments, for the purpose of preservation and enhancement. With this perspective, the present study was oriented to qualitatively and quantitatively determine the mineralogical composition of the wall pigments of this site and to identify the presence of deterioration agents. The X-ray diffraction technique was applied and the diffraction intensities were analyzed by the refinement of the crystal structure of the theoretical model applying the Rietveld method. The refinement results provided information on the parameters associated with the structure and microstructure of each identified phase, as well as, its weight percentage. Quartz, clays and halite salt were identified in all pigment samples. These results differ from those obtained in previous research regarding the white pigment from the Huaca de La Luna site.

Subject headings: Pigment – Microstructure – X-ray diffraction – Rietveld method.

1. INTRODUCCIÓN

Son diversas las dificultades en torno a la conservación y mantenimiento de los sitios arqueológicos de Perú, lo que, en la mayoría de los casos, hace inevitable su deterioro en el tiempo. Varios factores influyen en este deterioro, particularmente los relacionados con el medio ambiente, más aún cuando se trata de

sitios ubicados próximos al océano pacífico como los de la costa norte peruana, los cuales poseen pinturas murales y relieves en barro sensibles a los efectos de estos factores. Por ello, se requiere profundizar la investigación de estos y otros factores que podrían estar contribuyendo a este deterioro. Es indispensable, pues, una mayor atención a esta problemática, dar una justa valoración a este patrimonio cul-

^a<https://orcid.org/0000-0002-5957-1639>

^b<https://orcid.org/0000-0001-6229-986X>

^c<https://orcid.org/0000-0001-6320-3006>

^d<https://orcid.org/0000-0002-7049-2018>

^e<https://orcid.org/0000-0003-4366-6091>

^{a†} Email: ezeballosv@unmsm.edu.pe (correspondencia)

^b Email: ogabriel.prietob@ufl.edu

^c Email: frank.moya@unmsm.edu.pe

^d Email: luis.lizarraga4@unmsm.edu.pe

^e Email: elvis27anis@gmail.com

tural, mejorar las metodologías de investigación arqueométrica y aplicar los resultados obtenidos, todo esto en estrecha coordinación y colaboración multidisciplinaria.

A nivel de aplicación, estos estudios permiten desarrollar una mejor visión de, por ejemplo, cómo las sales afectan las estructuras de barro, frisos y pinturas murales, proponiendo nuevas y mejores técnicas en la prevención y conservación de estos importantes sitios arqueológicos. A nivel científico, permiten definir la naturaleza de los pigmentos utilizados en determinado sitio arqueológico y establecer si se trata de los mismos usados en otros sitios contemporáneos o si se trata de una variación local, determinando la procedencia, preparación y tipos de pigmentos usados.

Con estos propósitos, investigaciones con importantes resultados sobre uso de pigmentos y sobre todo en pinturas murales, sus fuentes, la elaboración de las mezclas colorantes y la proporción de sus componentes, han sido realizadas en diversos sitios arqueológicos de la región costera peruana, entre los cuales está Huaca de La Luna (Wright 2008; Zeballos-Velásquez et al. 2013), Tambo Colorado (Wright et al. 2015; Zeballos-Velásquez et al. 2019), Pampas Gramalote (Prieto et al. 2016), Pampa La Cruz (Zeballos-Velásquez et al. 2022), entre otros. En esta misma línea y aplicando la metodología utilizada en los estudios referidos arriba, el presente trabajo es otro esfuerzo para profundizar el estudio y la evaluación de los factores que afectan las estructuras de pinturas murales, trabajo cuyo contexto describimos seguidamente.

La sociedad Moche, desarrollada entre el 200 - 750/800 d.C. en la Costa Norte del Perú, se caracteriza por su alto desarrollo político, religioso, social y económico. Esta complejidad social se materializó en centros urbanos donde miles de personas desarrollaron actividades cotidianas y civiles. También, en estos centros urbanos, hábiles artesanos trabajaron los metales, cerámica, piedra y otros materiales para producir bienes suntuarios y domésticos. Junto a estos centros urbanos, los Moche construyeron monumentales templos prolijamente decorados con frisos de barro y pintura mural, bellamente ornamentados con pigmentos en su mayoría de origen mineral (Alva 1994; Bawden 1996; Chapdelaine 2001; Castillo & Uceda 2008; Donnan & McClelland 1999; Trever 2017; Bazán 2022). Poco se ha hecho a la fecha por investigar los sitios habitacionales rurales o donde vivió la gente común, que fue el grueso de la población. Algunas excepciones en el valle de Moche son los trabajos hechos por Brian Billman en el sitio de Cerro León (Brian et al. 2019), la compilación de sitios domésticos Moche en la margen derecha del valle del mismo nombre (Gamboa & Nesbitt 2012) y los trabajos realizados por el Programa Arqueológico Huanchaco desde el 2016 a la fecha en la zona de Huanchaco (Prieto et al. 2016; Fernandez & Prieto 2022). Las excavaciones arqueológicas realizadas en el sitio de Pampa La Cruz, en Huanchaco (litoral del valle de Moche), han arrojado datos muy importan-

tes para la comprensión de los aspectos cotidianos de la sociedad Moche.

Pampa La Cruz fue un sitio residencial de pescadores ubicado sobre una terraza marina, a unos 350 m de la orilla del mar. El sitio, durante la ocupación Moche, tuvo una extensión de aproximadamente 4 ha. donde el componente principal fueron conjuntos residenciales, posiblemente multifamiliares. En el extremo oeste, los Moche construyeron una plataforma ceremonial de 2 a 2.5 m de alto y unos 484 m² de extensión. Este edificio fue el resultado de muchas remodelaciones arquitectónicas, donde el elemento central fue una plataforma con rampa que miraba hacia el mar y donde hubo un altar/trono en forma de "U". Las paredes de este edificio fueron hechas con piedras de playa unidas con mortero de barro y enlucidas con un barro más fino, sobre las cuales algunas fueron pintadas con pigmentos principalmente blancos y rojos (Fernandez & Prieto 2022).

Durante las excavaciones arqueológicas de la temporada 2018 realizadas en el sitio arqueológico Pampa La Cruz (figura 1), se registró la primera evidencia de pinturas murales del Periodo Moche en un sitio no-monumental. Hasta la fecha, se creía que la decoración con pintura mural era exclusiva de sitios piramidales monumentales construidos con adobes de barro (Franco 2009, 2021; Trever 2022). Los hallazgos de Huanchaco cambian esta perspectiva e indican que la pintura mural también fue utilizada por los Moche para decorar estructuras ceremoniales menores en zonas residenciales, como aldeas de pescadores. Los murales identificados en Huanchaco presentaron colores rojo, blanco, azul, negro, marrón y amarillo. Debido a que estas pinturas murales no se encuentran en buen estado de conservación, en los últimos años han sido realizados esfuerzos para la investigación de los pigmentos empleados en las pinturas (Asto et al. 2022), a fin de determinar la presencia de sales u otros agentes contaminantes que contribuyen al deterioro de estas pinturas. Dichos estudios han sido realizados mediante análisis cualitativo/cuantitativo de su composición mineralógica y de aspectos estructurales relacionados con sus propiedades físicas.

La fuente más común de sales es el mar, de tal manera que cuando el monumento se halla cerca o frente al mar, su deterioro puede resultar severo (Al-Agha 2006; Mauricio et al. 2005; Andriani & Walsh 2007). El ambiente marino está constituido por partículas de niebla, las cuales contienen sales disueltas. Estas partículas son depositadas por el viento sobre las superficies y, dependiendo de las condiciones de temperatura, pueden cristalizar y llegar a formar capas de sal muy corrosivas, deteriorando así estas superficies. Entre las sales más agresivas están las que contienen iones de tipo cloruro (Mauricio et al. 2005) (como el cloruro de sodio o sal halita), causantes del mayor deterioro en monumentos próximos al mar (Al-Agha 2006; Harris 2001). Cuando estas sales son móviles (como el vapor de agua o la brisa marina), por acción del viento se depositan en los poros de las superficies y, al evaporarse



Fig. 1.— Pampa La Cruz. Sitio arqueológico ubicado en las cercanías del mar. Fuente: elaboración propia.

el agua, se sobresaturan y cristalizan dentro de los poros (Espinosa et al. 2008). Este proceso se conoce como criptoflorescencia, por el cual los cristales de sal ejercen presión y causan deterioro severo en la superficie, provocándole erosión y grietas (Al-Agha 2006; Andriani & Walsh 2007).

En la perspectiva de contribuir con la conservación y/o restauración de las pinturas murales de Pampa La Cruz y de sitios arqueológicos a lo largo de la costa norte peruana, en el presente trabajo se ha investigado arqueométricamente estos pigmentos, particularmente pigmentos blancos, aplicando la técnica de difracción de rayos X de polvo (DRX) (Azaroff 1968; Klug & Alexander 1974; Moore & Reynolds-Jr. 1997).

Las intensidades de los picos de difracción fueron analizadas por métodos analíticos y computacionales para identificar la composición mineralógica de las muestras. El análisis cuantitativo de esta composición fue realizado por refinamiento estructural, aplicando el método de Rietveld (Rietveld 2014; Santini 2015; Sabri et al. 2016; Mandal et al. 2020; Zeballos-Velásquez et al. 2020; Quiroga et al. 2021; Zeballos-Velásquez et al. 2022). Los resultados fueron comparados con los obtenidos en estudios previos sobre pigmentos del sitio Huaca de La Luna (Wright et al. 2015; Zeballos-Velásquez et al. 2019).

Adicionalmente, en este estudio se ha recogido información microestructural inicial sobre el tamaño de cristalito (Mittemeijer & Scardi 2004; García-Portillo et al. 2005; Pardo et al. 2011) de una de las fases de las muestras, aplicando el método de Scherrer (Azaroff 1968) y el método de Rietveld (Rietveld 2014), en perspectiva de una posterior investigación sobre la relación de estos resultados con propiedades físicas de estos materiales, particularmente con su resistencia a la intemperie.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Las muestras arqueológicas (fragmentos de mural con pigmento blanco) fueron recolectadas *in situ* (figura 2). Luego de esto, las muestras fueron clasificadas y catalogadas.

Todas las muestras fueron preparadas para las me-

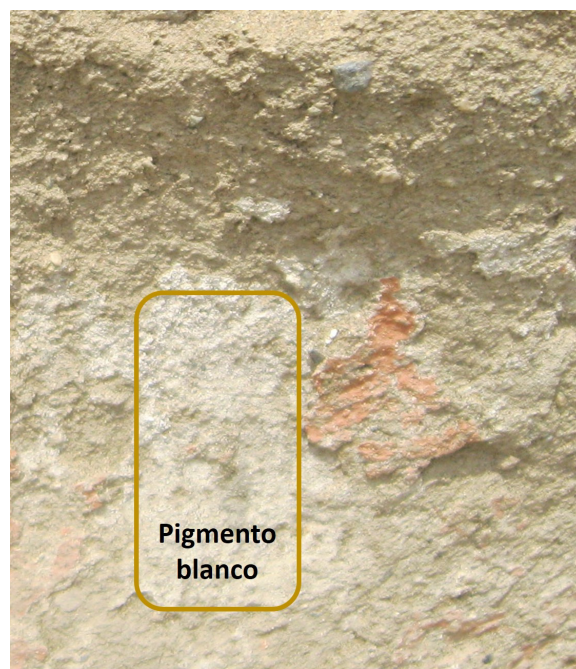


Fig. 2.— Pigmento blanco en mural del sitio Pampa La Cruz. Fuente: elaboración propia.

didadas de DRX: las capas finas de pigmento fueron retiradas cuidadosamente de la superficie de cada fragmento de mural, obteniéndose seis muestras (de 2 g cada una, aproximadamente). Los pigmentos así obtenidos fueron pulverizados y tamizados, luego catalogados (como PG-1, PG-2, PG-3, PG-4, PG-5, PG-6) y almacenados protegiéndolos de la humedad.

Las medidas de DRX fueron obtenidas con un difractómetro Shimadzu, modelo XRD-7000, geometría $\theta - \theta$ y radiación de $Cu (K_{\alpha})$ de $\lambda = 1.5406 \text{ \AA}$, con contador de centelleo; fue usado un voltaje de 40 kV e intensidad de corriente de 30 mA. Las medidas fueron realizadas a temperatura ambiente, en el intervalo de 2.7° a 65° , con paso de 0.02° y 2 segundos por paso.

A partir de la evaluación de las medidas de DRX fue identificada la composición mineralógica de las muestras, aplicando métodos analíticos y computacionales. La determinación cuantitativa se realizó mediante el método de Rietveld, utilizando el programa TOPAS (DIFFRACplus 2020; TOPAS 2020), según la función PV-TCHZ (pseudo-Voigt Thompson-Cox-Hastings).

El tamaño de cristalito fue determinado por los métodos de Scherrer y Rietveld (Rietveld 2014). Mediante el método de Scherrer, el tamaño de cristalito fue calculado a partir de la ecuación de Scherrer (Azaroff 1968)

$$\beta = \frac{k\lambda}{wC\cos\theta},$$

donde:

β : tamaño medio del cristalito,

k : factor de forma del cristal (0.94),

λ : longitud de onda de la radiación utilizada,

θ : posición angular del pico de difracción de máxi-

TABLA 1

Fases mineralógicas identificadas (COD: Crystallography Open Database).

FASES	PDF N°
Cuarzo	78-2315
Calcita	000-47-1743
Illita	COD 9009665
Yeso	00-021-0816
Halita	01-071-3741
Clorita	COD 9010165
Ortoclasa	000-71-1540
Riebeckita	COD 9004132
Andalucita	000-83-1510
Albita	01-089-6424
Moscovita	000-80-0742
Anortita	000-70-0287

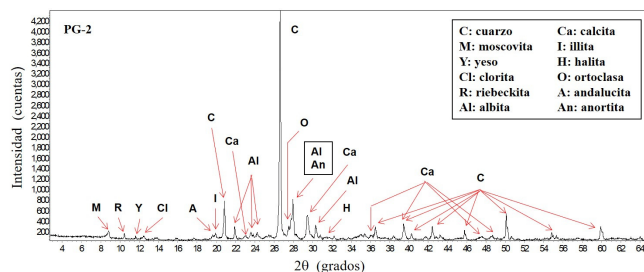


Fig. 3.— Fases identificadas en la muestra PG-2. Fuente: elaboración propia.

ma intensidad,

w : ancho a media altura del pico de difracción (expresado en radianes).

El cálculo por el método de Rietveld fue realizado aplicando la aproximación Doble-Voigt, la cual comprende convoluciones de componentes Lorentziana y Gaussiana que varían en 2θ en función de $1/\cos(\theta)$ y $\tan(\theta)$, respectivamente. La aproximación Doble-Voigt opera con el ancho integral del pico de difracción, no dependiendo de la forma del pico sino de su intensidad integrada (TOPAS 2020).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Fueron identificadas fases de cuarzo, arcillas y sales (tabla 1). La figura 3 presenta el perfil de difracción de la muestra PG-2, con la indicación de los picos de cada fase identificada en esta muestra.

A partir de la identificación de las fases en cada muestra, fueron preparados los modelos estructurales teóricos para el refinamiento por el método de Rietveld. Para cada muestra, el refinamiento confirmó la identificación de cada fase. Las figuras 4 y 5 presentan los resultados, con los factores de ajuste del refinamiento (R_{exp} : factor residual esperado; R_{wp} : factor residual ponderado). Según la literatura (Toby 2006), los valores de estos factores son referenciales para decidir si un ajuste es o no satisfactorio, pero no sustituyen el raciocinio crítico del analista. La tabla 2 presenta el porcentaje en peso de cada fase.

Como puede verse en la tabla 2, los pigmentos tienen similar composición, con algunas excepciones como en el caso de la moscovita y anortita que no fue-

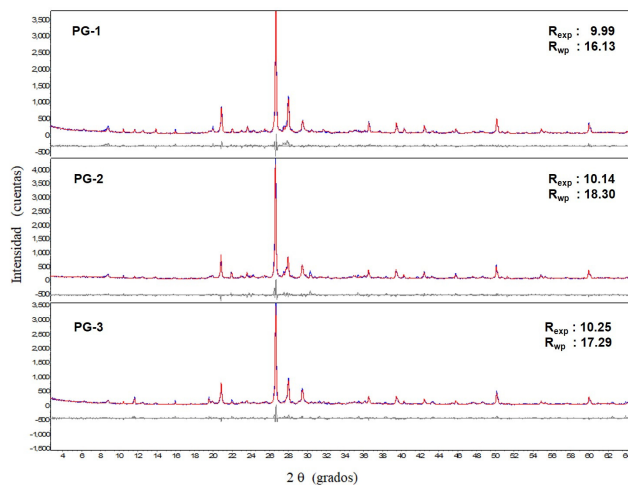


Fig. 4.— Refinamiento estructural por el método de Rietveld correspondiente a las muestras PG-1, PG-2 y PG-3. Fuente: elaboración propia.

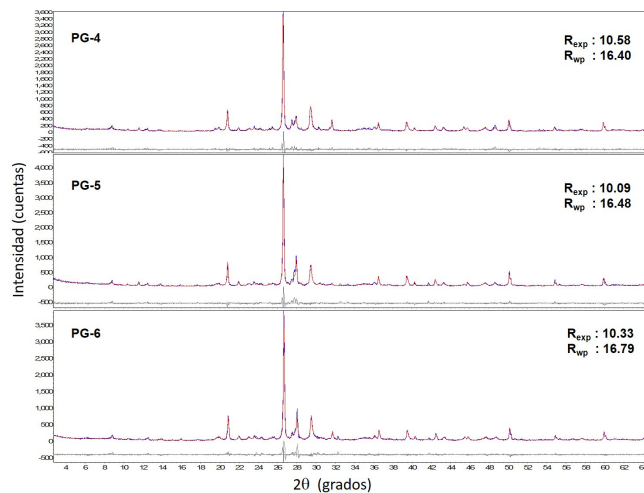


Fig. 5.— Refinamiento estructural por el método de Rietveld correspondiente a las muestras PG-4, PG-5 y PG-6. Fuente: elaboración propia.

TABLA 2

Porcentaje en peso de las fases identificadas.

FASES	PORCENTAJE EN PESO DE LAS FASES IDENTIFICADAS (%)					
	MUESTRAS					
	PG-1	PG-2	PG-3	PG-4	PG-5	PG-6
Cuarzo	42.06	41.85	40.32	36.58	30.15	36.89
Calcita	9.20	1.93	12.60	16.82	15.71	16.98
Illita	10.70	9.71	11.19	20.48	20.02	14.98
Yeso	2.39	0.69	4.89	2.11	4.07	1.15
Halita	0.80	0.22	0.47	3.18	0.28	2.25
Clorita	7.08	4.85	5.59	4.17	5.98	4.35
Ortoclasa	3.86	4.31		1.18	2.91	3.64
Riebeckita	1.43	0.93	1.08	0.62	2.56	0.63
Andalucita	2.34	1.88	3.44	1.10	2.41	2.30
Albita	15.82	15.65	9.94	13.76	15.91	17.56
Moscovita	4.32	4.13	4.76			
Anortita		4.86	5.72			

TABLA 3

Resultados del porcentaje en peso de fases identificadas en pigmento blanco L-4 del sitio arqueológico Huaca de La Luna.

PORCENTAJE EN PESO FASES (%)					
Cuarzo	Illita	Albita	Brushita	Caolinita	Tobermorita
70.50	9.23	3.94	4.57	6.21	5.56

ron identificadas en las muestras PG-4, PG-5 y PG-6. Todas las muestras contienen un alto porcentaje de cuarzo ($> 30\%$) y diversas fases de arcilla; la abundancia en cuarzo podría deberse a su uso como componente aditivo durante la preparación del pigmento blanco, actuando como pigmento extensor, a fin de mejorar las propiedades del pigmento blanco, tales como su durabilidad y resistencia a la corrosión o al desgaste (ALPA-Powder 2021; Geoterra-Dominicana 2023; Encyclopaedia-Britannica 2024).

Las fases de calcita y yeso presentes en las muestras podrían ser las responsables del color. En todas las muestras fue identificada adicionalmente una fase de halita (sal) en pequeño porcentaje: $< 1\%$ en las muestras PG-1, PG-2, PG-3 y PG-5 y $< 4\%$ en las muestras PG-4 y PG-6. La presencia de esta sal probablemente se deba a la brisa marina (debido a la cercanía del sitio arqueológico al mar), lo que podría haber contribuido al deterioro de estas pinturas murales (Jimenez et al. 2017).

Estos resultados difieren de los obtenidos en investigación anterior respecto al pigmento blanco del sitio Huaca de La Luna. Asimismo, difieren cualitativa y cuantitativamente de nuestros resultados obtenidos en trabajo previo (Zaballos-Velásquez et al. 2013), los cuales mostramos en la tabla 3.

Puede observarse que la composición mineralógica de los pigmentos blancos procedentes del sitio Pampa La Cruz contiene mayor cantidad de fases (doce, en promedio) que la de los pigmentos de Huaca de La Luna (seis), además de ser cualitativamente diferentes, salvo las fases de cuarzo, illita y albita que están presentes en ambos grupos de pigmentos.

También fueron investigados los enlucidos (sopores) de estos pigmentos, cuyos resultados fueron publicados en trabajo anterior (Asto 2022). En los enlucidos fueron identificadas fases de cuarzo, calcita, albita, andalucita, caolinita, yeso, clorita, moscovita, ortoclasa, andesina y hornblenda; en algunos enlucidos también fue identificada sal halita.

En relación al análisis del tamaño de cristalito, fue considerado el efecto instrumental en las medidas de difracción, utilizando una muestra estándar de Si. El análisis fue desarrollado a partir de la evaluación del pico (104) de la fase de calcita en todas las muestras, el cual no presenta superposición con otros picos del perfil de difracción.

El procedimiento aplicado según el método de Scherrer es ilustrado gráficamente por las figuras 6 y 7. La figura 6 presenta las posiciones angulares respecto al ancho a media altura del pico (111) de la muestra patrón de Si y la figura 7 presenta estas posiciones respecto al ancho a media altura del pico (104) de la calcita en la muestra PG-2.

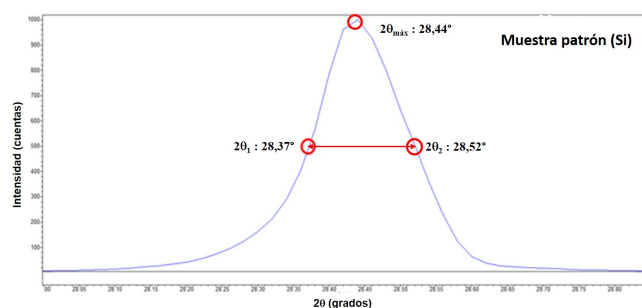


Fig. 6.— Posiciones angulares respecto al ancho a media altura del pico (111) de la muestra patrón de Si. Fuente: elaboración propia.

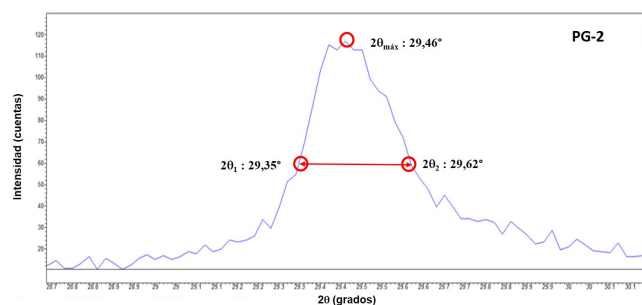


Fig. 7.— Posiciones angulares respecto al ancho a media altura del pico (104) de la fase de calcita de la muestra PG-2. Fuente: elaboración propia.

TABLA 4

Parámetros para determinar el tamaño de cristalito de la fase de calcita, según el pico (104), aplicando el método de Scherrer.

MUESTRAS	PARÁMETROS		
	$2\theta_{máx} (^{\circ})$	$\Delta 2\theta (^{\circ})$ ($2\theta_2 - 2\theta_1$)	w (radianes)
Muestra patrón (Si)	28.44	0.15	0.002618
PG-1	29.50	0.29	0.004328
PG-2	29.46	0.27	0.003909
PG-3	29.48	0.25	0.003490
PG-4	29.50	0.28	0.003743
PG-5	29.49	0.30	0.004188
PG-6	29.50	0.31	0.004405

Este mismo procedimiento fue aplicado para la fase de calcita en todas las muestras, cuyos resultados presentamos en la tabla 4. Comparativamente, la tabla 5 presenta los resultados del tamaño de cristalito según el pico (104) de la calcita, obtenidos por los métodos de Scherrer y Rietveld.

En la tabla 5 podemos ver que el cálculo del tamaño de cristalito por ambos métodos reportan resultados similares. La pequeña diferencia entre ellos podría deberse a que la aproximación de Scherrer es aplicada tomando en cuenta el ancho de pico a media altura, mientras que el método de Rietveld hace el cálculo operando con el ancho integral del pico de difracción (TOPAS 2020), el cual no depende de la forma del pico sino de su intensidad integrada. En ambos casos, es fundamental realizar una correcta caracterización de la función instrumental.

TABLA 5

Tamaño de cristalito de la calcita, según el pico (104), obtenido por los métodos de Scherrer y de Rietveld. ($k = 0.94$ y $\lambda = 1.5418\text{Å}$).

MUESTRAS	TAMAÑO DE CRISTALITO (nm)	
	Método de SCHERRER	Método de RIETVELD
PG-1	34.624	33.698
PG-2	38.330	33.036
PG-3	42.932	36.522
PG-4	40.046	36.338
PG-5	35.784	36.338
PG-6	34.028	31.333

4. CONCLUSIONES

En todos los pigmentos fue identificado un alto porcentaje de cuarzo (> 30 %) y arcillas en porcentajes menores. La abundancia en cuarzo podría ser resultado de su incorporación como pigmento extensor, para mejorar algunas de las propiedades del pigmento blanco, tales como su durabilidad y resistencia a la corrosión o al desgaste.

Fueron identificadas fases de calcita y yeso, las cuales podrían ser las responsables del color. Adicionalmente, en estos pigmentos fue identificada fase de halita en baja proporción: < 1 % en la mayoría de las muestras. Esto induce a concluir que esta sal, al depositarse en la superficie del mural, produce su deterioro.

En una perspectiva comparativa, no se ven correlaciones cercanas con los pigmentos analizados del sitio Huaca de La Luna, contemporáneo con Pampa La Cruz, lo que supone distintas esferas de interacción y aprovisionamiento de estos pigmentos de un sitio respecto al otro.

De los resultados obtenidos en el estudio microestructural, se aprecia que la aproximación de Scherrer proporciona estimaciones del tamaño medio de cristalito compatibles con los obtenidos en el análisis por el método de Rietveld. Un análisis más detallado de estos resultados, asociados a la resistencia a la intemperie, podría contribuir a la preservación de estos materiales.

AGRADECIMIENTOS

Las excavaciones arqueológicas desarrolladas en 2018, donde se halló la primera evidencia de pinturas murales en Huanchaco, fueron auspiciadas por la National Geographic Society, Grant # 305R-18. En 2019, las excavaciones arqueológicas en Pampa La Cruz y los análisis posteriores de los pigmentos y enlucidos fueron financiados por el Convenio 007-2018 entre la Universidad Nacional de Trujillo, Universidad Nacional Mayor de San Marcos y FONDECYT-CONCYTEC, Banco Mundial.

Agradecemos a Victor Fernandez y Andres Shiguekawa, personal del área de conservación, quienes dieron las direcciones para la conservación de las pinturas murales y enlucidos, tanto en campo como posteriormente en la discusión sobre los elementos pertinentes de estudio en las muestras.

Esta investigación fue financiada por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (RR. N° 005753-2021-R/UNMSM, con código de proyecto B21131621 y RR. N° 011794-2022-R/UNMSM, con código de proyecto B22130012).

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Al-Agha, M. R. 2006, *Building and Environment*, 41(5), 676
- ALPA-Powder. 2021, Procesamiento y aplicación de cuarzo en polvo, <https://www.alpapowder.com/es/114041/>
- Alva, W. 1994, Sipán: descubrimiento e investigación. Cultura y artes del Perú (Cervecería Backus y Johnston)
- Andriani, G. F. & Walsh, N. 2007, *Geological society, London, special publications*, 271, 179
- Asto, E. 2022, <https://hdl.handle.net/20.500.12672/18993>
- Asto, E., Lizarraga, L., Zeballos, E., & Prieto, G. 2022, *Revista de Investigación de Física*, 25(3)
- Azaroff, L. V. 1968, *Elements of X-ray crystallography* (McGraw-Hill)
- Bawden, G. 1996, *The Moche. The peoples of America* (Oxford, U.K.; Cambridge, Mass.; Blackwell)
- Bazán, A. 2022, *El Contexto Funerario de la Señora de Cao* (Fundación Wiese, Lima, Perú)
- Brian, B., Ringberg, J., Bardolph, D., & no, J. B. 2019, *Actas de la Primera Mesa Redonda de Trujillo. Nuevas perspectivas en la arqueología de los valles de Virú, Moche y Chicama*, Compiladores: G. Prieto y A. Boswell (Fondo Editorial UNT, Trujillo, Perú)
- Castillo, L. J. & Uceda, S. 2008, *The Mochicas*. En *The Handbook of South American Archaeology*, editado por Helaine Silverman y William H. Isbell (Springer New York, New York, NY.)
- Chapelaine, C. 2001, *Moche Art and Archaeology in Ancient Peru*, editado por J. Pillsbury (Studies in the History of Art. Center for Advanced Studies in the Visual Arts, Symposium Papers XL, Washington, D.C.)
- DIFFRACplus. 2020, TOPAS/TOPAS R/TOPAS P. Technical Reference
- Donnan, C. & McClelland, D. 1999, *Moche fineline painting : its evolution and its artists* (UCLA Fowler Museum of Cultural History, Los Angeles, California)
- Encyclopaedia-Britannica. 2024, Extender pigment, <https://www.britannica.com/technology/extender-pigment>
- Espinosa, R. M., Franke, L., & Deckelmann, G. 2008, *Matter. res. soc. symp. proc.*, 1047
- Fernandez, A. & Prieto, G. 2022, *Arqueológicas*, 31, 45
- Franco, R. 2009, *Mochica: los secretos de Huaca Cao Viejo* (Fundación Wiese, Lima, Perú)
- . 2021, *Huaca Cao Viejo, El Templo Mayor*. En *El Contexto Funerario de la Señora de Cao. Hallazgo e Investigación de Entierros de Elite Mochica en la Huaca Cao Viejo, Complejo Arqueológico El Brujo*, editado por Augusto Bazán (Fundación Wiese, Lima, Perú)
- Gamboa, J. & Nesbitt, J. 2012, *Arqueología y Sociedad*, 25, 115
- García-Portillo, C., Bastida, J., Pardo, P., Rodríguez-López, G., La-cruz, M. J., Vilar, M. L., & Lazaro, A. 2005, *Bol. Soc. Esp. Ceram.*, 44(3), 239

- Geoterra-Dominicana. 2023, Silica sand in the paint and coatings industry: Improving aesthetics and performance, <https://www.geoterradominicana.com/en/articles/silica-sand-in-the-paint-and-coatings-industry-improving-aesthetics-and-performance/>
- Harris, B. 2001, A discussion paper for the air quality working group of the Bradford-on-Avon preservation trust 3, 4, 15
- Jimenez, J., Espriu-Gascona, A., Bastos-Arrieta, J., & Pablos, J. 2017, *Journal of Archaeological Science: Reports*, 14, 174
- Klug, H. P. & Alexander, L. E. 1974, *X-Ray Diffraction Procedures for Polycrystalline and Amorphous Materials* (John Wiley & Sons, USA)
- Mandal, S., Pramanick, A., Chakraborty, S., & Dey, P. 2020, *Materials Today: Proceedings*, 33, 5664
- Maurício, A., Pacheco, A., Brito, P., Castro, B., Figueredo, C., & Aires-Barros, I. 2005, *Journal of cultural heritage*, 6, 287
- Mittemeijer, E. J. & Scardi, P. 2004, *Diffraction Analysis of the Microstructure of Materials*, Springer Series in Materials Science (Springer-Verlag Berlin Heidelberg)
- Moore, M. M. & Reynolds-Jr., R. C. 1997, *X-ray Diffraction and the Identification and Analysis of Clay Minerals*, 2nd. Ed. (Oxford University Press, Oxford)
- Pardo, P., Huertas, F. J., Kojdecki, M. A., & Bastida, J. 2011, Crystallite size evolution in hydrothermal formation of kaolinite, *Zeitschrift für Kristallographie, Supplement* (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München)
- Prieto, G. & Chavarria, H. 2017, *ARKINKA*, 261, 78
- Prieto, G., Wright, V., Burger, R. L., Cooke, C. A., Zeballos-Velasquez, E. L., Watanave, A., Suchomel, M. R., & Suescun, L. 2016, *Journal of Archaeological Science: Reports*, 5, 45
- Quiroga, M., Zeballos-Velasquez, E. L., & Reyes, F. A. 2021, *Revista Mexicana de Física*, 67, 0611602
- Rietveld, H. 2014, *Physica Scripta*, 89, 098002
- Sabri, K., Rais, A., Taibi, K., Moreau, M., Ouddane, B., & Addou, A. 2016, *Physica B: Condensed Matter*, 501, 38
- Santini, T. 2015, *International Journal of Mineral Processing*, 139, 1
- Toby, B. H. 2006, *Powder Diffraction*, 21, 67
- TOPAS. 2020, *User's Manual*
- Treuer, L. 2017, *The archaeology of mural painting at Panamarca, Peru. Studies in Pre-Columbian Art and Archaeology* (Dumbarton Oaks Research Library and Collection, Washington D.C.)
- . 2022, *Image encounters: Moche murals and archaeo art history*. First edition. ed. Moche murals and archaeo art history (University of Texas Press, Austin, Texas)
- Wright, V. 2008, *Étude de la polychromie des reliefs sur terre crue de la Huaca de la Luna Trujillo, Pérou* (British Archaeological Reports)
- Wright, V., Pacheco, G., Torres, H., Huaman, O., Watanave, A., Zeballos-Velasquez, E. L., Suchomel, M. R., Suescun, L., Moulin, C., & Melero, P. C. 2015, *STAR: Science & Technology of Archaeological Research*, 1, 11
- Zeballos-Velasquez, E., Prieto, G., Arrelucea, L., Mejía, M., Andia, M., & Moya, F. 2022, *Revista Materia*, 27
- Zeballos-Velasquez, E., Prieto, G., Suescun, L., Asto, E., & Moya, F. 2020, *Revista Materia*, 25
- Zeballos-Velasquez, E., Wright, V., Suescun, L., & Asto, E. 2019, *Revista Materia*, 24
- Zeballos-Velasquez, E. L., Wright, V., Watanave, A., & Melero, P. 2013, *Coloquio Internacional Tiahuanaco 1903 - La Paz 2013: 110 años de colaboraciones arqueológicas franco-americanas* (Instituto Francés de Estudios Andinos, Centro de Estudios Mexicanos y Centro Americanos, Museo Nacional de Etnografía y Folklore de La Paz, La Paz, Bolivia)

QSO COMPOSICIÓN ESPECTRAL Y ESPECTRO MEDIO DE CUÁSARES EN SDSS QSO SPECTRAL COMPOSITION AND MEAN SPECTRUM OF QUASARS IN SDSS

EVANZ LÁZARO^{1,a†} & PAÚL RODRÍGUEZ^{2,b}

¹ Universidad Internacional de Valencia

² Department of Earth and Environmental Sciences, University of Kentucky

(Recibido 29 de julio de 2024; aceptado 28 de noviembre de 2024)

<https://doi.org/10.53287/gyux9026yt98f>

RESUMEN

Empleando un total de 750 414 cuásares del catálogo: Data Release 16 Quasar (DR16Q) del proyecto Sloan Digital Sky Survey (SDSS), se compuso un espectro medio para cuásares con corrimiento al rojo cosmológico (z , redshift) entre 0.01 y 5.3. La muestra total se dividió en 8 intervalos de z y se obtuvo una mejor relación señal/ ruido (S/N) que estudios similares anteriores. El proceso de Composición Espectral es una técnica esencial para el análisis de cuásares y una de las de mayor precisión en la estimación de sus propiedades físicas como el ancho equivalente (EW, equivalent width), forma de líneas de emisión, luminosidad (L), masas de agujeros negros (MBH, black hole mass) y precisar relaciones entre propiedades físicas como el efecto Baldwin (BE, Baldwin effect). A la fecha, es el espectro medio compuesto con la mayor cantidad de cuásares, alcanzando una máxima relación S/N de 1 418 por píxel a 2367Å . Se ha logrado identificar el efecto de Gunn-Peterson en longitudes de onda menor a Ly y también se ha conseguido una imagen espectral para longitudes de onda menores al límite de Lyman (912Å) hasta 516Å .

Palabras clave: Cuásares: líneas de emisión – Galaxias: AGN agujero negro – Composición espectral – Cuásares: redshift

ABSTRACT

Using a total of 750 414 quasars from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 16 quasar catalog (DR16Q), a mean spectrum for quasars with cosmological redshift (z , redshift) between 0.01 and 5.3 was composed. The total sample was divided into 8 z intervals which provided a better signal-to-noise ratio (S/N) than obtained in previous similar studies. The Spectral Composition process is an essential technique for the analysis of quasars and one of the most accurate in the estimation of their physical properties, such as, equivalent width (EW), emission line shape, luminosity (L), black hole mass (MBH), as well as, to determine relationships between physical properties such as the Baldwin effect (BE). To date, it is the mean composite spectrum with the largest number of quasars, reaching a maximum S/N ratio of 1 418 per pixel at 2367Å . It has been possible to identify the Gunn-Peterson effect at wavelengths shorter than Ly and a spectral image has also been obtained for wavelengths shorter than the Lyman limit (912Å) up to 516Å .

Subject headings: Quasars: emission lines – Galaxies: AGN black hole – Spectral composition – Quasars: redshift

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los tipos de galaxias más luminosas son los cuásares o QSO (del inglés *quasi-stellar object*) caracterizados por la presencia de agujeros negros supermasivos en su núcleo, con masas entre $10^4 - 10^{10} M_{\odot}$ (masas solares) (Beckmann & Shrader 2012), y estos dan lugar a fenómenos de altas emisiones de energía

alimentados por la gran cantidad de materia que absorben del disco de acreción que los rodea (Kormendy & Richstone 1995). Estos procesos generan líneas de emisión asociadas a diferentes rangos de ionización, por ejemplo; en el óptico se suelen caracterizar líneas de alta ionización como el $[\text{NeV}]\lambda 3426\text{Å}$, $[\text{FeVII}]\lambda 5721\text{Å}$, $[\text{FeX}]\lambda 6375\text{Å}$, provenientes de fuentes ionizantes del núcleo galáctico y su interacción con el disco de acreción (Rakshit et al. 2020). El conjunto de líneas de emisión a lo largo de las longitu-

^a<https://orcid.org/0009-0007-3877-0560>

^b<https://orcid.org/0000-0001-6919-4673>

[†]Email: lazaro.evanzv@gmail.com

des de onda, componen el espectro de un QSO. El análisis del continuo de los espectros y las líneas de emisión, pueden proporcionar información sobre los núcleos de galaxias, por ejemplo, la luminosidad de la línea del [O III] λ 5007Å puede utilizarse como indicador de cuan intensa es su actividad, definiendo así una AGN (del inglés *active galactic nucleus*).

Por la expansión del universo, todos los espectros de cuásares sufren un desplazamiento de sus longitudes de onda hacia el rojo, este fenómeno es denominado corrimiento al rojo cosmológico (redshift). Galaxias anfitrionas de AGNs de alta luminosidad tienen edades estelares medias mucho más jóvenes, que galaxias anfitrionas de AGNs de baja luminosidad (Kauffmann et al. 2003).

A pesar de la diversidad de cuásares, estos muestran similitudes entre ellos; efectivamente, cuando se considera un número grande de cuásares, resaltan propiedades espectrales comunes (Vanden Berk et al. 2001); sin embargo, también prevalecen diferencias espectrales fundamentales como la anchura a media altura FWHM; por ejemplo, la línea H β (Shen & Ho 2014), que se diferencia de cuásar a cuásar y que, dígase de paso, permite estimar la M_{MBH} que es una propiedad importante de los cuásares.

Los estudios de propiedades espectrales están basados en la técnica de composición espectral cuya finalidad es construir un espectro medio representativo de la muestra. Cuando la muestra es grande, los espectros compuestos logran conseguir altas relaciones señal/ruido (S/N) (Jensen et al. 2016), lo que permite identificar líneas de emisión que no se podrían identificar en espectros individuales (Harris et al. 2016).

En 1977 Jack A. Baldwin (Baldwin 1977), calcula el primer espectro compuesto con una muestra de 20 cuásares con redshift en el rango $z : [1.24 - 3.53]$ y encuentra una relación entre dos propiedades de las líneas de emisión de un cuásar: la luminosidad y el ancho equivalente (EW). Esta relación mostraba una anticorrelación entre la luminosidad continua a 1450Å y el EW de las líneas de emisión del CIV λ 1550Å, dicha dependencia se conoce como efecto de Baldwin (BE), Jensen et al. (2016).

Posteriormente se publicaron trabajos de espectros compuestos con centenares de cuásares como el de Francis et al. (1991) de 718 muestras obtenidos del estudio Large Bright Quasar Survey, que les permitió identificar y caracterizar emisiones débiles del perfil de línea de Fe II en el ultravioleta (UV). El trabajo de Brotherton et al. (2001) que utilizó 657 espectros de cuásares con fuertes emisiones de radio e introduce la modalidad de composiciones espectrales a partir de subconjuntos de la muestra total, clasificados en cuásares radio-intensos (radio-load) y radio-silenciosos (radio-quiet), para estudiar las diferencias espectrales entre ambas poblaciones de cuásares.

Uno de los trabajos más conocidos y referente en espectros compuestos es el de Vanden Berk et al. (2001), que incluye 2200 espectros de cuásares y

crea espectros compuestos en el rango de redshift $0.044 \leq z \leq 4.789$. Logra identificar 80 características sobre las líneas de emisión, a la vez observa un desplazamiento relativo de las líneas de emisión respecto de la longitud de onda nominal de laboratorio. Es importante destacar de este trabajo la fuerte correlación entre el desplazamiento de los picos máximos de las líneas anchas (permitidas y semi-prohibidas) con la energía de ionización.

Trabajos posteriores como de Xu et al. (2008), Jensen et al. (2016), Harris et al. (2016), investigan sobre el parámetro principal e impulsor del BE. En la misma línea el trabajo de Bian et al. (2012) encuentra que para altos redshift existe una fuerte correlación entre el EW del CIV y la M_{BH} medido a partir del CIV.

Trabajos actuales como el de Jensen et al. (2016), consideran una gran cantidad de cuásares (175 294) que subdivididos en grupos menores en promedio de 58 656 cuásares, crean espectros compuestos de alta relación S/N para rangos de redshift entre $2.1 \leq z \leq 3.5$. Una extensión de este trabajo es el de Harris et al. (2016), con 102 150 espectros del estudio BOSS, donde crean espectros compuestos con muy alta relación S/N de 1000 por píxel, en el rango de [800–3300]Å. logrando identificar nueve líneas débiles que no se identificaron en trabajos previos.

En este trabajo se ha calculado el espectro medio con los cuásares del catálogo DR16Q, constituyéndose a la fecha, como uno de los espectros medios compuestos con la mayor cantidad de cuásares, alcanzando una máxima relación S/N de 1418 por píxel y una media S/N de 701 por píxel.

2. DATOS Y FLUJO DE TRABAJO

El cálculo de espectros medios requiere de una gran cantidad de espectros de cuásares y más aún de la disponibilidad de los mismos. Sloan Digital Sky Survey (SDSS) es un proyecto de investigación que compila la mayor colección de cuásares, publicados periódicamente como “data release” de libre accesibilidad en la red (Lyke et al. 2020). El formato de archivos (.fit) es el estándar para datos espectrales, existen librerías completas y códigos en diferentes plataformas para el tratamiento de estos datos, en este trabajo se utilizó MatLab R2022a.

Partimos de los datos del catálogo DR16Q que contiene un total de 1 440 615 observaciones de los cuales 750 414 son cuásares confirmados espectroscópicamente (Lyke et al. 2020). Cabe hacer notar que algunos de los cuásares tiene múltiples observaciones (espectros) debido a que el catálogo DR16Q contempla observaciones del proyecto BOSS (Baryon Oscillation Spectroscopic Survey). La muestra final que tomamos en este trabajo es de 830 740 espectros para 750 414 cuásares.

En la figura 1 podemos observar, la distribución de cuásares en función del redshift. Los sesgos que se observan en el histograma, se debe a que el número de cuásares aumentó significativamente en las últimas décadas además de la conjunción de las diferen-

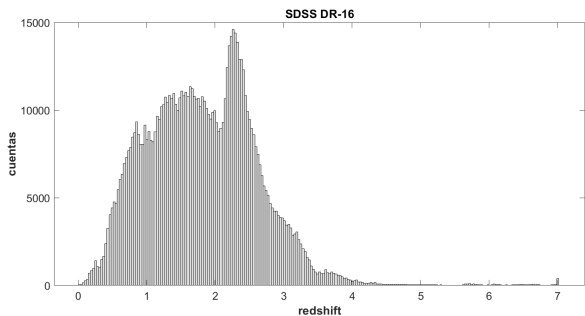


Fig. 1.— Histograma de cuásares por redshift para el catálogo DR16Q. La cobertura en redshift alcanza desde 0.04 hasta 7, siendo el rango de redshift entre 0.5 y 3.5 con la mayor concentración de cuásares. Los picos o sesgos que se observan en el histograma se deben a conjunciones posteriores de diferentes campañas de observación SDSS.

TABLA 1

En la tabla se muestra un resumen de la distribución del número de espectros por intervalos de redshift, correspondiente a cada catálogo DR16Q. En la última columna se muestra el número de espectros. El intervalo para redshift altos $z \geq 3.50$ contiene el menor número de cuásares.

Clasificación Espectros DR16Q		
No.Interv	Intervalo z	Observaciones
1	$z < 1.00$	144 501
2	$1.00 \leq z < 1.35$	110 930
3	$1.35 \leq z < 1.65$	107 678
4	$1.65 \leq z < 2.10$	151 028
5	$2.10 \leq z < 2.35$	107 429
6	$2.35 \leq z < 2.60$	87 066
7	$2.60 \leq z < 3.50$	106 464
8	$z \geq 3.50$	15 644

tes campañas de SDSS.

Para mantener cierto control de nuestro procedimiento, tomaremos la clasificación inicial del trabajo de Jensen et al. (2016), que hace una selección completa de cuásares en los intervalos $2.10 \leq z < 2.35$; $2.35 \leq z < 2.60$ y $2.60 \leq z < 3.50$. Aquí extendemos esta clasificación a ocho intervalos de redshift mostrados en el cuadro 1, donde además se muestra el número de observaciones por intervalo de redshift.

La figura 2 muestra la misma clasificación por intervalos de redshift de la tabla 1, pero ahora mostrando el rango de longitudes de onda cubierto por cada intervalo de redshift y distinguido por colores. En general la muestra completa tiene una cobertura entre 516\AA y 9681\AA .

En la misma figura, la forma que representa el redshift con la longitud de onda es el comportamiento de una función tipo inversa consecuencia de un proceso denominado *corrección por redshift* aplicado a los cuásares.

3. CÁLCULO DEL ESPECTRO MEDIO

Para la estimación del espectro medio se sigue la metodología empleada en Pérez-Ràfols et al. (2015), compilada en dos partes en este trabajo.

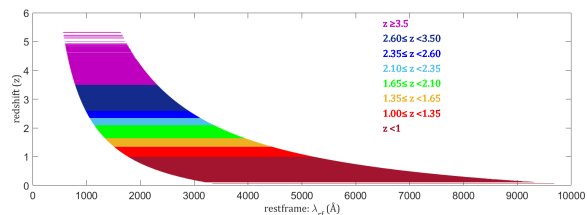


Fig. 2.— Representación gráfica de la clasificación de cuásares por intervalos de redshift de la tabla 1 y distinguido por colores. Cada intervalo de redshift cubre un rango de longitud de onda diferente la cual disminuye a medida que crece el redshift. Esta gráfica muestra además, que para intervalos de redshift contiguos existen rangos de longitud de onda comunes, sin embargo; no existe un solo rango de longitudes de onda que cubra todos los intervalos de redshift.

3.1. Procesamiento de Datos

El primer paso, conocido como corrección por redshift, consiste en llevar todos los espectros de cuásares a un mismo sistema de referencia de longitudes de onda denominado *sistema en reposo* (restframe), en este sistema las longitudes de onda λ_{rf} se relacionan con las observadas λ_{obs} por:

$$\lambda_{\text{rf}} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{1+z}, \quad (1)$$

Posteriormente, en el sistema en reposo se selecciona una nueva escala de longitudes de onda común donde todos los espectros son re-muestreados. Esta nueva escala puede entenderse como un arreglo lineal de celdas (bin) de 1\AA de ancho, preservando el mismo ancho de bin de los espectros originales. Cada bin en la nueva escala será llenada con valores de la densidad de flujo de los espectros que contribuyan a cada bin.

El segundo paso consiste en normalizar cada espectro j mediante el coeficiente de normalización n_j . El objetivo de normalizar espectros es el de homogeneizar la intensidad media de los distintos cuásares, que varía en función de su brillo aparente.

Matemáticamente, el coeficiente de normalización esta definido como el valor medio del flujo del espectro j en un intervalo de longitud de onda (intervalo de normalización).

$$n_j = \frac{\sum_j f_{ij}}{N_j}, \quad (2)$$

donde f_{ij} es el valor del flujo en el i -ésimo píxel del espectro j con longitudes de onda λ_{ij} en el intervalo considerado y N_j es el número de píxeles en el mismo intervalo.

Si dividimos un espectro por su coeficiente de normalización obtendremos el continuo del espectro normalizado a la unidad en el intervalo definido.

Sobre el mismo intervalo de normalización, para cada espectro j , se calcula el parámetro s_j que es el valor medio de la relación señal/ruido, esto es:

$$s_j = \frac{\sum_i f_{ij}/N_j}{\left[\sum_i (e_{ij})^2/N_j\right]^{1/2}}, \quad (3)$$

donde e_{ij} es el error asociado al flujo f_{ij} del espectro j . El parámetro s_j esta vinculado al factor de ponderación para el cálculo del espectro medio.

El tercer paso consiste en calcular el espectro medio como un promedio ponderado de todos los espectros j y con coeficiente de normalización n_j cuyas muestras contribuyan a un mismo bin de la escala del sistema en reposo, esto es:

$$\bar{f}_i = \frac{\sum_j \omega_j \left(\frac{f_{ij}}{n_j} \right)}{\sum_j \omega_j}, \quad (4)$$

donde ω_j es un peso de ponderación y esta dado por:

$$\omega_j = \frac{1}{s_j^{-2} + \sigma^2}. \quad (5)$$

En la expresión anterior la constante $\sigma = 0.05$ juega el rol de ecualizador entre espectros que tienen alta relación S/N y espectros ruidosos, evitando la contribución excesiva de uno de estos espectros al promedio final del espectro medio.

3.2. Intervalos de Normalización

El criterio empleado para la selección de intervalos de normalización se basa en tomar tramos de longitudes de onda en los que los espectros no presenten fuertes líneas de emisión y que al mismo tiempo cubran el mayor rango posible de longitudes de onda. Es usual tomar intervalos entre las líneas de emisión Ly α , C IV, C III], Mg II que por lo general son líneas predominantes, contrastan del resto del espectro y no muestran en sus formas de perfil de línea mayor variabilidad de cuásar a cuásar ante cambios del redshift (Pâris et al. 2017).

No existe un único intervalo de longitudes de onda que sea común para todos los espectros (ver figura 2), por lo que se decidió tomar tres intervalos de normalización: uno principal y dos secundarios. El intervalo principal definido entre las líneas de emisión del C III] y Mg II, ocupa el rango [2000 – 2600]Å y los intervalos secundarios [1300 – 1500]Å entre Ly α y C IV, y [4400 – 4800]Å entre H γ y H β .

Dependiendo del valor del redshift algunos espectros pueden cubrir dos intervalos de normalización lo que implica, dos coeficientes de normalización uno

TABLA 2

En la tabla se muestran los intervalos de normalización principal y secundario para cada intervalo de redshift.

No.Interv	Intervalo z	Intervalos de normalización	
		principal (Å)	secundario (Å)
1	$z < 1.00$	[2000 – 2600]	[4400 – 4800]
2	$1.00 \leq z < 1.35$	[2000 – 2600]	[4400 – 4800]
3	$1.35 \leq z < 1.65$	[2000 – 2600]	
4	$1.65 \leq z < 2.10$	[2000 – 2600]	[1300 – 1500]
5	$2.10 \leq z < 2.35$	[2000 – 2600]	[1300 – 1500]
6	$2.35 \leq z < 2.60$	[2000 – 2600]	[1300 – 1500]
7	$2.60 \leq z < 3.50$	[2000 – 2600]	[1300 – 1500]
8	$z \geq 3.50$		[1300 – 1500]

en el intervalo principal y otro en alguno de los intervalos secundarios.

Sea $n_{p,j}$ el coeficiente de normalización en el intervalo principal y $n_{s,j}$ el coeficiente de normalización en un intervalo secundario para un mismo espectro j . Para llevar la normalización del intervalo secundario al principal, el coeficiente de normalización $n_{s,j}$ debe ser corregido por el factor c , mediante la operación $n_{s,j} \times c$. En la tabla 2 se ha resumido los intervalos de normalización para cada uno de los ocho intervalos de redshift. Finalmente, para el intervalo de redshift $z \geq 3.50$ que presenta solo un intervalo secundario, es posible aplicarle el factor de corrección calculado en los anteriores intervalos de redshift donde este presente el mismo intervalo secundario.

4. RESULTADOS

En esta sección presentamos el resultado del espectro medio considerando el total de cuásares del catálogo DR16Q, es decir, 750 414 cuásares.

El flujo de trabajo que se siguió es el descrito en la sección 3, además de considerar la clasificación de redshift de la tabla 1. Este proceso es una secuencia recursiva por intervalos de redshift hasta lograr re-muestrear todos los espectros en el sistema en reposo y finalmente calcular el espectro medio según la ecuación 4.

El espectro medio compuesto fue normalizado en el intervalo principal [2000–2600]Å, sin embargo; también se han utilizado los intervalos de normalización secundarios de acuerdo a la tabla 2 de la sección 3.2.

En el panel izquierdo de la figura 3, se muestra el número de espectros de cuásar que contribuyen a cada bin de 1Å del espectro medio en el sistema en reposo, alcanzando un máximo de 738 019 cuásares en 2342Å. Esta cantidad de espectros, genera una máxima relación S/N de 1418 por píxel (ver panel derecho de la figura 3). En el mismo panel, para longitudes de onda mayores a 6000Å se observan saltos y discontinuidad esto se debe a que algunos bins del sistema en reposo (re-muestreo) quedan vacíos o muy saturados por la baja cantidad de espectros y cuásares que contribuyen a estos bins.

Para evaluar cualitativamente el espectro compuesto obtenido en este trabajo, en la figura 4 en azul, se sobrepone al espectro medio obtenido por Vanden Berk et al. (2001) en negro, se observa buena

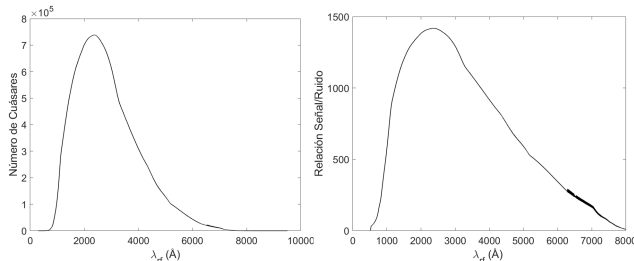


Fig. 3.— En el panel izquierdo, el número de espectros de cuásar que contribuyen a cada bin de 1Å del espectro medio. El pico máximo corresponde a 2342Å (738 019 espectros). En el panel derecho, la relación S/N en función de la longitud de onda, la máxima relación S/N es 1418 por píxel corresponde a la longitud de onda 2367Å.

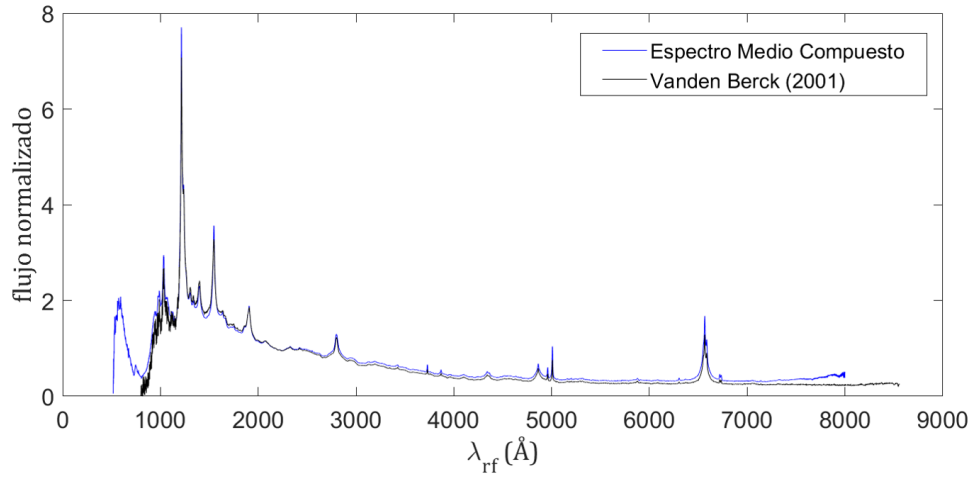


Fig. 4.— En negro el espectro medio de referencia Vanden Berk et al. (2001). En azul el espectro medio generado en este trabajo. El espectro medio calculado se extiende en longitud de onda de $[516 - 8000]\text{Å}$, se observa una buena correspondencia entre las líneas de emisión de ambos espectros medios. Aunque Vanden Berk et al. (2001) se extiende más allá de 8000Å , en este trabajo hemos ganado extensión hacia las bajas longitudes de onda 516Å .

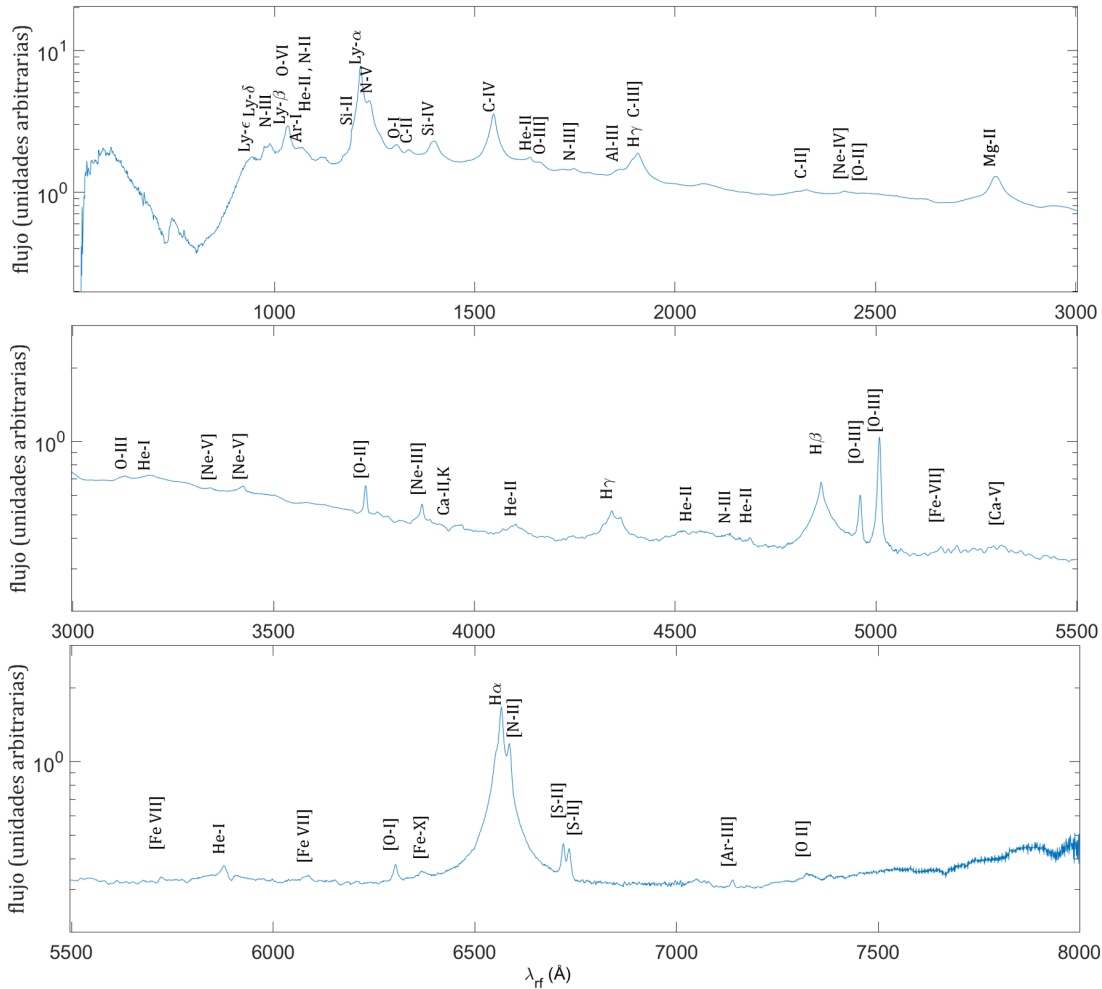


Fig. 5.— Panel superior: $[500 - 3000]\text{Å}$, esta región es abundante en líneas anchas de emisión dominado principalmente por $\text{Ly}\alpha$, C III , C IV y Mg II , se logra observar elementos ionizados de transiciones semi-prohibidas como N III , O III , C III , C II y transiciones prohibidas como $[\text{Ne IV}]$ y $[\text{O II}]$. Panel intermedio: $[3000 - 5500]\text{Å}$, esta región está dominada por $\text{H}\beta$ y $[\text{O III}]$ en menor intensidad se observa $\text{H}\gamma$, $[\text{O II}]$ y $[\text{Ne III}]$ débilmente $[\text{Ne V}]$, He II , N III , $[\text{Fe VII}]$ y $[\text{Ca V}]$. Panel inferior: $[5500 - 8000]\text{Å}$, región dominada por $\text{H}\alpha$, se observa también $[\text{S II}]$, $[\text{O I}]$, He I , muy levemente se distinguen $[\text{Ar III}]$ y $[\text{O II}]$ y líneas de alta ionización como el $[\text{Fe VII}]$ y $[\text{Fe X}]$.

correspondencia entre ambos espectros medios espe- cialmente en el intervalo de normalización principal

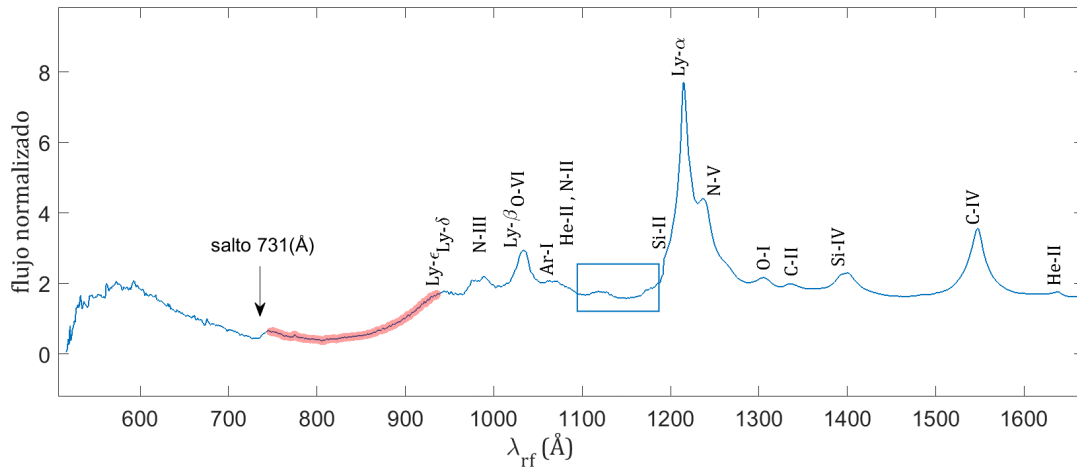


Fig. 6.— En recuadro azul se observa parte del continuo debilitado por el efecto Gunn-Peterson este efecto es una característica de los espectros de cuásares debido a la presencia del hidrógeno neutro en el medio intergaláctico (Becker et al. 2001). En rojo se resalta en forma de curva suave la caída del espectro hasta llegar a (731\AA) a partir de la cual se observa otra secuencia creciente del espectro hacia longitudes de ondas menores.

$[2000 - 2600]\text{\AA}$, ya que es el mismo en ambos trabajos. Pero también se observa una diferencia vertical en longitudes de onda fuera del intervalo principal, especialmente a mayores longitudes de onda $[5000 - 8000]\text{\AA}$ que se atribuye a los diferentes intervalos de normalización secundarios que se utilizó en Vanden Berk et al. (2001).

Otra medida de control del espectro medio calculado en este trabajo, fue identificar las principales líneas de emisión y verificar que sus posiciones correspondan a longitudes de onda conocidas. Para facilitar la visualización de las líneas de emisión seccionamos el espectro medio en tres regiones de longitudes de onda y adicionalmente; ponemos el eje de las ordenadas en escala logarítmica (figura 5) de esa manera se logra distinguir líneas de emisiones débiles.

5. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

A longitudes de onda por debajo de $\text{Ly}\alpha$, la emisión de la mayoría de cuásares, es absorbida por presencia de hidrógeno neutro en el medio intergaláctico (IGM), lo que hace que el espectro continuo sea mucho más débil. Este hecho es conocido como el Efecto Gunn-Peterson (Becker et al. 2001) y se lo reconoce por la forma de canal que toma el espectro, ver figura 6 en recuadro azul.

Otro logro importante del espectro medio calculado, es que se ha conseguido una imagen espectral más allá, a menores longitudes de onda, del límite de Lyman (912\AA).

La región entre 300 a 900\AA es conocida como ultravioleta extremo (EUV). A esta región contribuyen cuásares con los redshift más altos. En esta región destacan líneas como $\text{He II}\lambda 304\text{\AA}$ y $\text{He I}\lambda 584\text{\AA}$, así como las líneas de alta ionización $\text{Ne VIII}+\text{O IV}\lambda 772\text{\AA}$ y $\text{O III}\lambda 831\text{\AA}$, Kollatschny & Ting-Gui (2006). El continuo en esta región, está caracterizada por el big blue bump, que es una disconti-

nuidad en el UV-Óptico atribuido a la emisión térmica del disco de acreción. Se cree que el continuo EUV está relacionado con los rayos-X blandos (suaves) y que la emisión EUV es la fuente dominante de ionización para el IGM, (Telfer et al. 2002).

En este trabajo, para longitudes de onda más bajas al límite de Lyman, se observa una caída del espectro en forma de curva suave, en rojo en la figura 6, hasta encontrarse con un salto cerca a (731\AA) a partir del cual el continuo empieza nuevamente a crecer.

La primera parte de la caída del espectro (en rojo) se debe a la absorción de $\text{Ly}\alpha$ y para compensar esta caída debe realizarse la corrección por profundidad óptica a cada espectro, sin embargo; en la segunda parte no se esperaría el crecimiento del espectro. Para explicar este hecho, hemos verificado que existen fuentes de contaminación en el conjunto de espectros utilizados para calcular el espectro medio (DR16Q), la primera fuente es que existen espectros de absorción correspondientes a estrellas, posiblemente, tipo A y la segunda es que existen malas asignaciones de redshift, se han confundido perfiles de línea entre C IV y $\text{Ly}\alpha$, adicionalmente el número de cuásares que contribuyen a esta región decae de hasta el orden de centenares provocando el quiebre en (731\AA), todos estos factores hacen que el espectro medio esté dominado por estas fuentes contaminantes lo que tiende a levantar el espectro medio.

Se plantea realizar nuevos espectros compuestos enfocados en la región ultravioleta extrema. Es necesario realizar las correcciones por profundidad óptica (absorción de $\text{Ly}\alpha$) de todos los espectros que contribuyen a esta región (alto redshift).

Se ha revisado bibliografía de trabajos enfocados en la región de longitudes de onda menores al límite de Ly y en general existe muy poca información; por lo que podemos considerar que esta región constituye nuevas oportunidades de investigación.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de in-

tereses respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIAS

- Bachev, R., Marziani, P., Sulentic, J. W., Zamanov, R., Calvani, M., & Dultzin-Hacyan, D. 2004, *ApJ*, 617, 171
- Baldwin, J. A. 1977, *ApJ*, 214, 679
- Becker, R. H., Fan, X., White, R. L., Strauss, M. A., Narayanan, V. K., Lupton, R. H., Gunn, J. E., Annis, J., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Connolly, A. J., Csabai, I., Czarapata, P. C., Doi, M., Heckman, T. M., Hennessy, G. S., Ivezić, Ž., Knapp, G. R., Lamb, D. Q., McKay, T. A., Munn, J. A., Nash, T., Nichol, R., Pier, J. R., Richards, G. T., Schneider, D. P., Stoughton, C., Szalay, A. S., Thakar, A. R., & York, D. G. 2001, *AJ*, 122, 2850
- Beckmann, V. & Shrader, C. R. 2012, *Active Galactic Nuclei*
- Bian, W.-H., Fang, L.-L., Huang, K.-L., & Wang, J.-M. 2012, *MNRAS*, 427, 2881
- Brotherton, M. S., Tran, H. D., Becker, R. H., Gregg, M. D., Laurent-Muehleisen, S. A., & White, R. L. 2001, *ApJ*, 546, 775
- du Mas des Bourboux, H. 2021, *redshiftblue: Quasar and emission line redshift fitting*
- Francis, P. J., Hewett, P. C., Foltz, C. B., Chaffee, F. H., Weymann, R. J., & Morris, S. L. 1991, *ApJ*, 373, 465
- Harris, D. W., Jensen, T. W., Suzuki, N., Bautista, J. E., Dawson, K. S., Vivek, M., Brownstein, J. R., Ge, J., Hamann, F., Herbst, H., Jiang, L., Moran, S. E., Myers, A. D., Olmstead, M. D., & Schneider, D. P. 2016, *AJ*, 151, 155
- Jensen, T., Bautista, J., Dawson, K., Harris, D., Kamble, V., Mariappan, V., & Suzuki, N. 2016, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 227, American Astronomical Society Meeting Abstracts #227, 243.28
- Kauffmann, G., Heckman, T. M., Tremonti, C., Brinchmann, J., Charlot, S., White, S. D. M., Ridgway, S. E., Brinkmann, J., Fukugita, M., Hall, P. B., Ivezić, Ž., Richards, G. T., & Schneider, D. P. 2003, *MNRAS*, 346, 1055
- Kollatschny, W. & Ting-Gui, W. 2006, *Ap&SS*, 303, 123
- Kormendy, J. & Richstone, D. 1995, *ARA&A*, 33, 581
- Lyke, B. W., Higley, A. N., McLane, J. N., Schurhammer, D. P., Myers, A. D., Ross, A. J., Dawson, K., Chabanier, S., Martini, P., Busca, N. G., Mas des Bourboux, H. d., Salvato, M., Streblyanska, A., Zarrouk, P., Burtin, E., Anderson, S. F., Bautista, J., Bizyaev, D., Brandt, W. N., Brinkmann, J., Brownstein, J. R., Comparat, J., Green, P., de la Macorra, A., Muñoz Gutiérrez, A., Hou, J., Newman, J. A., Palanque-Delabrouille, N., Pâris, I., Percival, W. J., Petitjean, P., Rich, J., Rossi, G., Schneider, D. P., Smith, A., Vivek, M., & Weaver, B. A. 2020, *ApJS*, 250, 8
- Marziani, P., Sulentic, J. W., Plauchu-Frayn, I., & del Olmo, A. 2013, *A&A*, 555, A89
- Pâris, I., Petitjean, P., Aubourg, É., Ross, N. P., Myers, A. D., Streblyanska, A., Bailey, S., Hall, P. B., Strauss, M. A., Anderson, S. F., Bizyaev, D., Borde, A., Brinkmann, J., Bovy, J., Brandt, W. N., Brewington, H., Brownstein, J. R., Cook, B. A., Ebelke, G., Fan, X., Filiz Ak, N., Finley, H., Font-Ribera, A., Ge, J., Hamann, F., Ho, S., Jiang, L., Kinemuchi, K., Malanushenko, E., Malanushenko, V., Marchante, M., McGreer, I. D., McMahon, R. G., Miralda-Escudé, J., Muna, D., Noterdaeme, P., Oravetz, D., Palanque-Delabrouille, N., Pan, K., Perez-Fournon, I., Pieri, M., Riffel, R., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Simmons, A., Viel, M., Weaver, B. A., Wood-Vasey, W. M., Yèche, C., & York, D. G. 2014, *A&A*, 563, A54
- Pâris, I., Petitjean, P., Ross, N. P., Myers, A. D., Aubourg, É., Streblyanska, A., Bailey, S., Armengaud, É., Palanque-Delabrouille, N., Yèche, C., Hamann, F., Strauss, M. A., Albareti, F. D., Bovy, J., Bizyaev, D., Niel Brandt, W., Brusa, M., Buchner, J., Comparat, J., Croft, R. A. C., Dwelly, T., Fan, X., Font-Ribera, A., Ge, J., Georgakakis, A., Hall, P. B., Jiang, L., Kinemuchi, K., Malanushenko, E., Malanushenko, V., McMahon, R. G., Menzel, M.-L., Merloni, A., Nandra, K., Noterdaeme, P., Oravetz, D., Pan, K., Pieri, M. M., Prada, F., Salvato, M., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Simmons, A., Viel, M., Weinberg, D. H., & Zhu, L. 2017, *A&A*, 597, A79
- Patiño Álvarez, V., Torrealba, J., Chavushyan, V., Cruz González, I., Arshakian, T., León Tavares, J., & Popovic, L. 2016, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 3, 19
- Pérez-Ràfols, I., Miralda-Escudé, J., Lundgren, B., Ge, J., Petitjean, P., Schneider, D. P., York, D. G., & Weaver, B. A. 2015, *MNRAS*, 447, 2784
- Rakshit, S., Stalin, C. S., & Kotilainen, J. 2020, *ApJS*, 249, 17
- Schmidt, M. & Green, R. F. 1983, *ApJ*, 269, 352
- Shen, Y. & Ho, L. C. 2014, *Nature*, 513, 210
- Telfer, R. C., Zheng, W., Kriss, G. A., & Davidsen, A. F. 2002, *ApJ*, 565, 773
- Vanden Berk, D. E., Richards, G. T., Bauer, A., Strauss, M. A., Schneider, D. P., Heckman, T. M., York, D. G., Hall, P. B., Fan, X., Knapp, G. R., Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., Bernardi, M., Briggs, J. W., Brinkmann, J., Brunner, R., Burles, S., Carey, L., Castander, F. J., Connolly, A. J., Crocker, J. H., Csabai, I., Doi, M., Finkbeiner, D., Friedman, S., Frieman, J. A., Fukugita, M., Gunn, J. E., Hennessy, G. S., Ivezić, Ž., Kent, S., Kunszt, P. Z., Lamb, D. Q., Leger, R. F., Long, D. C., Loveday, J., Lupton, R. H., Meiksin, A., Merelli, A., Munn, J. A., Newberg, H. J., Newcomb, M., Nichol, R. C., Owen, R., Pier, J. R., Pope, A., Rokoski, C. M., Schlegel, D. J., Siegmund, W. A., Smee, S., Snir, Y., Stoughton, C., Stubbs, C., SubbaRao, M., Szalay, A. S., Szokoly, G. P., Tremonti, C., Uomoto, A., Waddell, P., Yanny, B., & Zheng, W. 2001, *AJ*, 122, 549
- Véron-Cetty, M. P., Véron, P., & Gonçalves, A. C. 2001, *A&A*, 372, 730
- Xu, Y., Bian, W.-H., Yuan, Q.-R., & Huang, K.-L. 2008, *MNRAS*, 389, 1703
- Zhang, K., Dong, X.-B., Wang, T.-G., & Gaskell, C. M. 2011, *ApJ*, 737, 71

REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA

COMITÉ EDITORIAL

Sociedad Boliviana de Física

Lic. Alfonso Velarde Chávez
Email: alfonso.velarde@gmail.com

Instituto de Investigaciones Físicas

Dr. Flavio Ghezzi Moris
Email: fghezzi@fiumsa.edu.bo
Dr. Wilfredo Tavera Llanos
Email: witavera@fiumsa.edu.bo

Carrera de Física

Dr. Armando R. Ticona Bustillos
Email: aticona@fiumsa.edu.bo

Casilla 8635, La Paz – Bolivia. Tel.: (591-2) 2792999, Fax: (591-2) 2792622

Misión

La Revista Boliviana de Física (RBF) es el órgano oficial de la Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI) y se publica semestralmente en forma conjunta con el Instituto de Investigaciones Físicas y la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (IIF-UMSA).

La RBF busca difundir la producción científica de la comunidad de físicos y profesionales de ciencias afines, especialmente dentro de Iberoamérica.

Secciones

Los artículos, revisiones y colaboraciones se distribuyen en las siguientes secciones:

- A. **Artículos:** Son trabajos que presentan material nuevo y original. Para su publicación, deben ser revisados y aprobados por árbitros del Consejo Editorial. Los artículos deberán tener un resumen no mayor a 200 palabras y secciones de Introducción, Métodos y Procedimientos, Resultados y/o Discusión de datos, Conclusiones y Referencias.
- B. **Contribuciones y Revisiones:** Estos trabajos no presentan, necesariamente, material original sino que definen la posición del (de los) autor(es) sobre un determinado tópico de debate (en el caso de Contribuciones) o bien, son una revisión de temas conocidos en algún área de la física (en el caso de Revisiones). Las contribuciones deberán estar orientadas hacia la difusión de algún problema o debate interpretativo. Las revisiones estarán orientadas a exponer temas de trascendencia para el desarrollo de las ciencias relacionadas con la física, o exponer en forma didáctica algún tema que los autores encuentren que no ha sido tratado en forma adecuada en la literatura asequible en lengua castellana.
- C. **Memorias de la Reunión Anual de la SOBOFI u otras reuniones de física:** Esta sección reúne los resúmenes de los trabajos presentados durante la última Reunión Nacional Anual de la SOBOFI o de otras reuniones científicas importantes sobre física.
- D. **Enseñanza de la Física:** Esta sección está dedicada a artículos que tratan sobre problemas relacionados a la enseñanza de la física o a la promoción del estudio de la física entre los jóvenes estudiantes. Se incorporan regularmente en esta sección los exámenes de las Olimpiadas de Física y las Olimpiadas de Astronomía y Astrofísica. Las contribuciones a esta sección son seleccionadas exclusivamente por el Comité Editorial.
- E. **Historia:** Esta sección se dedica a la conmemoración de hechos importantes en la historia de la Física Boliviana e Iberoamericana. De igual manera, se orienta a la recopilación de publicaciones relacionadas a la física que, por su importancia histórica, merecen ser nuevamente publicadas.

Instrucciones para los autores

La Revista Boliviana de Física recibe trabajos escritos en castellano, inglés o portugués y deben contar con un resumen en castellano y su correspondiente traducción en inglés.

Los autores deberán enviar sus trabajos preferentemente en los formatos $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$, *MS Word*, o *sólo texto* (con extensiones *.tex*, *.doc* y *.txt*, respectivamente), ya sea mediante una copia en dispositivo magnético o bien por correo electrónico. En este caso, deberán incluir una carátula donde se especifique el título del trabajo, los nombres de los autores, las direcciones (postal y/o electrónica) y el resumen del trabajo. Además, las figuras, tablas y notas de pie de página contenidas deberán estar indicadas en el texto, debidamente numeradas y referenciadas. Las figuras deberán tener una resolución razonable a fin de que puedan ser vistas con suficiente claridad por el lector.

Los artículos científicos serán revisados por el Comité Editorial y posteriormente por un par de árbitros anónimos quienes dan el veredicto sobre si el artículo es aceptado o no.

La comunicación de los autores con los árbitros se realiza únicamente a través del editor encargado del área.

Los trabajos y consultas sobre la RBF deberán enviarse a las direcciones del Comité Editorial indicadas arriba.

Conflicto de interés: Los autores que envíen artículos para su publicación en la RBF admiten que no tienen conflicto de interés en relación a los trabajos realizados y presentados.